TÁMOP 4.1.2.B.2-13/1-2013-0007
„ORSZÁGOS KOORDINÁCIÓVAL A PEDAGÓGUSKÉPZÉS MEGÚJÍTÁSÁÉRT”

A fizika tanítása a középiskolában

I.

Egyetemi jegyzet

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

**JUHÁSZ ANDRÁS, TASNÁDI PÉTER, JENEI PÉTER,
ILLY JUDIT, WIENER CSILLA, FŐZY ISTVÁN**

A fizika tanítása a középiskolában I.

Szerkesztette:

Juhász András és Jenei Péter

ELTE 2015

ISBN 978-963-284-713-9

ELŐSZÓ

„A Fizika tanítása a középiskolában” c. elektronikus egyetemi jegyzet régi hiányt pótol. Több mint száz éve folyik középiskolai fizikatanárok képzése az ELTE Természettudományi Karán, illetve jogelődjeiben, de eddig nem készült olyan írott szakanyag, ami kifejezetten a fizika középiskolai tanítására készítené fel a hallgatókat.

A fizika szakmódszertan feladatát a középiskolai fizikatanítás céljai jelölik ki. A középiskolában szeretnénk diákjaink számára bemutatni, megértetni és megéreztetni velük a fizika szerepét a természet megismerésében, a fizika törvényeinek objektivitását, és alkalmazásaik gyakorlati jelentőségét. Mindemellett a középiskola fontos célja, hogy alapozó tárgyi ismeretekkel és alapvető készségek kialakításával felkészítse az érdeklődő diákokat a szakirányú továbbtanulásra.

Szakmódszertani jegyzetünk döntő részében a fizika tematikus fejezeteinek tartalmát tekintjük át a középiskolai tanítás nézőpontjából. Olyan szakanyagot akarunk adni, ami időtálló és a legkülönbözőbb tantervi szabályozás esetén is hatékony szakmai segítséget nyújt a tanárnak az egyes témakörök eredményes tanításához. Kiemelten foglalkozunk a fizika fogalmilag nehéz, gyakran félreértett, illetve tévképzetekkel terhelt anyagrészeivel. Fontos, hogy a leendő tanárok világosan lássák azokat a pontokat, amelyek a tanulás során gyakran okoznak problémákat a diákoknak. Különösen sok a nehézség a modern mikrofizika területén. Az itt használt fogalmak általában a középiskolai szintet messze meghaladó matematikai számításokon alapulnak, és érzékszervi tapasztalatokra épülő ösztönös szemléletünk alapján képtelenségnek tűnnek. Nagy a veszélye annak, hogy a modern fizika óra, fantáziát próbáló mesedélutánná válik. A tanár számára különösen fontos, hogy óvatosan úgy kerülje ki a legkritikusabb alapokat (hullám-részecske kettősség, határozatlansági reláció, stb.), hogy közben a diákok a klasszikus fizika megtapasztalt igazára és a tanár személyes hitelességére hagyatkozva el tudják fogadni a modern fizika eredményeit. Az így letett „puzzle-elemek” koherens illeszkedésből fokozatosan kirajzolódó kép már önmagát igazolva adja tanítványaink modern fizikai szemléletét. A fizika témaköreinek feldolgozásakor mindenütt hangsúlyosan kezeltük a környezetfizikai, technikai és társadalmi fontosságú kérdéseket, megmutatva a fizika alkalmazási lehetőségeit, és rámutatva a fizika szerepére az általános természettudományos szemlélet és világkép kialakításában.

Természetesen a jegyzetben leírtak szakembereknek - leendő fizikatanároknak - szólnak, és általában nem alkalmasak arra, hogy változatlan formában tanítsuk a középiskolai diákoknak. A jegyzet nem használható középiskolai tankönyvként, és a fizika egyetemi szaktankönyveit sem helyettesíti.

A középiskolai fizika kritikus tartalmi vonatkozásainak áttekintése mellett igyekszünk sok gyakorlati példát, kísérletet, a diákokat motiváló érdekességet bemutatni. Meggyőződésünk szerint a fizika fogalmait megalapozó klasszikus fizikát éppúgy lehet érdekesen, akár a legmodernebb technika alkalmazásával is tanítani, mint a modern fizika ismereteit. Szükséges, hogy a tanár megtalálja az egészséges egyensúlyt a fizikatanítás sokszorosan kipróbált módszerei és a legmodernebbnek tekinthető, újszerű (s néha éppen emiatt gyorsan avuló) megoldások között. A jegyzetben részletesen foglalkozunk a tanári munka szaktárgyi vonatkozású gyakorlati feladataival (pl. eligazodás a tantervi szabályozásban, feladatmegoldás, kísérletezés szerepe, számonkérés, értékelés, tankönyv, tábla, füzet, számítógép funkcionális használata, multimédiai alkalmazások, iskolán kívüli fizikatanítás lehetőségei, stb.)

A jegyzet írása közben döbbentünk rá, hogy a jegyzet elektronikus formája különleges lehetőséget kínál arra, hogy a könyvszerűen folytonos vonalvezetést leágazásokkal, kitérőkkel gazdagítsuk. Ez azt jelenti, hogy a tematikus tartalom kifejtése során nagyon gyakran talál az olvasó opcionális kiegészítéseket a jegyzetben. Ezek mind tartalmukat, mind műfajukat és formájukat tekintve igen különbözőek. Van köztük matematikai levezetés, az aktuális témához kapcsolódó feladat, érettségi mérés, diákoknak ajánlható fakultatív otthoni kísérlet leírás, a fizika kultúrtörténetéhez kapcsolódó érdekesség, technikai alkalmazás, stb.) A kiegészítő anyagok egyetlen kattintásra megjelennek, illetve ugyanígy eltüntethetők. Többségük a szerzők munkája, de felhasználtunk interneten keresztül, külső szervereken felkínált hasznos tartalmakat is. (Így érhetők el például az aktuális tantervi szabályozás dokumentumai, vagy szakmai honlapok cikkei). Mindezeket figyelembe véve mondhatjuk, hogy elektronikus jegyzetünk a nyomtatott szakkönyvekhez viszonyítva gazdagabb és sokrétűbben felhasználható tartalmat közvetít. A *Fizika tanítása a középiskolában I.* elektronikus egyetemi jegyzet a TÁMOP-4.1.2.B.2-13/1-2013-0007 támogatásával készült el. A jegyzet a fizikatanítás következő nagy témaköreit tartalmazza:

- A fizikatanítás hazai története és helye a középiskolai oktatásban
- A magyar iskolarendszer tantervi szabályozása
- A mechanika tanításának kérdései
- A termodinamika és statisztikus fizika tanítása
- Mindennapi gyakorlat módszertana

A *Fizika tanítása a középiskolában II.* a TÁMOP kiadvány folytatásaként a következő tematikus egységeket tartalmazza:

- Az elektromágnesség és optika tanításának kérdései
- A hullámok (a kötélhullámoktól az anyaghullámokig) tanítása és beépítése a középiskolai tananyagba
- Az atomfizika (héj- és magfizika és az elemi részek fizikája) tanításának kérdései
- A csillagászat és asztrofizika elemei a középiskolában
- Az új felfedezések interpretációjának lehetőségei és szerepe a tanításban

Mivel a jegyzet második része nem központi források felhasználásával készült, a szakanyag az ELTE TTK TTOMC honlapján lesz elérhető.

Jegyzetünk elsősorban az ELTE fizika tanárszakos hallgatói számára, szakmódszertani képzésük támogatására készült. Reméljük azonban, hogy az elektronikus formátumnak köszönhetően más egyetemek hallgatói és gyakorló fizikatanárok is széles körben és eredményesen tudják majd használni.

Budapest, 2015. szeptember 1.

A szerzők

Tartalomjegyzék

I. BEVEZETÉS

A fizika-szakmódszertan a tanárképzés egyik alapvető szaktárgya. Közvetlen feladata, hogy az egyetemen megtanult tudományos ismereteket összekapcsolja a fizikatanítás későbbi iskolai feladataival. Ehhez természetesen nem elégendőek szaktudományi ismeretek, szükség van pedagógiai, pszichológiai tudásra is. Az előbbi adja a szaktanári munka célját, az utóbbi az alapja az eredményes tanítási módszerek megválasztásának. A kettő sikeres összeillesztésén múlik a tanítás eredményessége.

Az általános iskolában döntő jelentőségű a tanár pedagógia felkészültsége és a rá épülő szakmódszertan. Ebben az életkorban a kisdiák elsősorban a „tanárnak tanul”. Ha a pedagógiailag jól felkészült tanár megtalálja a hangot a különböző felkészültségű és hátterű diákokhoz, módszereiben tud személyre szólóan differenciálni, a diákoknak sikerélményt adni, biztosan sokkal eredményesebb, mint az a kollégája, aki bár kiemelkedő szinten tudja a fizikát, de nem tud megfelelően közelíteni az átlagos képességű, sokszor hátrányos helyzetű gyerekekhez.

A középiskolában, különösen a tehetséggondozó középiskolában, más a helyzet. Ide már válogatott, jó képességű diákok kerülnek be, akik a kamaszkorban erős kritikával nézik a felnőtteket, köztük tanáraikat is. Ilyen feltételek között a jó tanár elődleges kritériuma a széleskörű, biztos szakmai tudás. Ez teszi hitelessé a diákok szemében a szaktanárt, e nélkül lehetetlen az eredményes munkához szükséges személyes tekintélyt megszerezni. (Gondoljuk meg, milyen véleményt alakítanak ki a diákok arról a fizikatanárról, aki csak azokat a feladatokat képes jól megoldani, amelyek megoldása a tankönyvben vagy a példatárban közvetlenül megtalálható, aki nem tud válaszolni a diákok kérdéseire, tájékozatlan a fizika új eredményiről, nem sikerülnek a kísérletei, stb.) Természetesen a tanár pedagógiai felkészültsége itt is fontos, de azzal szemben a diákok sokkal kevésbé kritikusak, mint a fizikatudás hiányosságaival szemben. Az is igaz, hogy a pedagógiai ismereteket könnyebb utólag, „menet közben” bővíteni, mint a szaktudományi alapozás hiányait.

A fentieknek megfelelően azt mondhatjuk, hogy míg az alapozó oktatás szakmódszertana inkább pedagógiai jellegű, addig a középfokú oktatásé a szaktárgyhoz áll közelebb.

Az egyetemen megszerezett szaktudományi, pedagógia-pszichológiai és szakmódszertani felkészítés után az iskolai tanítási gyakorlat teszi teljessé a tanári képzést.

Végezetül szeretnénk megemlíteni, hogy a fizika tanításának is van olyan magas foka, aminek eléréséhez szükséges, de nem elegendő a lelkiismeretes felkészülés, ehhez különleges személyes adottságok kellenek. A történet szerint egy újságíró arról faggatta az idős Egry József festőművészt, hogy mondaná el mi a művészi alkotás lényege. A Balaton, a víz, és a fény festőjének válasza nem csak a festészetre vonatkoztatható, de akár a fizikatanári csúcsteljesítmény „ars poetica”-jának is elfogadható. „Az első lépés, hogy észrevegyük a természet szépségét, meglássuk az érdekes témát, ezután jön a hosszú alapos megfigyelés, mert

csak így érthető meg a lényeg. Az igazi művészi munka csak ezután következik, a feladat az, hogy *mindezt mások számára is élménnyé tudjuk tenni*.” A tanári munkában is pontosan ezek a feldolgozás lépései, itt is a legnehezebb lépés: élménnyé tenni az ismereteket a diákjaink számára. Erre valóban csak a legkiválóbbak képesek, ez már „művészet”.
Elektronikus segédanyagunk bevezető fejezete a fizikatanítás legfontosabb kiindulási referenciáit ismerteti. Elsődleges viszonyítási pontunk a fizika tudománya, annak ellenére, hogy a közoktatásban nem tudomány aktív művelésére képezzük a diákokat, hanem inkább a fizikához köthető természettudományos műveltség közvetítése a feladatunk. Ezután röviden foglalkozunk a fizika tanításának interdiszciplináris jellegével, a tanítási folyamatban alkalmazott általános pedagógiai és pszichológiai elméletekkel, módszerekkel.

Az iskolai oktatás, mint országos rendszer, igényli a szervezettséget és a tervezettséget. Ennek részeként foglalkozunk a fizikaoktatás központi „bemeneti” szabályozásának elemeivel a Nemzeti Alaptanterv fizikai vonatkozásaival és a fizika kerettantervekkel. A központi tantervek fontos eligazítást adnak olyan alapvető kérdésekre, hogy „*Kiknek, mit és mikor tanítsunk?*”. A kerettanterve épülő helyi tanterv, illetve a tanári tanmenet, a helyi adottságok figyelembevételével részletezi és ütemezi a központilag meghatározott fejlesztési feladatokat és a kognitív tartalmakat, kiegészítve azokat a tanítás során alkalmazott konkrét módszerekkel. Végezetül röviden összefoglaljuk a középfokú fizikaoktatás „kimeneti” szabályzását jelentő fizika érettségi rendszerét.

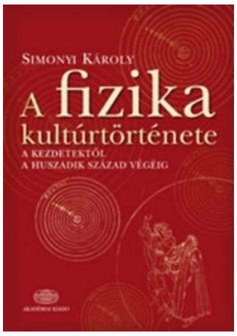
1. A fizikatanítás célja és feladata

A fizikatanítás célja, hogy a természet megismerésének és az ismeretek hasznosításának kultúráját átadja a jövő nemzedékeknek. A természettudományok, ezen belül a fizika, az emberiség évezredes egyetemes kultúrájának fontos és közös részét jelentik. A *közös* jelzőn kiemelt a hangsúly. Nem sok olyan kulturális érték van a Földön, ami földrajzi helyezettől, a helyi történelmi múlttól, a társadalmi-politikai rendszertől, a vallási hovatartozástól, stb. függetlenül mindenütt azonos. A fizika ezek közé tartozik.

!

Simonyi Károly: A Fizika kultúrtörténete

Minden fizikatanár számra „kötelező” olvasmány!



A fizika kultúrájának átadása összetett feladat:

- Meg kell mutatni, (sőt egyszerű jelenségekkel élménnyé kell tenni!), hogy a természetben rend van, és ez a rend *megismerhető*. Meg kell éreztetni a gyerekekkel a megértés örömét!
- Meg kell ismertetni a diákokkal a természet megismerésének történeti folyamatát és legfontosabb módszereit!
- A közoktatásban nem a tudomány művelését tanítjuk, hanem az annak eredményeként a természet működéséről szerzett legfontosabb ismereteket (természettörvények), valamint azok megismerésének elemi módszereit akarjuk átadni és megértetni tanítványainkkal!
- Egyszerű esetek válogatott példáin keresztül kell megmutatni, hogy a fizikai törvények matematikai alakban megfogalmazhatók. Ez lehetőséget ad arra, hogy számításokkal konkrét, gyakorlatban hasznosítható következtetésekre jussunk. Ezen alapulnak a mérnöki tudományok és a technikai alkalmazások!

2. A fizikatanítás viszonyítási pontja a fizika tudománya. Mivel foglalkozik, és milyen módszereket használ a fizika-tudomány?

Néhány évtizede még nem jelentett nehézséget a fizika megkülönböztető elhelyezése a többi társ-természettudományok közt, ma ez már sokkal nehezebben tehető meg. A változás oka a különböző határterületek gyors fejlődése, amelyekben a fizikai eszközök és módszerek alapvető szerepet játszanak, és sok fizikus éppen ezekkel a klasszikusan nem a fizikához sorolt területeken végez kutatómunkát. Ha feladjuk, hogy a teljesség igényével definiáljuk a fizika tudományát, a következő egyszerűsített válasz adható:

> A fizika közeli és tágabb természeti környezetünk általános jelenségeit, az anyagi világ alapvető törvényszerűségeit kutató tudomány.

Art Hobson fizikus, az amerikai Arkansas Egyetem tanára, aki egyetemi bölcsész hallgatók számára írt fizika tankönyvet [Art Hobson: Physics, Concepts & Connections, Addison-Wesley, 2010], általános iskolások számára is érthető egyszerű példával teszi szemléletessé a fizika és a többi alapvető természettudomány kapcsolatát: Mi történik, ha valamit a kezünkből kiejtünk? –Leesik. Ez egyformán igaz a kődarabra, amivel szaktudományként a geológia foglalkozik, a káposztafejre, vagy akár a békára is, amiket a biológus vizsgál, de igaz a legegyszerűbb használati tárgyainkra éppúgy, mint a mérnöki munka csúcsát jelentő „high-tech" eszközökre is. A Föld vonzóhatása hasonlóan hat a testekre, függetlenül azok kémiai anyagától, attól hogy élők vagy élettelenek, természetes anyagok, vagy technikai alkotások. A tömegvonzás, mint általános jelenség a fizika tárgykörébe tartozik. A különböző kémiai anyagok, az élettelen és élő testek ugyanolyan elemi részecskékből épülnek fel, a részecskéik közti kölcsönhatások is hasonlóak. Az anyag legkisebb elemi alkotórészeinek vizsgálatával szintén a fizika foglalkozik.

A fizika jellemző sajátsága, hogy a természettudományok között itt jelent meg először, és ma is a legelőrehaladottabb, a természet törvényeinek matematikai formulákkal történő leírása.

Külön hangsúlyozni kell, hogy a fizika több területén sikerült a felismert törvényszerűségek sokaságát néhány tömören megfogalmazott *alaptörvényben* összefoglalni. Ilyenek például Newton-törvényei a klasszikus mechanikában, a Maxwell-egyenletek az elektrodinamikában, a kvantummechanika egyenletei. Messze nem magától értetődő, de a tapasztalat azt mutatja, hogy ezekből az alaptörvényekből a jelenségkör egészének legkülönbözőbb részletei matematikai módszerekkel kikövetkeztethetők. Ez a megismerés új dimenzióját nyitja meg a fizikusok előtt, hiszen a számítások révén számos olyan sajátsága tárul fel az anyagi világnak, ami újdonságnak számít. Ilyenkor a kutatók azonnal az új állítás célzott kísérleti ellenőrzésére igazolására összpontosítanak. Ha ez is minden kétséget kizáróan sikerül, az új eredmény helyet kap a fizikai tudásunkat egybefoglaló tudásanyagban.

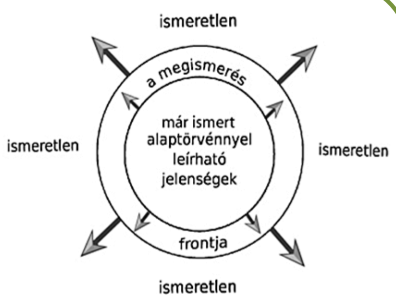
A természettudományok és ezen belül a fizika különleges értéke, hogy olyan törvényrendszerrel rendelkezik, amelynek „kemény magja" (A Newton-törvények, a Maxwell-egyenletek, a Termodinamika főtételei stb.) évszázadokban mérhető idő óta változatlan, „örök érvényű" igazságnak tekinthetők, hiszen az eddig elvégzett megszámlálhatatlan kísérleti igazolás után nem várható, hogy érvényességi körében valaha is módosításra szorulna. A fizika alaptörvényeiből levonható következtetések hétköznapi életünkre vonatkozóan is mindig igazak, tartalmukat semmilyen divatos eszmék nem befolyásolják. A fizikatanítás alapvető célja, hogy ezt a biztos alapot adó gondolati rendszert a következő generációknak átadja.

Egy-egy új fizikai eredmény kísérleti tesztelésének fontos része a gyakorlati célú alkalmazások megtalálása is.

Napjainkban a fizika kutatási témái döntően kívül esnek a már klasszikusnak számító, alaptörvényekkel leírt területektől. A fizikusok többsége új, ismeretlen területek feltárásán (pl. részecskefizika, asztrofizika), a fizika és a társ-természettudományok határterületein (biofizika, neuron-fizika, geofizika, légkörfizika, stb.) dolgozik, vagy a gyakorlati szempontból fontos ún. „alkalmazott" kutatásokat végez a műszaki tudományokhoz kapcsolódva. A mai fizika sokszínűségét lehetetlen minden szempontnak megfelelő egységes definícióba sűríteni. A fizika bonyolult meghatározása helyett többet mond, ha bemutatjuk a természettudomány, és ezen belül a fizika-tudomány működését. Ez nem csupán a fizika lényegének megértését támogatja, de alapot és hátteret ad a tudomány működésének középiskolai bemutatásához is. A természettudomány működésének jellemzőit részletesen tárgyalja Tél Tamásnak „A Természet Világa" folyóiratban megjelent: „Milyen tudomány a fizika" c. tanulmánya.

Részlet Tél Tamás „Milyen tudomány a fizika" c. cikkől (Természet Világa, 2012. december)

Részletek >>>



A természettudományos megismerési folyamat sematikus ábrázolása.

A Berkeley Egyetem honlapja konkrét tudománytörténeti példákon keresztül, szemléletesen mutatja be a természettudományos kutatás Galilei óta érvényes komplex folyamatát, a kutató-közösség ellenőrző szerepét, a társadalmi tényezők, a gyakorlati alkalmazás és a kutatási folyamat kölcsönhatását. A honlap kiemelt figyelmet szentel a természettudományokat a fiatalok felé közvetítő tanárok munkájának támogatására is.

WWW

A Berkley Egyetem oldala: Understanding science

http://undsci.berkeley.edu/article/howscienceworks_01

Sajátosan ellentmondásos helyzet - a fizika gyors fejlődése és csökkenő társadalmi presztízse

A XX. század utolsó évtizedei sajátosan ellentmondásos helyzetet hoztak világszerte, de hangsúlyosan Magyarországon is. A fizika, a többi természettudománnyal és a rájuk épülő alkalmazott tudományokkal (mérnöki tudományok, orvostudomány) korábban soha nem látott robbanásszerű fejlődést produkált, mégis a társadalmi érdeklődés csökkent e tudományok iránt. Annak ellenére, hogy a tudományra épülő technika mindennapi életünket is egyre jobban meghatározza, a tudományok bizalmi tőkéje megcsappant. Egyre kevesebben vannak, akik legalább alapszinten átfogó képpel rendelkeznek a fizikáról, és világlátásukban, ill. napi gyakorlatukban tudatosan használják a fizikában tanultakat. Ezzel párhuzamosan világszerte nő az emberek áltudományos nézetek iránti fogadókészsége. A párhuzam nem véletlen: a tudományról kialakított képünk részét kell, hogy képezze a valódi tudomány és a folyamatosan felbukkanó áltudományos nézetek megkülönböztetése is. Az iskolának a hiteles tudománykép kialakítása mellett erre is fel kell készítenie a diákokat. A feladat nehéz, mert az áltudományos tanok folyamatosan változó formában jelennek meg. A különbségtételhez hasznos segítséget ad, ha megnézzük, felismerhetőek-e a kérdéses „eredményekhez" vezető út folyamán a természettudományos megismerés jellemző munkamódszerei. Ha ezek nem láthatók, vagy a kutató tudatosan elhatárolódik a bejáratott úttól, erős okunk lehet gyanakodni az eredmények hitelességét illetően. A Berkeley Egyetem fentebb ajánlott honlapja a tudomány és az áltudományok megkülönböztetésének segítésére pontokba szedve foglalja össze a valódi természettudomány jellemzőit, illetve azokat a módszereket és következtetéseket, amik áltudományos tartalmakra utalhatnak.

A tudomány és áltudomány megkülönböztetése („science checklist”)

Részletek >>>

A fizikatanítás megújítása, mint a megoldás kulcsa

A fizika iránti társadalmi érdeklődés csökkenésének okait világszerte vizsgálják, és sokan az iskolai fizikatanítás tartalmi és módszertani megújításában látják a megoldás kulcsát. Vannak, akik azonnali radikális változtatások után kiáltanak mondván, hogy a diákokat csak a mai fizika eredményei és alkalmazásai érdeklik, a fizika lezárt területei és a hagyományos módszerek már érdektelenek. Mások úgy látják, hogy szükség van a változtatásokra, de a diákok spontán érdeklődésén túl, más szempontokat is figyelembe kell venni, különben fennáll a veszélye annak, hogy a fizikaórák a természet megismerésének érdemi bemutatása helyett „mesedélutánná” válnak. Az egyik alapvető szempont, amit a fizikatanítás minden tartalmi változtatása során figyelembe kell venni az, hogy melyek azok az ismeretek, amiket az adott életkorban a diákjaink igazán megérteni képesek. A megértés és a megértésre támaszkodó alkalmazás élménye alapvető a természettudományok tanítása szempontjából. A megértés az egyszerű, közvetlenül megfigyelhető, mérhető jelenségektől indulva fejlődik az egyre elvontabb és összetettebb gondolatok irányába. A természeti jelenségek megismerésének történeti útja számos párhuzamot mutat a személyes megértés fejlődésével. A modern fizika fogalmai a klasszikus tudomány, néha meglehetősen lassan és nehezen kialakult fogalmaira és törvényeire épülnek és megértésük az absztrakt gondolkodás magas szintjét igényli. Károlyházy Frigyes, aki az elmúlt évtizedekben a fizikatanárok generációit vezette a modern fizika megismerésére, a Fizikai Szemle 2007/11. számában megjelent cikkében a modern fizika megértése szempontjából alapvető problémának látja, hogy a „*A tudományos gondolkodás a XX. sz. elejére kinőtte az idegrendszer ösztönös (evolúciós) tudását”*. Ezért a modern fizikai ismeretek tanítása sokkal nehezebb, mint a klasszikus tartalmaké, de hozzáteszi: „*Ami lehetetlen, az nem a megértés, hanem csupán az új ismeretek beillesztése a velünk született (millió év alatt megszokott) szemlélet keretei közé!”* Károlyházy, a fenti nehézségek ellenére is fontosnak tartja a modern fizika tanítását, és a klasszikus és modern tartalmak helyes arányának megtalálásában látja a megoldást. Hasonló megfontoltság vezethet a tanítás módszereinek megújításában is. Szükség van az új pedagógiai módszerek ésszerű alkalmazására, csakúgy, mint a számítógép és az információ-technológia használatára (az utóbbi éppen a klasszikus fizikai tartalmak érdekesebbé tételére is felhasználható), de a jó fizikatanár személyisége, szaktudása pótolhatatlan a fizika megkedveltetésében.

3. A fizika szakmódszertan, mint interdiszciplináris szaktudomány

A fizika társadalmi presztízsének és a fiatalok érdeklődésének csökkenése egyértelművé teszik, hogy alapvető problémák vannak mind a fizika iskolai oktatásában, mind a tudomány társadalom felé történő kommunikációjában. A változtatásra, a negatív trendek megfordítására a fizikus társadalomnak összehangolt tudatos lépéseket kell tenni. Ilyen stratégiai fontosságú feladat az oktatás és a kommunikáció kérdéseiben „hivatalból” érintett fizikatanárok szakmai képzésének szaktudományos igényességű megerősítése. Ezt felismerve a világ nagy egyetemein a fizika szaktudományi tanszékei mellett, külön fizika szakmódszertani tanszékek, kutatócsoportok szerveződtek. Az új szakterület rendelkezik nemzetközi tudományos szervezetekkel, szakfolyóiratokkal, rendszeresen megrendezésre kerülő nemzetközi konferenciákkal, az eredményes kutató-fejlesztő munka eredményeivel nemzetközileg elismert tudományos fokozatok szerezhetők. Kimondhatjuk, hogy a „fizika tanítása” (Physics Education) program, mint önálló tudományos diszciplína a fizika egyik interdiszciplináris határtudományává fejlődött.

A fizika szakmódszertan, mint interdiszciplináris határtudomány alapvetően kapcsolódik a fizikához, de erősen kötődik a pedagógia, a pszichológia, sőt a modern agykutatás területéhez is. A pedagógia pszichológiai szakterületen kiemelt szerepe van a fejlődéslélektannak és a kognitív pszichológiának. Az eredményességhez minden szakterület alkotó együttműködésére van szükség.

A fizika szakmódszertan és a pszichológia, pedagógia kapcsolata

Az eddigiekben a fizika oldaláról közelítettünk a fizika tanításának problémaköréhez, de hasonlóan indulhattunk volna a pedagógia irányából is. Az iskolai nevelés-oktatás általános kérdéseivel a pszichológia és a pedagógia foglalkozik. A fizika tanításának kérdéskörében mindkét diszciplína alapvetően fontos.

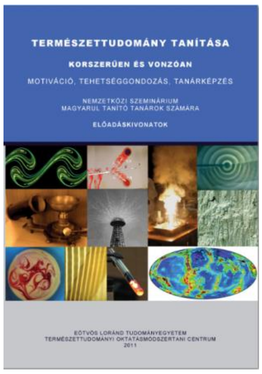
A pszichológia számunkra egyik legfontosabb területe a fejlődéslélektan, az ember értelmi, érzelmi, és társas viszonyainak életkorral járó változásait vizsgálja. Az iskolás korban a változások minden tekintetben jelentősek. A tanítás sikeréhez fontos, hogy a tanár ismerje tanítványai tipikus életkori sajátságait (érdeklődésüket, érzelmi kötődéseiket, szociális viszonyulásukat a kortársakhoz és a felnőttekhez, absztrakciós szintjüket, koncentrációkészségüket, kommunikációjukat, stb.). A pszichológia új és számunkra fontos szakterülete a „kognitív pszichológia” ami a fogalmak kialakulását, mentális kapcsolódásait, alkalmazhatóságának sajátosságait és ezek változásait vizsgálja. A kognitív pszichológia vizsgálati eszköztára a hagyományos pszichológiai módszereken túl az agyműködés műszeres vizsgálatával bővült, így nagy lépést tett az egzakt természettudományok irányába. A pszichológiának a jövőben fontos szerepe lehet abban, hogy tudományosan egzakt segítséget adjon a szakmódszertanoknak, hogy melyik életkorban milyen kompetenciák fejlesztése célszerű, illetve mikor milyen fogalmak, illetve kognitív műveletek tanítása az optimális.

A pedagógia (neveléstudomány) a nevelés és az oktatás kérdéseivel foglalkozó tudomány. Számos területe van, amiket a célok, a szervezeti formák, a célcsoportok, speciális feladatok és módszerek, sőt aktuális kutatási területek szerint is megkülönböztetnek (pl. neveléselmélet, oktatáselmélet (didaktika), gyógypedagógia, óvodapedagógia, felnőtt-pedagógia, börtönpedagógia, médiapedagógia, reformpedagógia-irányzatok, Waldorf-pedagógia, projekt-pedagógia, konstruktivista pedagógia, stb.). A pedagógia alapvetően empirikus tudomány, egy-egy új pedagógiai koncepció, oktatási módszer eredményességét a gyakorlat dönti el. A pedagógia nagyon fontos területe az eredményesség tudományos igényességű mérésének elmélete és gyakorlata is. A középiskolai fizikatanárok számára a neveléselmélet és a didaktika adja a legtöbb általános segítséget az iskolai munkában. Természetesen ezeken túl hasznos lehet az új pedagógiai irányzatok módszereinek megismerése is.

Freund Tamás: Tanulási folyamatok és belső világunk

Miben látja a tanulás lényegét az agykutató akadémikus?

http://fiztan.phd.elte.hu/letolt/konfkotet2011.pdf (110. old)



4. A fizikatanítás alapkérdései: Kiknek? Mit? Mikor? Hogyan?

Az iskolai fizikatanítás eredményessége döntően függ attól, hogy négy alapkérdésre optimális választ sikerül-e adnunk.

Baranyi Károly: Mit, Miért, Hogyan?

Tanulságos olvasmány a NAT bevezetésének idejéből a közoktatás alapkérdéseinek boncolgatásával.

http://mek.oszk.hu/11900/11958/

Természetesen a címben feltett kérdések nem függetlenek egymástól. Ha egyesével vesszük sorra a kérdéseket, csak nagyon általános válaszok adhatók. Sokkal előrébb jutunk, ha az első három kérdésre egyszerre keressük a választ.

Kiknek, mit és mikor tanítsunk?

A fizikatanítás céljának korábbi megfogalmazásából következik, hogy valamilyen szinten mindenkinek szüksége van a fizika tanulására, hiszen a kultúránk fontos részét alkotja. A tananyagot és az ezzel összefüggésben lévő fejlesztési feladatokat azonban már differenciáltan, célcsoportokat megkülönböztetve érdemes kitűzni. A konkrét tartalmak vonatkozásában a tanulók kognitív képességei, életkörülményei és életkori sajátosságai a meghatározók.

Általános szabály, hogy tartalmi kérdésekben a kognitív fejlődés üteméhez kell alkalmazkodnunk. Ha túl korán próbálunk valamit megtanítani, amikor még a diákok többségének az absztrakciós képességét meghaladja, biztos a kudarc. Ugyanígy, ha azonnal a teljesség igényével és szakmai precizitásával próbálunk megkövetelni valamit, ami még az adott szinten korai, diákjaink értetlenül állnak a feladat előtt. A középfokú oktatásban az alapkérdések megválaszolásakor az elmondottakon túl új szempontként kell figyelembe venni a diákok egyre jobban differenciálódó érdeklődését és a szakképzés vagy a továbbtanulás irányát is. A „Kiknek, mit, mikor?" kérdés-hármasra adandó meglehetősen nehéz válasz terhét a központi tantervek (NAT, kerettantervek) leveszik a szaktanárok válláról. A feladat az iskola diákjainak leginkább megfelelő kerettanterv (és tankönyv) kiválasztására és a benne leírtak aktualizálására (helyi tanterv, tanmenet) egyszerűsödik. A tantervi szabályozás lépcsőivel részletesebben foglalkozunk az 5. pont alatt.

A szakmódszertan negyedik alapkérdésének fontosságára Eötvös József kultuszminiszter már a XIX. sz. végén figyelmezteti a tanárokat: *„Tanítványaink az évek során elfelejtik, hogy pontosan mit tanítottunk, de évtizedek alatt sem felejtik el, hogy hogyan."*

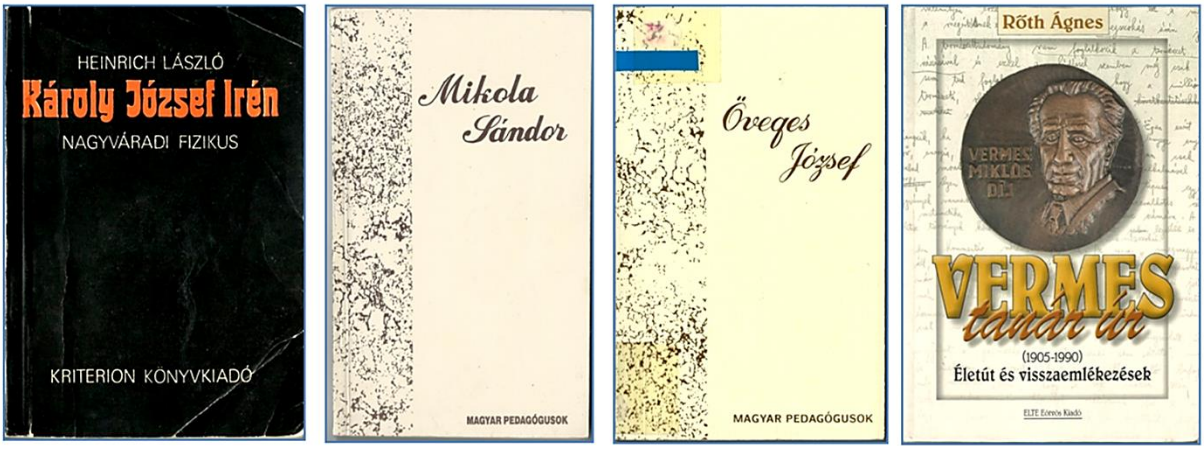
Hogyan tanítsunk, hogy a kitűzött tantervi feladatokat teljesítsük, a diákok figyelmét lekössük, a fizikát megszerettessük és mindegyikükből a lehetséges maximumot hozzuk ki?

Biztosan kimondható, hogy az erre a kérdésre adandó válasz a tanári munka legnehezebb feladata, ami a tanári pályáját szinte minden részletében végigkíséri, a tanmeneti tervezéstől az egyes órákra történő felkészülésekig. Az oktatásirányító dokumentumok előírják az oktatás tartalmát és a fejlesztési célokat, a feldolgozás módszereire azonban legfeljebb ajánlásokat tesznek. Segítséget a tanárnak a különböző pszichológiai-pedagógia elméletek többé-kevésbé kidolgozott módszertana, a szakdidaktikai folyóiratok, a szaksajtóban megjelenő segédanyagok, kiemelkedő nagy hatású fizikatanárok példája, a kollégák tapasztalatai, az iskola hagyományai adhatnak, de a döntéseket szinte órákra lebontva, néha rögtönözve, a tanárnak önmagának kell meghoznia. Az eredményt az óra után mérlegelnie kell, és a szükséges korrekciókat, változtatásokat a következő órákon meg kell tennie.

A *„Hogyan?"* kérdésre adandó választ segítő, néhány Magyarországon is közismert pedagógiai, szakmódszertani elméletről, és a fizikatanítás jobbítását célzó oktatási kísérletről (ez utóbbiak természetesen nem korlátozódnak kizárólag módszertani kérdésekre, de érintik a többi fontos alapkérdést: Kiknek? Mit? Mikor?) az alábbiakban részletesebben is szólunk.

A fizikatanítás klasszikus gyakorlata: tanári magyarázaton, jelenség-bemutatáson, táblavázlaton alapuló frontális óra, hangsúlyos számonkéréssel

Ez a módszer a XIX. század végén terjedt el és a XX. sz. 60-as éveiig a gimnáziumok általános gyakorlata volt. Számos kiemelkedő tudós, köztük több Nobel-díjas, a közismerten jó magyar mérnök-generációk ilyen módszerrel tanultak, és hálával és elismeréssel emlékeznek olyan kiváló tanár-egyéniségekre, mint Mikola Sándor, Károly Iréneusz, Rácz János, Vermes Miklós, Öveges József, stb. A munkatársak és tanítványok kiadványokban is megjelent visszaemlékezései tanulságosak a mai tanárok számára is.



1. ábra. Legendás fizikatanárokról szóló életrajzi könyvek borítói.

A klasszikus modell az évtizedek során sokat változott, a frontális munka során egyre nagyobb szerepet kapott a diákok aktivizálása, a tanári magyarázat előadás-jellege egyre inkább egyfajta tanári irányítással folyó frontális közös gondolkozássá alakult át. A hagyományos órák sorát tanulókísérleti órák színesítették. A mai gyakorlatban a frontális órákhoz az új pedagógiai módszerektől átvett csoportmunka, projektmunka, IKT-eszközök használata, stb. társul. A természettudományok iránti társadalmi érdeklődés csökkenésére, adott válaszként a fizikatanításban kiemelt új célként jelent meg a diákok érdeklődésének visszahódítása. Ehhez kapcsolódva a hagyományos fizikatanításban is fokozott szerepet kaptak a show-elemek, és olyan új tudományos érdekességek is, melyek a komoly megértés igényével a középiskolában nem taníthatók.

Reformpedagógiai módszerek

A pszichológia ugrásszerű fejlődése a XX. század elején a pedagógiára is nagy hatással volt, a figyelmet a befogadóra, a diákra irányította. A hagyományos iskola merev kereteit feloldotta, nagy hangsúlyt helyezett a diák személyeses adottságaira, érdeklődésére, aktivitására. A reformpedagógiai módszereket Magyarországon több alapítványi iskola követi. Közülük ismertebbek az ún. Montessori-, és a Waldorf-iskolák. Az itt tanító tanárok saját szakképzésük mellé speciális módszertani kiegészítő képzést is kapnak. Általánosságban mondható, hogy az egyes tanulók személyes sajátságait messzemenően figyelembe vevő, a tanulói tevékenységre építő módszerek az átlagtól erősen eltérő fiatalok nevelésében nagy, de a fizikatanítás vonatkozásában legfeljebb átlagos, vagy inkább átlag alatti sikerességet mutatnak (szakirányú egyetemi képzésben igen ritkán fordulnak elő ilyen iskolákból jött diákok). Fontos megjegyezni azt is, hogy ez az oktatási forma a tanulócsoportok kis létszáma, a tanulói munka eszköz- és időigényessége miatt, igen költséges. A reformpedagógia irányzatok pedagógiai, pszichológiai nézőpontja és módszerei az enyhén deviáns diákok kezelési stratégiáinak felderítése miatt kétségtelenül pozitív hatással voltak, és vannak ma is a közoktatásra.

A természettudományos oktatás megújításra tett módszertani kísérletek a XX. második felében

A fizikatanítás megújítására tett első komoly próbálkozások az USA-ból és Angliában indultak. A kiváltó ok a fiatalok természettudományok és a műszaki tudományok iránti érdeklődésének jól érzékelhető csökkenése volt.

PSSC-program

USA egyik legjobb egyetemének professzoraitól *(*Massachusetts Institute of Technology - *MIT)* indult a kezdeményezés az iskolai tananyag és módszerek megújítására. A program, mint *Physical Science Study Committee* – „PSSC-project” ismert. A tananyagot a modern fizikával bővítették, új tankönyveket írtak („*PSSC. Physics”* 1st edition 1960. D.C. Heath, 3rd edition 1971. D.C. Heath), oktatófilmeket készítettek, nagy jelentőséget tulajdonítottak a reformpedagógiai módszereknek, laboratóriumi kísérleteknek, a diákok aktivizálásának.

WWW

Harvard Project Physics (1962-72)

A PSSC-program hatására 1962-72 között új nemzeti tanterv szellemében indult meg a megreformált fizikatanítás az Egyesült Államok középiskoláiban. A programot a Harvard University irányította. A programhoz készült és számos újítást tartalmazó tankönyvsorozat kötetei az interneten elérhetők.

https://archive.org/details/projectphysicscollection

Nuffield-Physics 1962-72

Angliában a Nuffield Alapítvány szervezésében 1962-ben indult nagyszabású kísérlet a fizikatanítás korszerűsítésére. Megújult a tananyag, új tankönyvek, segédanyagok születtek. A kísérleti iskolákat korszerű laborokkal, kísérleti eszközökkel szerelték fel. Központba került a kísérletezés, a tanulói tevékenység, amire a program szlogenje is utal "I do and I understand". A tanárok munkájának segítésére intenzív továbbképzések indultak, segédanyagok készültek. A speciális tantervhez új érettségi vizsga is tartozott. A Nuffield-program – kétségtelen eredményei ellenére sem vált általánossá, ami első sorban magas óraszámával és nagy költségvonzatával magyarázható. Nuffield-program ennek ellenére Európa-szerte hatással volt a fizikatanításra, így Magyarországon is.

WWW

A Nuffield-program

Nuffield Foundation » Curriculum projects

Könyvei, segédanyagai az interneten elérhetők. Ma is hasznosak és ötletadók lehetnek minden fizikatanár számára.

http://www.nuffieldfoundation.org/nuffield-physics-1962
http://www.nuffieldfoundation.org/practical-physics

A XX század máig tartó hatású magyar fizika tankönyvei és oktatási reformjai

Hazánkban az 50-es évektől a fizika a legfontosabb tantárgyak közé tartozott. Még a humán gimnáziumokban is viszonylag magas óraszámban tanították, s amellett, hogy a kötelező érettségi tantárgyak között szerepelt, a műszaki és természettudományi szakterületekre, sőt az orvosi egyetemekre is felvételi tantárgy volt.

1972-ben központi párthatározott döntött a hagyományos általános iskolai és a gimnázium oktatás megújításáról. Ennek eredményeként új tantervek készültek és a gimnáziumokban emelt óraszámú „szakosított tantervű" (tagozatos) osztályok indítására nyílt lehetőség. A jelentősen megemelt óraszám lehetővé tette, hogy a tanterv a fizika fejlődésének történeti útját követve a mechanika, a hőtan, majd az elektrodinamika fejezeteit a korábbi hagyományos tananyagot kibővítve, kísérleti alátámasztással, tanulói mérésekkel, szemléletformáló feladatokkal kiegészítve tárgyalja. A modern fizika feldolgozása szintén a megismerés történeti útját követte a klasszikus atomelmélettől eljutott az atom vázlatos kvantummechanikai tárgyalásáig, a magfizikában a radioaktivitástól a magreakciókon át az elemi részecskékig, és a tömeg – energia egyenértékűségéig. A „Tagozatos Könyvek" tartalma sokáig etalon volt a tanárjelöltek felkészítésében és kiváló fizikusok nemzedéke nőtt fel rajtuk. Az iskolai tanári könyvtárakban esetleg még fellelhető tagozatos tankönyvek ma is hasznos segítséget jelenthetnek a szaktanárok számára.

2. ábra. Tagozatos gimnáziumi fizika tankönyvek (Szerzők: II. oszt. Párkányi László, III. oszt. Párkányi László, Soós Károly, IV. oszt. Főzy István, Holics László, Jánossy Lajos).

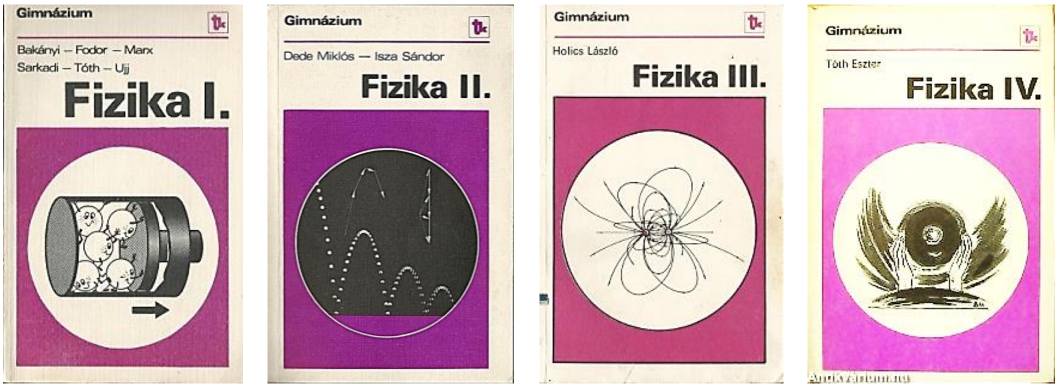
Oktatási kísérlet az MTA támogatásával

1972-ben központi párthatározott döntött a hagyományos általános iskolai és a gimnázium oktatás tartalmi megújításáról. Ennek alapján az MTA támogatásával oktatási kísérlet indult a hagyományos gimnáziumi fizika tananyag megújítására. Marx György vezetésével folyó kutató-fejlesztő munkának kettős célja volt: egyrészt a modern fizikai ismeretek hangsúlyos és szemléletformáló bevezetése a gimnáziumi oktatásba, másrészt a fizika és a társ-természettudományos tantárgyak (kémia, biológia) integrált tanítási lehetőségeinek kipróbálása. A kísérleti anyagban hangsúlyos szerepet kapott a statisztikus fizika, a kvantummechanika és a magfizika, mindenütt kiegészítve a lehetséges kémiai, biológiai alkalmazásokkal.

A kísérleti tananyag már indulásában eltért a hagyományos gyakorlattól. A szokásos mechanikával való kezdést a 10. évfolyamon megelőzte a gimnázium első osztályában (mai szóhasználattal 9. évfolyamon) indított új integrált tantárgy, ami a természettudományokhoz általános anyagszerkezeti és energetikai alapot kívánt adni. A tematikus fizikatanítás a második osztályban a mechanika újszerű feldolgozásával kezdődött, majd harmadik osztályban az elektrodinamikával folytatódott a korábbi tagozatos tankönyv felépítése szerint. A negyedikes tananyag a statisztikus fizika elemi, de nem könnyen követhető tárgyalásával indult, majd a kvantummechanika szemléletével tárgyalta az atomfizika hagyományos témáit, bővítve azokat kémiai, biológiai kitekintéssel.

Az oktatási kísérlethez önkéntesen csatlakozó tanárok számára rendszeres továbbképzéseket, nyári iskolákat, nemzetközi konferenciákat tartottak, kísérleti tankönyvek, tanári segédanyagok készültek, új demonstrációs kísérletek, tanulói mérések kifejlesztésére is sor került. A sikeresnek induló kísérlet elismerését jelentette az oktatásirányítás újabb párthatározaton alapuló döntése, amivel a kísérleti tantervet az ország minden iskolája számára kötelezővé tette. A kötelező új tantervhez, a kísérleti segédanyagok továbbfejlesztésével új tankönyvek, munkafüzetek, tanári segédkönyvek készültek.

Az új tankönyvek érdeme, hogy a modern fizika számos érdekes témáját az iskolában korábban nem tanított új, elemi tárgyalásban közelítette meg, sok addig nem használt jó kísérletet, mérést tett közismertté a tanárok között, és a mikrofizika mellett a statisztikus fizika alapjainak elemi tárgyalására is kísérletet tett. A gimnázium négy évfolyamára íródott tankönyvek ma is hasznosak és egyaránt ajánlhatók szaktanárok és fizika tanárjelöltek számára.



3. ábra. MTA támogatásával készült kísérleti tankönyv sorozat.

A négyosztályos gimnázium első osztályában (mai megnevezéssel 9. évfolyam) a fizikai és kémiai kísértekre alapozva az anyag atomos szerkezete (gázok, folyadékok, szilárd anyagok golyómodellje), és a szerkezet kinetikus és energetikai vonatkozásai adták a tananyagot. A heti négy órás tantárgy tematikája és döntően tanulókísérletekre alapozó gyakorlata alapvetően eltért a magyar közoktatás korábbi gyakorlatától. A tankönyv szerzői: Bakányi Márton, Fodor Erika, Marx György, Sarkadi Ildikó, Tóth Eszter és Új János.

A második (mai 10.) évfolyamon a klasszikus mechanika újszerű tárgyalása következett. (Dede Miklós és Isza Sándor szakmailag kiváló, de a diákok többségének befogadási szintjét jelentősen meghaladó könyvét sok kritika érte.

A harmadik osztályos tankönyvet Holics László írta. A korábbi tagozatos könyvek anyagára alapozva az elektrodinamika alapjelenségeitől indulva, és gyakorlati alkalmazások sorát bemutatva eljutott a Maxwell-egyenletek egyszerűsített megfogalmazásáig, illetve az elektromágneses hullámok elméleti és gyakorlati sajátságainak bemutatásáig. A tankönyv elvárásai – a szakmai igényesség ellenére – jelentősen meghaladták az átlagos gimnazista absztrakciós szintjét.

A negyedik osztályos tankönyv (szerző Tóth Eszter) a statisztikus fizika alapfogalmaival indult, tárgyalta a Boltzmann-féle energia-eloszlást és az eloszlás fizikai és kémiai alkalmazásait, bevezette az entrópia statisztikus fizikai fogalmát és értelmezte a termodinamika II. főtételét. A statisztikus fizika tananyag, bár szemléletességre törekedett, merőben új szemlélete és talán a tanárok háttértudásának hiánya miatt szinte taníthatatlan volt. Ezután következett az atomfizika kvantummechanikai szemléletű feldolgozása, majd a magfizika újszerű tárgyalása, és asztrofizika. A magfizika témakörében kiemelt hangsúly kapott a magreakciók tárgyalása és gyakorlati vonatkozásai.

Az oktatási kísérlet negyedikes tananyaga az első évhez hasonlóan nem rendelkezett előzményekkel a magyar közoktatásban. A radikális újítások természetesen szakmai vitákkal jártak. Sokan lelkesedtek az új programért, míg mások túl absztraktnak és széles körben nehezen taníthatónak ítélték meg. A kísérletként még sikeres program általános és kötelező tantervi bevezetése súlyos hiba volt. Hiba volt figyelmen kívül hagyni, hogy a tananyag jelentős része meghaladta az átlagos gimnazista absztrakciós szintjét, a szaktanárok többsége nem rendelkezett az új anyagrészek eredményes integrált szellemű tanításához szükséges biztos háttértudással, és az iskolák többségének nem volt meg a tantervi alapkísérletekhez szükséges felszereltsége sem. Nehezítette az új tanterv elfogadását az is, hogy az egyetemek továbbra is a klasszikus felvételi anyagot várták a jelentkezőktől, nem tartottak igényt a modern fizikai ismeretek megalapozására és az érettségi-felvételi követelményrendszere sem változott a tantervvel összhangban. A megszokott tananyag radikális megváltoztatása a szaktanárok jelentős részét elbizonytalanította és rendkívüli felkészülési munkát rótt rájuk. A változtatást a szülők többsége, sőt a műszaki értelmiségi társadalom sem támogatta. (A sikeres mérnökként dolgozó szülők, azzal szembesültek, hogy jószerével nem is értik a gyerek házi feladatát, nemhogy segíteni tudnának benne.)

A rendszerváltáshoz közeledve a korábbi merev oktatásirányítás is fokozatosan fellazult. Így "közkívánatra" engedélyezték alternatív tankönyvek, majd tantervek megjelenését, ami néhány év alatt a reform előtti időkhöz képest is visszalépést eredményezett a gimnáziumi fizikatanításban.

A természettudományos tantárgyak integrálásának kérdése

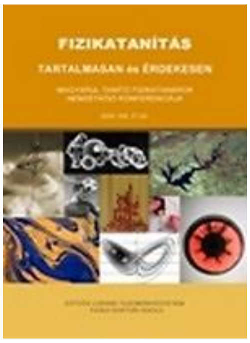
A XX. század alapvető átalakulásokat hozott a természettudományos világképünkben. Az egyes természettudományok közti éles határok elmosódtak A fizikában feltárt alaptörvényekről beigazolódott, hogy azok nem csak a viszonylag egyszerű fizikai rendszerekben, de az összetett struktúrákban, az élő természetben egyaránt érvényesek. A modern fizika vizsgálati módszerei, méréstechnikája a társ-természettudományokban is forradalmi eredményekre vezettek (gondolhatunk itt például a DNS szerkezetének és ezzel a biológiai reprodukció lényegének megfejtésére, ami a diffrakciós szerkezetvizsgálat eredménye, vagy a számítógépes képalkotással forradalmasított orvosi diagnosztikára, stb.). A természettudományok közti éles határok elmosódtak, sőt interdiszciplináris határtudományok alakultak ki.

A természet rendkívül összetett, de mégis egyetlen egységes rendszer. Ez a fontos és alapvető tény diákjaink jelentős részében nem realizálódik, számukra tantárgyak vannak, amelyek között nem feltétlenül veszik észre a kapcsolatokat. Ugyanígy nem mindig tudatosul bennük, hogy a természettudományos tantárgyak hétköznapjaink jelenségeiről szólnak. Az egységes természettudományos szemlélet, gondolkodásmód kialakításához környezetünk természeti jelenségeinek, a technikának és a hétköznapokban használt anyagok tulajdonságainak összekapcsolására van szükség. A természet egységének bemutatása a XX. közepe óta foglalkoztatja a természettudományok és a pedagógia szakembereit, idehaza és világszerte egyaránt.

Az integráló természettudományos oktatás első magyar apostola Németh László író, aki a II. világháborút követő években ilyen módon tanított a hódmezővásárhelyi Bethlen Gábor Református Gimnáziumban.

WWW

Németh Judit: *Németh László és a természettudományos oktatás*



„Fizikatanítás tartalmasan és érdekesen” – magyar nyelven tanító fizikatanárok nemzetközi konferenciája, ELTE Fizika Doktori Iskola kiadványa 2010. Budapest

http://fiztan.phd.elte.hu/letolt/konfkotet2009.pdf

WWW

Németh László levele Marx Györgyhöz

http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/rovatok/huhogok/nemeth.html

Az integrálásnak két alapvetően különböző módja lehetséges. Az egyik, ahol nincsenek deklaráltan elkülönítve az egyes természettudományos szakágakhoz tartozó tartalmak, módszerek. A hagyományos természettudományos tantárgyak (biológia, fizika, kémia, természetföldrajz) helyett integrált tantárgyként „Természetismeret” (Science) szerepel.

Az alapozó oktatás szintjén általánosan elfogadott az integrált oktatásnak ez a formája. Az általános iskola alsó tagozatán évtizedek óta ilyen tantárgy a „Környezetismeret”, illetve a 2000. évi tantárgyi reform óta az 5. és 6. évfolyamon tanított „Természetismeret”. Magasabb évfolyamokon az integrált tantárgy bevezetésének legnagyobb akadálya a megfelelően képzett tanárok hiánya. Az érettségire és ezzel a szakirányú továbbtanulásra felkészítő gimnáziumban a szaktárgyakban magasan képzett pedagógusokra van szükség. A szaktudományosan igényes három szakos (fizika, kémia, biológia) tanárképzés a jelenlegi keretek közt irreális elvárás lenne. Ettől függetlenül a NAT, a műveltségi területen belül iskolai hatáskörbe utalja a tantárgyak meghatározását, így az integrált természettudományos oktatás bevezetését is. Vannak olyan középiskolák – pl. a reformpedagógiai Montessori-módszert alkalmazó Alternatív Közgazdasági Gimnázium –, ahol a hagyományos tantárgyak helyett ún. „epochális" (időszakokra tömbösített) formában természetismeretet tanítanak. Tény azonban, hogy az ilyen módszerrel oktatott középiskolások között nem gyakori a műszaki-természettudományos továbbtanulás.

Az integrálás másik lehetséges megoldása, ha megtartjuk a hagyományos tantárgyi szerkezetet, de kiemelt figyelmet fordítunk a közös tartalmakra. Ezt *integrált szellemű* természettudományos oktatásnak nevezhetjük.

A természettudományok integrálásának módszerei a hagyományos tantárgyi struktúrában tanító gimnáziumokban.

Részletek >>>

Konstruktivista pedagógia hatása a fizika tanítására

A pedagógia új, Magyarországon is terjedő divatos irányzata a XX. sz. végén alakult ki és a posztmodern konstruktivista filozófia pedagógiai alkalmazásán alapul. Alaptételével, ami szerint az igazi tudás, csak személyes kognitív aktivitással szerezhető meg, minden igazi pedagógus egyetért. Ezt jelzi a magyar nyelvben a tanulás szinonimájaként régóta használt „elsajátítás" kifejezés is. A konstruktivista fizikatanítás problémája, hogy az alapjául szolgáló tudomány-felfogás nem egyezik a természettudományok önmeghatározásával, ezért még hasznos elemei is azonnal szakmai viták kereszttüzébe kerülnek. A felfogás további problémája, hogy követői gyakran feladják a tanulói gondolkozás határozott irányítását, mindent a diákokkal akarnak felfedeztetni, s ezzel esély sem marad a tantervi időkeretek betartására.

A konstruktivista pedagógia számos reformpedagógiai kezdeményezést átvett és továbbfejlesztett. A konstruktivista pedagógiára épülő szakmódszertani kutatások érdeme, hogy felhívta a figyelmet a természeti jelenségekkel kapcsolatos kisgyerekkori spontán elképzelések (ún. „prekoncepciók") jelentőségére a későbbi fizikatanítás szempontjából. Empirikus vizsgálatok sorával sikerült kimutatni, hogy az iskolai fizikatanításban általában ott jelentkeznek problémák, ahol a tananyagban szereplő fizikai magyarázat a kisgyermekkori elméletekkel ütközik. A fizikatanítás fontos feladata, hogy megtalálja a hatékony módját annak, hogy a diák meggyőződjön korábbi nézeteinek ellentmondásairól és önként lecserélje azokat a jobb fizikai magyarázatra. Ekkor beszélhetünk „fogalmi váltás"-ról. A tapasztalatok szerint ez nem egyszerű feladat, és gyakran nem is sikerül, illetve nem sikerül maradéktalanul. Ez utóbbi esetben a korábbi gyermeki elképzelés és a fizikai magyarázat elemei keverednek, és ez az alkalmazások (pl. feladatmegoldás) során problémákat, megértési nehézségeket okoz. A tipikus prekoncepciókkal és a hozzájuk tartozó fogalmi váltás nehézségeivel a fizika tanítás egyes tematikus egységeinek részletes tárgyalása során foglalkozunk.

5. A közoktatás, mint országos rendszer

Magyarországon már több mint ezer éve működnek iskolák, köztük több híresen jó iskola is, országos oktatási rendszerről azonban alig több mint 200 éve (Mária Terézia által 1777-ben kiadott Ratio Educationis óta) beszélhetünk. Az iskolák rendszerbeli működése azt jelenti, hogy azonos szervezési keretek közt különböző korú gyerekek, fiatalok számára léteznek iskolák, amik nem csupán a diákok korosztályában különböznek, de képzési célkitűzésükben, tananyagukban és módszereikben is. A képzést iskolatípusonként tanterv rögzíti, a végbizonyítvány követelményei is rögzítettek. A különböző iskolák közti átlépés feltételei szintén szabályozottak. A magasabb szintű iskolába a belépés feltétele az előírt alacsonyabb szintű iskolatípus eredményes elvégzése. Államilag szervezett iskolarendszer esetén bizonyos fokozatú iskolák elvégzése követelmény egyes állami állások betöltésénél. Az oktatási rendszer mindig a kor követelményeivel összhangban változik. Változnak az iskolatípusok, a képzési idő, a tanterv, stb. Nem változhat azonban az, hogy az iskolák szervezett és megtervezett rendszerben áttekinthetően és a kor követelményeinek megfelelően működjenek. A közoktatás rendszerszerű felépülését, működésének rendjét törvény (aktuálisan a Köznevelési Törvény) rögzíti.

5.1. Az oktatási rendszer szabályozása

Az oktatás megszervezésén és megtervezésén túl a rendszer hatékony működése folyamatos ellenőrzést és szabályozást igényel. A rendszerszabályozás általános elmélete megkülönböztet bemeneti szabályzást, folyamati szabályzást és kimeneti szabályozást. Ez a hármas szabályozás az oktatási rendszerre is jellemző.

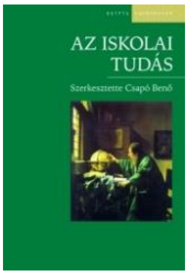
A *bemeneti szabályozó* a tanterv. A tanterv felmenő rendszerben rögzíti, a nevelő-oktató munka célját, a fejlesztési feladatokat és az ezekkel szoros kapcsolatban lévő tananyagot. A tantervi szabályozás többszintű. Az oktatás központi bemeneti szabályozását a *Nemzeti alaptanterv* (NAT) és az iskolatípusokra lebontott *kerettantervek* biztosítják. Az egyes iskolák pedagógiai programja és helyi tanterve az adott iskolatípusra kiadott kerettantervek valamelyikére épül. A *helyi tanterv* tovább bontja, részletezi és az iskola lehetőségeit figyelembe véve kiegészíti a kerettantervet. A szaktanár a helyi tanterv alapján elkészített, az adott osztályra szabott *tanmenettel* tervezi meg éves munkáját, majd az egyes tanórák megtervezéseként *óravázlatokat* készít. A bemeneti szabályzás tantervi szintjeit alább részletezzük.

A hatékony működés feltétele a folyamat közben megvalósított folyamatszabályzó ellenőrzés. Az iskola belső folyamatellenőrzésében fontos az iskolavezetés, vagy akár a szakos kollégák kölcsönös óralátogatása, a tapasztalatok közös megbeszélése. A belső folyamatellenőrzési folyamat fontos része a tanulók vonatkozásában a témazáró dolgozatok íratása és az órai feleltetés is.

Az iskolai oktatás folyamatellenőrzése feladata a központi oktatásirányításnak és a tankerületek vezetésének is. Az ellenőrzés történhet országos vagy régiós tudásfelmérő tesztekkel, de intézménylátogatás keretei közt is. Az utóbbiban fontos szerepe van a szaktanácsadói/szakfelügyeleti rendszer működtetésének is.

Csapó Benő: Az iskolai tudás

Ajánlott szakirodalom sok természettudományos vonatkozású példával



http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/iskolai-tudas-eloszo/adatok.htm

Az oktatási folyamatellenőrzés nemzetközi szinten is működik. Magyarországon ilyen célú vizsgálat az iskoláinkban időközönként ismétlődő PISA és a TIMS felmérés. Ezek eredményei fontos nemzetközi viszonyítást adhatnak az iskoláink működéséhez.

Mit vizsgálnak a nemzetközi felmérések (TIMS, PISA)? Hogy teljesít ezek tükrében Magyarország?

Részletek >>>

A rendszerszabályozás talán a leghatékonyabb formája a „kimeneti szabályozás”. Az iskolarendszerben a képzés eredményességének igazi mutatója az, hogy a végzettek a megszerzett tudást mennyire tudják felhasználni az iskola után. Az általános iskola esetén ez azt jelenti, hogy az adott iskolából milyen arányban kerülnek be, és állnak helyt a diákok a választott középiskolákban. A szakképzés színvonalát a volt diákok elhelyezkedése minősíti a munkaerőpiacon. A gimnáziumot az érettségi eredmények és a továbbtanulók aránya értékeli. Az az iskola, amelyik nem tud megfelelni a vele szemben fennálló társadalmi elvárásnak, előbb-utóbb elnéptelenedik és megszűnik. A kimeneti szabályzók közül a középiskolai érettségi abban különbözik a többi példától, hogy jól körülhatárolt pedagógiai mérésen alapul. Az érettségi vizsga szaktárgyi követelményrendszere az oktatást felügyelő miniszter által kiadott rendeletként egyértelműen megfogalmazott kompetenciákat és tudástartalmat vár el a vizsgázótól.

5.2. A közoktatás tantervi (bemeneti) szabályozásának rendszere

5.2.1. Nemzeti alaptanterv (NAT)

A Nemzeti alaptanterv korszerű műveltségideál felrajzolásával megfogalmazza a közneveléssel és közoktatással kapcsolatos elvárásokat, a nevelő-oktató munka célját jelentő értékeket, műveltségképet, tudás- és tanulásértelmezést. A NAT jogi szempontból kormányrendelet, amit a mindenkori miniszterelnök ír alá. Érvényessége öt évre szól, ennek elteltével felülvizsgálják, és szükség esetén módosítják. A NAT a közoktatás fontos szabályzója, de közvetlenül az alapján tanítani nem lehet, a dokumentum a gyakorló pedagógus számára információs jelentőségű. A NAT feladata, hogy közös alapot adjon az iskolai munkát közvetlenül szabályozó kerettanterveknek, valamint az egyes iskolák pedagógiai programjának és helyi tantervének elkészítéséhez.

Formailag két nagy részre oszlik. Az első rész *„Az iskolai nevelő-oktató munka tartalmi szabályozása és szabályozási szintjei”* cím alatt megfogalmazza a köznevelés feladatait, összefoglalva az iskolai munka célját jelentő értékeket. A NAT ezután meghatározza, a kerettantervek és a helyi szintű tantervek kapcsolódási rendszerét és az egyes tantervi szintek szerepét az iskolai munka szabályozásában. A NAT második nagy fejezete a „*Kompetenciafejlesztés, műveltségközvetítés, tudásépítés*” címet viseli. Ebben a részben találhatók a fizika tanítását közvetlenül érintő tartalmak is.

WWW

2012-től hatályos Nemzeti alaptanterv

http://www.ofi.hu/nemzeti-alaptanterv

A NAT az iskolai nevelés-oktatás pedagógiai tartalmát ún. „műveltségi területekre” lebontva, a fejlődéslélektan által meghatározott életkori szakaszokhoz illeszkedő felbontásban tárgyalja. A dokumentumból kiemelt táblázat a 2012. évi NAT műveltségi területeit, a területek százalékos súlyára tett javaslatot, évfolyamok összevonásával jelzett oktatási szakaszokra lebontva mutatja.

Műveltségi területek	**1–4.**	**5–6.**	**7–8.**	**9–10.**	**11–12.***
Magyar nyelv és irodalom	27-40	15-22	10-15	10-15	10
Idegen nyelvek	2-6	10-18	10-15	12-20	13
Matematika	13-20	13-18	10-15	10-15	10
Ember és társadalom	4-8	6-10	10-15	8-15	10
Ember és természet	4-8	6-10	15-20	15-20	10
Földünk – környezetünk	–	2-4	4-8	5-8	–
Művészetek	14-20	10-16	8-15	8-15	6
Informatika	2-5	4-8	4-8	4-8	4
Életvitel és gyakorlat	4-8	4-10	4-10	4-8	–
Testnevelés és sport	20-25	20-25	15-20	14-20	15

* Csak a minimális százalékos arány.

A fizika szaktárgyhoz kapcsolódó fejlesztési és tartalmi feladatok az „Ember és természet” műveltségi terület részét képezik (együtt a biológia és a kémia szakterületekkel). A műveltségi területen belül a NAT nem határozza meg különböző természettudományos diszciplínák tanításának kereteit és időarányait sem. A kerettantervek, illetve az iskolák helyi tantervei döntenek a tartalmak tantárgyakba sorolásáról és időkereteiről (óraszámokról). Ez megengedi, hogy az iskolák akár a természettudományos tárgyak összevont, integrált oktatását válasszák. A NAT az iskolai nevelő-oktató munka feladatait általánosan az ún. „kulcskompetenciák” kialakításában határozza meg. Ezeket a műveltségterületenként megfogalmazott speciális kompetenciák fejlesztése egészíti ki.

A NAT oktatásfejlesztő pedagógusoknak szánt sajátos szakszöveg, terminológiájának értelmezését azzal segítjük, hogy csatoljuk a leggyakrabban használt szakkifejezések rövid értelmezését.

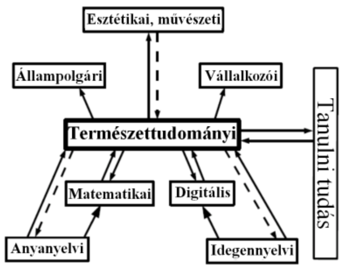
Részletek >>>

A NAT-ban felsorolt kulcskompetenciák:

Anyanyelvi kommunikáció
Idegen nyelvi kommunikáció
Matematikai kompetencia
Természettudományos és technikai kompetencia
Digitális kompetencia
Szociális és állampolgári kompetencia
Kezdeményezőképesség és vállalkozói kompetencia
Esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőkészség
A hatékony, önálló tanulás

A kulcskompetenciákat kiemelése jelzésértékű. Felhívja a figyelmet az általuk jelölt tartalmak fontosságára és arra, hogy fejlesztésük nem köthető egyetlen tantárgyhoz, vagy műveltségi területhez. A fizika tanítása során például természetesen fejlesztjük az anyanyelvi kommunikációt, a matematikai, a digitális és tanulási kompetenciát, de bizonyos esetekben a kezdeményezőképességet, a szociális képességeit (pl. csoportmunka) és az idegen nyelvek használatát (szakirodalom) is.

A természettudományos kompetencia természetes kapcsolatrendszere más kulcskompetenciákkal, részkompetenciák, speciális természettudományi készségek



Részletek>>>

„Ember és természet” műveltségi terület a NAT-ban

A fejezet a műveltségi terület jelentőségét hangsúlyozó és a célokat kitűző bevezetés után a meghatározza az egész tudományterületre egységesen vonatkoztatott fejlesztési feladatokat:

1. Tudomány, technika, kultúra
2. Anyag, energia, információ
3. Rendszerek
4. A felépítés és a működés kapcsolata
5. Állandóság és változás
6. Az ember megismerése és egészsége
7. Környezet és fenntarthatóság

A NAT a közismereti tartalmakat először a fejlesztési feladatok fenti szempontrendszere szerint, az oktatási szakaszok szerinti bontásban, de a hagyományos tantárgyi struktúra szerint nem elkülönítve határozza meg. Megjegyezzük, hogy a fejlesztési feladatoknak ez a csoportosítása az eddigi szabályozástól eltérő új eleme a NAT-nak. Még inkább szokatlan, hogy a közoktatási tartalmak is ebben a csoportosításban jelennek meg. Ez az oka, hogy az MTA javaslatára a NAT a tartalmakat a hazai hagyományoknak megfelelő tantárgyi bontásban (biológia, fizika, kémia) is összefoglalja.

5.2.2. Kerettantervek

A központi tantervi szabályozás második lépcsőjét a kerettantervek jelentik. A kerettantervek iskolatípustól (pl. szakközépiskola, gimnázium) sőt az egyes iskolák sajátos jellegétől függően (pl. tehetséggondozás) eltérőek lehetnek. A központi oktatásirányítás tantárgyi szintre lebontott kész kerettantervet, illetve kerettantervi változatokat kínál az iskoláknak. Ezen túl elvileg megvan a lehetősége annak, hogy iskolák csoportjai, esetleg egyes sajátos programmal működő iskolák is saját kerettantervi javaslatokat nyújtsanak be. Amennyiben a benyújtott kerettanterv megfelel a hatályos NAT-ban foglaltaknak, miniszteri rendelet engedélyezi a használatát.

A kerettanterv meghatározza a különböző műveltségi területekhez kapcsolt tantárgyakat, a tantárgyak évfolyamokra történő beosztását és az óraszámokat. A kerettantervekben a NAT által megfogalmazott fejlesztési feladatokat (szükség esetén tovább bontva és konkretizálva), továbbá a közismereti tartalmakat, tantárgyakhoz kapcsolva, és a NAT oktatási szakaszainak megfelelő bontásban kell megadni. A tantárgyi tartalmak megfogalmazásakor a különböző kerettantervek eltérhetnek az egyes részterületek hangsúlyában, a feldolgozás ajánlott módjában, a tanulói tevékenységformákban. Érdemes megjegyezni, hogy a kerettantervi összóraszám nem érheti el az adott évfolyamra központilag egységesen maximált óraszámot. A különbségként jelentkező óraszám tetszőleges felhasználásáról a helyi tanterv határoz. Ez lehetőséget ad akár új, helyi tantárgy bevezetésére, vagy akár egyes tárgyak óraszámemelésére is. Mozgásteret biztosít a kerettanterv az egyes tantárgyak órakeretének kitöltésekor is. A kerettantervi tartalmak az egyes tantárgyak évi óraszámának 10 %- át nem fedhetik le, annak kitöltéséről a helyi tanterv dönt.

Az aktuális NAT-hoz ajánlott, illetve engedélyezett kerettantervek publikusak, bárki által hozzáférhetőek. A minisztérium honlapján gimnáziumok számára három ajánlott fizika tanterv érhető el.

WWW

Kerettantervek

http://kerettanterv.ofi.hu/index.html

A „*Fizika A változat*" kerettanterv a fizika iránt kevéssé érdeklődő diákok számára íródott, és nem kitűzött célja az érettségire, illetve a felsőfokú szakirányú továbbtanulásra történő felkészítés. A hangsúly a fizikai ismeretterjesztésen, a fizika érdekességeinek és hétköznapi alkalmazásainak bemutatásán van. Az újszerű tartalomcsoportosítás és a feldolgozás módja lényegesen eltér a korábbi, hagyományosan diszciplinárisan építkező fizikatanítás gyakorlatától.

A *„Fizika B változat"* kerettanterv a hazai fizikatanítás hagyományain építkező tematikus tanterv, ami megváltoztatott hangsúlyaival és új módszerek ajánlásával vállalja, hogy az alapóraszámban megalapozza a diákok felkészülését a szabadon választható szaktárgyi érettségire és a szakirányú továbbtanulásra is.

Az „*Emelt fizika*" kerettanterv emelt óraszámban foglalkozik a műszaki-természettudományos érdeklődésű diákokkal, a bővített tartalom mellett cél a továbbtanulásra, illetve az ennek feltételét adó fizika érettségire történő felkészülés. (A tehetséggondozó kerettanterv mintegy 5-tel megnövelt óraszámát az iskolának a helyi tantervében kell kigazdálkodnia.)

(A *„Fizika B változat"* és az *„Emelt fizika"* kerettantervek a Magyar Tudományos Akadémiával való együttműködés keretében készültek.)

5.2.3. Az iskola helyi tanterve

Az iskolák a NAT szellemiségének megfelelően, a választható kerettantervet alapul véve készítik el pedagógiai programjukat és helyi tantervüket. A helyi tanterv a szaktárgyi kerettantervekből válogatva is összeállítható, de ebben az esetben a tantárgyak közti kereszttantervi tartalmakat külön is át kell gondolni. A szaktárgyi kerettantervek kiválasztásánál az iskolavezetés a szaktanári munkaközösségek és a szülők véleményét is figyelembe veszi. A pedagógiai programot a tantestület vitatja meg és fogadja el, a fenntartó egyetértésével. Az iskola helyi tanterve az iskola adottságait, a szülők igényeit figyelembe véve aktualizálja, illetve egészíti ki a kerettantervi tartalmakat. A helyi tanterv határozza meg a tantárgyak tényleges óraszámát, dönt a kerettantervi szabad órakeret felhasználásáról. A helyi tantervek szaktárgyi fejezete a helyi viszonyok figyelembevételével véglegesíti, ill. pontosítja a kerettantervi ajánlásokat. A kerettanterv két éves oktatási szakaszokra bontva adja meg a feldolgozandó tartalmakat és az egyes témakörök hangsúlyának jelzésére részóraszámokat is ajánl. A helyi tanterv a két éves intervallumon belül megváltoztathatja a kerettantervi témák sorendjét (ha például ezt a tantárgyak összehangolása indokolja), de módosíthatja az ajánlott óraszámokat is. A szaktárgyi éves óraszám 10% -át a kerettanterv nem tölti ki, erről szintén a helyi tanterv dönt. Így pl. a helyi fizikatanterv rögzítheti, hogy a 7-8. évfolyam szabad órakeretét iskolán kívüli használja fel (pl. erdei iskola keretei közt, szabadban végrehajtható mérésekre, a 11 évfolyamon pedig az osztályokat összevonva a Paksi Atomerőmű meglátogatására). De természetesen dönthet úgy is, hogy a szabad óraszámot a legnehezebbnek bizonyuló témakörök bővítésére használja fel, vagy a témazárót előkészítő gyakorlásra fordítja. A helyi tantervnek figyelembe kell venni az iskola adottságait. A fizikatantervet úgy kell véglegesíteni, hogy a fizikaszertár műszerezettségével, demonstrációs eszközparkjával, a meglévő tanulókísérleti összeállításokkal, a számítógép-ellátottsággal, a rendelkezésre álló IKT eszközökkel valóban megvalósítható legyen. Gimnáziumban a helyi tanterv a fakultatív tehetséggondozó foglalkozások tantervét is tartalmazza.

A szaktanárok az egyes osztályok tanítási munkájának tervezésére ún. „*tanmenetet”* készítenek. A tanmenet az adott osztály összetételét, érdeklődési körét figyelembe véve tovább aktualizálja (ha kell, a körülményeknek megfelelően kiegészíti, vagy szűkíti) a tartalmakat, fejlesztési feladatokat. A tanmenet elkészítésénél az osztály heti órarendje, a tanév egészének beosztása is fontos figyelembeveendő tényező. Például a téli szünet előtti hétre a rutinos tanár nem tervez mély megértést kívánó új anyagot, az erdei iskola előtt hagy néhány órát a program szaktárgyi előkészítésére, stb. A tanárok által saját maguknak előre elkészített tanmenet fontos segítség a rendelkezésre álló órakeret arányos kihasználására. Természetesen váratlan körülmények okozhatnak némi óraelcsúszást a tanmenetben tervezetthez képest, de ez néhány hét alatt korrigálható.

A oktatási folyamat elemi egységének tekinthető tanórának is megvan a „bemeneti szabályzója” – ez az óravázlat. Az óravázlatban a gondos tanár előre eltervezi az óra levezetését, az időt felosztja a különböző tevékenységek és a feldolgozandó tartalom közt. Így végiggondolja a számonkérés módját és tartalmát, az új anyag bevezetésének módját, a feldolgozás egyes lépéseit, rögzíti az előzetesen kipróbált kísérlet adatait, megtervezi a táblavázlatot, stb. Minél gyakorlatlanabb a tanár, az óravázlat annál részletesebb.

5.3. Az érettségi vizsga, mint a középiskolai oktatás kimeneti szabályzója

Az érettségi bizonyítvány a köztudatban azt tanúsítja, hogy megszerzője a kor követelményeinek megfelelő általánosan elvárt műveltséggel rendelkezik. Sajnos ez jelenleg nem így van. Az érettséginek nem része a természettudományos-technikai műveltségkör mindenkire kiterjedő vizsgálata, annak ellenére sem, hogy a mindennapi életvitelünk egyre jobban kötődik a technikai eszközökhöz, a környezettudatos magatartás pedig létkérdés a modern társadalmak számára. A NAT „Ember és természet” műveltségi területe egységesen hiányzik a kötelező érettségiből, csak a szabadon választható tárgyak közt szerepel a biológia, a fizika és a kémia.

Az érettségi hagyományosan az általános kultúrát közvetítő középiskolák országosan egységes (standard) záróvizsgája. A sikeres érettségi vizsgának és eredményének néhány évtizede még komoly jelentősége volt a továbbtanulás, illetve a munkába állás szempontjából egyaránt. Mára a munkaerő-piaci értékét elvesztette, de a szerepe a továbbtanulás szempontjából meghatározó maradt. Ez utóbbi miatt az eredményes felkészítés érettségire társadalmi elvárás a középiskolával szemben. Az iskola munkájának megítélésében a központilag szervezett és ellenőrzött érettségi vizsgáknak döntő szerepe van. A középiskola oktatási munkáját az érettségi vizsgakövetelmények döntően meghatározzák.

Az érettségi vizsgák szabályozása és ehhez csatlakozva a követelményrendszere is a mindenkori NAT-tal, illetve a kerettantervekkel együtt változik. Az érettségit az oktatást felügyelő miniszter rendeletben szabályozza. A jelenleg hatályos szabályozás szerint az érettségi kétszintű vizsga, ami a kötelező, kötelezően választható és szabadon választható tantárgyak tudásanyagának és fontos kompetenciáinak számonkéréséből áll. A vizsgázó döntésén múlik, hogy a kötelező tantárgyak mellé a kötelezően választhatók közül (pl. idegen nyelvek) és a szabadon választhatók közül milyen tantárgyakat választ, továbbá, hogy mely tárgyakból kíván középszintű, illetve emelt követelményszint szerint vizsgázni. A diákok többségének döntését továbbtanulási szándéka és iránya határozza meg. A tapasztalatok szerint a fizikát csak az érettségiző középiskolások csekély hányada választja érettségi tárgyként, és még sokkal kevesebben vannak azok, akik az emelt szintű vizsgát is vállalják. Az okok vizsgálata meghaladja e jegyzet lehetőségeit.

A fizika érettségi vizsga menetét és követelményeit, mindkét szinten, miniszteri rendelet határozza meg. Az érettségi vizsga lefolyásának rendje és követelményrendszere publikus, bárki számára hozzáférhető.

WWW

A fizika érettségi vizsga (közép és emelt szinten) leírása

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2012/fizika_vl.pdf

WWW

Érettségi vizsgakövetelmények fizikából (közép és emelt szint)

http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2012/fizika_vk.pdf

A hatályos rendelet szerint a fizika érettségi vizsga mindkét szinten két részből áll, írásbeli dolgozat elkészítéséből és bizottság előtt letett szóbeli vizsgából. Mindkét vizsgarész önmagában is összetett. Az írásbeli vizsga mindkét szinten a központilag megadott feladatok megoldását jelenti. A középszintű feladatlap két részből áll:

1) Feleletválasztós kérdéssor (20 kérdés).

2) A fizika négy különböző témaköréből vett, eltérő nehézségű feladat közül *3* feladat számítással történő megoldása.

Emelt szinten a feladatlap három részből áll:

1) Feleletválasztós kérdéssor (15 kérdés).

2) A fizika három különböző fejezetével kapcsolatosan megadott három téma közül egy szabadon választott téma esszé-szerű kifejtése írásban.

3) A fizika négy különböző témaköréből vett, eltérő nehézségű feladat számítással történő megoldása.

Az írásbeli dolgozatok javítása és értékelése központi utasítás szerint történik. A középszintű vizsga dolgozatainak javítása az iskolában történik, az emelt szintű dolgozatoké kijelölt vizsgaközpontokban.

A középszintű vizsga szóbeli része a központi követelményrendszer szerint, az iskolában összeállított tételsor alapján folyik. A felkészüléshez az iskola nyilvánossá teszi a vizsga témaköreit, és a témakörökhöz kapcsolt kísérletek listáját. A tételek pontos megfogalmazása előre nem publikus. Minden tétel tartalmaz egy megadott szempontok szerint kifejtendő elméleti részt, egy ehhez kapcsolódó, lehetőség szerint elvégzendő kísérletet vagy mérést, illetve ennek jellegétől függően egy ezzel összefüggő egyszerű számítást. A tétel kihúzása után a vizsgázó felkészül az elméleti anyag szóbeli kifejtésére és a rendelkezésére bocsátott eszközökkel elvégzi a kijelölt kísérletet. A szóbeli felelet során az elméleti kérdéseket kell szabad előadás formájában kifejteni és az elvégzett kísérlet eredményeiről beszámolni. A szóbeli vizsgát a vizsgabizottság központilag kiadott szempontrendszer szerint pontozza és értékeli.

Általános megjegyzés az érettségi kétszintű rendszerével kapcsolatban

Az érettségi objektív értékmérő tartalma, a standard vizsgákra jellemző, részletekbe menő szabályozás és központi ellenőrzés dacára is megkérdőjelezhető. Ennek egyértelmű oka, hogy a követelmény nem egységes, a diák dönthet arról, hogy tudását középszinten vagy emelt követelményszinten kívánja minősítetni. Mivel mindkét esetben ugyanazt a minősítési rendszert (osztályzat) használják, így ugyanaz az érdemjegy (pl. /4/-„jó”) lényegesen különböző tudást és kompetenciaszintet takar a két különböző szintű vizsgán. A helyzet hasonlítható egy olyan képzeletbeli bolthoz, ahol a tömeg mértékegységét a mindenki által hagyományosan ismert *kilogramm* jelenti, de valamilyen okból (pl. hogy ne kelljen szégyenkeznie annak, akinek csak kevesebbre telik) a gyakorlatban kétféle kilogrammal mérnek, létezik egy kis-kg és egy nagy-kg. A boltból hazatérő háziasszony kijelentése, hogy vett 2 kg kenyeret, ugyanúgy nem egyértelmű, mint azé a diáké, aki elmondja, hogy fizikából jelesre érettségizett. Természetesen az érettségi bizonyítványt részletesen tanulmányozva megtudható mely tantárgy osztályzata származott középszintű és mely emelt szintű vizsga eredményeként, a hétköznapi életben azonban a különbség elmosódik. A kétszintű érettségi fenti belső ellentmondása nyilvánvalóan abból adódik, hogy ugyanaz a vizsga két különböző szerepet akar egyszerre betölteni. Egyrészt a középiskolát lezáró, az általános műveltség szintjét értékeli, másrészt a felsőfokú továbbtanuláshoz szakspecifikusan szükséges emelt szintű tudás szintjét minősíti. A lényeget tekintve tehát két külön vizsgáról van szó. A helyzet könnyen egyértelművé tehető, ha a lényeget tekintve két különböző vizsgát a korábbi gyakorlatnak megfelelően formálisan is szétválasztanák „érettségi vizsgára” és „felvételi vizsgára”.

Bevezetés mellékletek

TÉL TAMÁS

Milyen tudomány a fizika?

Amit minden középiskolásnak tudnia kellene

> A (természet)tudományos[1] „igazság" *kizárólagos kritériuma* a kísérlet.
>
> R.P. Feynman [1]

A címben feltett kérdésre a rövid válasz: természettudomány. De hiszen ez nyilvánvaló, nem is érdemes róla beszélni, mert mindenki tudja – gondolhatná az ember. Hogy ez nincs egészen így, arra már utalt az utóbbi években szerzett néhány tapasztalatom. Tíz évvel ezelőtt elméleti mechanika órát tartottam tanár szakos hallgatók számára. Az első előadáson említettem a mottónak választott állítást. Utána odajöttek hallgatók és mondták, milyen érdekes ez, még sohasem hallották. Egyikük azt is hozzátette: „de, tessék mondani, a tanár úron kívül még ki gondolja ezt így?" Egy érettségizett, tanárnak készülő fiatal tehát nem érti, hogy a fizikaórán nem személyes vélemények hangzanak el (melyek talán valamiféle átlaga lenne a természettudományos tudás?). A fizikatanár szabadsága igen csekély – az előadóművészéhez hasonló –, hiszen a fizika objektív, a tanár legföljebb a hangsúlyokat, példákat választhatja meg ízlése szerint, nem az állításokat. A másik intő jel a Tudomány határai című könyv üzenete volt 2008-ban [2]. A szerzők célja annak megfogalmazása, mi nem számít tudománynak, mi áltudomány. Mivel azonban több száz oldalon nem kapunk választ arra, mi a tudomány, írásukat azzal zárják, azt sem lehet megmondani, mi nem tudomány. A csillagjóslás, asztrológia – melyről állítják ugyan, hogy ma nem tudomány – jövőbeli tudománnyá válását nem zárják ki, arra utalva, hogy a társadalom véleménye egyszer majd megváltozhat. Szavazáson, vagy divatirányzatokon múlna, hogy mi áltudomány? És mindezt egy végzett csillagász (az egyik szerző ugyanis az) sugallja!

Ehhez az íráshoz a végső lökést az idén megjelent Nemzeti Alaptanterv (NAT) [3] Ember és természet (a fizika, kémia, biológia) műveltségterületének tudományképe adta meg, mely *a szakma tiltakozása* [4] (az MTA-t is beleértve) *ellenére eredeti formájában maradt a rendeletben.* E szemlélet szerint az egyes tárgyak ugyanabban, az adott tudománytól idegen, a szerzők sajátos logikája által diktált szerkezetben tárgyalandók. Ezek szerint a természettudományban nem lényegesek, ill. nincsenek is természeti törvények, a tudomány fejlődése folyton változó modellek mentén történik. Az alábbiakban a fizika és a műszaki tudományok példáján – kutatói és tanári ismereteim alapján – a természettudomány működését szeretném megvilágítani. Kitérek arra is, hogy milyen szellemi irányzat állhat a NAT-ban minden előzmény nélkül most megjelent szemlélet mögött. Megmutatom, hogy *a valamikor evidens tudománykép továbbra is érvényes, és érthetetlen, hogy helyette miért kerül egészen más a közoktatásba.*

Hogyan működik a fizika (természettudomány)?

A természettudomány célja a természet megértése. Itt érdemes ismét Feynmant [1] idézni: „Mit jelent az, hogy megértünk valamit? Képzeljük el, hogy a „világ", az állandóan mozgásban levő tárgyak bonyolult elrendeződése egyetlen hatalmas sakkjátszma, az istenek játsszák, s mi csak megfigyelői vagyunk. Nem tudjuk, csupán *megfigyelhetjük* a játék szabályait. E világméretű játszma szabályai: a *fizika alapjai* (a természeti törvények – TT). Viszont ha az összes szabályt ismernénk is, akkor sem lennénk képesek megérteni, miért pont a megfigyelt sakkhúzásra került sor a játszmában – ez már túlságosan bonyolult, és értelmünk véges." A természettudós tehát elsősorban arra válaszolhat, *milyen* a világ, s nem arra, miért éppen ilyen?

A Galilei munkásságával kialakult modern természettudományos megismerés a *jelenségek* felismerésével kezdődik. Ennek érdekében a jelenséget először közvetlen tapasztalatból, vagy műszeres eszközzel, méréssel *megfigyeljük*. A megfigyelt jelenség értelmezésére *fogalmakat* vezetünk be. Amikor csak lehet, a lényegtelen körülmények elválasztása érdekében *kísérleteket* végzünk. A kísérletek azonos feltételek mellett többször ismételhetők, bárki által ellenőrizhetők, s mindez a pontosabb megértést szolgálja. Ezután *kapcsolatokat* keresünk a fogalmak között. A mennyiségi fogalmak között a kapcsolat *matematikai jellegű*. E feltételezett kapcsolatok megtalálása újabb megfigyelésekkel, kísérletekkel történhet. A fogalmak között először hipotetikus kapcsolatok fogalmazódnak meg. A versengő hipotézisek közül kiesik az, amely következetesen ellentmond a megfigyeléseknek, kísérletnek. A végül érvényben maradó letisztult kapcsolatokat *természeti törvényeknek* nevezzük.

Ezek érvényességi kritériuma a mottóban megfogalmazott állítás. Az abban, és a fentiekben is használt kísérlet gyűjtőfogalom: jelenthet célzott műszeres megfigyelést, mérést, terepi munkát, bármit, ami az elképzelések tényekkel való szembesítését (angolul: „evidence", az eljárás: „evidence-based") lehetővé teszi. Sokszor a törvények segítségével újabb, addig nem ismert jelenségek jelezhetők előre. Megjegyzendő, hogy mindebből világosan következik az is, hogy a természettudomány nem demokratikus annyiban, hogy nem az azonos véleményt nyilvánítók számától függ az igazságtartalom.

Érdemes felhívni a figyelmet arra, hogy néha felmerülnek a mottóval ellentmondásban levőnek tűnő vélemények is. P. Diractól származik az a nézet, hogy egy fizikai elmélet akkor helyes, ha matematikailag szép [5]. Ez azonban arra az állapotra vonatkozik, amikor még több elmélet képzelhető el, s ekkor jó munkahipotézis lehet a matematikailag szépnek a választása. A „legszebb" fizikai elmélet is érvénytelenné válik azonban, ha ellentmondásba kerül a tényekkel. A XX. század elején megfogalmazódott az a pragmatikus elv is, hogy *csak olyan fizikai mennyiségekről érdemes gondolkodni, melyek maguk is – legalább elvben – megmérhetők.*

Az egész „megfigyelés–fogalomalkotás–kísérlet" egység tehát folyamatosan ismétlődik, kutatói generációkon keresztül folytatódik. A folyamat kiegészül a természettudományos kutatók közösségén mint minőségellenőrző közegen történő áthaladással. Ez rendszerint a kollégákkal folytatott diszkussziókkal kezdődik, a konferenciákon való bemutatással folytatódik, és – sikeres esetben – a folyóiratok bírálatainak megválaszolásával végződik. A fizikában legalább két ismeretlen, a világ bármely tájáról származó bíráló egyetértő véleménye szükséges a publikáláshoz. A folyamat során fellépő kritikák hatására valóban sok alacsony színvonalú cikk nem jut el a nyomdába. A megjelent eredményért viszont a szerző élete végéig, sőt azután is felel: egy fizikus nem mentheti fel magát 20 évvel korábbi állításai alól azzal, hogy „hja, akkor még fiatal voltam". Ha a természettu-

1 Az egyszerűség kedvéért, és egyben a közoktatási keretnek megfelelően természettudományon a továbbiakban a fizika, kémia, és biológia területét értjük. Mivel számos félreértést elkerülhetünk, ha megkülönböztetjük a természettudományokat a többi tudománytól, a „természet" megjelölést tudatosan használom akkor is, ha elhagyása esetleg stilárisan elegánsabb lenne (ez magyarázza a mottóban megjelenő zárójelet is, hiszen az a „science" szó fordításából adódik).

domány nem is hoz erkölcsi ítéleteket (l. 1. blokk), művelőitől szigorú erkölcsi elkötelezettséget vár el az objektivitásra való törekvés kapcsán.

A természettudományos eredmények jó része alkalmas arra is, hogy a társadalom alkalmazza őket. Egyes esetekben ez rögtön a kutatási téma megválasztásakor is szempont. Ez a vonulat – éppúgy, mint a közösség által történő ellenőrzés – állandó, ismétlődő kölcsönhatásban van a megfigyelés és értelmezés folyamatával. Az egész rendszert az **1. ábra** sémája szemlélteti.

A rajz az USA egyik legismertebb egyeteme, a kaliforniai Berkeley Egyetem évek óta létező honlapjáról származik. Látható, hogy a rendszer középpontjában a fogalmi megközelítés állandó tesztelése áll (l. mottónk), a nyilak a kölcsönhatásokra, és az ismétlődő, iteratív jellegre utalnak. Az egyes korongokra kattintva azok részletezése is megjelenik. A honlap célja, hogy számos példával is alátámasztva segítséget adjon a téma tanításához (l. 1. blokk).

1. ábra. A természettudományos megismerés folyamata http://undsci.berkely.edu/article/scienceflowchart

Hangsúlyozni szeretném, tisztában vagyok azzal, hogy a természettudomány társadalmi megítélése nem feltétlenül pozitív mindenkiben. Számos olyan esemény és folyamat (Hirosima, Csernobil, kemikáliák, biológiai fegyverek, klímaprobléma stb.) volt és van, melyek a természettudományba vetett hitet megingathatják. Célunk nem a természettudomány dicsérete, hanem egyedi, megkülönböztető vonásainak, működése lényegének és az ezekben rejlő *értékeknek* a bemutatása.

Alapvető természeti törvények

Szeretve tisztelt tanárom és korábbi tanszékvezetőm, Nagy Károly professzor úr hatvankettedik éve tanít fizikatanárokat. Egyik kedvelt mondása, hogy az elektromosságtan alaptörvényei (a Maxwell-egyenletek) „a kinyilatkoztatás erejével ható tapasztalatból leszűrt igazságok". Büszkén meséli, hogy az ötvenes években egykori évfolyamuk karácsonyra két gipsztáblát adott professzoruknak, Novobátzky Károlynak, rajtuk a törvényeket leíró matematikai egyenletekkel, aki ezt nagy becsben tartotta. Az alaptörvények tiszteletét osztja a mérnöktársadalom is, hiszen a legendás Simonyi Károly tavaly leleplezett domborművén, a BME Q épületének második emeletén, az látszik, ahogy a professzor éppen ezeket az egyenleteket írja a táblára (**3. ábra**).

A fizika területén jól megfigyelhető az *alaptörvények* különleges szerepe. Alaptörvénynek a jelenségek igen széles körére érvényes törvényeket nevezzük, melyek számos, szűkebb érvényességi körű törvényt is megalapoznak. Az elektromosságtan alaptörvényei pl. a mágneses jelenségeken, az indukción, a rádióhullámokon kívül az egész fénytant és a hősugárzást is leírják. A törvény szóhasználat (mely a világnyelveken ebben az összefüggésben is egységes) arra utal, hogy a törvényben megfogalmazott állítás érvényessége független attól, hogy tudnak-e róla, aki szembesül vele. Az alaptörvények száma viszonylag csekély, a fizika minden nagy fejezetéhez tartozik néhány (így pl. a Newton-törvények a klasszikus mechanikához, a hőtan főtételei a termodinamikához,

1. A „How science works" oldal

A „Hogyan működik a természettudomány" oldalt megalkotó (főleg biológusokból, őslénykutatókból álló) csoport az óvodás kortól (!) az alsóéves egyetemi hallgatók szintjéig mutat be anyagokat a tanároknak. Az **1. ábra** az általuk használt logo, mely újra és újra előfordul, mindig más oldalról megvilágítva.

A természettudomány jellemzőit („science checklist") így foglalják össze:

– a létező természettel foglalkozik,

– célja az ebben lezajló jelenségek magyarázata,

– ellenőrizhető, tesztelhető elképzeléseket használ,

– tapasztalati, kísérleti tényeken nyugszik,

– a kutatók közösségébe ágyazottan történik,

– egyre újabb és újabb kérdéseket vet fel, új felfedezésekre vezet (a kutatás folyamatos),

– a természettudományos kutatói hozzáálláson alapul.

Az utolsó pontokat egy humoros ábrával illusztrálják, mely azt is sugallja, hogy a kutatók közösségébe bárki bekerülhet.

2. ábra. A természettudományos kutatói hozzáállás: mindenkit szívesen látunk, aki készen áll arra, hogy gondolatait állandó tesztelésnek, a tényekkel való összevetésnek tegye ki. http://undsci.berkely.edu/0_0_0/whatisscience_09

Az alkotói csoport azt is megfogalmazza, hogy mit *nem* tesz a természettudomány:

– nem hoz erkölcsi ítéletet,

– nem hoz esztétikai ítéletet,

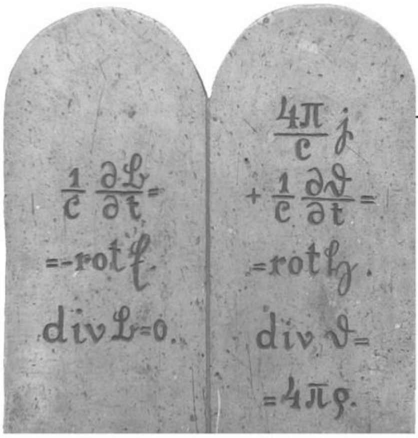
– nem mond semmit arról, hogyan használandó fel a tudás,

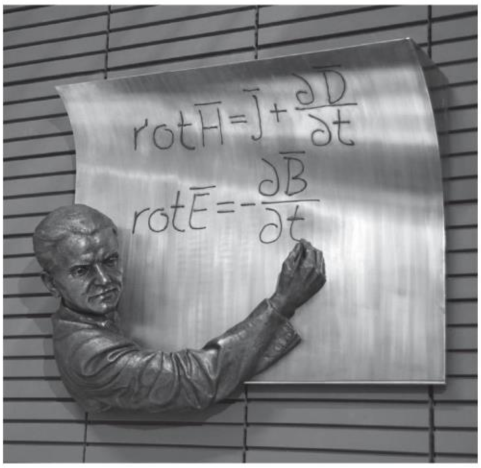
– nem foglalkozik természetfölötti jelenségekkel.

A honlap a hidegfúziótól kezdve, az ózonlyuk problémájáig számos konkrét esetet végigelemez. Érdekességként megemlítjük, hogy az egész rendszer központi helyén álló „elképzelések tesztelése" kapcsán éppen Semmelweis Ignác példáját mutatják be: http://undsci.berkely.edu/0_0_0/howscienceworks_06. Természetesen szó esik az asztrológiáról is: a szerzők részletesen elemzik, hogy a természettudomány fenti jellemzői mennyiben érvényesek az asztrológiára, és az olvasóra bízzák a döntést: http://undsci.berkeley.edu/article/astrology_checklist

Nehéz azonban elképzelni, hogy az ott olvasottak után bárki is esélyt adjon arra, hogy az asztrológia tudománnyá válhat.

Az oldal tanulmányozását mindenkinek jó szívvel ajánlom.





3. ábra. Balra: a Novobátzky Károlynak ajándékozott kőtábla a (gótbetűs) Maxwell-egyenletekkel. Jobbra: Simonyi Károly domborműve a Műegyetemen, melyen éppen a második Maxwell-egyenlet felírásánál tart

vagy a relativisztikus és a kvantumos törvények a „modern fizika" egyes fejezeteihez), de alaptörvénynek tekinthető kémiai szempontból a periódusos rendszer vagy a biológiában a genetika törvényei is.

Érvényességüket kísérletek százezrei ellenőrizték/ellenőrzik. A számos részecskegyorsítóban jelenleg is folyó mérések alkalmat adnak a relativitáselmélet és a kvantumelmélet folyamatos ellenőrzésére. Ha valaki komoly ellentmondást találna, Nobel-díj-esélyessé válna. Az ilyen jellegű szenzációk *hiánya* csendesen mutatja tehát, hogy az alaptörvények felismerésük (a relativisztikus és a kvantumfizika esetén a XX. század eleje) után – a történelem időskáláján legalábbis – *már nem változnak* (hamarosan látni fogjuk, hogy érvényességi körük pontosodhat az idő múlásával).

A törvények léte azt is bizonyítja, hogy a természet sajátos, lényegi rend szerint működik, és a *természet ennek felkutatása révén megismerhető.* Az ismeretek – megfelelő matematikai jelöléssel, meglepően tömör formában – néhány egyenlettel összefoglalhatók (l. **3. ábra** és 2. blokk).

Az alaptörvények felismerése kimagasló emberi tevékenységek, sokszor évtizedekig tartó kutatás következménye. Felismerésük jellege mindig más és más, szisztematikus módszer nem tanítható. A tapasztalat azonban mutatja, hogy érdemes próbálkozni, mert hatalmas értékek birtokába kerülhetünk. Nem tudjuk, miért van így, csak alázattal és örömmel vehetjük tudomásul, hogy a természet ilyen. A felismert természeti alaptörvények az emberiség *kulturális kincsei*, melyeket olyan szin-

2. Matematika és természettudomány

Alkotó matematikusok sokszor említik, hogy munkájuk egyik fő vonzó vonása, hogy megismerhetik az igazságot [1]. A matematikában az igazság kritériuma azonban egészen más, mint a természettudományban! Ott a matematika belső, „teremtett" világának megfelelő logikai tisztaság, a bizonyítás az igazság kritériuma. A matematikát ezért *nem* tekintjük természettudománynak. Miért igaz mégis a Galileinek tulajdonított mondás: „A matematika a természet nyelve" Ezt talán legszebben Rényi Alfréd mutatja be mára már klasszikussá vált *Dialógus a matematikáról* című írásában [2], ahol a (matematikát megismerni készülő) Hippokratész és (az ehhez tanácsokat adó, bölcs) Szókratész platóni dialógus formájában beszélget a témáról. A gondolatmenet legfontosabb lépéseit idézetekkel mutatjuk be:

„*Szókratész*: Szóval azt mondod, hogy a matematikus nem a juhok vagy a hajók számával foglalkozik, hanem magukkal a számokkal, tehát nem valami létező dolgokat számol, hanem a számokat magukat kutatja, és így olyasmivel foglalkozik, ami igazában nem is létezik, csak az ő gondolataiban."

„*Hippokratész:* …A matematika tárgyát képező, nem létező, csak elgondolt dolgokról éppen azért tudhatjuk a teljes igazságot, mert nem léteznek, illetve csak annyiban léteznek, amennyiben a matematikusok kigondolták őket, és éppen azért pontosan olyanok, amilyennek elképzelték őket, szemben a valóban létező dolgokkal, amelyek különböznek a róluk általunk alkotott képtől."

„*Szókratész:* Mondd hát, Hippokratészem, nem találod rejtélyesnek, hogy ezek szerint arról, ami nem létezik, többet és biztosabbat tudunk, mint arról, ami létezik?"

„*Szókratész:* Nekem úgy tűnik, hogy vissza kell térnünk arra a pontra, ahol megállapítottuk, hogy a matematikus nem a juhokat vagy a hajókat számolja, hanem a számokkal magukkal foglalkozik. Mármost gondold meg jól: mindaz, amit a matematikusok a számokról megállapítanak, azokat önmagukban és minden kézzelfogható dologtól elvonatkoztatva vizsgálva, nem érvényes-e az a juhok számát illetően is? Ha például a matematikusok megállapítják, hogy a 17 törzsszám, nem jelenti-e ez azt is, hogy 17 élő juhot nem lehet több ember között úgy elosztani, hogy mindegyik ugyanannyi juhot kapjon, csak úgy, hogy 17 ember mindegyike egy-egy juhot kap?"

„*Szókratész*: Tehát amit a matematikus a számokról megállapít, az a valóban létező dolgokra is érvényes?"

„*Hippokratész*: Most pedig eljutottunk odáig, hogy valóban van ennek más haszna is, hiszen megvan a lehetősége, hogy annak a megismerésnek, amit a matematika világában szerzek, az emberek akár most rögtön, akár pedig a közeli vagy távoli jövőben hasznát vehessék, hiszen a matematika világa nem más, mint a mi világunk tükörképe gondolkodásunk tükrében, és így a tükörképben felismert igazságok elősegíthetik a létező dolgok világának megismerését."

Ebből érthető, hogy a matematika alkalmazható a természettudományokban is, hiszen a létező *világ mennyiségi, formai jegyeinek elvonatkoztatásával* keletkezett. Az, hogy annyira jól alkalmazható, mint amennyire a tapasztalat mutatja, mégis meglepő. Vannak ugyanis a kultúrának más területei is, melyek a valóság elvonatkoztatásából keletkeztek. Ilyen pl. a zene, mely a zörejek, hangok stb. absztrakciója, vagy a sakk, mely a hadviselés esszenciája. Mindkét területnek sajátos belső, teremtett világa van, mely akár egész emberi életek lekötésére is alkalmas. Mégsem látjuk azonban, hogy a zene sokat segítene pl. a madarak énekének és kommunikációjának megértésében, vagy, hogy a sakk szerepet játszott volna a XX. századi csaták előkészítésében.

A matematika érdekes módon aktívan részt vesz a természet megismerésében. Az még talán indokolható, hogy a matematika az emberi léptékű problémák leírásában ennyire hasznos, hiszen ebből a világból vonatkoztatódott el. Az, hogy miért alkalmas ugyanilyen jól a szemmel nem láthatóan kicsi vagy nagy méretek világában, tényleg meglepő. Ezért beszél Wigner Jenő a matematika „meghökkentő hatékonyságáról" a természettudományban [3], melyet szerinte adománynak kell tekintenünk.

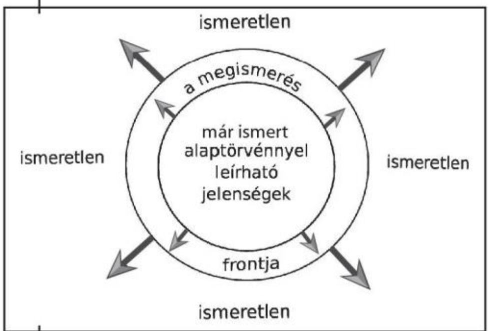
[1] Staar Gyula: Matematikusok és teremtett világuk – beszélgetések. Vince Kiadó, Budapest, 2002

[2] Rényi A.: Dialógus a matematikáról, in: Dialógusok a matematikáról, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1965, http://mek.oszk.hu/00800/00856/html/#1

[3] Wigner J.: A matematika meghökkentő hatékonysága, in: Wigner Jenő válogatott írásai (szerk.: Ropolyi L.), Typotex, Budapest, 2005, pp. 151-178 (angolul, The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences, Comm. Pure Appl. Math. 13, 1 (1960)

ten kell(ene) megbecsülnünk, mint pl. Bach vagy Bartók teljes életművét.

A teljes megismerési folyamatot a **4. ábra** szemlélteti. A megismerés frontja a jelenleg futó kutatások összessége. Itt, ahogy említettük, különböző hipotézisek, elméletek, modellek versengenek, és itt alkalmazható egyéni útmutatóként pl. Dirac törekvése a matematikai szépségre. Napjainkban ide tartozik pl. az Univerzum sötét energiájának kutatása. E versengésből azonban, a valósággal való összevetés kritériumának alkalmazásával egyre kevesebb versenyző gondolat marad meg. A folyamat, legalábbis a fizika tapasztalata szerint, elvezet egyetlen elmélet letisztulásáig, mely számtalan ellenőrzés után eljuthat az alaptörvényi rangra. Azokat a területeket, ahol már ismertek az alaptörvények, a frontvonal mögötti zárt korong szimbolizálja[2]. Az *alkalmazott és műszaki kutatások* ezekre a területekre koncentrálódnak. A természettudományok *társadalmi hasznossága* tehát éppen a törvények megbízhatóságának, azaz változatlanságuknak a következménye, hiszen így vezetnek a mindennapi élet szinte minden területén az életünket megkönnyítő fejlesztésekhez (gőzgép, autó, repülő, orvosi vizsgáló berendezések, félvezetők, számítógép, digitális fényképezőgép, gyógyszerek, műtéti eljárások stb.).



4. ábra. A természettudományos megismerési folyamat sematikus ábrázolása. A megismerés frontja lassan behatol az ismeretlenbe, s maga mögött felismert, alaptörvénnyel rendelkező területeket hagy vissza

Tudományos forradalmak – paradigmabővülések

Talán paradigmaváltások – gondolhatja a művelt olvasó. A szóhasználat azonban tudatos, sok félreértés következik ugyanis a paradigmaváltás szó szerinti értelmezéséből. A tudományos paradigma fogalmát a tudománytörténész T. Kuhn definiálta [6], mint azon eljárások összességét, melyet egy tudományterületet adott időpontban használ. A tudományos forradalmak, szerinte paradigmaváltással járnak. Ennek értelmében ettől kezdve egészen új fogalomrendszerben dolgozik az adott tudományterület.

Ez az értelmezés azt sugallja, hogy az eredeti fogalomrendszerből semmi használható nem marad. A modern természettudományok területén ez azt jelentené, hogy a természeti törvények az újak felismerésével megszűnnek. Tekintsük példaként a relativitáselmélet felfedezését. Az pontosan megadja a gyors részecskék mozgását, de a kis (emberi léptékű) sebességek határesetében visszaadja a klasszikus fizikát. Egy gyorsvonat hossza (a külső megfigyelőhöz képest) a relativitáselmélet értelmében megrövidül: számértékként azonban 10^{-12} m-t kapunk. Ez az atomok méretének kb. 1 százaléka! Mivel azonban a vonat hossza ilyen pontossággal jelenlegi (és jövőben várható) eszközeinkkel nem mérhető, hiszen nem is definiálható, éppen mottónk szellemében kell azt mondanunk, hogy a newtoni fizika a vonat mozgására *érvényes*. Több is igaz, nevezetesen az, hogy relativisztikus hatások semmilyen hétköznapi jelenségben nem figyelhetők meg.

A törvények megszűnéséről tehát szó sincs. Helyesen fogalmazva azt kell mondanunk, hogy az új ismeretek, paradigmák, a *régebbi alaptörvények érvényességi körét pontosítják*. Azok azonban még a pontosítás után is számtalan jelenségre érvényben maradnak. A *paradigmabővülés* szóhasználat éppen ezt a tényt segít fejben tartani. Történeti távlatban a bővülés érthető is, hiszen az eredeti paradigma (a klasszikus mechanika) a kialakulása idején ismert világra vonatkozott, arra mindig is érvényben marad, de az idő előrehaladásával javuló technikák pontosabb méréseket tettek lehetővé, és *e pontosabban megismert világban* szükségessé válik az új tudományág megjelenése. Így örüljünk annak, hogy a relativisztikus fizika mellett a megfelelő körülmények között rendelkezésünkre áll a klasszikus fizika is[3].

Az sem igaz, hogy a modern fizikai alapkutatások csakis az új paradigma keretében történhetnek. Példaként gondoljunk a turbulencia, és az időjárás-, ill. klíma-előrejelzés kutatására, melyre a világon mindenütt a Newton törvényére alapozott folyadékmechanikát használják.

A megfogalmazott kép teljessé tétele érdekében gondoljuk most el, milyen is lehet egy következő tudományos forradalom? Mi történik, ha az atomok, kristályok, molekulák világát leíró kvantumelmélet alaptörvényei egyszer esetleg majd módosításra szorulnak? Az említett, jelenleg is állandóan zajló kísérleti ellenőrzés fényében, az csak azért lehet majd, mert mérőműszereinkkel olyan kis távolságokhoz, időkhöz vagy nagy energiákhoz jutunk, ahova eddig nem sikerült eljutni. Azok a kvantum-módszerek, melyeket ma pl. a nanotechnológiában vagy a gyógyszertervezésben használnak, így változatlanul alkalmazhatók maradnak majd.

Összefoglalva: az objektív tudományos igazság keresése, a szigorú törekvés a célzott megfigyelésekkel és a tervezett kísérletekkel való egyezésre, és a hosszú kutatási folyamatok eredményeként felismert, időben már nem változó természeti törvények léte tulajdonképpen a természettudomány definíciós tulajdonságai.

A matematikai leírásra való törekvés és az „evidence-based" megközelítés egyes humán tudományterületeken egyre erősebben megjelenik. Ugyanakkor, ettől merőben eltérő irányzatok is megfigyelhetők (l. Posztmodern imposztorok).

Modellek

A tudomány szóhasználatában *a modell mindig közelítést* (vagy a kutatás frontjában alkalmazott hipotézist) jelent, annak kifejezését, hogy végezhetnénk pontosabb vizsgálatokat is. Ugyanakkor az egyszerűsítés nem lehet olyan fokú. hogy a lényeg elvesszen.

Gondoljunk a ferde hajítás középiskolai példájára, melyben a közegellenállást mindig elhanyagoljuk. Ez tehát egy modell, méghozzá a levegőben történő hajítás, a ballisztika modellje, mely a középkor óta létező tudományterület, a tüzérek világa. A ballisztikát iskolában nem tanítjuk, mert bonyolult számításokkal jár, de eredményei, mint számos csata bizonyítja, jól egyeznek a tapasztalattal. Mivel a közegellenállási erő sebességfüggése ismert, a Newton-egyenlet egzaktul felírható. A ballisztikát magát ezért nem nevezzük modellnek, mert az a klasszikus fizika szellemében a jelenség legpontosabb leírását adja.

Az ún. Ising-modell a mágneses anyagok egy modellje. Itt spinekről van szó, ezért a kvantumelmélet területén járunk. Ahelyett azonban, hogy az elmélet alapegyenletéből a megfelelő összefüggéseket bonyolult módon vezette volna le, E. Ising egy heurisztikusan motivált változatot, egy modellt javasolt. Érdekes módon, több olyan mágneses anyag is létezik, mely hűen követi az Ising-modell jóslatait.

Az eddig említett modellek a fizika valamely alaptörvényének leegyszerűsített alkalmazásai. A modellek szerepet játszhatnak a törvény megtalálásához vezető úton is. Erre példa az ismert atommodellek esete. Az iskolában végigvesszük a Thompson-, a Rutherford-, és a Bohr-modelleket. Talán tetszetős (de fél-

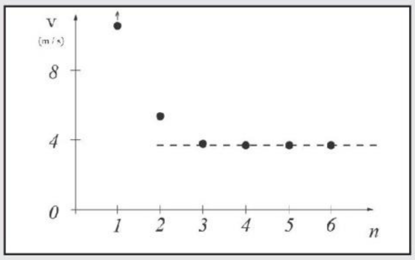
2 Az alaptörvény létezése a jelenségek megértését határozottan megkönnyíti, de a lényeg kibontása egyes területeken így is rendkívül összetett feladat lehet, és önálló kutatási témaként jelenhet meg. A „megismerés frontja" és az „alaptörvénnyel leírható jelenségek" korongja ezért valamelyest átfed, melyet a könnyű áttekinthetőség kedvéért a 4. ábrán nem jelöltünk.

3 A kaotikus mozgásforma felismerése az előző század 80-as éveiben – mely új alaptörvénnyel nem járt – szintén „bővülés": a szabályos mozgások továbbra is léteznek és tanulmányozhatók, csak tisztában kell lennünk azzal, hogy *mellettük* léteznek kaotikusak is.

3. Középiskolai feladat

Érdemes egy középiskolai eszközökkel megoldható példán bemutatni, hogy az egyre javuló közelítések, köztük finomodó modellek, milyen eredményt adnak. A feladat az, hogy határozzuk meg a Dunán Komáromból Esztergom felé haladó, 0,35 kW nettó motorteljesítménnyel működtetett motorcsónak vízhez viszonyított v sebességét (a Duna áramlási sebessége U=1 m/s, és az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a szél ugyanilyen sebességű). A részletes megoldás a függelékben található a honlapon. Itt csak az egyes közelítésekben kapott számértékeket mutatjuk be (**5. ábra**).

Az első (meglehetősen naiv) közelítésben feltesszük, hogy a víz közegellenállása dominál, és a közegellenállási erő arányos a v sebességgel. Az, hogy a kapott eredmény irreálisan nagy, rávezet minket arra, hogy az utóbbi feltevés nem tartható, s áttérünk a négyzetes közegellenállási erőre. A harmadik közelítésben felismerjük, hogy a levegő közegellenállása is fontos. A 4. közelítés a Föld forgásából származó Coriolis-erő hatását is figyelembe veszi, majd a relativitáselméletből és a kvantumelméletből adódó korrekciók következnek.



5. ábra. A feladat megoldása a v relatív sebességre a közelítések n sorszáma függvényében

Az Olvasó a 3. közelítéstől kezdve nem lát változást. Valóban, a Coriolis-hatás a sebességre kapott eredmény negyedik jegyét befolyásolja. Ez még talán mérhető sebesség, de a Duna helyi áramlási sebessége ennél nagyobb mértékben fluktuál. Ha U-t konstansnak vettük, azaz a fluktuációt elhanyagoltuk, akkor elvileg is hibás lenne ennél kisebb effektusokat megtartani. A relativisztikus korrekció már csak a 16. tizedesjegyben, a kvantum korrekció pedig a 35.-ben jelenik meg. Ilyen pontosságú mérés elképzelhetetlen, s így e példa kapcsán is megtapasztaljuk, hogy az emberi léptékű jelenségekre a klasszikus fizika minden szempontból érvényben marad. A paradigma nem változott (csak kiegészült újakkal a XX. század elején).

Mivel az egymás után következő közelítések a fizika történeti fejlődését is tükrözik, az 5. ábra grafikonja jól illusztrálja azt is, hogy a *természettudományos megismerés megbízható ismeretekre vezet*, tart valahova, konvergál.

revezető) logika vezet arra, hogy negyedikként sok tankönyv hozzáteszi, hogy „kvantummechanikai atommodell”. Ez a szóhasználat azonban azt sugallja, hogy bármelyik pillanatban találhatunk majd újabbat, hiszen a mostani is átmeneti állapot. A helyzet azonban az, hogy a kvantumelméletben az emberiség alaptörvényt fedezett fel. Az atomok, molekulák viselkedését a Schrödinger-egyenlet írja le, és a mai mérési pontossággal elérhető jelenségekben ez így is marad. Helyes ezért a sor negyedik elemeként azt mondani, hogy az „atom kvantumelméleti leírása”.

A modellek tehát mindig közbenső, ill. leegyszerűsített állapotot jelentenek a kutatásban, hasznos eszközök (l. 3. blokk), de nem a természettudományos megismerés végső céljai.

Vissza >>>

B2. „Science checklist”

A természettudomány jellemzői:

- a létező természettel foglalkozik,
- célja az ebben lezajló jelenségek magyarázata,
- ellenőrizhető, tesztelhető elképzeléseket használ,
- tapasztalati, kísérleti tényeken nyugszanak,
- a kutatók közösségébe ágyazottan történik,
- egyre újabb és újabb kérdéseket vet fel, új felfedezésekre vezet (a kutatás folyamatos),
- a természettudományos kutatói hozzáálláson alapul (nyitott a megvitatásra, ellenőrzésre).

Amit *nem* tesz a természettudomány:

- nem hoz erkölcsi ítéletet,
- nem hoz esztétikai ítéletet,
- nem mond semmit arról, hogyan használandó fel a tudás,
- nem foglalkozik természetfölötti jelenségekkel.

Vissza >>>

B3. A természettudományok integrálásának módszerei a hagyományos tantárgyi struktúrában tanító gimnáziumokban.

Az egységes természettudományos szemlélet, gondolkodásmód kialakításához környezetünk természeti jelenségeinek, a technikának és a hétköznapokban használt anyagok tulajdonságainak összekapcsolásra van szükség. Ennek alapfeltétele a különböző természettudományos tantárgyak kapcsolódását tudatosítsuk diákjainkban.

Az integrált szemlélet nem teszi feleslegessé az egyes problémakörök tárgyalásánál az egyes szakterületek (tantárgyak) sajátos szempontú feldolgozását, alkalmazását. Sőt az egyes tantárgyak sajátos szempont- és eszközrendszerével eredményesebben alapozható meg egy fogalom, mutatható be egy-egy törvény alkalmazásának lehetősége, érvényességének tartománya. A szemléletformáló integrálást tantárgyanként megtanult ismeretek összekapcsolása jelenti, így teszünk eleget annak a természetes követelménynek, hogy csak az integrálható, aminek a részeit már ismerjük.

A tanítás, a tananyag, az iskolai tudásra vonatkozó követelményrendszer a tudomány fejlődése mentén fokozatosan, lassú, szerves változással és differenciálódással alakult ki. A fejlődés az analitikus, differenciáló, majd újra szintetizáló európai gondolkozást követve zajlott. Ez a gondolkodásmód rendkívül hatékony, hiszen az európai kultúrkörnek az ipari és technológiai fejlesztésben vitathatatlan a történeti dominanciája, s tulajdonképpen a jelenleg sikeres ipari technológiával rendelkező országokat is (földrajzi helyzetüktől függetlenül) ez segítette jelenlegi pozíciójukba.

A századok során a természetről alkotott egységes kép, az eredetileg a fizikára korlátozódó természettudomány tudományágakra, és ezt követve az iskolákban is tantárgyakra bomlott. E tantárgyi struktúra a gimnáziumban hosszú időn keresztül hatékonyan működött. A diákok megismerték a különböző tudományok alapjait, módszereit. A mainál kisebb tananyag és lényegesen magasabb óraszámok mellett a tehetségesebb diákok számára a természettudományos tárgyak közötti tartalmi integráció nem jelentett nagy problémát.

A XX. század végére a helyzet megváltozott. Az egyre terebélyesedő és önálló tudománnyá növekvő részterületek, interdiszciplináris tudományágak az iskolai oktatásban is helyet követeltek, ami a tananyag növelésével, ill. újabb és újabb tantárgyak beiktatásának igényével járt. A természettudományos területen a technika, az életvitel, a környezettan és az informatika jelent meg önálló tantárgyként, bár közülük dominánssá csak az informatika vált. (A humán tantárgyak között az új kommunikációs és médiatudományi tárgyak még erőteljesebben követeltek helyet, s talán ez is okozta, hogy a természettudományos tárgyak óraszáma nagyot csökkent.) Mindezek eredményeként a tömegoktatásra áttérő gimnáziumokban a természetről alkotott egységes kép már szinte megfogalmazhatatlanná vált.

Az iskolarendszer koherenciája nagymértékben épül a közös tananyagrészek által megszabott általános műveltségre. A fentiekben vázolt divergens tantervekkel (amelyek még tantárgyaikban sem azonosak) ez az egységes alap szétporlik. Megtartása semmiképpen sem történhet úgy, hogy minden tantervbe minden új tudományos eredményt bezsúfolunk.

Az iskolai tanítás és tanulás szemléletének változtatására, a tantervek korrekciójára tehát mindenképpen sort kell keríteni.

Az integráció eszközei

A tudástranszfer és az interdiszciplinaritás

A vázolt helyzetet a tanterv a XX. század közepére kialakult alapvető tantárgyi struktúra megtartásával kezeli. A javasolt változtatások a kereteket kevéssé érintik, a szemlélet azonban nagyot változik. A tananyag szilárd vázát a természettudományok már nem változó törvényrendszerei képezik, amelyek tervezett, célirányos és megértett (*meaningful learning*) elsajátíttatására azért van szükség, hogy alkalmazásukkal juthassanak el a diákok a természet megismerésének új területeire. A hatalmasra növekedő tudásanyagot természetesen nem teljességében, hanem az adott tanulócsoporthoz illesztett válogatással és az alapismeretek kreatív, önálló feldolgozási útjának megmutatásával, a tudástranszfer biztosításával tehetjük megérthetővé, elfogadhatóvá. A tantárgyak közötti átfedés ebbe a koncepcióba szervesen illeszkedik. Az egyes tantárgyakba rendre olyan feladatokat, gyakorlati alkalmazásokat kell beépíteni, amelyek interdiszciplináris környezetben kívánják az adott tárgy törvényeinek alkalmazását. (Kerettantervi szinten ez az integráció mutatható meg legnehezebben, hiszen a tanterv nem kötheti meg a tanórai anyag részletezésének szintjéig a tanárok kezét.)

Végül érdemes néhány szót szólni a tantárgyi egymásra épülés szerepéről és lehetőségeiről. A természettudományos tantárgyak (fizika, kémia, biológia) egyben tudományterületeket is jelölnek, s törvényrendszereik sok tekintetben egymásra épülve fejlődtek. A klasszikus tantárgyi struktúrában az egyes tantárgyak különböző szerepeket töltenek be. A természettudományok fejlődéstörténetét tekintve kétségtelen a fizika alapozó és alapvető szerepe. Törvényei egyetemesen érvényesek a kémia és biológia területén is és a fizika modelljei jutottak el legmesszebbre a kvantitatív leírás szintjén. Tagadhatatlan, hogy a biológiai folyamatok a sejtekben zajló molekuláris folyamatok alapján mélyebben érthetők meg, s ehhez kvantumkémiai és kvantumfizikai ismeretek is szükségesek. A hetvenes évek hazai integrált oktatási kísérletének egyik buktatója azonban éppen az volt, hogy a mennyiségi leírás érdekében sajátos tantárgyi hierarchiát kívánt érvényesíteni, mindenütt keresve a fizika-kémia-biológia sorrendű egymásra épülést. Nem tartható azonban az a felfogás, hogy először tanuljuk meg az atomfizika, majd ennek alapján a szervetlen és szerves kémia, s csak azokat követően a biológia törvényeit. Tudomásul kell venni azt, hogy a kvantitatív leírás annál nehezebb, minél bonyolultabb rendszerekkel dolgozunk. Ezért mind a kémia, mind a biológia tudományosan is önálló alaptörvényeket állapít meg, melyek tanítása az adott tantárgy tananyagának sajátos logikai felépítését követve valósítható meg a leghatékonyabban. Az iskola szintjén további, az életkori sajátosságokban rejlő akadályt jelent a tantárgyi hierarchia bármilyen alkalmazásával szemben az, hogy, a tanulók absztrakciós készsége 16-18 éves korra éri el a nagyon elvont fizikai és kémiai fogalmak megértéséhez szükséges szintet.

A ciklikus tananyag-felépítés

Az egységes természettudományos világképet építő tantervi rendszerben fontos integrációs eszköz az egyes szaktantárgyak tanterveinek ciklikus felépítése. A természettudományos ismeretek életkornak megfelelő szinten történő újratárgyalása lehetőséget biztosít a tanulók meglévő, először gyermeki, majd egyre fejlődő, egyre inkább a tudományos szemlélethez közelítő ismeretanyagához való csatlakozáshoz és a tanulók saját modelljeinek felépítéséhez. Ennek következménye, hogy az általános iskolában alapvető fenomenologikus tárgyalásmód, a közvetlen tapasztalatszerzés követelménye mellett nem tekinthetünk el a tanulók előismereteitől, a korunkban már általánosan és a kisgyermekkortól ismert naiv részecskeszemléleten alapuló anyagszerkezeti képtől. Ennek kiindulópontként való felhasználása és további differenciálása segíti a tananyag elsajátítását, hiszen a diákok meglévő ismereteihez kapcsolja az új tananyagot.

> A részecskeszemléleten alapuló anyagszerkezeti kép a bevezetés szintjén a kémiában jár a legnagyobb előnnyel, mert ott hatékonyan segíti az első rendszerező lépéseket. Ugyanis a fizika logikus kiindulópontja lehet a makroszkopikus testek (a diákok hétköznapi életéből jól ismert) mozgásának leírása és magyarázata, a biológia tantárgyé pedig a szintén kisgyermekkortól felhalmozódó fajismeret, valamint a tájak és életközösségek áttekintése és rendszerezése. A kémiai reakciók azonban nem modellezhetők a részecskeszemlélet alkalmazása nélkül. Ezért a tantervben az anyagszerkezettel kapcsolatos első ismeretek a kémiában jelennek meg. Az itt alkalmazott golyómodell azonban rendkívül egyszerű: a részecskék, mint golyók mozgásának intenzitásával magyarázza az egyes halmazállapotok közötti különbségeket, valamint a mozgás intenzitásának megváltozásával a halmazállapot-változások során leadott, ill. felvett hőt (exoterm, ill. endoterm folyamatok). Továbbá ebből az egyszerű részecskeszemléletből kiindulva, egyelőre az atomokat is golyóknak tekintve értelmezi a közöttük lejátszódó kémiai reakciókat, melyek szintén járhatnak hőfelszabadulással és hőelnyeléssel (exoterm, ill. endoterm reakciók). Ennek során tehát a kémia tantárgy bevezető fejezetei mutatják be a diákoknak a hagyományosan a fizika és a kémia tárgykörébe tartozó folyamatok közötti különbségeket is. A későbbiekben (de még ugyanezen az évfolyamon) a fizika már a makroszkopikus testek mozgását leíró mechanika fejezetben bevezetett energiafogalom és a kémia tananyagból megismert égés segítségével értelmezi a halmazállapot változásokat és tárgyalja a hőtan alapjait, de éppen a kémia tantárgyban kialakított egyszerű képre építve pontosítja a részecskeszemlélettel elsajátítható tudást. Az a tény, hogy a kémiai reakciók és a fizikai folyamatok között nem vonható éles határvonal és hogy ez a megkülönböztetés leginkább csak az energiaváltozások nagyságrendje alapján tehető meg, kizárólag a középiskolai tanulmányok során, az ennek a kijelentésnek a megértéséhez szükséges ismeretek birtokában tárgyalható. Viszont abban az életkorban ez már hatékonyan segíti az anyagi világ egységéről alkotott kép kialakulását. Hasonló és a tantárgyak közötti „áthallásokra" építő lépések a bővülő tananyaggal egyre gyakrabban hasznosíthatóak.

A három természettudományos tantárgy felépítését egymás mellett induló és spirálisan táguló és bővülő ismeretcsoportként képzelhetjük, amelyek egyre többször összeérnek és egymásba fonódnak. A tanterv ezeket az ”átjárókat” és érintkezési pontokat jelöli ki a kapcsolatok oszlopban.

Természetesen az egymásra épülés utólagos megmutatása lehetséges és fontos is. (Például a reáltagozaton részletesebben bemutatott kvantummechanikai atommodell tárgyalásakor a periódusos rendszer felépítését megalapozó gondolatmenet nem hagyható el.)

Az integrált szemléletű, de diszciplináris alapon szervezett természettudományi kerettanterv tehát azt célozza, hogy a diák érzékelje az anyagi világ egységét. Ehhez azonban használja a fizika, kémia és biológia tudományok által kidolgozott eszköztárat az anyagok tulajdonságainak, és a bennük, közöttük lejátszódó folyamatoknak a leírására. Világossá teszi, hogy az egyes tudományok (s ezen belül az egyre specializáltabb területek) nemcsak azért különültek el egymástól, mert olyan mennyiségű tudás gyűlt össze, aminek áttekintésére egyetlen ember már nem volt képes, hanem azért is, mert sajátos eszközeikkel, szaknyelvi kifejezéseikkel (melyeknek alapjait a diákoknak is el kell sajátítaniuk!) az anyag szerveződésének más-más szintjeit írják le. A részletes kerettanterv mindhárom tantárgy minden évfolyamán jelöli a két vagy három tantárgy közötti kapcsolódási pontot jelentő fogalmakat, ami segít annak felderítésében, hogy melyik tantárgyban hol és milyen kontextusban, milyen értelmezéssel fordul elő a fogalom először, valamint azt is, hogy mely tantárgy és mikor fejleszti tovább, ill. használja föl azt. (A fogalmi rendszer áttekintéséhez jól használhatóak a Sulinet Digitális Tudásbázis (SDT) fogalomkeresőjén keresztül elérhető fogalmi térképek is.) A kapcsolódási pontokat az iskolai helyi tantervi táblázataiban célszerű külön „Kapcsolatok” oszlop beiktatásával feltüntetni.

Az oszlopban a tantervcsomagban szereplő három tantárgy közötti kapcsolatteremtésre a **B** (biológia) **F** (fizika) és **K** (kémia) betűkkel és a mögéjük tett, az évfolyamot jelölő számmal utalhatunk. Ahol nincs évfolyami jelölés, azt jelenti, hogy a hivatkozott tantárgy saját rendszerében nem foglalkozik a témával, de a hivatkozó utalhat e kapcsolódásra. A „Kapcsolatok” rovatban a természettudományos tárgyak köréből kiutaló jelzések is szerepelhetnek (pl. technika, történelem, zene stb.), egyes esetekben akár a tartalom említése nélkül. A helyi tantervben a természettudományok általános elveinek és fogalomrendszerének egységes szemléletű használata mindenképpen feltétele a természettudományok sikeres tanításának.

Az integráció direkt eszközei

Az egységes természettudományos szemlélet kialakítására a fentiekben ismertetett „permanens” integráció mellett, alkalomszerűen hangsúlyosan is érdemes felhívni a diákok figyelmét. Ilyen lehet minden évfolyamban évente egy vagy két alkalommal szervezett tantárgyakat összefogó projektmunka.

Integrált projektmunka

A természettudományos tárgyakat összefogó évi közös projektmunka témájának olyannak kell lennie, ami téma mindegyik tárgy számára fontos. Az integráció lényege abban áll, hogy ugyanazt a témát vizsgálja, de sajátosan más oldalról, és más módszerekkel közelítve mindhárom tantárgy. Az integrált projektre tantárgyanként 2-2 órát tervezve, a témakör feldolgozására összességében hat óra jut. A szűkös órakeret úgy bővíthető, ha a tanárok előzetes útmutatása és segítsége alapján a csoportok önállóan előre felkészülnek a munkára. A tanórai keret a csoportosan teljesítendő feladatra, kísérletekre mérésekre használható fel. Az eredményekről kiselőadások formájában, nyilvánosság előtt számolnak be a csoportok. A projektek témájára a kerettanterv javaslatokat tesz, de ezek a témák más hasonló értékűvel könnyen kiválthatók, ill. specializálhatók. (Például a víz, mint projekttéma adott esetben korlátozható a légköri vízre vagy az ivóvízre, de helyettesíthető egyébbel is.)

WWW

Az ELTE TTK Természettudományos Oktatásmódszertani Centrum (TTOMC) munkacsoportja által kidolgozott integrált szemléletű természettudományos kerettanterv (biológia, fizika, kémia) összehangolt tantervei a http://www.ttomc.elte.hu/ egyetemi honlapon elérhetőek.

Vissza>>>

B4. Nemzetközi összehasonlító teljesítménymérések

TIMSS-PISA

A nemzetközi teljesítménymérések eredményei hasznos visszajelzést adnak a magyar diákok tudásszintjéről. A legkülönbözőbb országokban végzett felmérés jó lehetőség a különböző oktatási formák eredményességének összevetésére. A diagnosztikus értékelések elemzése segítséget nyújthat a résztvevő országok oktatási rendszerei számára az iskolai tanítás eredményességének átgondolásához, javításához. Magyarország jelenleg két széleskörű nemzetközi felmérésben vesz részt **(TIMSS, PISA)**.

A két felmérés módszereiben és lebonyolításában hasonló.

- A mintaválasztás reprezentatív módon történik: mintavételnek tükröznie kell az illető ország település- és iskola szerkezetét.
- A szakmai tartalomra vonatkozó felméréseket mindkét esetben tesztfeladatokon keresztül végzik. Az eredményeket statisztikai módszerekkel dolgozzák fel, a teszteredmények skálázása, a skálák verifikálása nemzetközileg minőségbiztosított szoftverek segítségével történik.
- A diákok és a tanárok között végzett háttérkérdőíves felmérések eredményeinek segítségével elemzést nyújtanak az adott ország oktatást jellemző szociális és társadalmi hátteréről.

A két felmérés sorozatot két különböző nemzetközi szervezet hozta létre és működteti, ennek köszönhetően célkitűzéseiben és a szakmai tartalmában a kettő némileg eltér.

IEA-TIMSS vizsgálatok

IEA: International Association for the Evaluation of International Achievement, (Nemzetközi Társaság az Oktatási Eredményesség Méréséért)

Az **Unesco** által létrehozott, a nemzeti kutatóintézetek és kormányhivatalok együttműködésén alapuló független nemzetközi szervezet 1959 óta végez nemzetközi összehasonlító vizsgálatokat, amelyekben Magyarország 1968 óta vesz részt.

A matematika és természettudomány (**TIMSS:** Trends in International Mathematics and Science Study) valamint az olvasás és szövegértés (PIRLS: Progress in International Reading Literacy Study) nemzetközi összehasonlító teljesítmény mérését négyévenként végzik.

A természettudományokat, így a fizikát érintő TIMSS **tantervi alapú méréssorozat,** a 4. és 8. évfolyam végén vizsgálja a diákok matematikai és természettudományi tudását a világ számos országában.

A vizsgálat célja az, hogy összehasonlító adatszolgáltatást nyújtson a különböző országok oktatási teljesítményének aktuális állapotáról az oktatás fejlesztése érdekében. A korosztálykövetés segítségével figyelemmel kíséri a tantervek, oktatáspolitikai elképzelések megvalósulását, keresi az adott időszakban legsikeresebbnek, leghatékonyabbnak mutatkozó oktatási gyakorlatokat.

Hogyan épül fel a TIMSS természettudományi tesztje?

A feladatokat tartalmi terület, kognitív terület és képességszint alapján választják ki.

1. Tartalmi területek

A tesztek összeállítása során az adott ország Nemzeti Alaptantervéhez igazodva kiválasztják a mérni kívánt tantárgyakat és anyagrészeket. Ebben a vonatkozásban természetesen különbség van a 4. és 8. évfolyam tartalmi kerete között. A 4. osztályban még nem bontják külön tantárgyakra a szakmai tartalmakat, hanem az élő világ, a fizikai világ és földtudomány felosztást alkalmazzák. A 8. osztályok tesztjénél már tantárgyi bontásban adják meg a tartalmi területeket: biológia, fizika, kémia és földtudomány.

2. Kognitív területek

A feladatok megoldásához szükséges gondolkodási műveletek szempontjából a felmérés hasonló elvárásokat támaszt a két évfolyamon a diákokkal szemben. A feladatokat az alábbi kognitív területek szerint állítják össze: tudás, alkalmazás, értelmezés.

Tudás: Felidézés és felismerés. Meghatározás. Jellemzés. Szemléltetés példákkal. Eszközök és eljárások használata.

Alkalmazás: Összehasonlítás. Szembeállítás és osztályozás. Modellhasználat. Kapcsolatba hozás. Információk értelmezése. Megoldás megtalálása. Magyarázat.

*Értelmezés***:** Elemzés és problémamegoldás Integrálás és szintézis. Hipotézis. Tervezés. Következtetés levonása. Általánosítás. Értékelés. Indoklás.

3. Képességskála - képességszint

A javítás során a helyes válaszok átlagát állapítják meg először (külön a tartalmi, és külön a kognitív teljesítményre). Az eredményeket tesztelméleti módszerekkel számított, 0-tól-1000-ig terjedő képességskálán helyezik el. A képességskálát egy kiválasztott évben részt vett tanulók eredménye alapján alakították ki úgy, hogy a nemzetközi átlag a skála közepe: 500 pont legyen. Ez a rögzített skálaátlag különbözhet az országok adott évi eredményei alapján számított nemzetközi átlagtól. A képesség szinteket ezen a skálán helyezik el. Az elért pontszámok alapján kiváló, magas, átlagos, alacsony szintet különböztetnek meg.

A tesztfeladatok közül keveset hoznak nyilvánosságra többek között azért is, mert a korosztálykövetés miatt ugyanazokat a feladatokat később is feladhatják. Mutatunk két példát a megismerhető 8.-ik osztályos fizika tesztfeladatok közül.

1. Példafeladat:

Képességszint: kiváló

Tartalmi terület: Fizika

Kognitív terület: Ismeret

Feladat leírása: Annak megállapítása, hogy mi történik egy folyadék molekuláival, amikor a folyadék lehűl.

Kérdés: Mi történik a folyadékokban a molekulákkal, amikor a folyadékot lehűtjük?

A) Lelassulnak. B) Felgyorsulnak. C) Csökken a számuk. D) Csökken a méretük.

2. Példafeladat

Képességszint: Kiváló

Tartalmi terület: Fizika

Kognitív terület: Alkalmazás

Feladat leírása: Annak felismerése, hogy a gravitációs erő helyzettől és mozgástól függetlenül hat egy személyre.

A képen egy ejtőernyős látható négy különböző helyzetben:

1. Repülőgépen ugrás előtt.
2. Szabadesés közben közvetlenül az ernyő kinyitása előtt.
3. A Föld felé esés közben, amikor már kinyílt az ejtőernyő.
4. A Földre érés után.

Kérdés: Mely helyzet(ek)ben hat az ejtőernyősre a gravitáció?

A) Csak a 2. helyzetben.

B) Csak a 2. és a 3. helyzetben.

C) Csak az 1., a 2. és a 3. helyzetben.

D) Az 1., a 2., a 3. és a 4. helyzetben.

PISA vizsgálatok

PISA: Programme for International Student Assessment – OECD (Nemzetközi Tanulói Teljesítménymérés Program)

A PISA vizsgálatokat a legfejlettebb államokat tömörítő Gazdasági Együttműködési és Fejlesztési Szervezet (OECD) felügyeli és finanszírozza. Mivel egy gazdasági irányultságú szervezet megrendelésére készül, célja elsősorban a mindennapi életben használható tudás vizsgálata hétköznapi helyzeteken keresztül. A PISA felmérés nem tananyag alapú. Nem azt teszteli, mennyire sajátították el a tanulók az iskolákban közvetített tananyagot, hanem azt vizsgálja, rendelkeznek-e a 15 évesek azzal az alapvető tudással, műveltséggel, amely további fejlődésükhöz, egy fejlett társadalmi közegben való személyes boldogulásukhoz, szakmai, munkahelyi helytállásukhoz szükséges.

A vizsgálatban részt vevő 15 éves korosztályt a TIMSS vizsgálatoktól eltérően nem iskolai évfolyam, hanem életkor szerint választják ki. Ezek a diákok a legtöbb részt vevő országban az iskolakötelezettség vége felé járnak, egy-három évük van még hátra ahhoz, hogy eldöntsék, továbbtanulnak-e, vagy kilépnek a munka világába.

A PISA vizsgálatoknak jelenleg vizsgált három területe:

a) alkalmazott matematikai műveltség,
b) alkalmazott természettudományi műveltség
c) szövegértés.

A felméréseket 2000 óta három évenként végzik el. A három terület közül egyet mindig kiemelten vizsgálnak.

Hogyan épül fel a PISA természettudományos (Science) tesztje?

1. Tartalmi területek:

A tesztfeladatokat nem tantárgyak, hanem tudásterületek szerint állítják össze. Természettudományok tudásterületei a következők:

- Élő rendszerek
- A Föld és a világegyetem rendszerei
- A technika rendszerei
- Fizikai rendszerek (ide tartozónak számítják a fizika és a kémia tantárgyakat)

2. Kognitív területek

Olyan meglévő természettudományos kompetenciákat vizsgálnak, amelyek eldöntik, hogy a tanuló eredményes-e a természettudományi problémák, feladatok megoldásában:

- Természettudományi problémák felismerése
- Jelenségek természettudományi magyarázata
- Természettudományi bizonyítékok alkalmazása

3. Képesség skála

A képesség skálát a TIMSS vizsgálatokhoz hasonlóan állapítják meg.

Az alábbiakban mutatunk egy nyilvánosságra hozott, a természettudományhoz sorolt feladatot.

Példafeladat: Ultrahang

Vizsgált tudásterület: Science

Kompetencia: Jelenségek természettudományos magyarázata

Sok országban a magzatról - még születése előtt az anyaméhben - ultrahangos képek készül (echográfia). Ez a vizsgálat sem az anya, sem a magzat számára nem veszélyes. A vizsgálat során az orvos egy szondát mozgat az anya hasán. Az ultrahang hullámok behatolnak a hasüregbe, itt visszaverődnek a magzat felületéről. A visszavert hullámokat a szonda összegyűjti, és továbbítja a műszerbe, amely képet tud alkotni.

1. Kérdés

Ahhoz, hogy az ultrahangos készülék képet tudjon alkotni, ki kell számítani a távolságot a szonda és a magzat között.

Az ultrahang hullámok 1540 m/s sebességgel haladnak a hasüregben.

Milyen mérést kell a készüléknek végeznie ahhoz, hogy ki tudja számítani a távolságot a magzat és a szonda között?

2. Kérdés

A magzatról röntgen sugárzás segítségével is kaphatunk képet. Azonban, a nőknek azt tanácsolják, hogy kerüljék a röntgensugárzást a terhesség alatt.

Miért kell a nőknek kerülniük a röntgensugárzást *különösen* a terhesség alatt?

3. Kérdés

Az ultrahang vizsgálatok adhatnak-e választ a kismamáknak a következő kérdésekre? Igennel vagy nemmel válaszolj!

Egy vagy több kisbaba van-e ott?

Milyen színű a kisbaba szeme?

Korának megfelelő méretű-e a kisbaba?

A nemzetközi összehasonlító vizsgálatok kiértékelése

Mindkét vizsgálat sorozatban a szakmai teszteken kívül háttérkérdőíveket is kitöltenek a tanulók és a tanárok is. A kérdések kitérnek a tanulók tanulási szokásaira, tantárgyakhoz fűződő viszonyára, családi és kulturális hátterére, a tanári munka szakmai vonatkozásaira, valamint az iskolai-tanulási körülményekre vonatkozó témákra is.

A tartalmi és a kognitív teljesítményeket mindkét vizsgálatnál külön mérik és értékelik.

Az összehasonlító értékeléseket országok között, valamint egy adott országon belül is elvégzik különböző szempontok szerint (iskolatípus, település szerkezet, családi háttér). Elemzik azt is, hogy az egyes országokon belül milyen a diákok teljesítményének eloszlása a képesség skálán, melyek azok tényezők, amelyek jelentős szerepet játszanak a tanulók teljesítményének alakulásában.

Magyar diákok eredményei

TIMSS (1995-2011)

A tantervi alapú vizsgálatnál az utolsó négy felmérés eredményeit tekintve a magyar diákok természettudományos teljesítménye mind a tartalmi, mind pedig a kognitív területeken csökkent ugyan, de még mindig magasabb az átlagnál. A képesség skálán az átlagos és a magas képességszinten sok tanuló teljesít, de a kiváló szinten megfelelő diákok száma jóval kevesebb.

PISA

Az országok átlagos eredményeit három csoportra osztják:

- az átlagnál szignifikánsan jobb,
- az átlagtól nem tér el,
- az átlagnál szignifikánsan rosszabb.

Magyarország az átlagos teljesítményt tekintve az átlagtól nem eltérő országok közé tartozik. A részletesebb statisztikai elemzések azonban erősen szegregált iskolarendszert mutatnak.

- A diákok teljesítményének szórása nagyságrendben megegyezik az OECD átlaggal, de a nagyobb különbség nem az iskolákon belül, hanem az iskolák között van.
- A teljesítmény skála szerint kevés a nagyon jól teljesítő tanuló, és sok a gyenge eredményt elérő.
- A szociális, gazdasági és kulturális háttér hazánkban az átlagnál jobban befolyásolja az eredményeket.

A témához ajánlott háttérirodalom:

Csapó Benő:

Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus méréséhez (Nemzeti Tankönyvkiadó, 2012)

Vissza >>>

B5. A központi tantervi szabályozó dokumentumokban (NAT, kerettantervek) gyakran használt szakkifejezéseinek rövid értelmezése

Attitűd: Az egyén környezetében lévő dolgokkal kapcsolatos beállítódást jelent A tárgya lehet személy, csoport fizikai tárgy, vagy elvont fogalom is. Az attitűdök alakítják annak módját, ahogyan az egyén leképezi és reagál környezetére, befolyásolják a környezetünkből történő információ felvételt.

Előítélet: Sajátos attitűd, melynek tárgya egy csoport. Általában téves vagy nem teljes információkból származó általánosításokon alapul. Lehet pozitív, de legtöbbször negatív megítélést takar.

Érték: Nagyon sokban hasonlítanak az attitűdökhöz. Meghatározzák a viselkedést és a jó-rossz megítélést. Fontos különbséget jelent, hogy az érték fogalma konkrét tárgyhoz kötődik, míg a attitűd általános dolgokhoz.

Kogníció: Magyarul megismerés. Az információ megszerzésének és feldolgozásának folyamatát jelenti. Ennek témakörébe tartozik az észlelés, az emlékezés, a gondolkodás, a problémamegoldás, a nyelvhasználat stb. Lényegében az emberi gondolkodás egészének megnevezésére is használjuk.

Kompetencia: Illetékesség. Azon elvárható ismeretek, képességek, magatartási és viselkedési jegyek összessége, mely által a személy képes lesz egy adott feladat eredményes teljesítésére.

Készség: A cselekvés (és tevékenység) automatizált eleme, amely a tudat közvetlen ellenőrzése nélkül funkcionál. A készség a teljesítményképes tudás része, a tanulás eredménye, ahol kellő számú gyakorlás eredményeként a cselekvéssor automatikusan lefut.

Képesség: Minden olyan tudásfajta, amely valamilyen aktivitást tesz lehetővé birtoklója számára (pl. észlelés, tanulás, írás, olvasás). A képesség nem az emberrel született dolog, mindig tevékenység folyamán alakul ki.

Jártasság: Felkészültséget jelent az ismeretek alkotó alkalmazására, valamint az elsajátított ismeretek alapján tudatosan végrehajtott gyakorlati tevékenységre.

> **Megjegyzés:** Az utóbbi három fogalom közti különbségként érdemes kihangsúlyozni, hogy a jártasság és készség tanítható, tanulható, a képesség viszont fejleszthető. A képesség alakulása hosszabb időt igénybe vevő folyamat, de ha kifejlődik (pl.: a logikus gondolkodás képessége), akkor tartósan megmarad.

Tehetség: Tehetségen azt a velünk született adottságokra épülő, majd gyakorlás, céltudatos fejlesztés által kibontakoztatott képességet értjük, amely az emberi tevékenység egy bizonyos vagy több területén az átlagosat messze túlhaladó teljesítményeket tud létre hozni.

Tanulás: Tapasztalatok hatására bekövetkező viselkedésváltozás. Tanulásnak tekintendő az elméleti és gyakorlati ismeretek, jártasságok és készségek elsajátítása, a képességek kialakulása, meghatározott viszonyulások, érzelmi és akarati tulajdonságok fejlődése.

Nevelés: Olyan szándékos és célirányos akciók összessége, amelyek az egyén fizikai, erkölcsi és értelmi erőinek fejlesztésére irányulnak. A nevelés alapvetően értékközvetítő folyamat.

Oktatás: A kultúra közvetítésében meghatározó szerepű komplex, tudatos, tervszerű, direkt és indirekt tevékenység, mely az ismeretszerzésnek, a jártasságok, a készségek kialakításának, a gondolkodási funkcióknak, attitűdöknek, képességeknek, magatartás-, meggyőződésformálásnak az alapvető eszköze, s legfontosabb törekvése az önszabályozó tanulás kialakítása.

Kulcskompetencia: Az Európai Unióban kulcskompetenciákon azokat az ismereteket, készségeket és az ezek alapját alkotó képességeket és attitűdöket értjük, amelyek birtokában az Unió polgárai egyrészt gyorsan alkalmazkodhatnak a modern világ felgyorsult változásaihoz, másrészt a változások irányát és tartalmát cselekvően befolyásolhatják. Általánosan a kulcskompetencia az ismeretek, készségek és attitűdök többfunkciós egysége, amellyel mindenkinek rendelkeznie kell ahhoz, hogy személyiségét kiteljesíthesse és fejleszthesse, be tudjon illeszkedni a társadalomba, és foglalkoztatható legyen.

Vissza >>>

B6. A természettudományos kompetencia természetes kapcsolatrendszere más kulcskompetenciákkal, részkompetenciák, speciális természettudományi készségek

Az Európai Unió (EU) Lisszaboni ajánlásainak hatására, 2007-ben a Nemzeti Alaptantervben (NAT) is megjelentek azok a változtatások, amelyek a kompetenciák szintjén új tartalmi követelményeket fogalmaztak meg. Jelen tantervcsomag koncepcióját is alapvetően a NAT új kompetencia-követelményei szabják meg.

A kulcskompetenciák fejlesztése

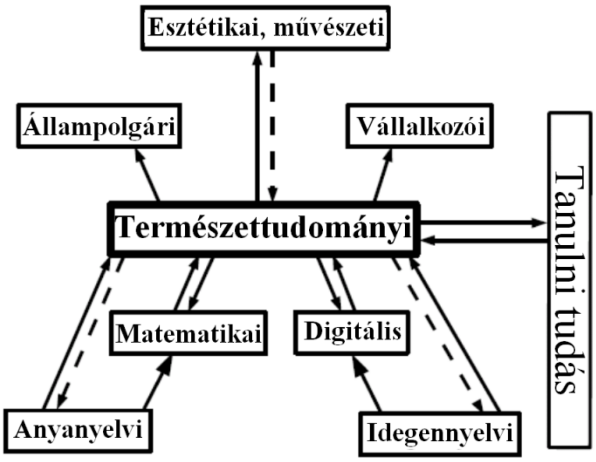
A Kormány 202/2007 sz. rendeletében módosította a NAT bevezetéséről szóló 243/2003 rendeletet. A módosító rendelet mellékletében a NAT részévé tette az Európai Parlament 2006 decemberében tett, az élethosszig tartó tanulás kulcskompetenciáira vonatkozó nyolc ajánlását. Az eredeti dokumentum harmadik (matematikai kompetencia és alapvető természettudományos és műszaki kompetencia) ajánlását a magyar rendelet matematikai és természettudományos kulcskompetenciára bontotta, így a módosítás szerint összesen kilenc kulcskompetencia fogalmazódott meg.

A tanterv szempontjából legfontosabb, természettudományi kulcskompetencia definícióját érdemes pontosan felidézni, hiszen ennek hatékony fejlesztése adja a készülő kerettanterv legfontosabb célját.

„A természettudományos kompetencia az ismereteknek és készségeknek azt a rendszerét jelöli, amelynek megfelelő szintje lehetővé teszi, hogy megfelelő ismeretek és módszerek felhasználásával leírjuk és magyarázzuk a természet jelenségeit és folyamatait, bizonyos feltételek mellett előre jelezve azok várható kimenetelét is. Segít abban, hogy megismerjük, illetve megértsük természetes és mesterséges környezetünket, és ennek megfelelően irányítsuk cselekedeteinket. A technikai kompetencia ennek a tudásnak az alkotó alkalmazása az emberi vágyak és szükségletek kielégítése érdekében. A természettudományos és technikai kompetencia magában foglalja a fenntarthatóság, azaz a természettel hosszú távon is összhangban álló társadalom feltételeinek ismeretét, és az annak formálásáért viselt egyéni és közösségi felelősség elfogadását.”

A definíció is mutatja, de mind a NAT, mind az eredeti EU dokumentum is világossá teszi, hogy a kulcskompetenciák átfedő és többszörösen összefonódó hálót képeznek, fejlesztésük egymástól elválaszthatatlan. Az egyes tantárgyak követelményei legfeljebb hangsúlyosabban érvényesíthetik valamelyik kulcskompetenciát, de semmiképpen sem mondhatnak le a társult kompetenciák fejlesztéséről.

A természettudományos tantárgyak esetén nyilvánvaló, hogy az oktatás döntő célja a természettudományos kulcskompetencia fejlesztése. Ez nem tehető meg a többi kompetenciák felhasználása, ill. párhuzamos fejlesztése nélkül. A célok és feladatok talán olyan kompetencia-térkép felvázolásával tehetőek a legvilágosabbá, amelynek centrumában a természettudományos kompetencia áll, s a többieket hozzá viszonyítva, a vele való kapcsolattal jellemezve pozícionáljuk.



A természettudományos kulcskompetenciát közvetve és közvetlenül megalapozó kulcskompetenciák

A kompetenciák alapozó csoportját azok képezik, amelyek a természettudományos kompetenciához nélkülözhetetlen készségeket fejlesztenek. Ide sorolható az anyanyelvi és az idegen nyelvi, valamint a matematikai és digitális kompetencia. Ezekre természetesen a természettudományos kompetencia közvetve, vagy közvetlenül, de erősen visszahat, a fogalomalkotási, ill. nyelvhasználati, valamint gondolkozási rendszerének sajátosságain keresztül. (A fenti kompetencia-térképen nyilakkal érzékeltetjük a hatások irányát.)

A biztos anyanyelvismeret és idegen nyelv tudása ma már nélkülözhetetlen a természettudományos ismeretek megszerzéséhez, hiszen az önálló ismeretszerzés legfontosabb forrása korunkban az internet. Ennek használata anyanyelvi szinten biztos és gyors szövegértési készséget igényel, de igazán hatékony alkalmazásához az angol nyelv ismerete is szinte nélkülözhetetlen. Ugyanakkor nem elhanyagolható a természettudományok visszahatása a nyelvoktatásra: elsősorban szigorú logikai felépítésük gondolati mintáin, de nem kis mértékben a szaknyelvek pontos jelentés-értelmezésű szókincsén keresztül is. (A tantervek ajánlásai ezt a készségkört az internetes kutatást is alkalmazó projektekkel, a szöveges teszt- és feladatsorokkal, valamint a természettudományos modellek szóbeli ismertetésének kívánalmával erősítik.)

Még nyilvánvalóbb a matematikai és a digitális kompetenciának a természettudományossal való „együtt fejlesztési" követelménye. A természettudományos modellek legmagasabb szintű megjelenítését a matematikai megformálás jelenti, amihez ma már szorosan csatlakozik az informatika numerikus szimulációs megoldás-, és a nyert eredmények grafikus megjelenítés-rendszere. Mindez egyben azt is jelenti, hogy a természettudományos fogalomalkotás és modellalkotás megelőzheti és átfedheti a matematikai fogalomalkotást, a modellek számítástechnikai kezelése pedig kiváló gyakorlóterepül szolgál az informatikai eszközök használatához. A kerettantervek ajánlásai erre a természettudományi területen kívül eső integrációs lehetőségre is figyelmet fordítanak, a módszertani ajánlások kiemelten tartalmazzák az IKT eszközök alkalmazását.

A természettudományi kulcskompetenciára építő kompetenciák

A kulcskompetenciák másik csoportjába sorolható az állampolgári és vállalkozói, gazdasági kompetencia, valamint az esztétikai, közízlésbeli kompetencia. Az első kettőnek a természettudományos kompetencia elsajátítása során megszerzett tényanyag és kognitív készségek nélkülözhetetlen alapul szolgálnak. Felelős állampolgári gondolkodás nem létezhet a természettudomány alapvető eredményeinek, hatásainak és kockázatainak ismerete nélkül. Milyen problémákat hordoz az atomenergia felhasználása? Kockázatokkal jár–e a génmódosított növények termesztése? Fontos-e az űrkutatás fejlesztése? Ezek mind-mind olyan kérdések, amelyekkel a modern társadalmaknak szembe kell nézni. Jó döntéseket azonban csak természettudományosan művelt közösségek hozhatnak. Ezek a kérdések azonban csak megfelelő mélységű és összetett természettudományos ismeretek és hatékony absztrakciós készség birtokában kezelhetőek. Ha nem akarunk üres és megfontolt ítéletalkotás nélküli tanulói ismeretanyagot visszahallani, akkor a társadalom és a tudomány nagy kérdéseit a középfokú képzés befejező szakaszában és mindig az adott tanulócsoport előismereteinek, képességeinek és motiváltságának ismeretében kell és érdemes iskolai témává tennünk. Erre az olyan integráló tárgy bevezetése látszik alkalmasnak, amely a középiskola végén, az érettségi évében biztosít lehetőséget a természettudományos ismeretek szintetizálására, a tudományos-technikai fejlődés által felvetett kérdések társadalmi és tudományfilozófiai kontextusban történő vizsgálatára. Az integrált tantárgy annál is inkább alkalmas lehet ezeknek a kérdéseknek a tárgyalására, mert a vizsgált problémákra nagyon sokszor nem adható a természettudományos tantárgyakban megszokott pontos és letisztult válasz. Az önálló tárggyal hangsúlyosan kizárható tehát még a lehetősége is annak, hogy a diákok teljesítményének értékelésébe véleményalkotásuk miatt esetleg bekerülő szubjektív elemek a diákok további pályáját döntően befolyásolhassák.

A tantárgy mégis, a tantervtől jól elkülönítetten csak a függelékben kerül kidolgozásra. Ennek oka döntően az, hogy a tárgy bevezetésével kapcsolatos jogos kérdések (ki tanítsa? hogyan értékelhető?) ne riasszanak el senkit a teljes tanterv alkalmazásától.

Még nyilvánvalóbb a természettudománynak a vállalkozói és gazdasági kompetencia megalapozásában játszott szerepe. Ha a vállalkozásoknak nem teljes köre tartozik is a műszaki, technikai, materiális cikkeket termelő körbe, ez a kör mégis igen széles, és kapcsolata a természettudományokkal szoros. Említésre érdemes, hogy pl. az Egyesült Államokban készült felmérések szerint a bankszektor is nagy számban és szívesen alkalmaz természettudományos végzettségű szakembereket (pl. fizikusokat), mert a realitásokhoz történő alkalmazkodási készségük, számítástechnikai tudásuk, problémamegoldó képességeik könnyen transzferálhatók a gazdasági élet területére.

Az esztétikai, művészeti kompetencia esetén a természettudományos kapcsolat talán távolinak tűnik, mégis meg kell említeni a szigorú logikai gondolkodás és bizonyítások intellektuális örömét és esztétikáját, valamint a műszaki és építészeti alkotások formáinak ízlésformáló szerepét. Továbbá ismert, hogy a természettudományok és a technika fejlődésének szédítő sebessége, már-már hihetetlen eredményei az utóbbi évszázadokban sok alkotót és művészt megihlettek. (Ezek a lehetőségek elsősorban a humán osztályokban fontosak, mert ott éppen az irodalmi és egyéb művészeti értékek felől közelítve kelthetjük fel a diákok érdeklődését. Nem elhanyagolható a rajz és képzőművészeti szakkörök ilyen jellegű funkciója sem.)

A tanulási képesség

A tanulási képesség kompetenciájának kifejlesztése minden bizonnyal az iskola legfontosabb feladata. Ez minden más kompetencia megszerzéséhez nélkülözhetetlen, s a tantárgyak esetenként gyorsan avuló tényanyagának ismereténél fontosabb képesség.

Talán ez az oka annak, hogy igen sok ezzel kapcsolatban a szélsőséges vélekedés. Sokan hangoztatják, hogy nem kell verseket és képleteket tudni, mert elegendő, ha a diák képes a könyvtárban (vagy manapság az interneten) a szükséges ismerteket megtalálni. Véleményünk szerint ennek a felfogásnak az elfogadása éppen a hatékony tanulás ellen dolgozik. **Nem hiszünk abban az általánosító megállapításban, hogy „a tárgyi tudás, a képletek ismerete semmi, a fontos csak az, hogy jól tudjunk tájékozódni az ismeretanyagban" A tájékozódás képessége csak megfelelő fogódzók, azaz a fontos ismeretek hálós rendszerének kiépítésével működtethető. Az új ismeretek megszerzése, a tanulás csak akkor hatékony, ha szervesen beépülhet a már meglévő tudás rendszerébe, ami tényanyag nélkül elképzelhetetlen. A tanulás alapfeltétele tehát a klasszikus, már nem változó ismeretanyag alapjainak elsajátítása is.** A hatékony tanulás eredménye az aktívan transzferálható, kreatívan alkalmazható tudás. Ezt szolgálhatja a tantárgyak közötti integráció, amelynek során a meglévő tudáselemek között újabb kapcsolatokat építünk ki.

Részkompetenciák, speciális természettudományi készségek

A fenti általános és rendkívül széles tartalmú kompetenciák sokféle rész kompetenciából, ismeretből, készségből és egyéni motivációból tevődnek össze, amelyek a tananyaghoz kapcsolódva különböző hangsúllyal jelennek meg. A módszertani, intellektuális, kommunikációs, valamint személyes és társadalmi kompetenciák részletes leírása megtalálható az OFI honlapján. Az ott felsorolt szerteágazó, sokszor átfedő és nem is mindig összemérhető jelentőségű elemekből összeállított kompetenciarendszer széles lehetőséget teremt arra, hogy a természettudományos tantárgyak szakmai-tartalmi tananyaga mellett megjelöljünk olyan távlati elemeket, amelyek transzferálható, általános készségként hangsúlyosan fejleszthetők valamely témakörben.

Semmiképpen sem fogadható el azonban az a leegyszerűsített felfogás, amely bizonyos készségek, és tananyagrészek elsajátítása közé szinte egyenlőségjelet tesz. (Az atomfizikához például, természetesen csatolódik a modellalkotási készség fejlődése, de pusztán az atomfizika modelljeinek megismerése nem elegendő a modellalkotási készség kialakulásához és a más területeken biztos modellalkotási készség sem biztosítéka az atomfizika könnyű megértésének, ha egyéb szükséges fogalmak hiányoznak.) Az általánosan megfogalmazott kompetenciák többsége hosszadalmas, a teljes iskolai periódusra kiterjedő egyéni fejlődési folyamat eredménye, ami nagyon különböző szinteken valósul meg az egyes diákokban és a kompetenciarendszer egyéni fejlődése szinte élethosszig tartó folyamat.

A természettudományos kulcskompetencia részeként két alapvető általános gondolkozási képességet érdemes kiemelni. Az egyik a modellalkotási képesség, ami a természet leírásában talán a legfontosabb és legnehezebb lépés. Adott természeti jelenség esetén ez magában foglalja a lényeges vonások elkülönítését a komplex jelenség analízisét és a ráépülő fogalomrendszer, majd leginkább elvont szinten a mennyiségi leírást megadó matematikai modell kialakítását. Az utóbbi szint valószínűleg csak szűk, az elvont gondolkodásra fogékony tanulói rétegtől várható el. A gondolkodási séma elemei azonban elsajátíttathatók, s elősegítik a tudástranszfer képességének kialakítását. A másik kiemelendő képesség a reflektív gondolkodás, az önellenőrzés képessége, amely a problémamegoldás nélkülözhetetlen része.

A tanterv a kialakítandó kompetenciák esetén általában a részkompetenciákat jeleníti meg, mivel a kulcskompetenciák túlságosan általánosak, s így a részletek szintjén semmitmondóvá válnak. Az alsó táblázat a NAT kulcskompetenciáinak és az OFI által javasolt, már említett kompetenciáknak az összekapcsolását mutatja. Ez a kompetenciarendszer rámutat arra is, hogy az egyes tantervekben szigorúan tevékenységként értelmezett tantervi célok fogalmilag igen gyakran alapvető részkompetenciákat takarnak, amelyek a kulcskompetenciák elsajátíttatásában nélkülözhetetlenek.

NAT kulcskompetencia	Mátrix kereszttantervi kompetencia
Anyanyelvi kommunikáció	Szóbeliség Írásbeli munka Kommunikációértékelés
Idegen nyelvi kommunikáció	Szóbeliség Írásbeli munka Kommunikációértékelés
Matematikai kompetencia	Problémamegoldás Valószínűségi szemlélet
Természettudományos kompetencia	Megfigyelés Kísérletezés Mérés Rendszerszemlélet Oksági gondolkodás Modellalkotás
Digitális kompetencia	Információkezelés IKT alkalmazás Forráskezelés
A hatékony, önálló tanulás	Alkotóképesség Összehasonlítás Osztályozás Rendszerezés Lényeg kiemelése Példakeresés Analógiák felismerése, keresése, kialakítása Kapcsolatba hozás Önfejlesztés
Szociális és állampolgári kompetencia	Kritikus gondolkodás

	Történetiség követése Önértékelés Nyitottság Empátia Társas aktivitás Egészségtudatosság Környezettudatosság Társadalmi érzékenység Etikai érzék Felelősségérzet
Kezdeményezőkészség és vállalkozói kompetencia	Stratégia tervezése Alternatívaállítás Pozitív gondolkodás Szervezőkészség Döntésképesség
Esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőkészség	Képi információ feldolgozás Esztétikai érzék Harmónia

Vissza >>>

II. A KINEMATIKA TANÍTÁSA

Bevezetés

A mechanika tanítása hagyományosan a mozgástannal, a haladó mozgások vizsgálatával kezdődik. Az itt kialakított alapfogalmak, a kísérlet és a matematikai leírás összekapcsolásának módja alapvetően befolyásolják a diák későbbi hozzáállását a fizikához. A témakör jelentőségét az is megerősíti, hogy a kinematikai kísérletek, mérések a dinamikát is megalapozzák. Aki a kinematikával nem boldogul, a dinamikát sem képes megérteni. A kinematika kísérletei egyszerűek, fogalmai szemléletesek, megértésük mégsem megy könnyen.

A jelen tanítási gyakorlatban a kinematika alapjai már az alapozó oktatásban (7-8. évfolyam) szerepelnek, itt a jelenségbemutatáson, az alapfogalmak bevezetésén és a kvalitatív problémamegoldáson, jelenségértelmezésen van a hangsúly. Az alapfogalmak kialakítása során nem törekszünk a tudományos igényességű precizitásra, de arra ügyelünk, hogy egyszerűsített megközelítésben se tanítsunk olyat, amit a későbbiek során el kell vetnünk.

A mozgásról már kisgyerekkorban kialakulnak érzékletes képzeteink és ezért a kinematika tanítása első pillanatra egyszerűnek tűnik. Valójában ennek ellenkezője az igaz. A gyerekek már a fizikatanulás előtt találkoznak a kinematika sok kifejezésével, így pl. határozott jelentéssel bír számukra a *sebesség, a gyorsulás, lassulás.* A probléma abból ered, hogy ezek a kisdiákok sajátos tudásrendszerébe mélyen beintegrált fogalmak nem fedik le a fizika hasonló elnevezésű fogalmait. Sokszor nehezebb egy fogalom rosszul rögzült tartalmát korrigálni, mint addig sosem-hallott új dolgokat tanítani.

A kinematikai fogalmak közül az egyik legfontosabb mennyiség a sebesség. A kisdiák kialakult sebességfogalommal rendelkezik, de amit ő sebességnek tart az tulajdonképpen a „tempó” (avagy gyorsaság) fogalmát jelöli és az autó vagy a kerékpár sebességmérőjéhez kapcsolódik. A kisgyerekek többsége jól ismeri az autó sebességmérőjét, tudja, hogy a sebességmérő mutatója autózás közben mozog, induláskor emelkedik, fékezéskor esik, útközben ingadozhat aszerint, hogy mennyire nyomjuk a gázpedált. Így a mutató állásának pillanatnyi változásával a pillanatnyi sebesség is könnyen érthetőnek tűnik számára. A probléma ott van, hogy a valóban jól ismert tempó fogalma nem tartalmazza a mozgás irányát, a tempó skalár mennyiség, a sebesség a fizikában vektor, ami változik akár a „tempóban” akár az irányban, vagy mindkettőben egyszerre változás történik. Ha erre nem fordítunk kellő figyelmet a tanítás során, a diák nem fogja érteni, hogy pl. az egyenletes körmozgás miért gyorsuló mozgás.

A gyermeki fogalomtárban természetesen szerepel a mozgásokkal összekapcsolva az irány is. A mozgás iránya azonban gyakran, mint az egész mozgásfolyamat célja jelenik meg. A mozgás pillanatnyi irányáról nincsenek kialakult fogalmai.

A kisdiákok többségének a gyorsulásról is van elképzelése, legtöbbjük a gyorsulást a tempó növekedésével azonosítja. Természetesen adódik ebből, hogy a fékezés negatív gyorsulás. A sebesség irányának változását nem tekintik gyorsulásnak.

Az imént példaként említett gyermeki fogalmak eltérése az egzakt kinematikai alapfogalmaktól nehezíti a fizika eredményes tanítását. Nem tehetjük meg, hogy tudomást sem veszünk róluk. Tudnunk kell azonban hogy, a fizika azon fogalmait, amelyek a gyermeki tudásrendszerbe hasonló elnevezésekkel, de téves vagy hiányos tartalommal szervesen integrálódtak, nehéz korrigálni. Talán az a legígéretesebb módszer, ha a diákot egy-egy gyakorlati élő példán keresztül ráébresztjük arra, hogy korábbi elképzelései nem adnak magyarázatot a jelenségekre, pontosításukkal azonban jó következtetésekre jutunk. A kinematika egzakt fogalmainak kialakítása nem könnyű. Építenünk kell a diákok köznapi fogalmaira, miközben az életkor absztraktciós szintjét figyelembe véve csiszoljuk, alakítjuk, pontosítjuk azokat. A túlzott elnagyolás ugyanúgy hiba, mint a fogalmak aggályos elbonyolítása. Az utóbbira példa az ókori görög tudomány, ami a sztatika, vagy a csillagászat területén bámulatos eredményekre jutott, miközben a mozgásokkal - túlságosan nehéznek tűnő elvi problémák miatt - nem boldogult. Jól mutatja be ezt Zénón híres gondolatkísérlete, a gyorslábú Akhilleusz és a teknősbéka versenyfutásának feloldhatatlannak vélt problémája.

Zénón megoldhatatlannak tűnő problémája

Ki nyeri a futóversenyt a gyorslábú Akhilleusz vagy a lomha teknősbéka?

Részletek >>>

A középfokú oktatásban a kinematikai alapfogalmak pontosítása, bővítő ismétlése mellett egyszerű mozgások kvantitatív leírása kerül előtérbe. Kiemelten fontos a sebesség és a gyorsulás vektor jellegének hangsúlyozása. A kinematika törvényeinek megalapozásában nagy szerepe van a méréseknek, a grafikus ábrázolásnak. A mérésekben – a hagyományos iskolai kísérletek mellett - fontos szerepe kell legyen a diákokat érdeklő korszerű méréstechnikának is. A kinematika tanítása során fontos, hogy tekintettel legyünk a diákok, matematikai tudásszintjére. Ha a 9. évfolyamon például matematikából még nem szerepelt a másodfokú egyenlet általános megoldása, a fizikában célszerű speciálisan megoldható egyszerű példákra, illetve grafikusan megoldható problémákra korlátozni pl. az egyenletesen gyorsuló mozgás útjával kapcsolatos feladatokat. A kinematika tanítása során be kell mutatnunk, hogy az itt szerzett ismereteknek fontos szerepe van a mindennapi életünk gyakorlatában is, a kinematikai ismeretek például jól alkalmazhatók a közlekedés szabályok megértése során, ill. a helyes gépjárművezetői gyakorlat kialakításában is.

A kinematikai ismeretek tantervi elhelyezése

A magyar gimnáziumi oktatásban a mozgástan hagyományosan a fizikai tanulmányok elején állt. A négyosztályos gimnázium II. osztályában (10. évfolyam) indult a fizika tanítása a mozgástannal. Ebben az 1978-as tanterv hozott változást, a fizika tanítását már a 9. évfolyamon elindítva és folytatva az érettségiig. (Ekkor a fizika összóraszáma - alapszint és középszint együtt - kétszerese volt az 2000 évi kerettantervi óraszámnak.) Az 1978-as tantervben a fizika a 9. évfolyamon alapozó hőtani-anyagszerkezeti bevezetővel kezdett. A mechanika tematikus tárgyalása továbbra is 10. évfolyamon indult. A 2000 évi egységes gimnáziumi kerettanterv a 9-10-11. évfolyamokra szűkítette a kötelező fizikaoktatást és a kinematikával indította azt. A jelenleg érvényes, 2013. évi szabályozás ezt megtartotta. A két kerettantervi alapváltozat szemléletében és céljaiban különbözik. Az „A” kerettanterv azoknak készült, akiktől idegenek a reáliák. A tanterv a kinematika köznapi praktikus gyakorlati alkalmazásait emeli ki (erre utal a tantervi fejezetcím is: „A közlekedés kinematikai problémái”). A „B” kerettanterv a reáliáktól nem elzárkózó diákoknak szól, és célja, hogy biztosítsa az eredményes fizika érettségi lehetőségét. A „B” kerettanterv diszciplináris felépítésű, ahol az alkalmazások, érdekességek a megismert fizikai törvények illusztrálását szolgálják.

A kinematika diszciplináris felépítése során az ismeretek és az ezekhez kapcsolt fejlesztési feladatok elosztása a diákok kognitív fejlődéséhez és döntően a matematikai ismereteihez alkalmazkodik. A 9. évfolyamon a „Kinematika” témakörben az egyenes vonalú haladó mozgások, és az ezek eredőjeként származtatható összetett mozgások kerülnek tárgyalásra. Ezt követi a körmozgás kinematikája. A rezgések és a hullámmozgás kinematikai tárgyalása 11. évfolyamon kerül sorra, amikor a diákok már elegendő matematikai alapozással rendelkeznek a forgásszögek szögfüggvényeiről.

A fizikatanári szakmódszertani képzésben nem kívánunk alkalmazkodni a gyakran változó tantervi szabályozáshoz, ütemezéshez. A fizika diszciplináris felépítése szerinti logikával tárgyaljuk az egyes témakörök - a tanítás szempontjából kiemelt - problémáit, a tanítás lehetséges módszereit, és próbálunk ízelítőt kínálni a fizika már középiskolás szinten is bemutatható nagyon sokrétű gyakorlati alkalmazására.

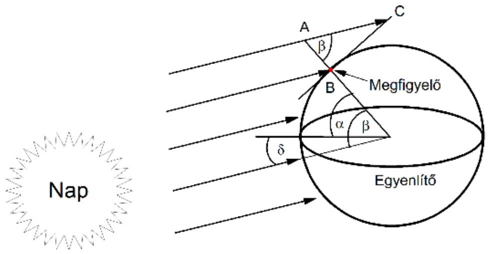
1. A vonatkoztatási rendszer

A kinematika középiskolai tanítása során általában nem kell nulláról indulnunk, a gyerekek köznapi ismeretei és az általános iskolában szerzett tárgyi alapjai jelentik a kiindulást, amit a gimnáziumban jobban tudatosítunk, rendszerezünk.

A vonatkoztatási rendszer egyértelmű *tudatos* rögzítése a mozgások tárgyalásának első lépése. A lényeget jól megértethetjük, ha feltesszük például a következő egyszerű konkrét kérdést: „Egy autó 3 km-t tett meg egyenesen, hol van most?” A diákok természetesen jól érzik, hogy erre a kérdésre csak akkor adható válasz, ha ismert az egyenes, amely mentén haladt, tudjuk, hogy az autó milyen irányba haladt, illetve hol volt, amikor indult. A vonatkoztatási rendszerhez tartozik a mozgás mennyiségi leírásához szükséges koordinátarendszer megadása is. Ez egyenes vonalú mozgások esetén annyit jelent, hogy a kijelölt vonatkoztatási rendszerhez egy számegyenest rögzítünk, kijelölve rajta a hosszúság-egységet és a pozitív, illetve negatív irányt. Síkbeli mozgások esetén legtöbbször a matematikában már tanult síkbeli Descartes-féle derékszögű koordinátarendszert használjuk, de például a ferde hajítás leírásakor célszerű lehet Descartes-féle ferdeszögű koordinátarendszer alkalmazása, vagy a körmozgás esetén a síkbeli polárkoordináta-rendszer használata.

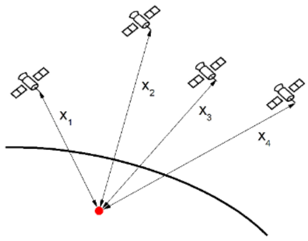
Háromdimenziós mozgásokat a középiskolai kinematikában nem tárgyalunk. Ennek ellenére fakultatív keretek közt érdemes kitérni a térbeli koordináta-rendszerekre, így például a csillagászati-, ill. a földrajzi polárkoordináta-rendszerre. A földrajzi helykoordinátáinkra akár egy kiránduláson, vagy a tanórán, az iskolaudvaron, egy földbe szúrt függőleges karó déli árnyékának méréséből is következtethetünk (lásd K2 melléklet). Diákjaink többsége hírből, talán alkalmazás szintjén is ismeri a „GPS” műholdas helymeghatározó rendszert és a GPS-koordinátákat. A GPS-rendszer működése és a GPS-koordináták értelmezése (lásd K3 melléklet) érdekes kiegészítési lehetősség a fizika tanítása során.

Földrajzi helykoordináták meghatározása egy karó déli árnyékának hosszából



Részletek >>>

A GPS bemutatása



Részletek >>>

A kinematikai kísérletek, mérések, illetve feladatok megoldása esetén az első lépés mindig a vonatkoztatási rendszer rögzítése. Ennek tudatosítására fontos didaktikai segítség, ha a vonatkoztatási rendszer origóját, ahol csak lehet konkrét tárgyhoz, megnevezett objektumhoz rögzítjük. A vonatkoztatási rendszer választásának szabadságát egyszerű példákon mutathatjuk be, érzékeltetve, hogy a mozgás bármely választás esetén leírható. A különbség csak abban áll, hogy ügyesebb, az adott problémához jobban illeszkedő választás esetén a leírás egyszerűbb, míg más választás esetén bonyolultabb lehet.

A kinematikában a koordináta-rendszer még tetszés szerint választható, az inerciarendszer használata csak a dinamikában válik fontossá. A mozgástanban tehát érdemes mindig a problémához legjobban illeszkedő koordináta-rendszert használni. Ez az esetek többségében a Földhöz rögzített, ún. laboratóriumi koordináta-rendszer. A laboratóriumi koordinátarendszer a középiskolában lehet pl. az osztályteremhez rögzített Descartes-féle koordináta-rendszer. Ezt alapozó szinten általában külön nem hangsúlyozzuk, de a gyakorlatban így járunk el. Kihasználjuk, hogy a természetes gondolkodás azt kívánja, hogy a vonatkoztatási rendszert valamely triviálisan nyugvó tárgyhoz rögzítsük. Ugyanakkor a feladatmegoldás során a kinematika alkalmat ad más vonatkoztatási rendszerek és koordináták, akár gyorsuló rendszerek használatára is. A koordináta-rendszerek közötti transzformáció azért egyszerűbb, mint a dinamikában, mert csupán geometriai feltételeknek kell eleget tenni. Megfelelő óraszám és érdeklődő osztály esetén itt vezethető be a Galilei transzformáció is.

A Galilei-transzformáció és a Galilei-féle relativitási elv tanítása

Részletek >>>

Koordináta-transzformációs feladatok

Részletek >>>

2. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás

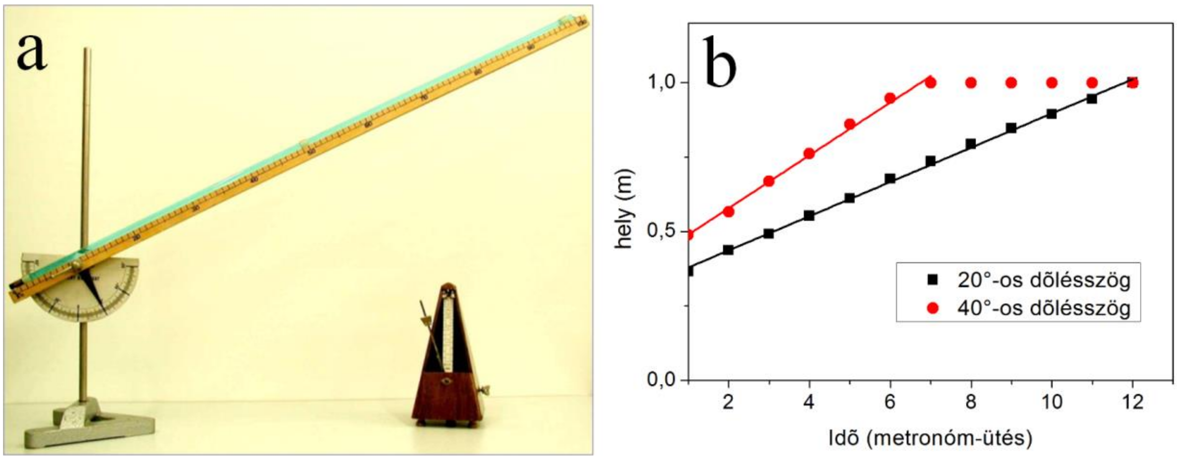
Az egyenes vonalú egyenletes mozgás fogalmával és a rá vonatkozó legegyszerűbb feladatokkal a diákok már az általános iskolában foglalkoztak, matematika (egyenes és fordított arányosság) és fizikaórákon egyaránt. A középiskolában a hozott ismereteket elevenítjük fel és egészítjük ki. A témakör kísérleti indításaként a Magyarországon közismert Mikola-csöves méréseket ajánljuk. A mérés és a kiértékelés során jó alkalom adódik az általános iskolából hozott ismeretek felfrissítésére és kiegészítésére. Az egyszerű „kézi” mérések és azok grafikus kiértékelése jó bevezetője a modern számítógépes méréstechnika alkalmazásának.

2.1. Kísérleti vizsgálat, grafikus ábrázolás

A Mikola[1]-cső (1a. ábra) az egyenletes mozgás kísérleti vizsgálatára alkalmas egyszerű taneszköz. Nem más, mint 1 méter hosszú fa vagy fém rúdra rögzített, festett vízzel majdnem teljesen megtöltött és lezárt üvegcső. A csőben mintegy körömnyi levegőbuborék mozoghat. Ha a csövet megbillentjük a kezdetben lent elhelyezkedő buborék felfelé mozog a csőben. A buborék mozgásának egyenletességéről meggyőződhetünk, ha egyenlő időközönként megjelöljük a mozgó buborék pillanatnyi helyét a csövet tartó rúdon. A jelölést célszerű krétával, egyenletesen kattogó metronóm ütéseire megtenni. A buborék mozgási sebessége függ a cső meredekségétől. A meredekséget célszerű feltámasztással, vagy a csövet tartó rúdra szerelt tengely befogásával változtathatjuk. Beszerezhető olyan Mikola-cső is, amelynek rúdján szögmérő szolgál a dőlésszög pontos megállapítására (1a. ábra).

Végezzünk két különböző (előre kipróbált) dőlésszög mellett egy-egy mérést a Mikola-csővel, és ábrázoljuk a mérési eredményt elmozdulás - idő grafikonon!

[1] **Mikola Sándor** a Fasori Evangélikus Gimnázium legendás fizikatanára, majd igazgatója, a Magyar Tudományos Akadémia tagja, több demonstrációs kísérleti eszköz kifejlesztője



1. ábra. (a) A Mikola-csöves mérés összeállítása, (b) a buborék elmozdulás – idő grafikonja a cső két különböző meredekségű állásánál.

A krétajelek távolságát a cső végétől könnyen leolvashatjuk a cső mellé fektetett cm-skála segítségével. Az idő múlását metronóm-ütés egységekben mérjük. A mérés kezdőpillanatának pontos meghatározása azonban nem egyszerű, hiszen a buborék indítását nehéz pontosan szinkronizálni a metronómmal. A bizonytalanság elkerülésére az idő múlását – önkényesen – az első krétajelhez tartozó metronóm-ütéstől számítjuk. Ilyen módon a t = 0 pillanatban a buborék már valamekkora s_0 távolságra van a helymérés kezdőpontjától. Ezután a hely és idő-adatok összerendelése már könnyen megtehető. Ne fejezzük be az értékpárok rögzítését pont a mozgás végén, hanem folytassuk még néhány metronóm-ütés idejéig. Ez utolsó pontok esetében a buborék helye változatlan (a cső felső vége) de az idő telik.

A grafikus ábrázolás első lépéseként az adatokat értéktáblázatban foglaljuk össze. Ezután koordinátarendszert rajzolunk, nevesítjük a tengelyeket, majd a tengelyek metrikáját rögzítjük. Az elmozdulást a cső alsó végétől mérjük. (A tanulók többsége valószínűleg gyakorlatlan a függvényábrázolásban, ezért célszerű tanári irányítással dolgozni. A gyereknek a kockás füzetében ugyanazt az ábrát kell elkészítenie, mint amit a tanár rajzol a táblán. A diákokat az egység célszerű megválasztásában is irányítani kell!) Az elmozdulás-tengelyen érdemes azonnal megjelölni a cső teljes hosszát. Ezután a mérési pontokat jelöljük be. A metronóm-ütések pillanatában a buborék helyét mutató krétajelek távolsága közel egyenletesen változik. Ennek alapján megfogalmazható az egyenletes mozgás jellemzője: *az egyenletes mozgást végző test egyenlő idők alatt egyenlő utakat tesz meg.* Kísérletünkben természetesen a buborék csak korlátozott tartományban mozog, a cső végén megáll annak ellenére, hogy a metronóm tovább üt. A mérési adatok emelkedő pontsorára egyenest illesztve megkapjuk a buborék mozgásának út – idő grafikonját.

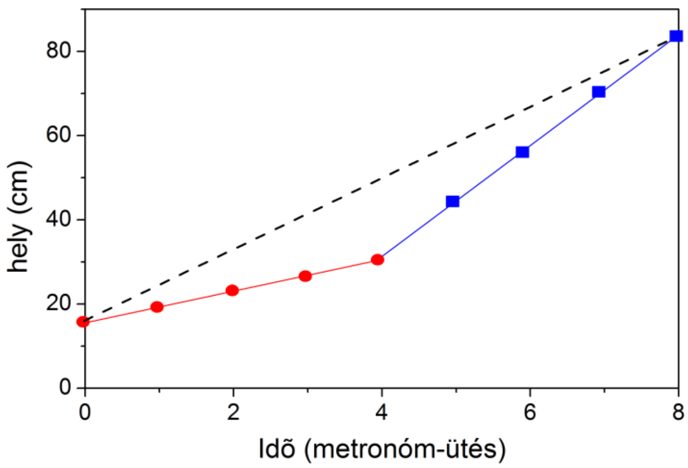
A grafikon a diszkrét mérési pontokra illesztett folytonos függvény. A grafikonról leolvasható a buborék helye tetszőleges pillanatban (pl. a harmadik és a negyedik metronóm-ütés között félidőben, vagy akár a tízedik ütés pillanatában - amikor a mozgás már befejeződött). Az általános iskolai ismeretek alapján értelmezhető a grafikon meredeksége, ami a buborék sebességét ($v = \Delta s/\Delta t$) adja meg és tengelymetszete s_0, amely a buborék helyét jelzi a mérés kezdeti pillanatában. A két különböző meredekségű csőállásnál végzett mérés út – idő grafikonját célszerű ugyanabban a koordinátarendszerben ábrázolni (1b. ábra), mert így jól összehasonlíthatóak. A két különböző dőlésszögű mérés grafikonja eltérő meredekségű, ami a buborékok eltérő sebességére utal. A tengelymetszetek különbsége a buborék indítási bizonytalanságából adódik. Hívjuk fel a gyerekek figyelmét arra, hogy a grafikonok tengelymetszetükben és meredekségükben különböznek, azaz az egyenes vonalú egyenletes mozgás meghatározásához két fontos adat szükséges: a sebesség és a mozgó test távolsága a viszonyítási ponttól a mozgás kezdőpillanatában.

A grafikus ábrázoláshoz kapcsolódva érdemes felidézni az általános iskolai matematika ismereteket az egyenes arányosságról és az azt ábrázoló origón átmenő egyenesről. Az egyenletes mozgás jellemzőjét ennek segítségével is megfogalmazzuk: *az egyenletes mozgást végző test útja arányos az eltelt idővel.*

A sebesség megadásához a mérőszám mellett a mértékegység is lényeges. Ezen a ponton kiegészítjük az általános iskolai anyagot: a sebesség hivatalos SI mértékegysége mellett néha más egységeket is használhatunk. Mivel esetünkben Δs értékét centiméterben, Δt értékét metronóm-ütés egységben mértük, a sebesség mértékegysége a magunk választotta $\left[\frac{cm}{\text{metronóm−ütés}}\right]$ „önkényes" egység. Természetesen ezt – már csak a gyakorlás és ismétlés kedvéért is — érdemes átszámíttatnunk a szokásos m/s egységre! (Az átszámítás alapja a metronóm hitelesítése, azaz 10-15 ütés tartamának lemérése stopperrel. Ne felejtsük el felhívni a figyelmet, hogy az ütések számolását 0-val kezdjük!)

2.2. Az átlagsebesség meghatározása

Az átlagsebesség fogalmát a tanulók már az általános iskolában megismerik, mégis gyakori hogy a fizikai fogalmat összetévesztik a sebességek számtani középértékével. Az átlagsebesség fogalmának felelevenítése, tisztázása fontos feladat a középiskolában. A Mikola-cső segítségével ez is egyszerűen megtehető.



2. ábra. A mozgás első szakaszában kisebb, a másodikban nagyobb a buborék sebessége. Az átlagsebességgel mozgó képzeletbeli buborék mozgását a szaggatott vonal mutatja.

Indítsuk a mérést kis meredekségű csővel! Néhány mérési pont felvétele után, két metronóm-ütés közti időben billentsük meredekebbre a csövet, és folytassuk a buborék helyének bejelölését az ismétlődő ütésekre. A buborék mozgása most egy lassabb és egy gyorsabb szakaszból tevődik össze. Az út-idő grafikont a 2. ábra mutatja.

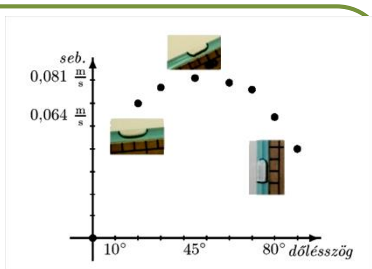
A két szakasz sebességének meghatározása után, határozzuk meg az átlagsebességet! Hangsúlyozzuk, hogy itt olyan buborék sebességének kiszámításáról van szó, amely egyenletesen haladva pontosan ugyanannyi idő alatt ér a cső elejétől a cső végéig, mint az a vizsgált buborék, amely útjának első részét lassabban, második részét gyorsabban tette meg.

Rajzoljuk rá a mérési eredményeinket tartalmazó grafikonra az átlagsebességgel mozgó képzeletbeli buborék grafikonját, és határozzuk meg az átlagsebesség nagyságát! Mutassuk meg, hogy az így kapott átlagsebesség nem a két korábban meghatározott részsebesség számtani közepe!

Fakultatív kiegészítő kísérlet Mikola-csővel

A buborék sebessége a dőlésszög függvényében

Részletek >>>



A mindennapi életben tapasztalt mozgások között igen ritka az egyenes vonalú egyenletes mozgás. A valóságban a mozgó testek sebessége nem pontosan állandó, mégis nagyon sokszor annak tekintjük őket, azaz a mozgást az átlagsebességgel jellemezzük.

Az egyenletes mozgás út – idő grafikonjáról a mozgás minden jellemzője (az origótól mért kezdeti távolság, a test helyzete a mozgás tetszőlegesen kiválasztott pillanatában, és a test sebessége, mint a grafikon meredeksége.) leolvasható.

Érdemes ezen a ponton elkezdeni az elmozdulás fogalom bevezetését, és ezzel előkészíteni a sebesség vektor jellegének felismerését. Ha az egyenes vonalú mozgás egyenesét számegyenesnek tekintjük, akkor a mozgás pozitív vagy negatív irányban is történhet, azaz az elmozdulásnak iránya van! Nagyon fontos azonban, hogy ettől kezdve még az egyenes menti mozgás esetén is megkülönböztessük az utat és az elmozdulást. Úton a különböző irányú elmozdulások abszolút értékének összegét kell értenünk. (Jól példázza ezt annak a repülőgépnek a mozgása, amely egyenes vonalban megteszi a Budapest – Prága távolságot, majd megfordulva ugyanazon egyenes mentén visszatér Budapestre. A repülőgép elmozdulása zérus, útja azonban a Budapest Prága távolság kétszerese.

Az egyenletes mozgás sebesség – idő grafikonja az idő-tengellyel párhuzamos vízszintes egyenes. Ha a sebesség az elmozdulás-tengelyen kijelölt pozitív irányba mutat, a sebesség-egyenes a koordinátarendszer pozitív negyedében van, ha a sebesség a negatív irányba mutat, a vízszintes egyenes az időtengely alatt fut. A sebesség egyenese alatti területek abszolút értékének összege az egyenletesen mozgó test által megtett út hosszát adja meg. A sebesség-idő grafikon megrajzolása azért fontos, mert ezzel készítjük elő a változó mozgásnál alapvető ábrázolást.

3. Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

A változó mozgás tárgyalásakor nem kerülhető el a pillanatnyi sebesség fogalmának bevezetése. Erre többféle lehetőség is kínálkozik. A bevezetés szintjén támaszkodhatunk pl. a tanulók gépkocsiban ülve szerzett tapasztalataira. A Mikola csöves kísérletben láttuk, hogy a buborék sebessége mozgás közben változhat. Hasonlóképpen, de pillanatról pillanatra változhat a sebességmérő tanulsága szerint egy gépkocsi pillanatnyi sebessége. Elfogadhatjuk tehát, hogy léteznek sebességmérő műszerek, amelyek a mozgó test pillanatnyi sebességét mutatják.

Az egyenletesen változó mozgás tárgyalására több módszer közül választhatunk. A gimnázium általános osztályaiban ajánlott Galilei történelmi kísérletére alapozva tárgyalni a mozgást. A reál-, ill. a matematika-érdeklődésű osztályokban érdemes a 3.2. pontban bemutatott úton haladni.

3.1. Galilei kísérlete

A fenti, intuitív sebességfogalomra építve az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás tárgyalását érdemes Galilei történelmi kísérletével kezdeni. Ezzel nem csak a nagy tudós előtt tisztelgünk, de bemutatjuk a természettudományos megismerésnek azt az útját, ami Galilei nyomán a mai napig is érvényes és jellemző a fizikára.

Galilei a leeső testek mozgását megfigyelve, érzékelte, hogy azok esés közben egyre nagyobb sebességgel mozognak. Felvetődött benne a kérdés, hogy vajon az eltelt idő, vagy a megtett út a meghatározó az esési sebesség pillanatnyi értéke szempontjából. Bár mindkét összefüggés vizsgálata eredményre vezethet, Galilei jó érzékkel az egyszerűbben megfogalmazható kapcsolatra, az eltelt idő és a sebesség közötti összefüggésre koncentrált. Első közelítésként feltette, hogy a szabadon eső test sebessége arányos a mozgás kezdetétől eltelt idővel, és megpróbálta meghatározni a test útját az idő függvényében. Mivel az egyenletes mozgás út – idő összefüggését ismerte, a szabadon eső test által megtett utat, az átlagsebesség és az idő szorzataként írta fel. Az átlagsebességet, az adott időtartamhoz tartozó középsebességként (a kezdeti- és végsebesség számtani közepe) határozta meg. (Ez a sebesség lineáris időfüggése esetén igaz.) A mozgás kezdete óta eltelt t időre számított középsebesség $v_t/2$. Eszerint a kezdetben nyugalomban lévő, majd egyenletesen gyorsulva mozgó test útja

$$s = \frac{v_t}{2} \cdot t \,,$$

ahol v_t a mozgás végsebességét jelöli a t időpillanatban. Felhasználva, hogy a mozgás sebessége a feltevés szerint az eltelt idővel arányos: $\mathrm{v_t} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}$, Galilei az út-idő függvényre az

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \,,$$

összefüggést kapta. (A középsebességre vonatkozó összefüggésben az a együttható a sebességváltozás mértékét meghatározó gyorsulás.) *Galilei* történelmi érdeme, hogy nem ált meg a feltételezéseknél, hanem következtetéseit mérésekkel is igazolta. Mivel a korabeli méréstechnika nem tette lehetővé, hogy a szabadesést közvetlenül vizsgálja, lejtőn leguruló golyóval kísérletezett, és azon mért. Már egyszerű megfigyeléssel is észrevehető a hasonlóság a szabadon eső test és a lejtőn guruló golyó mozgása között. Mindkét esetben egyre nő a mozgás sebessége. Galilei feltételezte, hogy a gyorsuló mozgás a lejtőn és a szabadesés a lényeget tekintve hasonló, különbség csak a gyorsulás mértékében van. Több méter hosszúságú, kis meredekségű fagerendából készített lejtővel kísérletezett. A lejtő tetejére helyezett golyót hagyta szabadon gurulni, miközben mérte a lejtő tetejétől számított különböző távolságok megtételéhez szükséges időt. Elméleti levezetéséből következik ugyanis, hogy a különböző hosszúságú távolságok és a megtételükhöz szükséges időtartamok négyzetének hányadosa állandó meredekségű lejtőn állandó kell legyen.

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \ldots = \frac{s_i}{t_i^2} = állandó$$

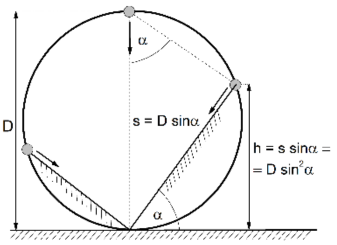
Galilei tudta, ha mérési eredményei megfelelnek az utóbbi állításnak, akkor az igazolja a mozgásra vonatkozó hipotézisét, azaz a sebesség az idő függvényében lineárisan változik. A mérések kivitelezésében a problémát az időmérés okozta. Galilei sajátos módon „vízóra” segítségével oldotta meg a feladatot. A „vízóra” nagyobb, vízzel töltött hordó volt, amelyből alul egy szűk csapon keresztül engedte ki a vizet. Amíg a hordóban a vízszint nem nagyon változott, a víz állandó sebességgel folyt ki, azaz kétszerannyi idő alatt kétszeres, háromszoros idő alatt háromszoros, stb. vízmennyiség folyt ki a csapon. A lejtő felső végétől számítva előre lemért és bejelölt különböző távolságokat és mérte mennyi víz folyik ki a hordóból, amíg a lejtő tetején elengedett golyó megteszi a kijelölt távolságot. A golyó indításával egyidőben felfogó edényt tartott a csap alá, amit abban a pillanatban vett el a csap alól, amikor a golyó elérte a bejelölt távolság végpontját. Az edényben felfogott víz mennyiségét mérleggel határozta meg. Mérései igazolták feltételezéseit.

Galilei mérései a fizikaórán egyszerűen megismételhetők - a „vízóra” ma is jól használható.

Részletek >>>

Galilei nevéhez kapcsolt – tanulságos lejtő-feladatok

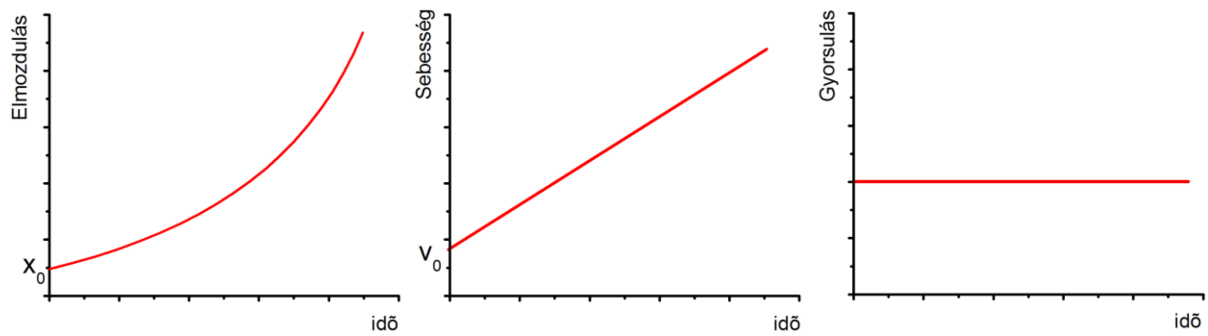
Részletek >>>



A Galilei kísérletben használt lejtő egyszerűen használható a pillanatnyi sebesség pontosabb megismerésére is. Csatlakoztassunk a lejtőhöz a lejtővel megegyező anyagú vízszintes kifutót, és mérjük a kifutón a golyó sebességét. Megállapíthatjuk, hogy a lejtőn egyre növekvő sebességű golyó mozgása a kifutón egyenletessé válik. Megállapíthatjuk továbbá azt is, hogy a lejtőről leengedett golyó nagyobb sebességgel mozog a kifutón, ha nagyobb magasságból engedtük el. Jogosan gondolhatjuk tehát, hogy a kifutón a golyó a lejtő végén elért sebességgel mozog. A pillanatnyi sebesség tehát az a sebesség, amellyel egy test egyenletesen mozogna tovább, ha a sebessége az adott pillanattól (az adott helytől) kezdve már nem változna tovább.

Galilei történelmi méréshez kapcsolódva természetesen meg kell adnunk az egyenletesen gyorsuló mozgás szakszerű meghatározását, (Galilei igazolt hipotézisét, ami szerint $s \sim t^2$, be kell vezetni a gyorsulást, mint vektormennyiséget $\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$, és megadni szabványos mértékegységét.) Hangsúlyozni kell, hogy a gyorsulás előjelét a koordinátarendszer választott tengelyirányaihoz kell igazítani. Általánosságban nem igaz az a gyakori vélekedés, hogy a sebesség csökkenése (pl. fékezés) jelenti a negatív gyorsulást. A negatív irányú sebességgel mozgó test sebességének csökkenése pozitív gyorsulást jelent.

Be kell mutatni az egyenletesen gyorsuló mozgás esetén az elmozdulás, a pillanatnyi sebesség és a gyorsulás időfüggését matematikai képletekkel illetve grafikus ábrázolással. A grafikus ábrázolás esetén hangsúlyozni kell a különböző grafikonok kapcsolatát. (Az út-idő grafikonon értelmezhető a mozgás kezdősebessége, a pillanatnyi sebesség, adott pályaszakaszra vonatkoztatott átlagsebesség, a sebesség – idő grafikonból meghatározható a gyorsulás értéke és a test által megtett út, a gyorsulás – idő grafikonból a mozgás adott időtartamához tartozó sebességváltozás)



3. ábra. Egyenletesen gyorsuló mozgás sematikus elmozdulás –, sebesség – és gyorsulás – idő grafikonja.

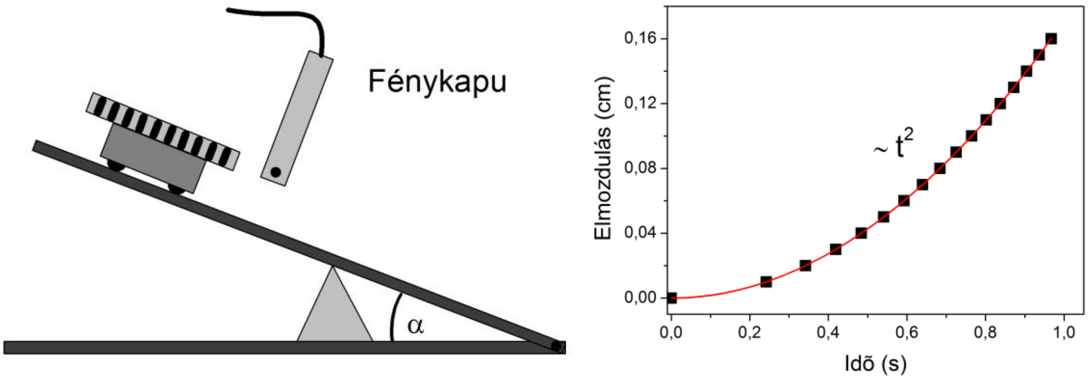
!

Galilei nevéhez fűződő, azóta is általánosan használt természettudományos megismerés lépései:

1. A jelenség megfigyelése,
2. hipotézis felállítása a jelenség magyarázatára,
3. a feltételezések alapján végzett számítások,
4. a számítással kapott eredmények ellenőrzése mérésekkel.

3.2. Az egyenletesen gyorsuló mozgás vizsgálata mért út- és idő adatok empirikus kiértékelése alapján.

A pillanatnyi sebesség és a gyorsulás fogalma bevezethető a sebességfogalom intuitív általánosítása nélkül is. A módszer matematikai érdeklődésű osztályokban ajánlható, mivel egyszerű utat jelent a differenciálhányados bevezetéséhez is. Az eljárást a lejtőn leguruló golyó mozgásának vizsgálatára alapozhatjuk. Vegyük fel a mozgás út – idő grafikonját! Minél több mérési pont alapján készítjük a grafikont, annál pontosabb eredményre számíthatunk, ezért érdemes számítógépes méréstechnikát alkalmazni. Az órán gyorsan elvégezhető és kiértékelhető mérés, ha a lejtőn kódléccel felszerelt kiskocsi mozog fénykapu szárai között. Az egyenletesen vonalkázott kódléc a vonaltávolságoknak megfelelő útszakaszok megtételekor rendre megszakítja a fényt és ezzel jeleket ad a számítógépnek. A számítógép méri a jelek közti időtartamokat. A vonaltávolságok megadása után a gép ábrázolja a mért út-idő értékeket, és kívánságunk szerint függvényt is illeszt rá.



4. ábra. A lejtőre helyezett, kódléccel felszerelt kocsi a fonal elégetésével indítható. A számítógéphez kapcsolt fénykapu fényútját a kocsira szerelt kódléc azonos útszakaszok megtételekor szakítja meg.

A mérési pontok „parabolaszerű" rendje arra utal, hogy a test által megtett út a mozgás kezdetétől számított idő négyzetével arányos. A számítógéppel illesztett négyzetes függvény igazolja, hogy a test mozgása a lejtőn $s = kt^2$ függvénnyel írható le, ahol k a lejtő hajlásszögétől függő állandó.

Természetesen merül fel a kérdés, hogy mekkora az így mozgó test sebessége, illetve, hogy mit értsünk a nem egyenletesen mozgó test sebességén? Érdemes először előállítani a teljes mozgásra vonatkozó átlagsebesség függvényt. A $\bar{v} = s/t$ átlagsebesség most függ attól, hogy mekkora időtartamra határozzuk meg. Felhasználva a mérési eredményt, azt kapjuk, hogy

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{kt^2}{t} = kt\,,$$

azaz az átlagsebesség az idővel arányosan növekszik. Nyilvánvaló azonban, hogy az átlagsebesség a mozgás részleteit nem adja meg. Semmit sem mondhatunk arról, hogy adott helyen adott időpillanatban hogyan mozgott a test. Ha az adott pillanatra jellemző sebességet szeretnénk meghatározni, akkor az átlagsebességet érdemes a kérdéses időpillanathoz tartozó kicsiny időtartamra vonatkozóan kiszámítani.

Számítsuk ki tehát az átlagsebesség értékét arra a Δs útra, amelyet a test a $t + \Delta t$ és t időpillanat közötti Δt időtartamban tett meg:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t} = \frac{k(t + \Delta t)^2 - kt^2}{\Delta t} = 2kt + k\Delta t\,,$$

vagyis az átlagsebesség két tagból áll, amelyek egyike attól függ, hogy mennyi idő telt el a mozgás kezdetétől a sebességmérés kezdetéig (t), a másik pedig attól, hogy mennyi ideig mértünk (Δt). Az összefüggés mutatja, hogy $\bar{v}$ annál inkább csak a t időpillanattól függ, minél kisebbre választjuk a Δt mérési időt. Ezért érdemes a t időpillanatbeli v pillanatnyi sebességet úgy definiálni, mint az átlagsebességek sorozatának határértéke, tehát amikor a Δt időtartam tart a 0-hoz ($\Delta t \to 0$). Matematikai alakban:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}\,.$$

A „lim" a limes szó rövidítése. A szó latinul határt jelent. A ds/dt -t pedig az út idő szerinti differenciálhányadosának vagy deriváltjának nevezzük.

A négyzetes úttörvény szerint mozgó test pillanatnyi sebessége tehát

$$v = 2kt\,,$$

ami kétszerese a mozgás t időpillanatig tartó szakaszára vett átlagsebességnek. A lejtőn legördülő test mozgása eleget tesz a négyzetes úttörvénynek, így a most bevezetett pillanatnyi sebesség megfelel Galilei pillanatnyi sebességre vonatkozó hipotézisének is.

A hazai tankönyvek a pillanatnyi sebesség bevezetésének többnyire ezt az útját szokták választani. A fogalomalkotás itt fonalas és tisztán a kísérleti vizsgálatra épül, ugyanakkor nagyon absztrakt és így a kevésbé fejlett absztrakciós készséggel rendelkező tanulók számára riasztó lehet.

Fontos tudatosítani a tanulókban azt is, hogy a pillanatnyi sebesség numerikus meghatározásához elegendő a $\Delta s/\Delta t$ különbségi hányados, amelyet a megkövetelt pontosságtól függően megválasztott kicsiny elmozdulás és időtartam hányadosaként írhatunk fel. Nem kell tehát arra törekednünk, hogy a sebességet deriváltként határozzuk meg.

A pillanatnyi sebesség definiálására most választott úton egyszerűen továbbléphetünk a gyorsulás általános definíciója felé. Vizsgáljuk meg, hogy milyen gyorsan változik a négyzetes úttörvény szerint mozgó test sebessége, vagyis mekkora a gyorsulása. Értelemszerűen definiáljuk az átlagos gyorsulást az:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{2k(t + \Delta t) - kt}{\Delta t} = 2k = állandó,$$

alakban. Megállapítható, hogy az átlaggyorsulás nem függ az időtől, azaz megegyezik a pillanatnyi gyorsulással és $\bar{a} = a = 2k$, ahonnan $k = a/2$.

3.3. A szabadesés, mint egyenletesen gyorsuló mozgás

Galilei sikeresen ráérzett a lejtőn guruló golyó és a szabadon eső test mozgásának alapvető hasonlóságára annak ellenére, hogy a lejtő egy kritikus meredekségénél a golyó mozgása érdemben változik, a gördülés helyett csúszni fog. Galilei a szabadesés közvetlen vizsgálatára a mozgás gyors lefolyása miatt nem is gondolhatott, hiszen a mérésekhez használt vízóra ezt nem tette lehetővé. Ennek ellenére a változó meredekségű lejtőn végzett méréssorozata alapján kb. 50%-os hibával megbecsülte a szabadon eső test gyorsulásának értékét is.

A szabadon eső test mozgásának vizsgálatára több, tantermi körülmények közt is jól használható kísérleti módszer áll rendelkezésünkre. Ezek közt ma már meghatározó szerepe van az igen pontos időmérést biztosító a számítógépes méréstechnikának.

WWW

Klasszikus iskolai kísérletek a nehézségi gyorsulás meghatározására. A mérések az esési út megsokszorozásán, illetve az esési idő kísérleti összeállításból ismert többszörösének mérésén alapulnak (Fizikai kísérletek gyűjteménye I. (szerk: Juhász András) Arkhimédész Bt. – Tipotex Kiadó, Bp.)

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/kin/a7s7.htm

Számítógépes „in situ” mérések a tanórán

- Fénykapus mérések
- Akusztikus alapú időmérés
- Gyorsulásmérés okostelefonnal

Részletek >>>

Szabadon eső test mozgásáról készült videófelvétel számítógépes kiértékelése

- Videopoint
- Tracker

Részletek >>>

3.4. Mozgások függetlensége – egyidejű független mozgások összeadódása

Gyakori eset, hogy egy test mozgása egyszerűen értelmezhető, mint két vagy több egyidejű, egymástól függetlenül lezajló mozgás eredője. Ilyenkor a test elmozdulása az összetevők elmozdulásainak vektori eredője, a test sebessége minden pillanatban az összetevők aktuális sebességvektorainak eredője, a test gyorsulása hasonlóképpen az összetevők gyorsulásainak eredője.

Egyenes vonalú mozgások függetlenségének, illetve összegződésének jelensége a legegyszerűbben az egy egyenesbe eső mozgások közismert tapasztalatán keresztül tárgyalható.

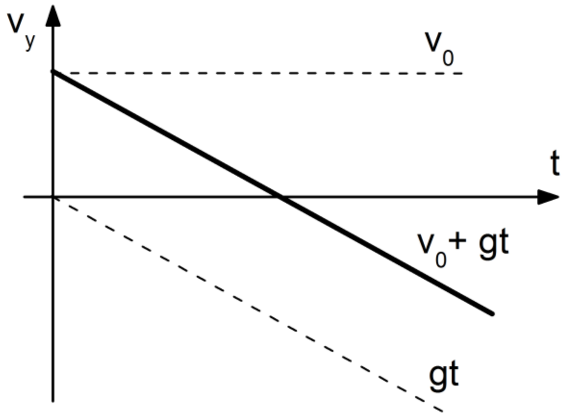
3.4.1. Egy egyenesbe eső, egymástól független egyenletes mozgások összegződése

a) Két egyenes vonalú egyenletes mozgás eredője

Érzékletes példája ennek az egyenletes sebességgel haladó mozgólépcső, amin az utas állhat, de gyalogolhat is. Álló utas esetén a mozgás a lépcső mozgásából adódik. Ha az utas a lépcső mozgásával egyező irányban gyalogol a lépcsőn, a lépcső sebessége és a lépcsőnjárás sebessége a külső szemlélő szempontjából összeadódik. Ez az eredő sebesség határozza meg mennyi idő alatt ér fel az utas a lépcső tetejére. Ha az ember – a biztonsági szabályokat megsértve szemben gyalogol a lépcsővel, az eredő sebesség a két mozgás sebességének különbsége lesz. Ha az utas sebessége megegyezik a lépcső sebességével, de ellenkező irányú, az eredő sebesség zérus, azaz a helyzete a külső megfigyelőhöz képest nem változik.

b) Egy egyenesbe eső, egyenletes és egyenletesen gyorsuló mozgások összegződése, függőleges hajítás

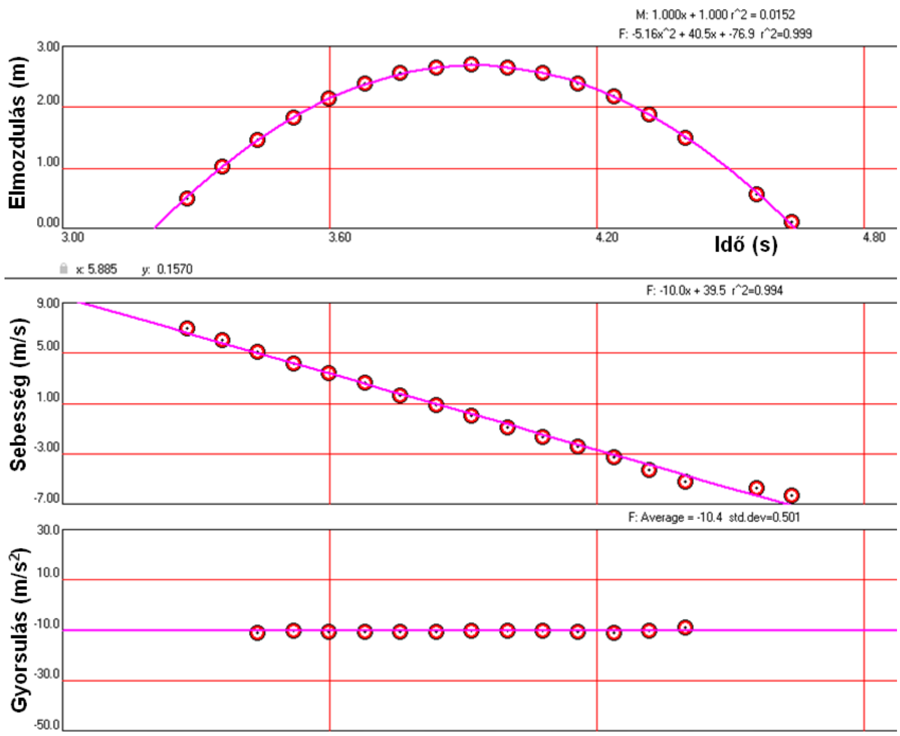
A függőleges kezdősebességgel felfelé vagy lefelé elhajított test mozgása a kezdősebességnek megfelelő egyenletes mozgásból és az indítástól függetlenül fellépő szabadesésből tehető össze. A mozgás értelmezésénél itt is az első a viszonyítási pont megadása és a pozitív irány kijelölése. A test pillanatnyi elmozdulása a mozgásösszetevő elmozdulások előjeles összegével egyezik meg. A megértést segíti a grafikus ábrázolás. Ha az origót az elhajítás magasságában rögzítjük és pozitívnak az ettől felfelé lévő pontokat tekintjük, a függőleges felfelé hajítás elmozdulás – idő grafikonját, az egyenletes mozgás pozitív meredekségű egyenesének és a negatív irányú szabadesés fordított parabolájának összegzésével kapjuk. A sebesség – idő grafikont a pillanatnyi sebességek eredője adja (lásd 5. ábra). A sebesség – idő grafikonról a mozgás valamennyi fontos jellemzője (kezdő sebesség, emelkedési idő és út, stb.) leolvasható.



5. ábra. Függőlegesen fölfelé hajított test sebesség-idő grafikonja.

A téma tanítása során fontos konkrét példákon elemezni a függőlegesen felhajított test maximális emelkedési magasságát, ennek időtartamát, azt az időt, amíg a test a levegőben van.

A fentiek kísérleti alátámasztására a függőleges felfelé hajítás sajátos eseteként ajánljuk magasból leeső és a földről felpattanó labda mozgását rögzítő videó elemzését. A kezdeti esésétől és az ütközéstől tekintsünk el és a mozgásnak csak azt a szakaszát vizsgáljuk, ami a $+v_0$ sebességgel felfelé induló labda talajra történő visszaérkezéséig tart. A video kísérlet számítógépes VideoPoint programmal történő kiértékelésének elmozdulás – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő grafikonjait a 6. ábra mutatja.



6. ábra. Függőleges felfelé hajítás VideoPoint programmal történő kiértékelésének elmozdulás – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő grafikonjai.

3.4.2. Szöget bezáró egyenes vonalú egyenletes mozgások összegzése

A sebesség-összetevők vektor-jellege akkor érzékelhető igazán, ha az összetevő mozgások iránya nem azonos, hanem szöget zár be.

a) Szöget bezáró két egyenes vonalú egyenletes mozgás eredője

A jelenséget egy közismert feladat frontális megoldása során mutathatjuk be diákjainknak.

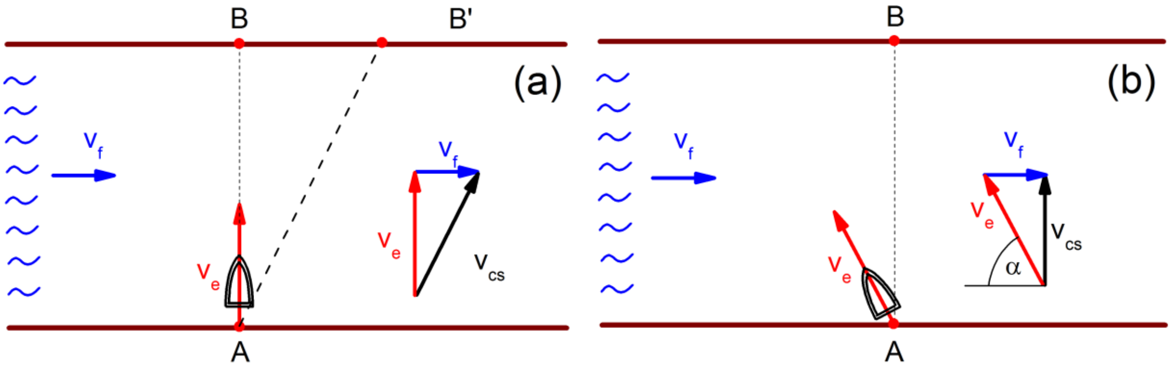
Feladat:

A teljes keresztmetszetében egyenletesen, $v_f = 1\ m/s$ sebességgel haladó folyó szélessége d = 200 m. A folyón csónakkal akarunk átkelni. Evezéssel $v_e = 2\ m/s$ sebességgel tudjuk hajtani a csónakot.

- *Milyen irányba haladjunk, hogy a legrövidebb idő alatt átjussunk a folyón? Hol érünk ekkor partot?*
- *Milyen irányba evezzünk a csónakkal, hogy a legrövidebb úton jussunk a túlpartra? Mennyi ideig tart ekkor az átkelés?*

A megoldás első lépéseként tisztáznunk kell a folyó szerepét a csónak mozgásában. Állóvíz esetén a csónak arra megy, amerre evezünk. Ekkor a feladatban feltett mindkét kérdésre ugyanaz lenne a válasz: a legrövidebb úton úgy kell haladnunk, hogy a végig a vízreszállás helyével szemközti pont felé evezünk. A megtett út így épp d = 200 m, és ez egyben a legrövidebb időt is jelentő átkelés a túlsó partra.

A folyó-vízben a csónak nem csak az evezés irányában halad, mert a vízzel együtt lefelé sodródik. Tegyük fel, hogy egy nagy fa tövében szállunk vízre, a koordinátarendszer origóját képzeletben e fához rögzítjük. Mivel a csónakot csak az evezés hajthatja át a túlsó partra, a legrövidebb idő alatt akkor lehet átjutni, ha folyamatosan a túlpart felé, a folyásirányra merőlegesen evezünk. Az átkelés idejét a $t = d/v_e$ kifejezéssel számolhatjuk (tehát t = 100 s). Mivel a csónak ugyanennyi ideig lefelé is sodródik a folyó sebességével, a vízreszállás helyétől $s = v_f \cdot t = 100$ m távolsággal lejjebb köt ki a csónak a túlparton. A csónak mozgása tehát két egyenes vonalú egyenletes mozgásból tevődik össze, a csónak tényleges mozgási sebessége a két egymásra merőleges mozgás sebességének vektori eredője (7a. ábra).



7. ábra. Szemléltető ábra (a) a „*Milyen irányba haladjunk, hogy a legrövidebb idő alatt átjussunk a folyón?”*, valamint (b) a “*Milyen irányba evezzünk a csónakkal, hogy a legrövidebb úton jussunk a túlpartra?”* kérdésekhez.

A feladat második része azt az esetet vizsgálja, amikor a legrövidebb úton kelünk át a folyón. Ekkor végig a folyásirányra merőlegesen haladunk, úgy kell tehát ferdén eveznünk, hogy a miközben közeledünk a túlpart felé, tartsuk magasságunkat is. Az evezési sebességünket tehát két összetevőre célszerű felbontani, az egyik összetevő a folyásirányra merőleges – ez visz át a túlpartra –, a másik a folyásiránnyal párhuzamos és azzal ellentétes irányú – ez közömbösíti a folyó lefelé sodró sebességét –. Az evezés irányát jellemző α szöget a folyásirányú sebességkomponens és a folyó sebességének egyezése határozza meg:

$$v_e \cdot cos\alpha = v_f \ ,$$

azaz

$$cos\alpha = \frac{1}{2}\ , \qquad \alpha = 60° \ .$$

Az átkelés ideje az evezés folyásirányra merőleges sebesség összetevőjével és a folyó szélességével számolva:

$$t = \frac{d}{v_e \cdot cos\alpha} = \frac{200}{1{,}63} \approx 123 \text{ s} \ .$$

A csónak tényleges sebessége a merőleges átkelésnél az evezés sebességének és a folyó sebességének vektori különbsége.

Megjegyzés:

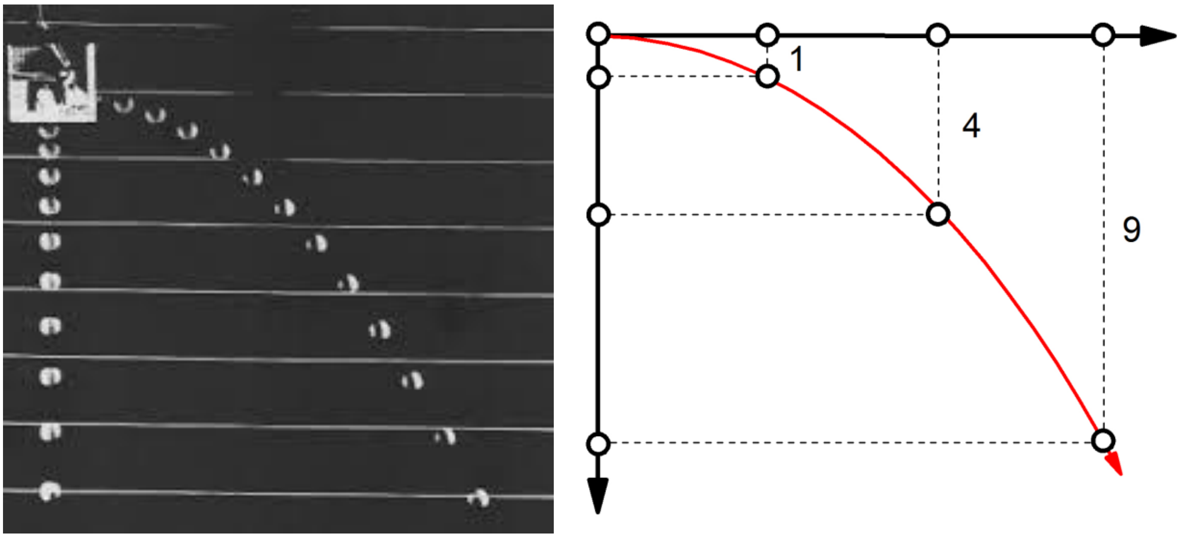
Természetesen a tárgyalt feladat, bármilyen szemléletes is, a valóság erős idealizálásán alapul. A valódi folyók sebessége a part közelében kisebb, középen nagyobb. Az érdeklődő diákjaink számára érdemes a valósághoz közelíteni a feladatot. A közelítés első lépéseként tegyük fel, hogy a víz folyási sebessége a parttól a folyó közepéig zérus értékről lineárisan növekszik a maximális értékéig (ezt a feladat kitűzésekor célszerű számszerűsíteni (pl. $v_{max} = 1\text{m/s}$), majd a középvonalon túl lineárisan csökken zérusra. Kérdés: Mennyi idő alatt, és hol ér a túlpartra a csónak, ha végig a folyásirányra merőlegesen eveznek a benne ülők? Igazi tehetséggondozó feladat lehet a folyón történő átkelés, ha a folyóban parabolikus sebességprofilt feltételezünk.

b) *Hajítások tárgyalása egyenes vonalú egyenletes, és egyenletesen gyorsuló mozgások összegeként*

A középiskolában a függőleges- és a vízszintes hajítás tartozik a hagyományos törzsanyaghoz, a ferde hajítás kiegészítő anyagként ajánlott, ami a tehetséggondozás keretében fakultációs órákon, vagy szakköri foglalkozásokon tárgyalható.

Vízszintes hajítás

A hajítások tárgyalását, közvetlen kísérleti megtapasztalhatósága miatt a vízszintes hajítással érdemes kezdeni. A régebbi középiskolák legtöbbjében megtalálható klasszikus. demonstrációs eszköz, az ún. „Löewy-féle ejtőgép”. Itt egyidőben elindított két golyó mozgását hasonlítjuk össze.



8. ábra. Stroboszkópos felvétel a „Löewy-féle ejtőgép”-pel elvégzett kísérletről, valamint a mozgás és vetületeinek sematikus ábrázolása.

Az egyik golyó kezdősebesség nélkül függőleges szabadeséssel mozog, a másik golyónak az indítás pillanatában vízszintes irányú kezdősebességet adunk. Az azonos magasságból induló két golyó jól hallhatóan egyszerre koppan a talajon. Ez azt jelzi, hogy függőleges irányban mindkét golyó hasonlóan (szabadeséssel) mozog, azaz az elhajított golyó vízszintes irányú kezdősebessége a függőleges irányú elmozdulást nem befolyásolja.

A golyók mozgásáról stroboszkopikus fotót készítve, vagy a mozgásokat videofelvételen rögzítve, és azt számítógéppel kiértékelve (pl. VideoPoint, Tracker) kvantitatív szinten megmutatható, hogy a vízszintes hajítás függőleges irányú szabadesés és vízszintes irányú egyenletes mozgás eredője. A mozgás tanórai tárgyalása során a kinyomtatott stroboképek, szerkesztéssel történő kiértékelése az előnyösebb, a kézi munka lassabb és így hagy időt a módszer és a fizikai tartalom megértésére, a kiértékelt fotó pedig maradandó dokumentumot jelent a tanuláshoz. A számítógépes mozgáskiértékelő programok a gyakorlás során, feladatmegoldáshoz kapcsolva vagy akár számonkérés során alkalmazhatók hatékonyan.

A vízszintes hajítás tárgyalása során fontos a test pillanatnyi sebességének irány és nagyság szerinti változása. Az eredő sebességvektort, a mozgásösszetevők pillanatnyi sebességének vektorai eredője adja. A sebesség nagyságát Pitagorasz-tételével, az irány-szögét a mozgásösszetevők arányaként felírt szögfüggvényből határozzuk meg. A vízszintes hajítás esetén megmutatható (majd a görbe vonalú mozgásokra általánosító), hogy a mozgó test pillanatnyi sebessége a pályagörbe érintőjének irányába esik.

Megjegyzés

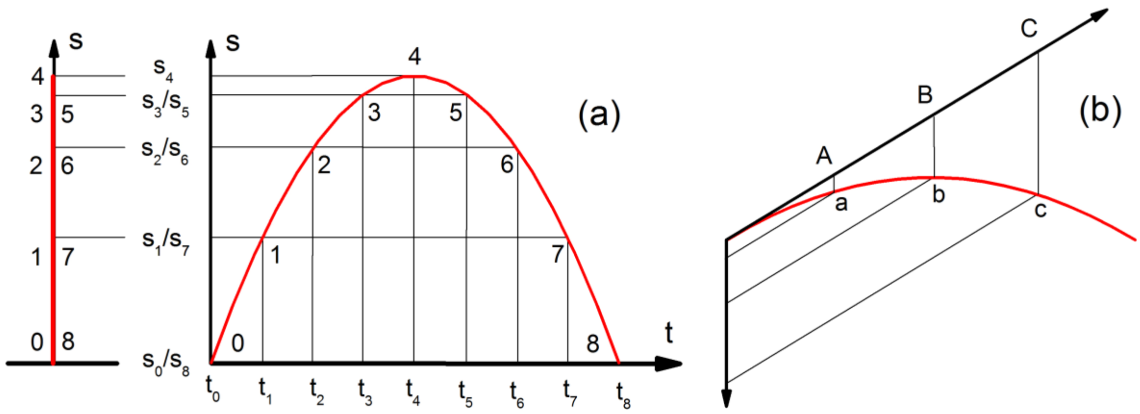
A vízszintes hajítás kinematikai leírása jó lehetőség a fizika és a matematika integrálására. A fizikában a vízszintes hajítást, mint két egymásra merőleges mozgás eredőjét tárgyaljuk. A mozgás x, ill. y irányú összetevőjét külön egyenletekben írjuk fel. A két egyenletből álló egyenletrendszer, a hajítási pálya paraméteres egyenlete. Az idő, mint paraméter kiküszöbölésével felírható a parabola-pálya koordináta-geometriában szokásos alakú

$$y = -\frac{g}{2v_x^2} \cdot x^2$$

egyenlete.

Ferde hajítás

A tanulók által megszokott derékszögű koordinátarendszerben a ferde hajítás, mint többszörösen összetett mozgás tárgyalható. Az y irányú mozgásösszetevő az önmagában is már összetett függőleges hajítás, a vízszintes mozgásösszetevő a ferde irányú kezdősebesség vízszintes komponensével történő egyenletes mozgás. Kevésbé megszokott, de fizikai szempontból szemléletesebb, ha az elhajított test mozgását a kezdeti sebesség irányában történő egyenletes mozgásból és a szabadesésből tesszük össze. Ez illeszkedik elsődlegesen a mozgások függetlenségének elvéhez is. A ferde hajítás természetes koordinátarendszereként, így egy ferdeszögű Descartes-féle koordinátarendszer adódik. Ebben az elhajított test helyzete egy adott t pillanatban a 9. ábra szerint értelmezhető. A ferde koordináta-tengely mentén a test t idő alatt $v \cdot t$ távolságnyira lenne az origótól, ha eközben nem esett volna gyorsulva függőlegesen lefelé. A szabadeséssel függőlegesen megtett távolságot a függőleges koordinátatengelyen mérjük, értéke a t pillanatban $gt^2/2$. A test pillanatnyi helyzetét a síkban a két koordinátaérték metszéspontja adja meg.

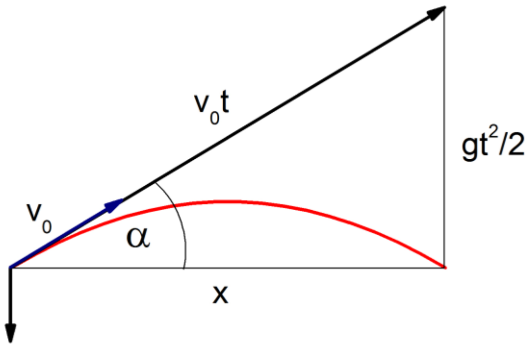


9. ábra. (a) Ferde hajítás értelmezése függőleges hajítás és vízszintes irányú egyenletes mozgás eredőjeként. (b) Ferde hajítás ábrázolása ferdeszögű Descartes-féle koordinátarendszerben.

A ferdeszögű koordinátarendszerben felírt mozgáskoordinátákkal általában a hajításos feladatok megoldása is egyszerűsödik, az egyenletek felírása általában a derékszögű háromszögek geometriája alapján egyszerűen megtehető, amit a következő feladaton keresztül szemléltetünk.

Vizsgáljuk meg mekkora távolságra ér földet a vízszintessel α szöget bezáró, v_0 kezdősebességgel a talajról elrúgott labda?

A feladat-megoldás első lépéseként ábrázoljuk a hajítást ferdeszögű koordinátarendszerben, és jelöljük be a keresett távolságot (10. ábra)!



10. ábra. Az elhajítás maximális távolságának bemutatása ferdeszögű koordinátarendszerben.

A rajz kínálja a derékszögű háromszöget, amire a megadott paraméterekkel és két ismeretlennel (a t idő és a keresett hajítási távolság) felírható a Pitagorasz-tétel és a szinusz-függvény:

$$(v_0 t)^2 = (\frac{g}{2}t^2)^2 + x^2 \,,$$

$$\sin\alpha = \frac{gt^2}{2v_0 t}.$$

Az így kapott egyenletrendszert megoldva a hajítási távolság kiszámítható.

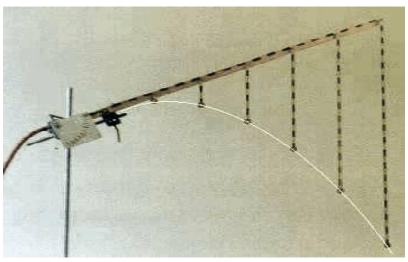
Megjegyzés:

Az elhajított testek mozgásának valósághű leírásakor - néhány esetet kivéve - figyelembe kell venni a légellenállás hatását is. Ennek a problémának megoldása az átlagos középiskolai osztály lehetőségeit meghaladja. Emelt szintű osztályokban a mozgásegyenlet numerikus megoldásával lehetséges (lásd D12-es melléklet).

WWW

Egyszerű eszköz a hajítások vízsugárral történő demonstrálására

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/kin/a9s3.htm



4. Körmozgás és forgómozgás kinematikája

A körmozgás tárgyalását mindenképpen az egyenletes körmozgás kinematikai leírásával kell kezdenünk. Az egyenletes körmozgás kulcsszerepét elsősorban annak köszönheti, hogy itt találkoznak a tanulók először azzal, hogy az egyenletes körmozgás is gyorsuló mozgás; gyorsulás nemcsak a sebesség nagyságának, hanem irányának megváltoztatásakor is fellép. Megjegyezzük, hogy a körmozgás (és rezgőmozgás) kinematikájának tárgyalása közvetlenül a dinamikai leírás előtt ajánlott, teljes leválasztása és a kinematika keretében még a Newton-törvények előtti feldolgozása véleményünk szerint nagyon meghosszabbítja a kinematika részt és a részletekbe a tanulók gyakran belefáradnak. A körmozgás és a rezgőmozgás kinematikájának a dinamikához csatolását az is indokolja, hogy ezeknek a mozgásoknak a kinematikája matematikailag sem egyszerű, a trigonometria elemei mellett biztos vektorfogalom szükséges hozzájuk. A dinamikához csatolva a kinematikai leírás magasabb osztályra halasztható, ahol a tanulók növekvő matematikai ismeretei is segíthetik a megértést. Jegyzetünket azonban úgy építjük fel, hogy a tényleges tantervekhez csak ajánlásokat teszünk, magát a módszertani anyagot a tartalmi kérdéseket preferálva tantervtől függetlenül kívánjuk tárgyalni. Úgy gondoljuk, hogy ez a cél legjobban akkor valósítható meg, ha a tárgyalás sorrendjét a fizika klasszikus, már kikristályosodott tematikus sorrendjéhez igazítjuk. Így került a kinematika fejezet az iskolai tanításban ajánlott felépítéstől függetlenül ebbe a fejezetbe és tartalmaz a dinamikára utaló megjegyzéseket.

4.1. A körmozgás

Ha pusztán elméletileg vizsgáljuk a körmozgást, akkor a körpályán mozgó „anyagi pont” sebességét és gyorsulását kell meghatározni. Általános iskolában azonban a tisztán elméleti tárgyalás nem illeszkedik a tanulók fogalmi gondolkozásának szintjéhez, mindenképpen érdemes kísérletekre alapozva vizsgálni a mozgást. Az egyenletes körmozgás kísérleti bemutatása azonban azért nem egyszerű, mert nem tudunk igazán pontszerű testekkel kísérletezni. Így vagy kiterjedt testek egyetlen pontját kell vizsgálnunk, vagy olyan körpályát kell választanunk, amelyhez képest a vizsgált test mérete elhanyagolható.

Körmozgás az általános iskolában

Bár a gyerekek jól ismerik ezt a mozgástípust, érdemes kísérleti vizsgálattal kezdeni. Ezen a szinten természetes kísérleti eszköznek tűnik a körpályán futó játékvonat, amely alkalmas a körmozgás bemutatására, sőt egyszerű mérésekre is. Így meghatározható a

$$T = \frac{2R\pi}{v}$$

periódusidő, valamint út- és időméréssel igazolható, hogy a mozdony kerületi sebessége állandó nagyságú. A gyerekek könnyen megértik a sebesség irányának folyamatos változását is. A játékvonat kerekei nem kormányozhatóak, a vonat így „önmagától” csak hossztengelyének irányában haladna, ha a görbült sín nem változtatná folyamatosan a mozdony tengelyének irányát és ezzel a játékszer pillanatnyi sebességének irányát is. A sebesség irányváltozását egyszerűen szemléltethetjük, ha berajzoljuk az egymást követő kocsik középpontjába a kocsi tengelyének irányába a sebességvektorokat. Minden vektor azonos hosszúságú, de iránya eltér. (Természetesen itt fontos hangsúlyozni, hogy az egymást követő kocsik sebesség szempontjából azt jelzik, hogy a mozdony milyen irányú sebességgel rendelkezett akkor, amikor azokban a helyzetekben volt, mint a vizsgált pillanatban az egymás után húzott kocsik.) Ennél többre az általános iskola szintjén nincs is szükség.

A későbbiek során, amikor a középiskolában ismét visszatérünk a körmozgás tárgyalására, fontos, hogy a körmozgás, és a kiterjedt testek esetén az általában ezzel együtt fellépő elfordulás ne keveredhessen össze a diákok fogalomrendszerében.

A merev test forgó és körpályán történő mozgása

Részletek >>>

Megjegyezzük, hogy a körmozgásra vonatkozó kinematikai feladatok egy része minden további nélkül megoldható az egyenes vonalú mozgásra vonatkozó ismeretek segítségével. (Amennyiben csak a megtett út fontos számunkra, akkor teljesen mindegy, hogy a pálya vonala görbült-e, vagy sem.) Így a kísérleti vizsgálat alkalmas az egyenes vonalú mozgásnál tanult kinematikai ismereteknek a felidézésére is.

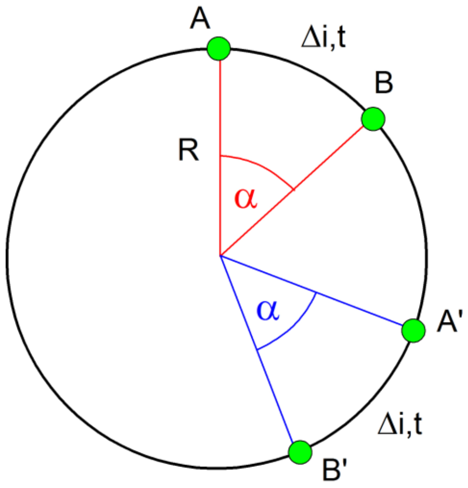
A körmozgás dinamikája általános iskolában nem tárgyalható, annyit azonban már ott is érdemes megmutatni, hogy a körmozgást végző testekre a kör középpontja felé mutató erő hat. Erre egyszerű kísérletet végezhetünk például egy könnyen forduló elemes játékautóval. Vízszintes lapra helyezett elemmel működő játékautót kössünk fonallal a lapra merőlegesen és fixen tartott mutató ujjunkhoz úgy, hogy ujjunk a fonal végére kötött laza hurokban legyen. Engedjük, hogy a kocsi körmozgást végezzen. Miközben a kocsi egyenletes körmozgást végez, ujjunkon érezzük, hogy a kocsi körpályán tartáshoz erőt kell kifejteni. Ujjunkat a kötél a játékautó felé húzza, a kiskocsira tehát a hatás - ellenhatás törvénye értelmében ujjunk, azaz a kör középpontja felé mutató erő hat. Ha a kötelet elengedjük, vagy elvágjuk, akkor a kiskocsi egyenes vonalú egyenletes mozgást végez (a kör érintőjének irányában).

Körmozgás a középiskolában

A körmozgás középiskolai szintű tárgyalása során elsődleges a pálya érintőjére merőleges centripetális gyorsulás fogalmának kialakítása, különösen azért, mert itt már gondolnunk kell arra, hogy a mozgás okait is vizsgálni kívánjuk, azaz a körmozgás dinamikájával is foglalkozni akarunk. A mozgás kísérleti vizsgálata esetén zavaró lehet a körmozgás és a forgómozgás már említett keveredése, (a játékvonat fenti példájában a kocsik tömegközéppontja körmozgást végez, miközben a kocsik maguk elfordulnak a kör középpontja körül) ezért nem érdemes a kísérleti bevezetéshez ragaszkodni.

Az egyenes vonalú mozgás kinematikájának analógiájára célszerű a körmozgás tárgyalását az egyenletes körmozgással kezdeni, és a definíciókat egyszerű táblai rajzon szemléltetve közölni és értelmezni. Eszerint egyenletes körmozgásról beszélünk, ha egy pontszerű test körpályán halad úgy, hogy egyenlő időközönként egyenlő íveket fut be a kör kerülete mentén.

$$v = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i}{t}$$



9. ábra. Egyenletes körmozgás.

Az értelmező rajzon azonnal megmutatható, hogy a kör kerületének bármely ívdarabjához hozzárendelhető egy középponti szög. Az ívszakasz és a hozzá tartozó radiánban mért szög a kör sugarán keresztül függ össze: $\alpha = i/R$. Egyenletes körmozgás esetén a mozgást végző test által Δt időtartam alatt a kerület mentén megtett Δi útjához, a kör középpontja és az ívszakasz két szélső pontja által meghatározott $\Delta\alpha$ középponti szög tartozik. A körmozgás a kerületi sebességgel egyenértékűen jellemezhető a $\Delta\alpha$ középponti szög és a hozzá tartozó Δt idő hányadosaként definiált ω szögsebességgel:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}.$$

A kerületi sebesség és a szögsebesség a körpálya sugarának ismeretében kölcsönösen megfeleltethetők egymásnak: $v = R\omega$.

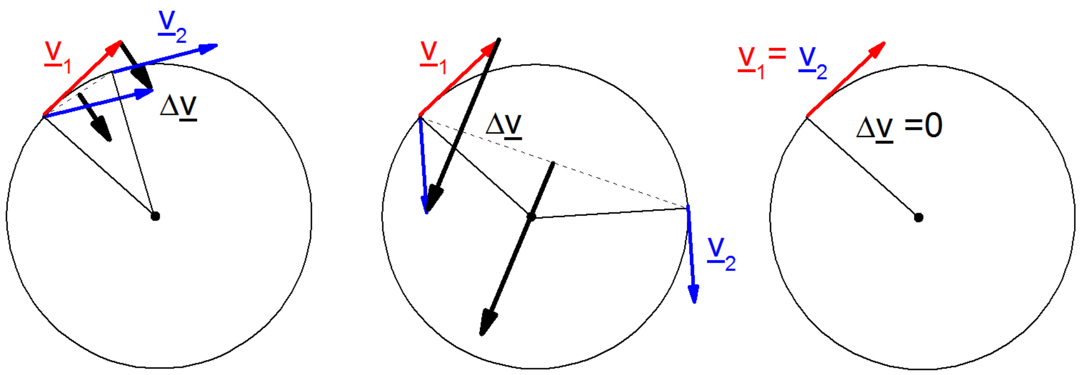
A körmozgás leírásakor azonban nincs szükség a szögsebesség fogalmára! Bevezetését a tanterv tartalmától függően kell mérlegelnünk. Amennyiben a merev testek forgó mozgását viszonylag részletesen tárgyaljuk, akkor érdemes csak ott foglalkozni vele.

Mivel a sebesség vektormennyiség, amit együtt jellemez a nagysága és iránya, a sebességvektor akkor is változik, ha nagysága állandó. A változás pedig azt jelenti, hogy a körmozgást végző test gyorsul, annak ellenére, hogy a sebesség nagysága állandó érték marad. Ennek a gondolati lépésnek a megtétele a tanulók számára általában nagyon nehéz, mert a gyorsulásvektor általános, a sebességvektor megváltozására alapozott értelmezését teszi szükségessé. Érdemes egyszerű rajzokon a sebességvektorok különbségét megszerkeszteni, és megmutatni, hogy az adott pillanatra jellemző gyorsulás csak kicsiny időtartamok alatt bekövetkező sebességváltozások esetén vezet reális eredményre.

A centripetális gyorsulás kinematikai meghatározása

Részletek >>>

A hosszabb időre számított átlaggyorsulás semmitmondó a mozgás szempontjából. Az ábra az egyenletes körmozgást végző test sebességének megváltozását mutatja egyre nagyobb kerületi ívek befutása után. Az ábrák alapján azonnal adódik, hogy a sebességváltozás (tehát az átlagos gyorsulás iránya is) párhuzamos a befutott ív kezdő és végpontját összekötő húrra merőleges sugárral. Látható, az is, hogy teljes periódus után a sebességvektorok különbsége, s így az átlagos gyorsulás is zérus.

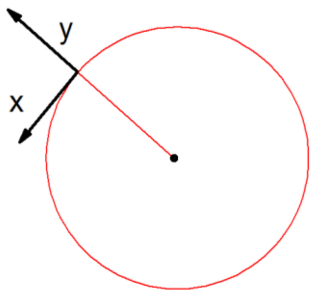


10. ábra. A sebességváltozás egyre nagyobb kerületi ívek befutása után, egyenletes körmozgás esetén.

Az egyenletes körmozgásnak a sebességváltozást létrehozó gyorsulását centripetális gyorsulásnak nevezzük. A centripetális gyorsulás pontos meghatározása nem egyszerű, s a 9. osztályban a levezetés elvégzése csak akkor ajánlatos, ha a tanulók absztrakciós készsége és matematikai ismeretei megfelelő szinten vannak. (Ezt csak az osztályt ismerő tanár döntheti el.) Pusztán a gyorsulás irányának meghatározása azonban könnyebb feladat lehet. A centripetális gyorsulásról egyszerű, gondolatmenettel beláthatjuk, hogy mivel a sebességvektor nagysága a mozgás során állandó, a pillanatnyi sebességváltozás-vektor, azaz a centripetális gyorsulás iránya mindig a körpályára merőleges. Ha ugyanis a változásvektor ettől eltérő irányú lenne, úgy felbonthatnánk két olyan vektorkomponensre, amelyek közül az egyik a kerület érintőjének irányába, a másik erre merőlegesen, azaz sugár-irányba mutat. Az érintő irányú vektorkomponens értelemszerűen a kerületi sebesség nagyságának változását jelentené, ami az egyenletes körmozgás esetén nem állhat fenn.

Megjegyzés: Bár egyszerűnek tűnik, fogalmilag ez a gondolatmenet sem könnyű! A gyorsulásvektor felbontására nem megszokott, a térben rögzített koordinátarendszert használunk, hanem olyat, amelynek egyik tengelye a pillanatnyi sebesség irányába, a másik pedig a kör középpontja felé mutat.

(Hallgatólagosan megengedjük, hogy a koordinátarendszer tengelyei pillanatról pillanatra változzanak. Nagy problémába azért nem ütközünk, mert a dinamika alaptörvénye is mindig az adott pillanatban fellépő erők és a gyorsulás között állapít meg kapcsolatot.) A 9. évfolyamon ezt természetesen nem részletezhetjük, a speciális koordinátaválasztást a szokásos derékszögű koordinátarendszerként kell kezelnünk.



11. ábra. Körmozgáshoz rögzített koordináta rendszer.

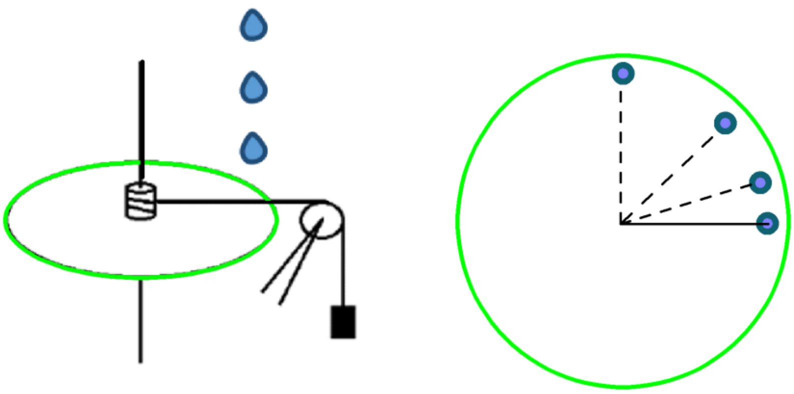
A körmozgás kinematikájában a centripetális gyorsulás mennyiségi leírására nincs igazán szükségünk, ezért meghatározását célszerű a körmozgás dinamikai tárgyalásával összekapcsolni. A centripetális gyorsulás bevezetését azért is érdemes a dinamikához kötni, mert így elkerülhető az a félreértés, hogy a centripetális gyorsulást a sebesség változása okozza. Hangsúlyoznunk kell, hogy az előírt körpályán (például sínen) mozgó testet a pálya által kifejtett kényszererő „gyorsítja" és készteti sebességének megváltoztatására, azaz bár kényszererők esetén az erőhatás nem határozható meg a mozgásállapot változás ismerete nélkül, a kényszererő által létrehozott gyorsulás okozza a sebesség változását és nem fordítva!

4.2. A forgómozgás kinematikája

A forgómozgás kinematikai tárgyalása a körmozgás leírására épül. Motorral egyenletesen körbeforgatott körtárcsán egyszerűen bemutatható, hogy a tárcsa tetszőlegesen kijelölt pontja a tengely körül egyenletes körmozgást végez. Egyszerre több pontot kijelölve megállapíthatjuk, hogy a tengelytől különböző távolságban lévő pontok kerületi sebessége különbözik, a tengelypontból húzott sugarak azonban azonos idő alatt azonos nagyságú szögtartományt súrolnak. A test forgó mozgása tehát egyértelműen jellemezhető a szögelfordulással és a szögsebességgel, valamint szöggyorsulással. (Amennyiben a körmozgásnál ezeket a fogalmakat még nem vezettük be, itt feltétlenül indokolt megtenni.) Természetesen az egyenletes forgómozgás jellemezhető a T periódusidővel, illetve a fordulatszámmal is.

Az egyenletes forgás után megvizsgáljuk az egyenletesen gyorsuló forgómozgás esetét. A legegyszerűbben úgy dolgozhatunk, ha hengerkerék tárcsáján jól láthatóan kijelölünk egy pontot, majd a hengerre csavart zsineg végére súlyt akasztunk és elengedjük. A tárcsára szemből kamerát irányítva videofelvételt készítünk a mozgásról, majd a felvételt számítógépes mozgásanalizáló programmal kiértékeljük.

Egy másik egyszerű kísérleti összeállítást mutat a 12. ábra.



12. ábra. Egyszerű kísérleti összeállítás a gyorsuló forgómozgás bemutatására.

A függőleges tengelyű korongot és a hozzá erősített hengert az utóbbira felcsavart zsineggel hozzuk egyenletesen gyorsuló forgásba úgy, hogy a zsineg szabad végét csigán átvezetve súllyal terheljük. A korongra előzetesen ráragasztott rajzlapra egyenlő időközönként csepeg a festék. A még mozdulatlan korongon ugyanoda eső cseppek meghatározzák a kiindulási helyzetet. A mozgást elindítva a festékcseppek egymástól egyre nagyobb távolságban hagynak nyomot a papíron. Az egyes festékpontokhoz középponti szögeket szerkesztünk, majd az indulási helyzettől számított szögértékeket lemérve az idő, illetve az idő négyzetének függvényében ábrázoljuk. A szögelfordulásokat az idő függvényében ábrázolva parabola-szerű grafikont kapunk, az időtartamok négyzetének függvényében ábrázolt szögértékek egyenesre illeszkednek, igazolva ezzel a korong egyenletesen gyorsuló forgását.

A kísérleti tárgyalás után érdemes táblázatos formában is összefoglalni a forgómozgás kinematikai szögjellemzőit, illetve a forgó test körmozgás végző egyes pontjainak kinematikai jellemzőit, kitérve a kerületi és szögjellemzők közti összefüggésekre is.

	egyenletes forgómozgás	egyenletesen gyorsuló forgómozgás
φ, középponti szög	$\varphi = \omega \cdot t\ (+\varphi_0)$	$\varphi = \frac{\beta}{2} \cdot t^2 (+\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$
ω, szögsebesség	$\omega =$ állandó	$\omega = \beta \cdot t\ (+\omega_0)$
β, szöggyorsulás	$\beta = 0$	$\beta =$ állandó
v, (kerületi) sebesség	$v = r \cdot \omega =$ állandó	$v = r \cdot \omega = r \cdot (\beta \cdot t + \omega_0)$
a, gyorsulás	$a = a_{cp} = r \cdot \omega^2 = \frac{v^2}{r}$	$a = \sqrt{{a_{cp}}^2 + {a_t}^2} = \sqrt{(r \cdot \omega^2)^2 + (r \cdot \beta)^2}$ $= r\sqrt{(\beta \cdot t + \omega_0)^4 + \beta^2}$

5. A rezgőmozgás kinematikája

A rezgőmozgás kinematikai leírásának tárgyalása (kitérés – idő, sebesség – idő és a gyorsulás – idő függvények megadása) feltételezi a forgásszögek szögfüggvényeinek ismeretét. Ez az oka, hogy a gimnáziumi tantervekben a rezgőmozgás általában a 11. évfolyam anyaga. Mivel a diákok ekkor már rendelkeznek dinamikai és energetikai alapismeretekkel is, a rezgések kinematikája a tanítási gyakorlatban nincs elkülönítve a dinamikai és energetikai tárgyalástól, az egész témakör egyetlen egységet alkot. Ez az összevont tárgyalásmód előnyös abból a szempontból is, hogy az új tananyagrészek tárgyalása egyszersmind a 9. évfolyam mechanika anyagának hatékony felfrissítése is. Itt érdemes megemlíteni, hogy az érdeklődő osztályokban a rezgőmozgás jó lehetőséget kínál a mozgásegyenlet számítógéppel támogatott numerikus megoldásának bemutatására is.

A harmonikus rezgőmozgás tárgyalását mindenképpen a mozgás megfigyelésére kell alapozni, mert csak a kísérletek analizálásával juthatunk meggyőző módon az $y(t)$ kitérés idő függvény

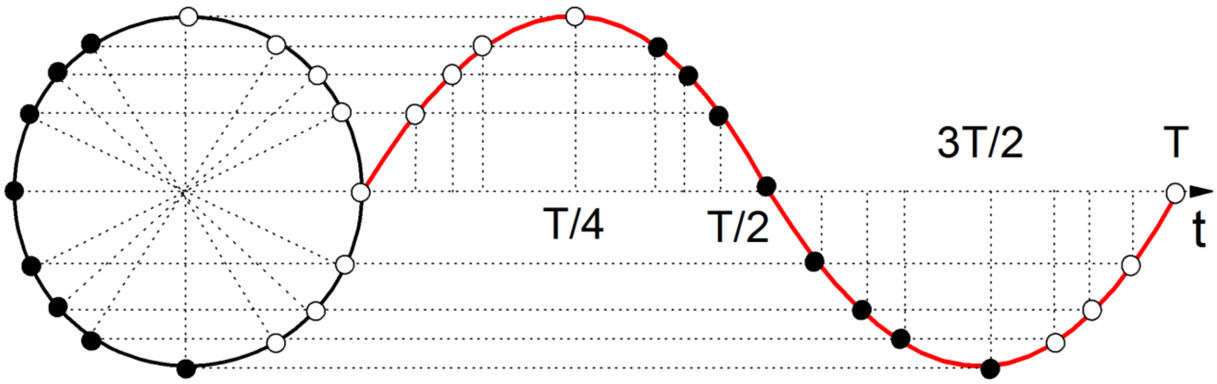
$$y(t) = Asin(\omega t + \varphi_0),$$

matematikai alakjához. A függvény értelmezése a diákok számára nem egyszerű, meg kell érteniük, hogy a szögtől függő jól ismert $sin(\varphi)$ függvény független változója helyére hogyan kerül a rezgőmozgás fázisát megadó $\varphi = \omega t + \varphi_0$ változó, s miért az $\omega = 2\pi/T$ összefüggésen keresztül kapcsolódik a sinus függvény 2π periódusa a mozgás T periódusidejéhez. Komoly nehézséget jelenthet az is, hogy a szokásos, fokban mért szög érték helyett radiánban mérünk, s gyakran gondot okoz az φ_0 kezdőfázis fizikai jelentésének megértetése is. Mindez indokolja, hogy a kitérés-idő függvény felírását valamilyen kísérlet részletes elemzésével kezdjük.

A harmonikus rezgőmozgás kitérés – idő függvényének felírásához több, jól kidolgozott alternatív lehetőség áll a tanár rendelkezésére. Az alábbi lehetőségek közül a tanár a tanulócsoport előismeretei, érdeklődése, a szertár eszközkészlete, és a rendelkező időkeret ismeretében választhat.

Klasszikus kísérleti módszer

A függőleges rugón rezgő testből vékony festéksugarat spriccelünk a test mögött egyenletesen elhúzott papírlapra. A háttér egyenletes mozgása az idővel arányos, így a test önmaga rajzolja fel a kitérés – idő függvényt. A kirajzolt hullámról a következőkben meg kell mutatni, hogy szinusz-függvény. Ehhez a rezgés maximális kitérésével, mint sugárral „egységsugarú” kört húzunk, majd ebben megrajzoljuk a könnyen értelmezhető nevezetes szögek szinuszait, és a hullám-görbére vetítve őket ellenőrizzük az illeszkedést.



13. ábra. Rugón rezgő test kitérés – idő függvényének összevetése a szinusz-függvénnyel

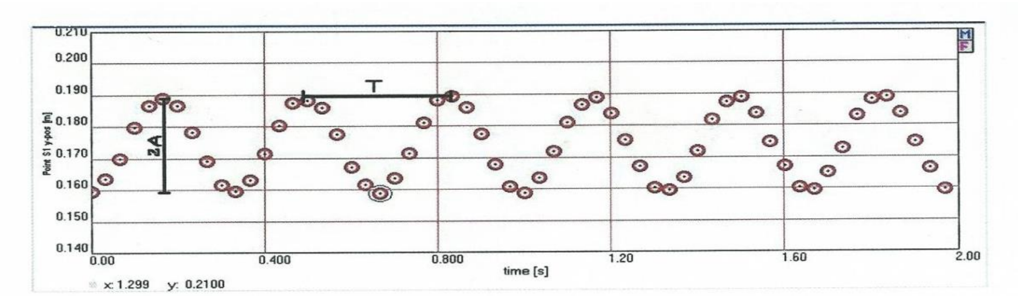
WWW

A kísérlet részletes leírása és a kiértékelés megtalálható a „Fizikai kísérletek gyűjteménye" I. kötet I.1.1 és I.10.1. pontok alatt.

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/kin/a10s1.htm

Számítógépes mozgásvizsgálat és függvényillesztés

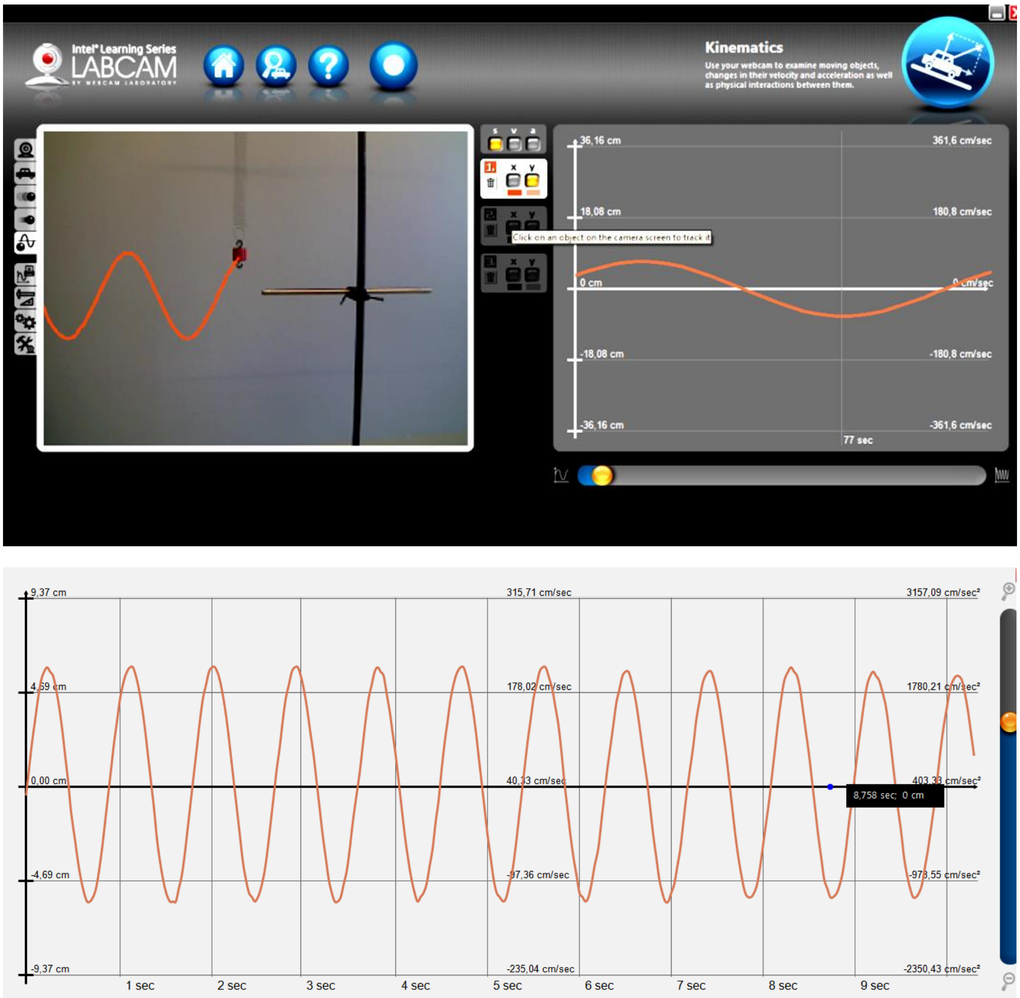
A rugóra akasztott test rezgéséről videofelvételt készítünk, majd a videót mozgáselemző szoftverrel (pl. Videopoint, Tracker) kiértékelve kirajzoltatjuk a számítógéppel a mozgás kitérés – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő függvényeit, majd a görbékre szinusz-függvényt illesztünk. A rezgésről készült videó Videopoint programmal történt kiértékelésével kapott kitérés-idő függvényt az 14. ábra mutatja.



14. ábra. A rugóra akasztott test mozgásának Videopoint programmal történő kiértékelésével kapott kitérés – idő függvénye.

A számítógépes mozgásvizsgálat kényelmes, „automatizált" módon végezhető a kifejezetten iskolai célokra készült magyar fejlesztésű Webcam Laboratory (kifejlesztő: Intellisense Zrt.) számítógépes mérőprogram használatával. A rezgő testet valamely alapszínre (piros, kék, sárga) befestve, a program azonosítja a webkamera képén a színfolt (befestett test) koordinátáit.

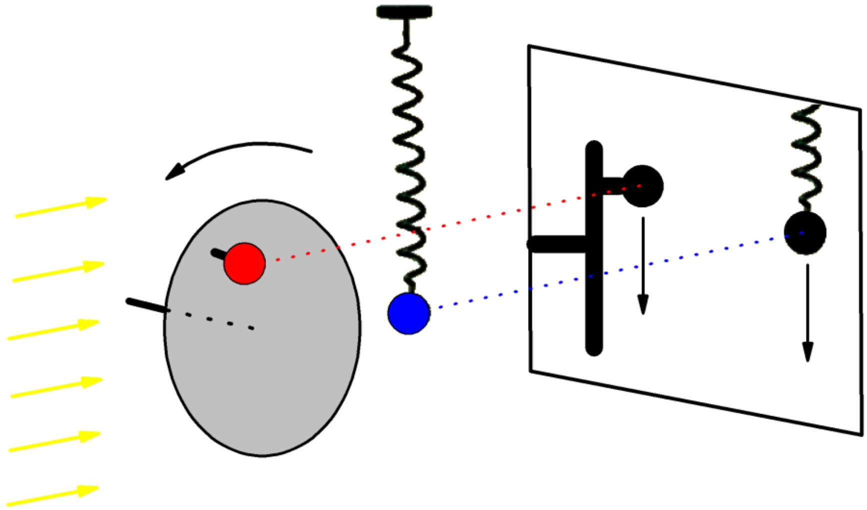
A test mozgása esetén a számítógép követi és grafikusan megjeleníti a színfolt mozgását az időben. A 15. ábra a rugón rezgő test vizsgálata során készült a számítógép képernyőjéről, illetve a rezgőmozgás számítógép által felvett kitérés – idő grafikonjáról.



15. ábra. A rezgőmozgás (Webcam Laboratory segítségével) felvett kitérés – idő grafikonja.

A rezgés kitérés – idő függvényének felírása a körmozgás vetületeként

A kitérés-függvény matematikai felírását a 16. ábrán bemutatott kísérlettel vezetjük be. A kísérlet igazolja, hogy a rezgés kitérés időfüggése az egyenletes körmozgás vetületeként tárgyalható. A kísérlet összeállítását a rajz szemlélteti (16. ábra).

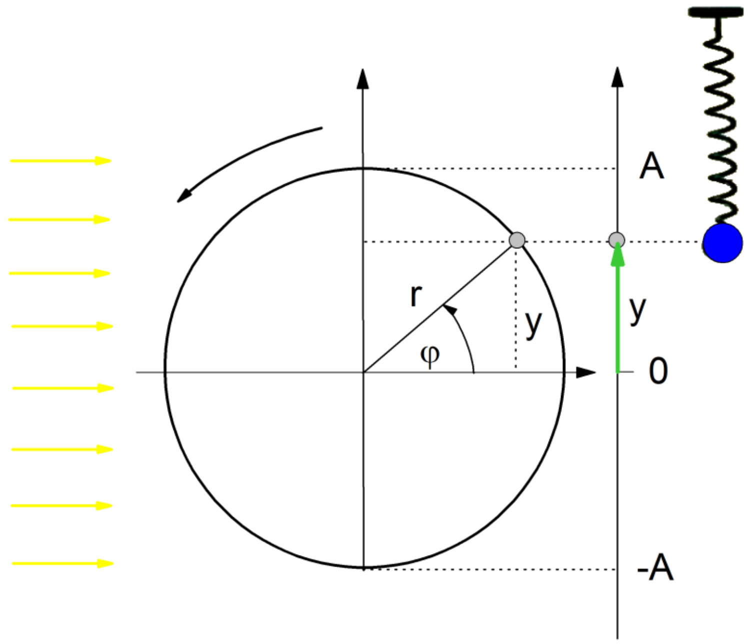


16. ábra. A kísérleti összeállítás a rezgőmozgás és a körmozgás kapcsolatának bemutatására.

Vetítőernyő elé elhelyezett állványra rugót akasztunk és alsó végére fémgolyót rögzítünk. Szabályozható fordulatszámú motor tengelyére nagyobb tárcsát és a tárcsára a rugóra akasztott golyóhoz hasonló méretű golyót rögzítünk. A motort úgy helyezzük a rugó mellé, hogy a tárcsa síkja merőlegesen álljon a vetítőernyő síkjára. Ezután a kísérleti összeállítást az ábrán látható módon megvilágítjuk. Jó beállítás esetén a rugón lévő golyó és a motor tárcsájára rögzített golyó árnyékai egymás mellett jelennek meg az ernyőn. Hozzuk rezgésbe a rugót, majd a motor fordulatszámát változtatva állítsuk be úgy, hogy a rugón rezgő és a tárcsával forgatott golyó árnyképe szinkronban mozogjon! A kísérlet meggyőzően mutatja, hogy a rezgőmozgás kitérése és a körmozgás függőleges vetületének azonos az időfüggése.

A kísérlet nem könnyű, mert a rezgés és a körmozgás vetületének szinkronba hozása még akkor sem egyszerű, ha nagyon pontosan szabályozható fordulatszámú motorral rendelkezünk. A tapasztalat azt mutatja, hogy a két mozgás nagyon gondos előkészítés esetén is csak rövid ideig marad szinkronban.

A kísérleti bemutató után táblai rajzon (17. ábra) értelmezzük az egyenletes körmozgást végző test pillanatnyi függőleges összetevőjének időfüggvényét, ami egyben a rezgőmozgás kitérés – idő függvénye is. (A táblai rajzon a kör középpontjában vesszük fel a derékszögű koordinátarendszert úgy, hogy az azonos magasságban legyen a rugón rezgő golyó egyensúlyi helyzetével.)



17. ábra. A rezgőmozgás kitérése, mint a körmozgás vetülete.

Ekkor az időben egyenletesen változó α szög a körmozgás $\omega = 2\pi/T$ szögsebességének és az időnek a szorzataként $(\varphi = \omega t)$ írható fel. Ezt felhasználva a körmozgást végző test függőleges koordinátája az idő függvényében az

$$y = A \sin \omega t \,,$$

illetve az

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

kifejezéssel adható meg. Természetesen a rezgőmozgás kifejezésében az ω már nem jelent szögsebességet, körfrekvenciának nevezzük, az elnevezés a körmozgással való kapcsolatra utal. Az utóbbi formula arra az általános esetre vonatkozik, amikor a $t = 0$ időpillanatban a test nem az egyensúlyi helyzetben, hanem attól eltérő $y_0 = A \sin \varphi_0$ kezdeti kitérésűben van. A tanítás során a φ_0 (a kezdőfázis) jelentését is pontosan értelmeznünk kell, meg kell mutatni, hogy a rezgés időbeli lezajlása során mit jelent, s azt is, hogy miért szögben mérjük.

Megjegyzés:

A kísérlet után érdemes a mozgások számítógépes animációját is bemutatni, tehát a körmozgást végző testet és mellette a megfelelő körfrekvenciájú és amplitúdójú rezgőmozgást is ábrázolni. Az animáció elkészítését általában a tanulók maguk is szívesen vállalják.

A rezgőmozgás sebesség – idő és gyorsulás – idő függvénye

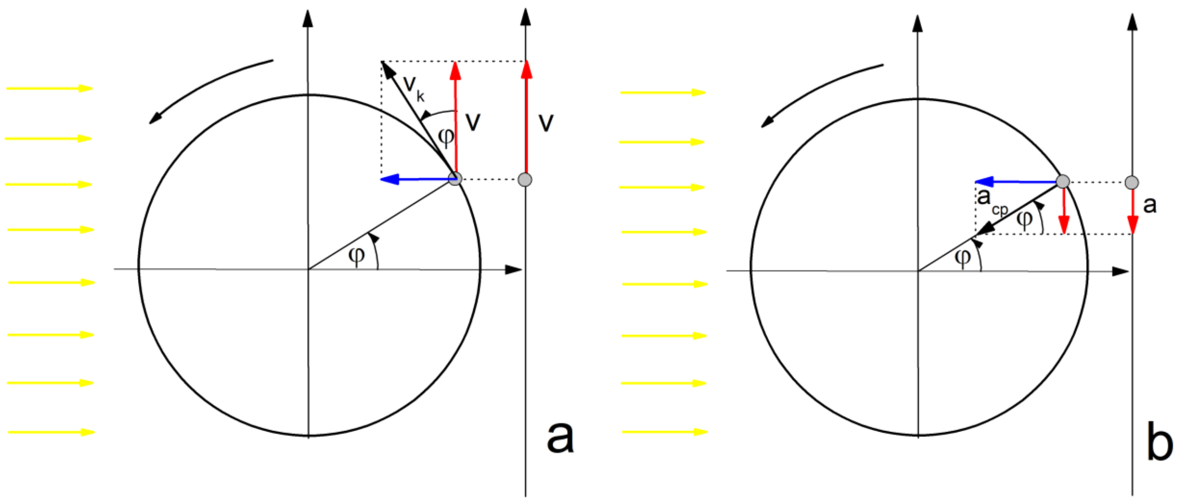
A rezgés kitérés – idő függvényének felírása után a sebesség – idő, valamint a gyorsulás – idő függvényeket egyszerű lenne deriválással származtatni, ez az út azonban középiskolában, a matematikai előismeretek hiánya miatt nem járható. A sebesség- és a gyorsulás-függvények felírásának legegyszerűbb módja a rezgőmozgás és a körmozgás kísérletileg igazolt vetületi kapcsolatán alapul. A kísérlet az együtt mozgó két árnyék mutatja, hogy a körmozgás kerületi sebességének pillanatról pillanatra változó vetülete megegyezik a rezgőmozgás pillanatnyi sebességének időbeli változásával. Hasonló egyezés áll fenn a körmozgás centripetális gyorsulásának vetülete és a rezgés gyorsulása között is. Az alábbi vetítési rajzok alapján felírható a rezgés sebesség – idő és gyorsulás – idő függvénye. Ha kihasználjuk, hogy az ω szögsebességű körmozgást a vízszintes tengelyről indítva $\varphi = \omega t$, valamint, ha a kör sugara A, akkor a körmozgás sebessége

$$v = A\omega \cdot \cos \omega \cdot t,$$

gyorsulása pedig

$$a = -A\omega^2 \ \sin \omega \cdot t\,.$$

Irányukat az ábra mutatja, a gyorsulás függvényben a negatív előjel arra utal, hogy a gyorsulás sugár irányban befelé mutat.



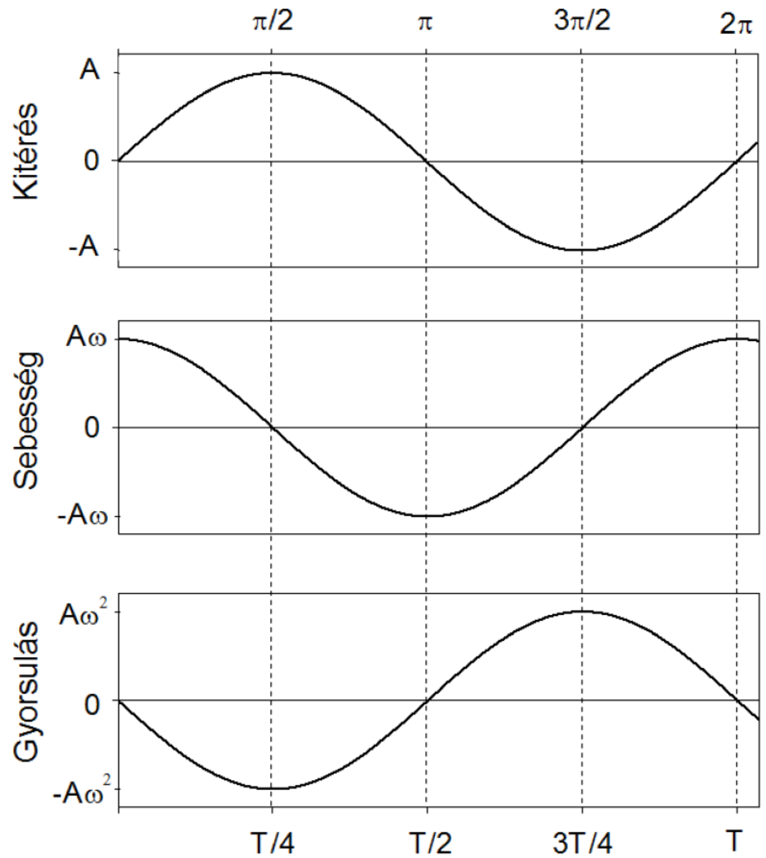
18. ábra. Rezgőmozgás (a) sebességének és (b) gyorsulásának származtatása körmozgás kerületi sebességének (v_k) és centripetális gyorsulásának (a_{cp}) vetületeként.

Természetesen a függvények matematikai felírása nem elegendő. Szükség van a függvények elemi értelmezésére is. Meg kell értetni a diákokkal, hogy az $y(t)$, a $v(t)$ és az $a(t)$ függvények hasonló periodicitású és időfüggésű, de egymáshoz képest eltolt függvény-görbék. Továbbá meg kell magyaráznunk a kitérés-amplitúdó, a sebesség-amplitúdó, és a gyorsulás-amplitúdó összefüggéseit is. A kapott $v(t)$ és $a(t)$ függvényeket összehasonlíthatjuk a számítógépes mozgásvizsgálat során felvett sebesség- és gyorsulás-függvényekkel is.

Megjegyzés:

Bármilyen rosszul hangzik is, és különösen a fizika módszertanával foglalkozó könyvben nehezen elfogadható, de azt ajánljuk, hogy amennyiben a feszes tanterv következtében a sebesség – idő és gyorsulás – idő függvény fenti származtatására nem jut idő, a függvényeket egyszerűen közöljük a tanulókkal. A rezgőmozgás dinamikai és energetikai leírásakor ugyanis ezek a függvények nélkülözhetetlenek.

A harmonikusan változó és egymástól fázisban eltérő kinematikai jellemzők időbeli változását a rugóra akasztott test mozgását figyelve kvalitatív módon részletesen értelmezni kell. Célszerű, ha az ábrán látható módon azonos időtengellyel egymás alá rajzoljuk a kitérés – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő függvény grafikonját, majd gondolatkísérletet végezve a rezgő test mozgásának különböző fázisaiban összevetjük a tapasztaltakat a grafikonokkal. Az időtengelyen az idő mellett érdemes az adott időpillanathoz tartozó fázist (fázisszöget) is feltüntetni. A rugóra akasztott testet gondolatban indítsuk egyensúlyi helyzetéből kis lökéssel felfelé.



14. ábra. Harmonikus rezgőmozgás kitérés – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő grafikonja.

A mozgás kitérés – idő grafikonja ekkor az origóból induló szinusz görbe lesz. A rezgő test sebessége a maximális kitérés, az amplitúdó eléréséig csökken, és ott zérussá válik. Ezt a tapasztalatot jól tükrözi a sebesség – idő grafikon. A test ezután egyre növekvő sebességgel az egyensúlyi helyzet felé mozog, ott sebességének nagysága ismét eléri maximális értékét és az előző mozgás ismétlődik, csak most lefelé.

A gyorsulásra vonatkozóan is tehetünk néhány, már a dinamikai leírást előkészítő megállapítást! A test egyensúlyi helyzetében a nehézségi erő és a rugóerő egyensúlyt tart. Amikor a test felfelé mozog, a lefelé mutató rugóerő egyre inkább nagyobb lesz, mint a nehézségi erő, s ezzel a lefelé mutató eredő erő nagysága is növekszik. Emiatt a lefelé mutató gyorsulás egyre jobban csökkenti a felfelé mutató sebességet, majd amikor a sebesség zérussá válik, akkor a változatlan irányú gyorsulás miatt a test sebessége elkezd lefelé növekedni. A gyorsulásgrafikon ezt a folyamatot pontosan tükrözi.

Tanárként ez a gondolatmenet egyszerűnek tűnhet, a diák számára azonban, különösen, amikor először találkozik vele, nagyon nehéz! Nem egyszerű a kitérés, sebesség és gyorsulás változásának egyszerre történő figyelembevétele és a rezgő test elképzelt mozgásával való összehasonlítása. Ez koncentrált figyelmet igényel, könnyű kiesni a gondolatmenetből. Szokatlan az is, hogy a rezgő testet gondolatban kis lökéssel, és nem a maximális kitérésű helyzetből elengedve, indítjuk. Természetesen készíthetünk másféle ábrát és indíthatjuk a testet is másképpen, akkor azonban a kitérés-idő grafikon nem az origóból induló szinusz görbe lesz.

6. Kinematikai feladatok megoldása

A feladatmegoldás szerepével és jelentőségével a fizika alapozó és középszintű tanításában részletesen foglalkozunk a mindennapok módszertani gyakorlata rész 1. fejezetében. Kiemeltük, hogy a feladatmegoldás több a képletek megfelelő használatát jelentő rutinnál, a feladatmegoldás szerepe összetett. Egyszerre szolgálja a megismert törvények jobb megértését (az összefüggések adaptív alkalmazásán keresztül), és a fizikai törvények és a mindennapi életünk szoros kapcsolatának, a fizika hasznosságának bemutatását. Ezek a megállapítások kiemelten érvényesek a kinematikában.

A feladatmegoldás akkor töltheti be szerepét, ha a diákok érdeklődéssel fordulnak a feladatok felé. Az igazi motivációt az jelenti, ha diákjaink megértik, hogy a feladatmegoldás a mindennapi jelenségek mögött álló fizikai törvények működésének igazi megértése miatt fontos. Be kell mutatnunk, hogy a fizikapéldák kiindulópontját a mindennapi jelenségek adják még akkor is, ha a jelenség összetettsége miatt idealizálunk, vagy elhanyagolásokat teszünk, a való világ működésének lényegét ragadjuk meg. A feladatmegoldás akkor töltheti be a szerepét a kinematikában, ha a hagyományos feladatokat újszerűen megfogalmazott „életközeli" problémákkal egészítjük ki, a feladatmegoldást egyszerű kísérletekhez, mérésekhez kapcsoljuk.

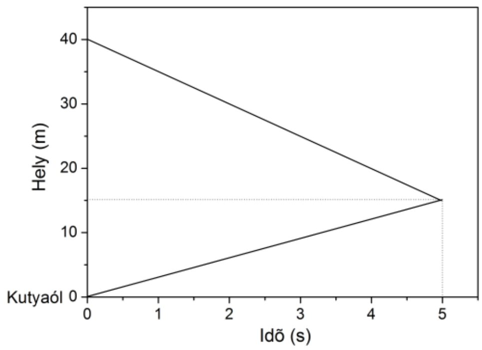
Ilyen feladatok lehetnek például a fotó- vagy videó-dokumentumokhoz kapcsolt feladatok, ahol a számításhoz szükséges adatokat maguknak a diákoknak kell egy-egy méréssel, vagy mozgásértékelő számítógépes programmal meghatározni.

Kinematika feladatok vizuálisan megjelenített mindennapi jelenségekhez kapcsolva.

Részletek >>>

A hagyományos kinematika feladatok rutinszerű megoldása helyett érdekesebb és hasznosabb a probléma grafikus ábrázolásával összekapcsolni a megoldást. A grafikus ábrázolás megkívánja a feladat lényegének megértését, ami képletkeresés – behelyettesítés – algoritmus esetén nem feltétlen szükséges az eredményességhez. A grafikus alapú feladatmegoldás a gyengébb tanulóknak segít a megértésben. A jó matematikai érzékű, gyors analógiás gondolkozású tanulók gyakran rutinból oldják meg a feladatokat, a fizikai lényeg átgondolása nélkül is, a grafikus megoldás a formális rutinmegoldást megszünteti.

Hagyományos kinematika feladatok újszerű, grafikus megközelítése, megoldása.



Részletek >>>

7. Kinematika alkalmazása a mindennapi gyakorlatban

A diákokat motiválja, ha úgy látják, hogy az iskolában olyan kérdésekről tanulnak, ami a köznapi gyakorlatban is hasznosan alkalmazható. Sokan szeretnék, ha a fizika csak az azonnal hasznosnak tűnő és érdekes kérdésekkel foglalkozna. Így például érdeklődésre számíthat a GPS rendszer vagy a rendőrségi trafipaxok működése, és természetesen ezeknek is helye van a fizikatanításban. A tanulói érdeklődés gyakorlat-irányultsága azonban a klasszikus kinematika tanítása során is kihasználható, ha a megtanult törvények „működését" érdeklődésre számító példákon illusztráljuk. A legtöbb középiskolás korú fiatal szeretne mielőbb gépkocsivezetői jogosítványt szerezni, ezért fokozott érdeklődéssel fordul az autózással kapcsolatos fizikai problémák, feladatok felé is. A spontán érdeklődést érdemes kihasználni, a kinematikai törvények alkalmazásának, gyakorlati hasznosságának bemutatására. Ez a fizika gyakorlásán túl hozzájárulhat a KRESZ szabályainak tudatosabb betartásához, a közúti balesetek csökkenéséhez.

A kinematika gyakorlati alkalmazása a közlekedésben

Részletek >>>

Kinematika mellékletek

K1. Nehéz fogalom-e a sebesség?

A sebesség fogalma ma már nyilvánvaló, azonban pontos jelentése nem mindig volt világos! Zénón ókori filozófus (az i.e. 5. században élt) a fogalommal kapcsolatban olyan ellentmondásokba bonyolódott, hogy magának a mozgásnak a létezését is megkérdőjelezte. Nyolc aporiát (kételyt fogalmazott meg, amelyekből arra a következtetésre jutott, hogy a mozgás csak látszat. Kételyei közül a leghíresebb és a matematika fejlődésére is hatást gyakorló, a „gyorslábú Akhilleusz és a teknősbéka” néven ismert paradoxon volt. A paradoxon szerint Akhilleusz (a leggyorsabban futó görög harcos Homeros Iliasában) sohasem érhet utol egy teknősbékát, ha annak csak a legkisebb előnye is van. A következőképpen érvelt: Akhilleusznak el kell érkeznie oda ahol a teknősbéka volt eredetileg. Ezalatt azonban a teknősbéka kicsit előbbre halad. Akhilleusznak erre az újabb helyre is oda kell érni, ám ezalatt a teknősbéka ismét előrébb kerül és így tovább a végtelenségig. Mire Akhilleusz odaér a teknősbéka helyére, az már mindig előbbre lesz. A gyorslábú harcos tehát sohasem érheti utol a teknősbékát. Ezután Zénón úgy következtetett, hogy mivel érzékeljük, hogy Akhilleusz eléri a teknősbékát, a fenti gondolatmenet pedig azt mutatja, hogy nem érheti el, a két állítás egyszerre csak úgy teljesülhet, ha mozgás nem létezik, csak illúzió.

Zénón azért jutott hibás következtetésre, mert feltételezte, hogy végtelen számú mozgásszakaszt nem lehet véges idő alatt megtenni. A végtelen sorok összegezése a matematikának is sokáig nyitott problémája volt, ma azonban már tudjuk, hogy végtelen sok tag összege lehet véges nagyságú. Oldjuk meg a „gyorslábú Akhilleusz és a teknősbéka” paradoxonját Zénón módszerével. Legyen a teknősbéka előnye d sebessége v és Akhilleusz sebességét jelöljük w-vel. A mozgás első lépésében Akhilleusz d távolságot tesz meg $t = d/w$ idő alatt. Ezalatt a teknős $d_1 = v \cdot d/w$ távolsággal kerül előbbre. A második lépésben Akhilleusz ezt a távolságot teszi meg $t_1 = v \cdot d/w^2$ idő alatt. A harmadik lépésben Akhilleusznak $d_2 = v^2 \cdot d/w^2$ távolságot kell megtenni, amihez $t_2 = v^2 \cdot d/w^3$ idő szükséges, és így tovább. Azonnal látható, hogy minden időtartam az előzőnek v/w szerese. Ennek megfelelően mértani sor összege adja a keresett időt. Mivel a mértani sorozat kvóciense $v/w < 1$, a mértani sorozat tagjai egyre kisebbek lesznek, zérushoz tartanak. Az ilyen sorokra jellemző, hogy végtelen sok végtelenül kicsi tagjának összege véges érték lehet. A végtelen mértani sor összegképlete szerint:

$$T = \frac{d}{w}\left(1 + \left(\frac{v}{w}\right) + \left(\frac{v}{w}\right)^2 + \ldots\right) = \frac{d}{w}\frac{1}{1 - \frac{v}{w}} = \frac{d}{w - v} \quad ,$$

ami megegyezik a „szokásos módon” nyert eredménnyel. A Zénón aporiák sokáig foglalkoztatták a matematikusokat, míg a XVII. század közepén Gregory de St. Vincent megadta az aporiák feloldásához szükséges végtelen sorok összegezésének módszerét.

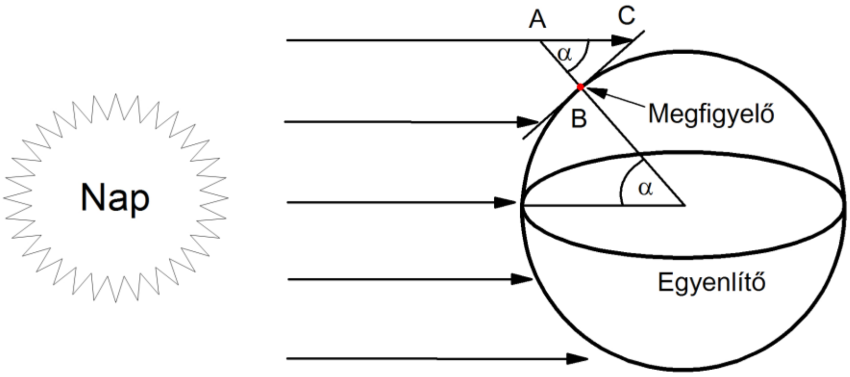
Vissza (Kinematika) >>>

Vissza (K5) >>>

K2. Egyszerű földrajzi helymeghatározás délben

A földrajzi szélesség egyszerű meghatározása nap-éj egyenlőség idején (általános iskolai feladat)

Valamely pont *földrajzi szélessége* alatt azt a szöget értjük, amit a földi egyenlítő síkja és a Föld középpontjából az adott pontba húzott sugár bezár (α). Tavaszi és őszi nap-éjegyenlőség (március 20, ill. szeptember 23) napján a delelő Nap sugarai éppen merőlegesen esnek a Föld egyenlítőjére. Ilyenkor egy függőleges rúd magasságát (BC) és az árnyékának hosszát lemérve (BC) a földrajzi szélesség egyszerűen meghatározható (lásd alsó ábra).



$$tg\alpha = \frac{|\overline{BC}|}{|\overline{AB}|}$$

A mérés 2-3 fős csoportokban akár már 7. évfolyamon elvégezhető.

A mérés leírása

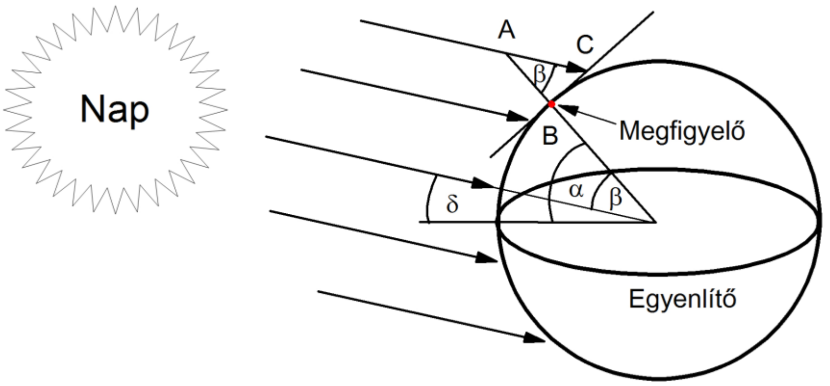
A4-es papírlap hosszanti oldalának közepétől 3-4 cm távolságra jelöljünk ki egy pontot és a pont köré rajzoljunk koncentrikus köröket! Az egymást követő körök sugara rendre 1 cm-rel nőjön! A lapot rajztáblára rögzítjük. A rajztáblát helyezzük a Napra (akár a napos ablakba) lehetőleg úgy, hogy a papírlap hosszanti oldala K-Ny irányú legyen és a koncentrikus körök középpontja a déli irány felé legyen. Vízszintezzük ki rajztáblát és ügyeljünk arra, hogy ezután a lap már ne mozduljon el! A berajzolt koncentrikus körrendszer középpontjába állítsunk egy függőleges helyzetű hegyes ceruzát! (A ceruza rögzítése egyszerűen megoldható, ha például egy fa korongba megfelelő méretű függőleges lyukat fúrunk, és ebbe szorítjuk vagy ragasztjuk be a ceruzát.) A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.

A Napon a ceruza éles árnyékot vet a lapra. Az árnyék helyzete és hossza a Nap járása során változik, a Nap delelésekor a legrövidebb. Ennek megállapítására jelöljük meg időről időre a ceruza hegyének árnyékát a papírlapon! A mérést delelés előtt 1-2 órával érdemes kezdeni, és delelés után ugyanennyi ideig folytatni. (Ne felejtsük el, hogy a Nap delelése nem esik egybe a déli 12 órával! Az eltérést az időzónák kijelölése és nyáron az órák előre állítása okozza.)

Eleinte akkor érdemes bejelölni a papírra a ceruzahegy árnyékának helyét, amikor az épp valamelyik körvonalra esik. Jelöljük be a delelés után is ugyanezen körök és az árnyék metszéspontját! Nap-éj egyenlőség idején a ceruza árnyékának különböző időkben bejelölt helye egyenesre illeszkedő pontsort ad. Rajzoljuk meg az egyenest, valamint a körök középpontjának az egyenestől mért távolságát (az egyenesre merőleges, a középponton átmenő szakasz). Mérjük le a szakasz hosszát, az árnyékvető magasságát és határozzuk meg a két szakasz arányából adódó tg α értékéből a földrajzi hosszúság α értékét! Alsóbb osztályban, ahol a tangens függvény még ismeretlen, külön lapon kiszerkesztjük az árnyékvető talppontja, és a legrövidebb árnyék végpontja által meghatározott ABC derékszögű háromszöget és azon szögmérő segítségével mérjük α értékét.

A földrajzi szélesség meghatározása az év tetszőleges napján (középiskolai feladat)

Mivel a Föld forgástengelye általában nem merőleges a Nap körüli keringés síkjára, a földrajzi hosszúság meghatározása bonyolultabb feladat, mint a napéjegyenlőség idején végezhető, fent leírt egyszerű mérés. A Nap sugarai általában deleléskor is szöget zárnak be a földi egyenlítő síkjával. Ez a δ szög az ún. deklináció, aminek értéke változik aszerint, hogy a Föld a keringési pálya mely szakaszán jár.



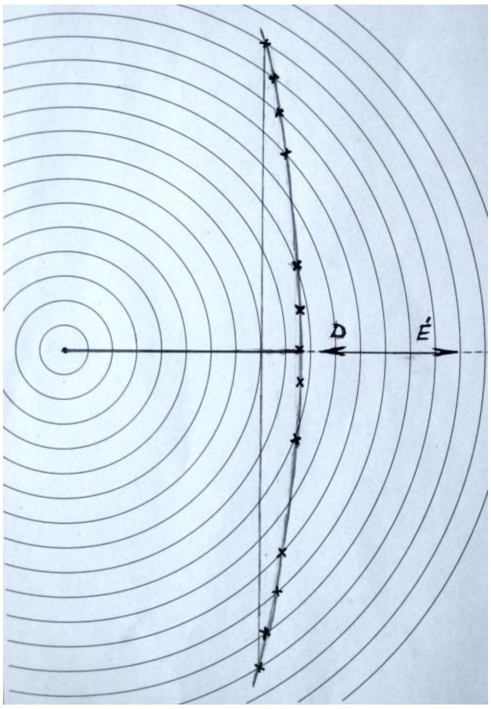
$$tg\beta = \frac{|\overline{BC}|}{|\overline{AB}|}$$

$$\alpha = \beta + \delta$$

A mérés most is megegyezik a korábban ismertetett eljárással, azaz az árnyékvető és az árnyék hosszát mérjük deleléskor. A mérés kiértékelése egy kicsit bonyolultabb. Az α földrajzi szélesség értékét a fenti ábra rajzának megfelelően úgy kaphatjuk meg, hogy a delelés alapján meghatározott β értékéből levonjuk a δ deklináció aktuális értékét. A deklináció értékét dátum alapján csillagászati honlapról vagy kézikönyvek táblázataiból tudhatjuk meg.

Mivel a földrajzi szélesség adata a földrajzi tanulmányokból általában már ismert, a mérést érdemes a δ deklináció aktuális értékének meghatározására használni.

Az ajánlott kísérleti összeállítás megegyezik az előző pontban leírttal. A mérés menete is hasonló. Eltérés viszont, hogy az árnyék-pontok nem egyenesre, hanem konkáv vagy konvex görbére illeszkednek. A deleléshez közeledve célszerű gyakrabban végezni a jelölést, hogy minél pontosabban meghatározhassuk a legrövidebb árnyék hosszát. Minden jelölés időpontját is rendre jegyezzük fel!



Az ábra egy július végén végzett mérés eredményét és a kiértékelést mutatja. A jelölési pontok mutatják, hogy a ceruza árnyéka először rövidül, majd hosszabbodik. A legrövidebb árnyék-hossz időpontja a Nap delelésének helyi ideje. Deleléskor az árnyék pontosan É-D irányba esik. A kísérlet befejeztével értékeljük ki mérésünket!

Első lépésként határozzuk meg szerkesztéssel az É-D irányt! Válasszunk ki egy nagyobb körívet, amin delelés előtt és után is bejelöltük az árnyék végpontjának helyét. Az árnyék ugyanazon körrel adódó két metszéspontja szimmetrikus az É-D irányra. Ha tehát e két pontot vonalzóval összekötjük és megrajzoljuk a szakasz felező merőlegesét, kijelöltük az É-D irányt.

Kössük össze szabadkézi vonallal az árnyék hosszát jelölő pontokat a lapon! Az enyhén ívelt görbe az árnyékvetőtől kifelé domborodik és metszi a kijelölt É-D irányt. A metszéspontot kössük össze a koncentrikus körök középpontjával (az árnyékvető talppontjával) A behúzott vonal a déli (legrövidebb) árnyékot jelöli. A legrövidebb árnyék hosszát lemérve és osztva az árnyékvető magasságával megkapjuk a delelő Nap zenittől mért szögének (β) tangensét.

A bemutatott mérés adatait használva $tg\beta = 9{,}5/16{,}4 = 0{,}579$, azaz a nap delelési magassága július 29-én a zenittől mérve β=30,08° (a számunkra jobban megszokott módon a horizonttól mérve 59,9°). A mért adatot érdemes összevetni a Csillagászati évkönyv 2010, interneten is elérhető adatával (http://www.gothard.hu/astronomy/almanach) ami 61°13'. β zenittől mért szögértéke, a fenti magyarázó rajz szerint, épp a deklináció értékével (δ) nagyobb az α földrajzi szélességnél ($\alpha = \beta - \delta$).

Ismerve például, hogy Budapest földrajzi szélessége α = 47°, a fenti összefüggést a deklináció értékének meghatározására használhatjuk fel. Méréseink alapján a deklináció értékére július végén $\delta \approx \beta - \alpha = 30° - 47° = -17°$. A kapott eredmény a Csillagászati évkönyvben ellenőrizhető.

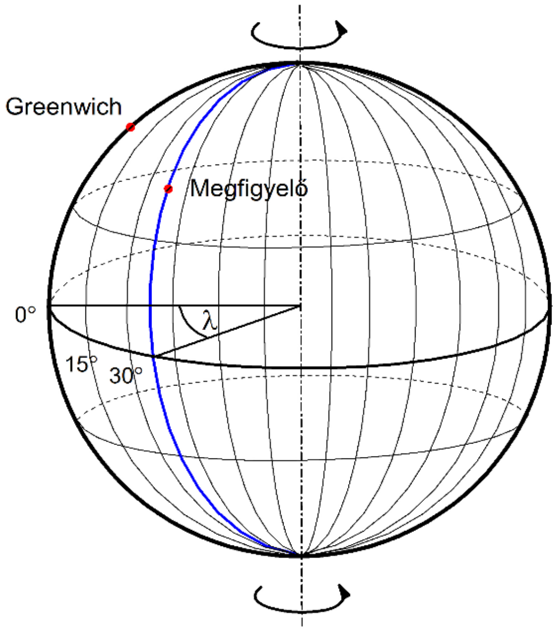
Megjegyzés:

- A mérés elvégzése és kiértékelése után érdemes felhívni a figyelmet a helyi delelési idő és az órán leolvasható déli 12 óra eltérésére és ennek okaira.

- A legrövidebb árnyékkal kijelölt É-D irányt érdemes iránytűvel is ellenőrizni. Ennek kapcsán nagyobb diákoknak beszélhetünk a csillagászati módon és a Föld-mágnesség alapján meghatározott északi irány csekély eltéréséről. Elmondhatjuk, hogy a Föld mágneses pólusainak helye lassan változik, ami az emberi léptékben elhanyagolható, de a geológiai időskálán már jelentős. Ezt bizonyítja, hogy a különböző földtörténeti korszakokban kivált mágneses ércek mágnesezettségi iránya (ami igazodik a kiválás idején aktuális Föld-mágneses irányhoz) különböző.

A földrajzi hosszúság meghatározása

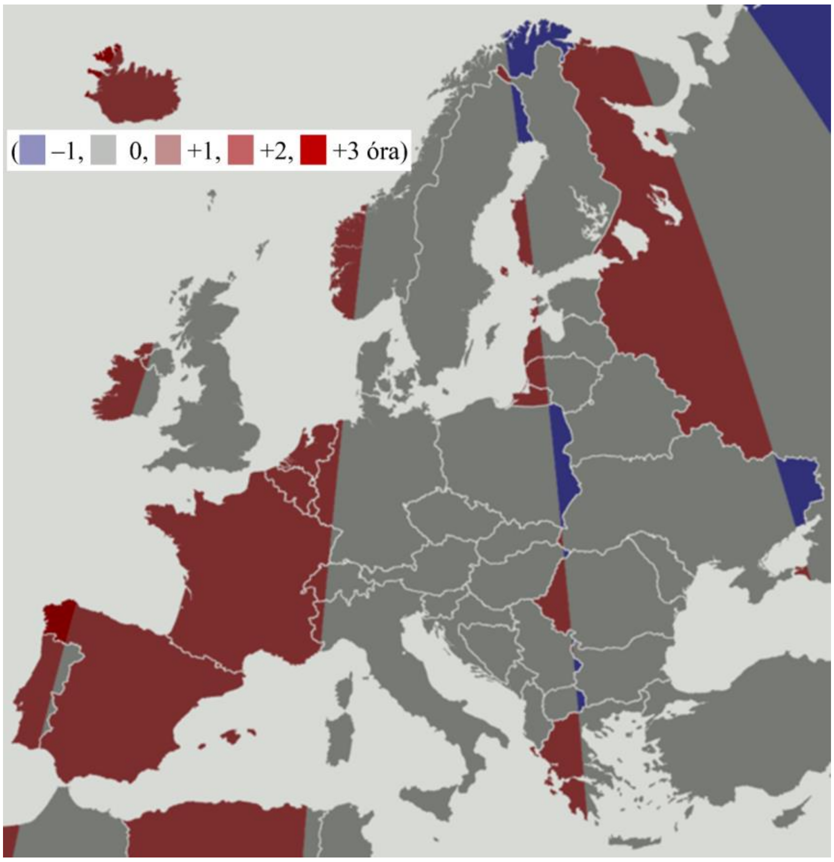
A *földrajzi hosszúságot* azon gömbi főkör segítségével definiáljuk, amely a kérdéses ponton, valamint a Föld É-i és D-i pólusán áthalad. A hosszúsági körök mentén – az egyenlítőtől mér távolságtól függetlenül – a Nap azonos időpillanatban delel. Az angliai Greenwich csillagvizsgálóján áthaladó hosszúsági főkör a 0. hosszúsági kör. A földrajzi hosszúság mérőszáma az a λ szög, amit az adott ponthoz tartozó hosszúsági kör síkja a 0. hosszúsági kör síkjával bezár. Ügyeljünk arra, hogy a szög keleti irányba pozitív, míg a nyugati irányba negatív. Ezek alapján 180°-nál nagyobb földrajzi hosszúság nincs.



A λ szög értékét abból határozzuk meg, hogy megmérjük mennyivel tér el az adott helyen a Nap delelési ideje a Greenwich-i deleléstől. Greenwich-ben pontosan 12 óra 0 perckor delel a Nap, egyéb hatásoktól eltekintve. Valamely λ földrajzi hosszúságú helyen annál korábban vagy később van dél, amennyi idő alatt a Föld λ szöggel elfordul.

A Föld egy adott pontján a Nap deleléstől a következő delelésig átlagosan egy nap, azaz 24 óra telik el. Ennyi idő alatt a Föld valamivel több, mint egy teljes fordulatot (360°) tesz meg, vagyis 1 óra alatt kb. 15°-nyit fordul el. A Földön kijelölt időzónák ezért elvileg 15°-onként követik egymást. Minden ilyen időzónában a Greenwich-i időt (GMT) úgy korrigálják, hogy a zóna közepén deleléskor definíció szerint 12 óra 0 perc, a nyugati határon 12 óra 30 perc, míg a keleti határon pedig 11 óra 30 perc legyen a helyi idő. Ezen az elvi felosztáson praktikus okok miatt változtatnak, ha pl. egy ország határa kicsit átlóg a zónahatáron és az emiatt szükséges óraállítás zavarná a mindennapi életet. (Hasonló praktikus oka van a nyári időszámítás bevezetésének, amikor az órákat előre állítják.) A gyakorlati korrekcióktól eltekintve Közép-Európában keleti hosszúság 7°30'-től keleti hosszúság 22°30'-ig tartana a Greenwich utáni 1. időzóna, azaz GMT+1.

A következő ábra mutatja az elcsúszást a földrajzi időzónától Európában



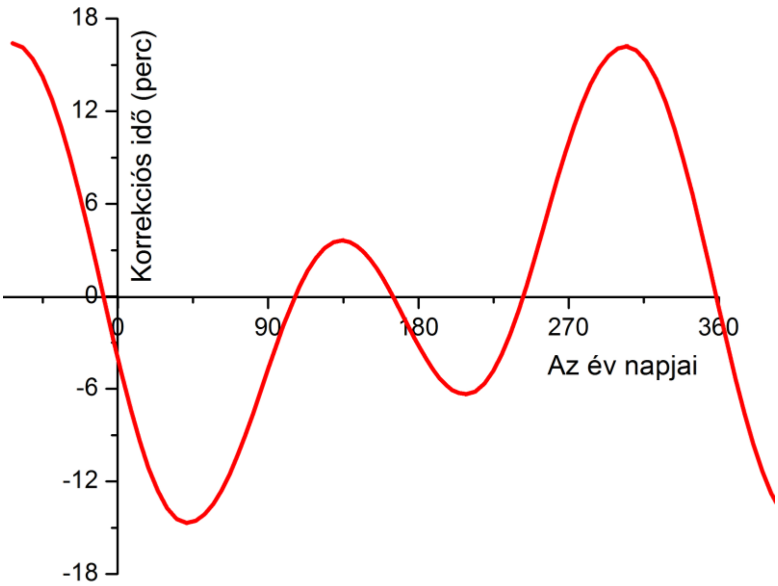
A Nap tehát GMT szerint Magyarországon – a téli időszámítás esetén – 11 óra *x* perckor delel, nyári időszámítás szerint 12 óra *x* perckor, ahol x értéke az országon belül is helyfüggő és adott esetben negatív is lehet (pl. 10 óra 46 perc, ebben a jelölésben 11 óra -14 perc). Egy adott helyszín földrajzi hosszúsága valahol Magyarország területén, fokban kifejezve a

$$\lambda = 15° - \frac{x}{4}$$

formulával számítható ki. Ez abból adódik, hogy Magyarország a 15 szélességi foktól keletre helyezkedik el, és a Föld 1 fokos elfordulása 4 percbe telik.

Egy adott helyszín földrajzi hosszúságának pontos meghatározásához tehát a delelés pontos idejét kell mérni, és meghatározni az *x* eltérést a zónaidőhöz képest. A méréshez használt óra pontosságát a mérés előtt ellenőrizzük, vagy használjunk rádiófrekvenciás szinkronizációval működő órát.

Végül a pontosság növelése miatt érdemes megemlíteni, hogy a delelés időpontja egy adott földrajzi helyen az év folyamán változik, amit az ún. időegyenlet ír le. Ez megmondja, hogy a fenti módon számolt delelési időt az év mely napján mennyivel kell korrigálni. Az időegyenlet grafikus megoldása a mellékelt ábrán látható. A grafikonról közvetlenül leolvasható a korrekciós idő értéke. A vízszintes tengelyen az év 365 napja van feltüntetve, a függőleges tengelyen olvasható le a napi korrekció értéke. A grafikon mutatja, hogy a korrekció az év bizonyos szakaiban lehet pozitív és negatív is. Április 16-án, június 15-én, szeptember 2-án és december 26-án nincs szükség korrekcióra.



WWW

A témáról részletesebben olvashat: *Fizikai Szemle* 2009/4. 147.o

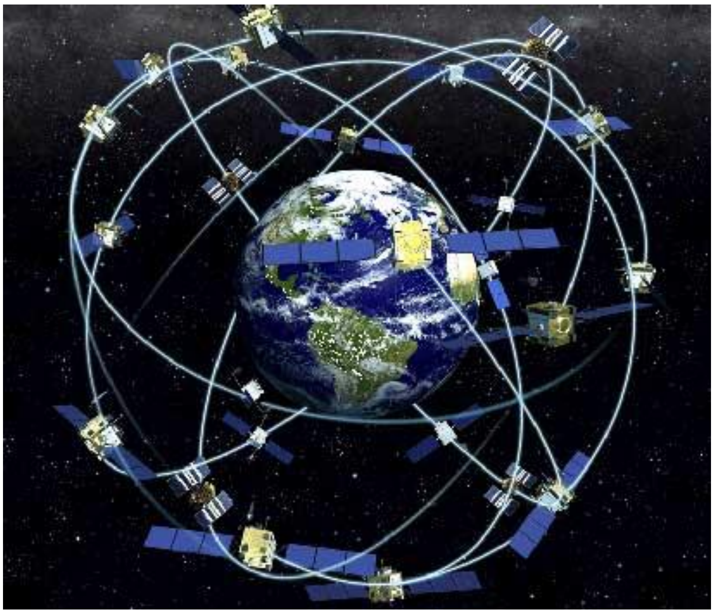
http://wwwold.kfki.hu/fszemle/archivum/fsz0904/baranyai0904.html

Vissza (Kinematika) >>>

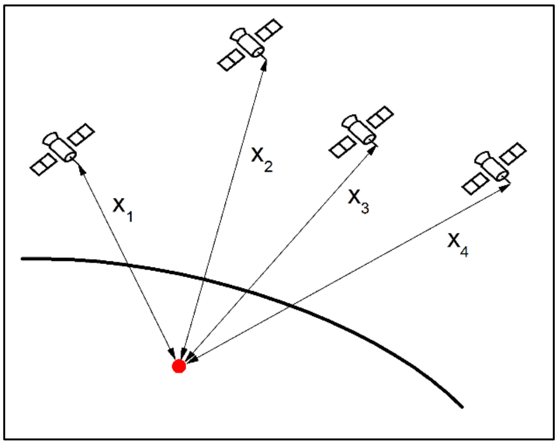
Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

K3. A GPS rendszer bemutatása

A GPS (Global Positioning System), magyar nevén globális helymeghatározó rendszer gyakorlatilag már minden okostelefonról elérhető. Mindennapjaink része, ezért fontos működési alapjainak ismerete és tanítása. A rendszer alapgondolata rendkívül egyszerű, de a megvalósítás technikai részletei bonyolultak. Eredetileg az Egyesült Államok fejlesztette ki katonai célokra, azonban viszonylag hamar polgári használatba került. A rendszer alapját a Föld körül keringő, az Egyesült Államok által üzemeltetett 24 műhold jelenti (lásd ábra). Jelenleg egy független orosz-indiai rendszer is üzemel, valamint az Európai Unió és Kína is egy önálló műholdhálózat kiépítésére törekszik.



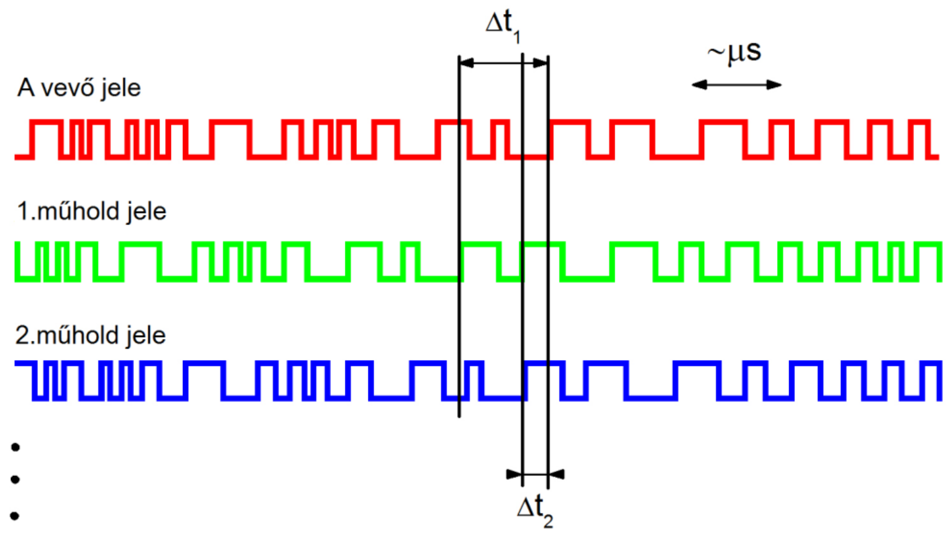
Működésének alapelve, hogy a tér tetszőleges pontjának koordinátái számolhatók három ismert viszonyítási ponttól mért távolság ismeretében. A viszonyítási pontok a GPS esetén nagy magasságban keringő műholdak. Ha tudjuk, hogy egyik műholdtól x_1 távolságra vagyunk, az azt jelenti, hogy az adott műhold körül egy x_1 sugarú gömb felületén vagyunk valahol. Egy másik műholdtól mért távolság ismeretében pozíciónk már csak a két gömb metszetét jelentő körvonalon lehet. Ha rendelkezésünkre áll egy harmadik műholdtól mért távolság adat, akkor tudjuk, hogy a kör és a harmadik gömb két metszéspontjának valamelyikén lehetünk. Ezek közül a helyzetünknek az a pont felel meg, amely a föld felszínén található. Így a három távolság ismeretében pillanatnyi tartózkodási helyünk egyértelműen meghatározható. Természetesen, ha kimozdulunk ebből a helyzetből, a három bázistávolság is kicsit megváltozik, így az új



helyzetünk pontos beazonosításához újabb távolságmérésekre és kalkulációra van szükség. Folyamatos mozgás követésére időről időre megismételt mérésre van szükség.

A műholdak keringési magassága körülbelül 20 000 km. Felmerül a kérdés: hogyan tud egy egyszerű kézi műszer ilyen nagy távolságokat méter (újabban már 0,1 m) pontossággal kimérni?

A távolság meghatározását a vevő nagyon pontos időmérés által végzi. A műholdak folyamatosan egy jelet sugároznak. A vevő ezzel azonos jelet generál. A vevő a műholdról kapott jelet összehasonlítja a sajátjával, majd a két jel közötti időkülönbségből és a rádióhullámok terjedési sebességéből számítja a távolságot. A következő ábra szemlélteti a mérést (a jobb láthatóság kedvéért csak két műhold jelét ábrázoltuk).

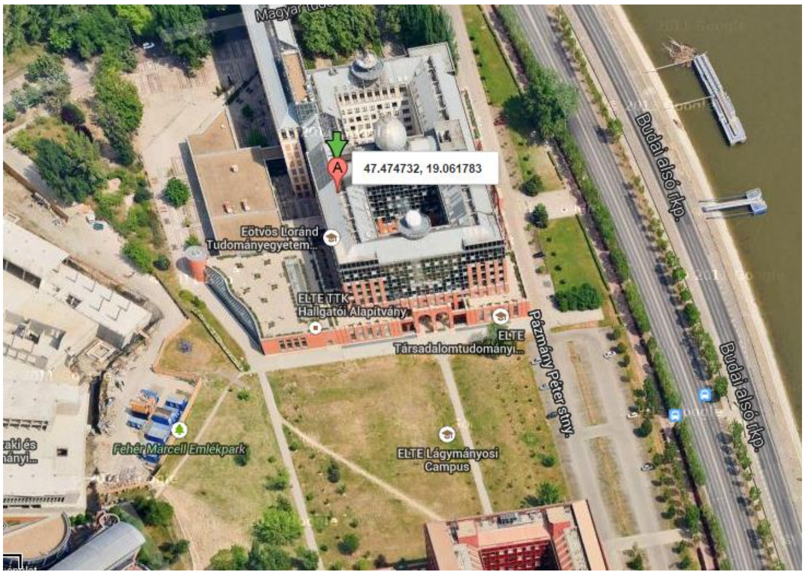


A műholdak órái szinkronban járnak, tehát a jelet minden időpillanatban azonos fázisban sugározzák. A pozíció számításhoz szükséges, hogy a vevő órája is szinkronizálva legyen a többivel. Ez egy negyedik műhold bekapcsolódásával oldható meg. Ha a vevőberendezés órája pontosan jár, akkor x_4 sugarú gömb pontosan a három gömb metszéspontján megy át, ha viszont nem, akkor minden gömbhármas más és más metszéspontot ad. Ekkor a vevő úgy korrigálja a saját órájának a beállítását, hogy a metszéspontok végül egy pontba kerüljenek. Bár 4 műhold elég a helymeghatározáshoz, valójában manapság egy GPS készülék egyszerre 7-8 jelet is felhasznál nagyobb pontosság eléréséhez. Az eljáráshoz olyan jelet kell használni, melyből minden pillanatban meghatározható az időkülönbség. (A GPS rendszer különböző periódusú pszeudo-véletlen kódokat használ. Ezek az úgynevezett P- és C/A-kódok.) Természetesen a távolságok ismerete csak akkor elég, ha a viszonyítási pontok (műholdak) helye pontosan adott. Ehhez a műholdak folyamatosan sugározzák az ún. „almanac" adatokat, amik a pályaadatait tartalmazzák.

Megjegyzés: Közkeletű tévhit, hogy az időkülönbségek meghatározása úgy történik, hogy a műholdak a saját órájuk pontos idejét sugározzák, így amikor a vevő megkapja ezt az információt, akkor tudja, hogy a saját órájához viszonyítva ez mennyiben tér el. Ezzel a gondolatmenettel az a gond, hogy a méteres mérési pontosság eléréséhez a műhold és vevő órájának 0,0000001 másodperc (10^{-7} s) pontossággal kellene mérnie. Tehát a műholdnak minden 0,1 μs-ban el kell küldenie az órájának 0,1 μs pontos állását. Ekkor a szükséges adatátviteli sebesség Gbyte/s nagyságrendű, aminek leadása és fogadása komoly technikai problémát jelentene.

A GPS készülékek a földrajzi szélesség és hosszúság értékeket használják, a mozgó autó vagy személy pillanatnyi helyzetének megadására a Föld felszínén, ezek az úgynevezett GPS koordináták. Az egyik GPS-helykoordináta (φ) tehát a földrajzi szélesség. (A helynek a földi egyenlítő síkjától mért szögtávolsága. A másik GPS koordináta (λ) a földrajzi hosszúság (a greenwichi ún. kezdő délkörtől mért szöge). Greenwich-től nyugatra mért szögek értéke megegyezés szerint negatív, a keleti irányba mértek esetén pozitív. A harmadik GPS-koordináta megállapodás szerint a tengerszint feletti magasság. A turistáknak, gyaloglóknak készült GPS-készülékeken megjelenő adat.

Az interneten számtalan program érhető el, melyekkel a cím alapján lehet a GPS koordinátákat keresni, vagy fordítva. Érdemes lehet ezekkel megkeresni a diákok számára fontos helyszínek GPS-koordinátáit! A következő ábra az ELTE északi tömbjének pontos helyzetét mutatja.



A GPS tanítása nem csupán a gyakorlati alkalmazásuk miatt fontos, hanem azért is, mert egyike azon eszközöknek, melyek használják a relativitáselmélet eredményeit. A rendszer gerincét jelentő műholdak mozognak, távolságuk a vevőtől és egymástól egyfolytában változik, így a speciális relativitáselmélet értelmében az idő is változik, amit a szinkronizáció során korrigálniuk kell. Emellett minden óra a Föld és a Hold gravitációs terében mozog, ami az általános relativitáselmélet alkalmazását teszi szükségessé.

WWW

Sok érdekes technikai részletek a GPS rendszerről.

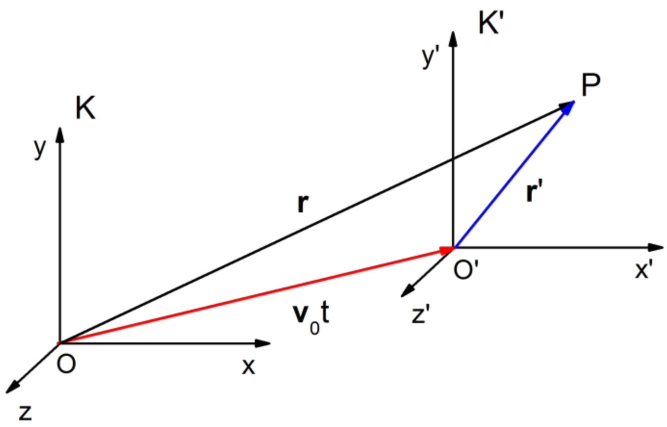
http://lazarus.elte.hu/~climbela/gps3.htm

Vissza >>>

K4. A Galilei-transzformáció és a Galilei-féle relativitási elv tanítása

A Galilei-transzformáció két egymáshoz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző inerciarendszer közötti kapcsolatot írja le. Az inerciarendszerek a newtoni mechanika szempontjából kiemelten fontos vonatkoztatási rendszerek, hiszen ezek azok, melyekben a tehetetlenség törvénye érvényes, azaz egy test megtartja nyugalmi állapotát, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, amíg egy másik test ennek megváltoztatására nem kényszeríti. Galilei egyik jelentős gondolata volt, hogy egymáshoz képest egyenletesen mozgó megfigyelők számára a mechanika törvényei azonosak.

Jelöljük az egyik vonatkoztatási rendszert K-val, a hozzá képest $\boldsymbol{v}_0$ sebességgel mozgó koordináta rendszert K'-vel (lásd ábra).



Ekkor egy P pontszerű test K' vonatkoztatási rendszerbeli helyvektora leírható a

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t$$

transzformációs képlettel, ahol t az időt jelöli. Fontos megjegyezni, hogy a galilei-transzformáció esetén fel sem merül, hogy az idő mértéke egyik vonatkoztatási rendszerben esetleg eltér a többi vonatkoztatási rendszerben mérttől, így az időre vonatkozó transzformációs összefüggés:

$$t' = t\,.$$

A transzformációs képletek alapján felírható a test K' rendszerbeli sebessége, mint

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v_0}\,,$$

ahol $\mathbf{v}$ a K vonatkoztatási rendszerben mért sebessége. A test gyorsulására megállapítható, hogy mindkét inerciarendszerben ugyanakkora, tehát

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}\,.$$

Így a dinamika alapegyenlete bármely inerciarendszerben ugyanolyan alakú:

$$\mathbf{F}' = m\,\mathbf{a}' = m\,\mathbf{a} = \mathbf{F}\,.$$

A testre ható erő mértéke sem függ a vonatkoztatási rendszertől.

Megfogalmazhatjuk, hogy egymáshoz képest egyenes vonalú, egyenletes (nem forgó) mozgást végző vonatkoztatási rendszerek a mechanikai jelenségek leírásának szempontjából egyenértékűek, így ha az egyik inerciarendszer, akkor a másik is az. Ez a Galilei-féle relativitáselv.

Utóbbi kijelentés szemléletesen azt jelenti, hogy a két koordináta rendszer között semmilyen mechanikai kísérlettel, méréssel nem lehet különbséget tenni, tehát egy egyenletes sebességgel, egyenes vonalban száguldó vonat belsejében a mechanikai jelenségek azonos módon zajlanak le. Ennek megfelelően nincs értelme valamely inerciarendszert kitüntetni, abszolútnak nevezni, hiszen csak az egymáshoz viszonyított mozgásoknak van fizikai tartalma. Erre a viszonylagosságra utal a relativitás szó.

Érdemes megjegyezni, hogy az Einstein-féle relativitáselméletben a Galilei-féle elv továbbra is érvényben marad, sőt kibővül azzal, hogy nem csak mechanikai, hanem semmilyen fizikai kísérlettel nem lehet a két inerciarendszer között különbséget tenni.

Vissza >>>

K5. Koordináta-transzformációs feladatok

A kinematikában érdemes a feladatokat nemcsak a laboratóriumi, hanem ahhoz képest mozgó koordinátarendszerben is megoldani. Ez segíti a relatív sebesség fogalmának kialakulását, másrészt rámutat arra, hogy megfelelően választott koordinátarendszerben a feladatok gyakran egyszerűbben oldhatók meg. Ezekben az esetekben a tanulók számára természetes a Galilei-féle sebesség-összeadási törvényt alkalmazása, emellett az egyszerű sebesség-összeadási törvény használata segítheti a fizika tagozatos osztályokban vagy szakkörön a Lorentz transzformáció bevezetését.

a) A relatív sebesség fogalmának kialakítására érdemes a járművekkel kapcsolatos „utolérési” feladatokat is nemcsak a földhöz, hanem valamelyik, (általában a lassúbb) járműhöz rögzített koordinátarendszerben is megoldani. Egy egyszerű eset: „Mikor éri utol a 60 km/h sebességgel mozgó személyautó a 40 km/h sebességgel mozgó teherautót, ha a teherautó előnye 10 km?”

Rögzítsük a koordinátarendszert a teherautóhoz! Ebben a koordinátarendszerben a teherautó áll, a személyautó pedig 20 km/h sebességgel mozog feléje. Így a személyautó fél óra múlva éri el a teherautót.

b) Ennek a feladatnak a mintájára nyilvánvalóvá válik a Zénón aporiák „Akhilleusz és a teknősbéka” esetre vonatkozó kételyének feloldása is (lásd K1 melléklet).

A mozgó vonatkoztatási rendszer alkalmazása általában két és háromdimenziós mozgások vizsgálatakor jár igazán haszonnal. Néhány feladat ízelítőül:

1. Szakadék széléről két testet hajítunk el ugyanabban a pillanatban ugyanakkora sebességgel. A sebességek iránya α szöget zár be egymással. Mekkora lesz a két test távolsága *t* idő múlva?

A feladatot szabadon eső koordinátarendszerben oldhatjuk meg legegyszerűbben. Ebben a testek α szöget bezáró irányban mozognak egyenletesen, azaz mivel sebességük egyenlő, t idő múlva $v \cdot t$ szárhosszúságú egyenlőszárú háromszög alapján elhelyezkedő csúcsaiban lesznek. Távolságuk (d) a koszinusztétellel adható meg:

$$d = \sqrt{2(v \cdot t)^2 - 2(v \cdot t)^2 cos\alpha} = v \cdot t \cdot \sqrt{2(1 - cos\alpha)}\,.$$

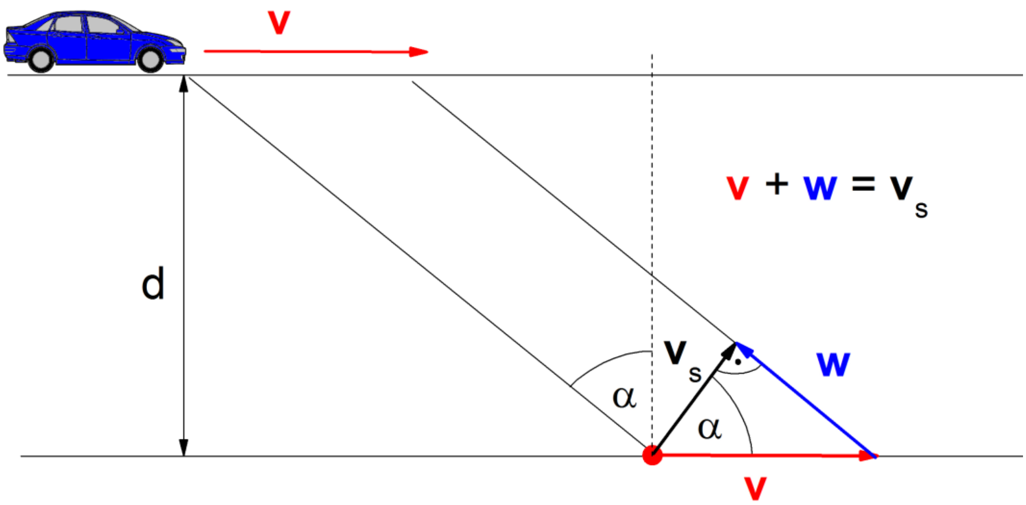
Az adatok megfelelő választása esetén olyan egyszerű esetekhez jutunk, amelyek a koszinusztétel alkalmazása nélkül is megoldhatóak. (pl. α = 60° esetén azonnal látható, hogy $d = v \cdot t$.)

2. Tűzijáték lövege minden irányban azonos sebességgel repülő darabokra robban szét. Hol helyezkednek el a szétrepülő világító repeszek?

Az előző feladat mintájára szabadon eső koordinátarendszert használva azonnal adódik, hogy a repeszek egyre táguló szabadon eső középpontú gömbön lesznek.

3. Egyenes úttól d távolságban álló autóstoppos megpillant egy autót, amely v sebességgel halad és közeledik feléje. Milyen irányban kell futni, hogy minimális sebességgel futva érje el az autót? Mekkora ez a minimális sebesség?

A feladat megoldása nagyot egyszerűsödik, ha a koordinátarendszert az autóhoz rögzítjük. Ebben a rendszerben az autó áll, így a stopposnak mindenképpen az autó felé kell futnia. Minimalizálni azonban az úttesthez rögzített koordinátarendszerbeli sebesség nagyságát kell. A stoppos úttesthez rögzített koordinátarendszerbeli $\boldsymbol{v}_s$ sebessége az autó $\boldsymbol{v}$ sebességének és a stoppos autóhoz vett $\mathbf{w}$ relatív sebességének összege: $\mathbf{v}_s = \mathbf{w} + \mathbf{v}$. Az ábra mutatja, hogy Mivel $\mathbf{w}$ iránya rögzített, $\mathbf{v}_s$ akkor lesz minimális, ha $\mathbf{v}$ kezdőpontjából $\mathbf{w}$-vel párhuzamosan húzott egyenessel összekötő szakasz hossza minimális, azaz, ha ez a szakasz merőleges az egyenesre. A sebesség nagysága tehát $v_s = v cos\alpha$, ahol α a stoppostól az útra bocsátott merőleges és a megfigyelőt az autóval összekötő egyenes szöge.

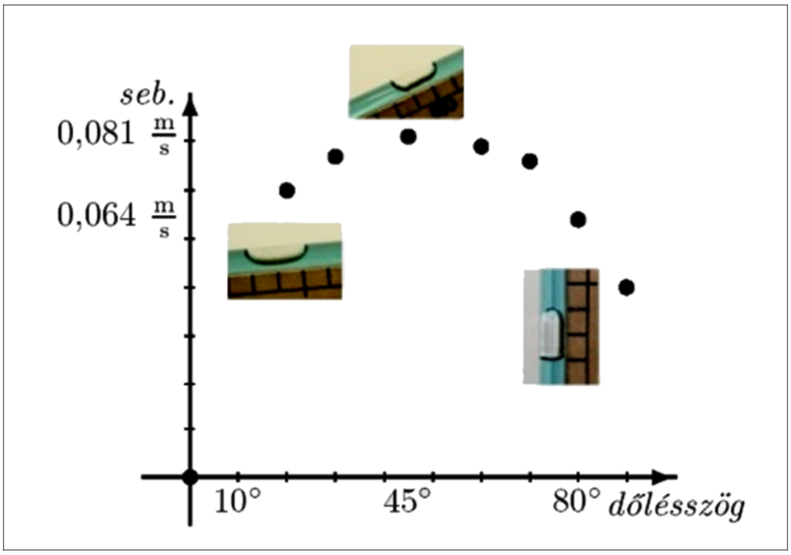


A fenti példák megoldása alapján leszűrhető, hogy a relatív sebesség mindig az eredeti sebesség és az új koordinátarendszer sebességének különbsége.

[Vissza >>>](#)

K6. Fakultatív kiegészítő kísérlet Mikola-csővel

A Mikola-csővel végzett mérés közös feldolgozása után az önkéntesen vállalkozó diákok számára jó kiegészítő feladat a buborék sebességének meghatározása a cső teljes dőlésszög-tartományában, 10-15 fokonként. A buborék sebessége a dőlésszög függvényében a következő ábrán látható. A mérés érdekessége, hogy a buborék sebességének a dőlésszög függvényében - a diákok számára általában váratlanul - maximuma van.



Az érdekes maximumgörbe magyarázataként érdemes felhívni a diákok figyelmét arra, hogy a dőlésszög változtatásakor nem csupán a buborék sebessége változik meg, de a buborék alakja is. A látszólag egyszerű mozgás valójában bonyolult áramlási probléma, A buborék mozgásakor a levegő és a víz helyet cserél. Kis dőlésszögek esetén a víz a cső alsó tartományában, az elnyúlt lapos buborék alatt folyik le. Maximális sebességnél a buborék teltebb, a víz vékonyabb rétegben, mégis gyorsabban folyik. Nagyon meredek csőállás esetén a levegőbuborék szinte elzárja a cső teljes keresztmetszetét, a víz csak közvetlenül az üvegfal mellett nehezen folyik le, így a buborék sebessége csökken. A buborék alakjának jellegzetes változását a grafikon mellé illesztett fotók illusztrálják.

Megjegyzés:

A bemutatott mérési eredmények kapcsán fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a korábban leírt bevezető tanári mérés feltétlenül előzetes kipróbálást kíván. Anélkül a véletlenszerűen beállított dőlésszögek esetén a sebességkülönbség esetleg nem lesz elég szignifikáns!

Vissza >>>

K7. Galilei történelmi mérése a fizikaórán egyszerűen megismételhető

Szükséges eszközök:

- Egyik végén 1-2 cm magasan lejtőként feltámasztott aluprofil rúd, ajánlott hossza legalább 1 m. (A fém-kereskedelemben méterre vásárolható, mint installációs állványok építőanyaga. A rúd merevítés céljából kialakított négyzetes keresztmetszeti speciális profilját – a vájatba helyezett csapágygolyóval – az ábra mutatja.)

- Acél csapágygolyó (vagy billiárd golyó), ajánlott átmérje az aluprofil horonyszélességének másfél-kétszerese. Az alumínium rúd oldallapjainak közepén hosszában végigfutó horony jól vezeti a ráhelyezett acél csapágygolyót.

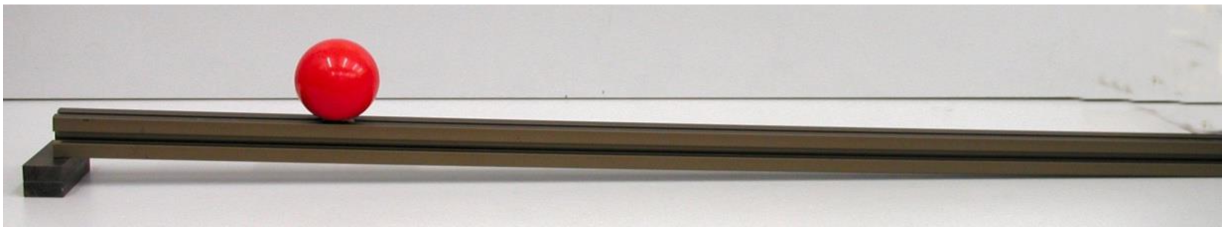
- Könnyű, eldobható műanyag poharak

- Laboratóriumi (vagy konyhai) digitális mérleg

- Jól szabályozható vízcsap

- Színes műanyag szigetelő szalag (az útszakaszok jelölésére)

A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.



A mérés leírása:

Jelöljük be sín oldalán a lejtő felső végétől mért 10, 40, 90 cm-es távolságokat! A sín egyik végét támasszuk fel 1-2 cm magasra!

A vízcsapot csak annyira nyissuk ki, hogy a víz folyamatos vékony sugárban folyjék úgy, hogy annyi idő alatt, míg a lejtő tetejéről indított golyó megteszi a bejelölt legnagyobb távolságot, a csapon kifolyó víz épp megtöltse a könnyű műanyagpoharat. Az így beállított csaphoz ezután a méréssorozat végéig ne nyúljunk, a vizet hagyjuk folyamatosan folyni. Ezután az időt úgy mérjük, hogy a lejtő tetejére helyezett golyó indításával egyidőben üres poharat tartunk a csap alá, és akkor vesszük el azt, amikor a golyó a lejtőn eléri a bejelölt távolságot. A golyó futásideje alatt a pohárban felfogott víz mennyisége arányos az eltelt idővel. A felfogott víz mennyiségét digitális mérleggel egyszerűen mérhetjük. (Természetesen a pohár súlyát előre le kell mérni és ennek levonásával lehet meghatározni a víz tényleges mennyiségét.)

Minden bejelölt távolság esetén végezzünk legalább 3 párhuzamos mérést, majd méréssorozatunk eredményét Galilei ismertetett eljárása szerint értékeljük ki!

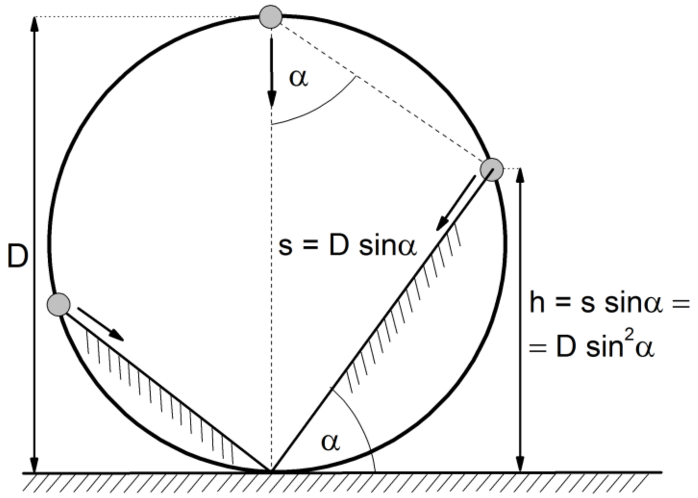
A tapasztalatok szerint a diákok érdekesnek tartják a „vízórával" végzett időmérést, meglepi őket a mérések kis hibája, a párhuzamos mérések reprodukálódása. A mérés-sorozat elvégzése után érdemes elvégezni „vízóránk" kalibrálását is. Ez úgy történhet, hogy stopperrel mérjük azt az időtartamot, amíg a csap alá tartott pohár megtelik, majd mérlegen lemérve a víz tömegét, meghatározzuk mennyi víz folyik a csapból másodpercenként.

Vissza >>>

K8. Galilei lejtővel kapcsolatos problémái

Galilei húrlejtőkre vonatkozó állítása

Galileo Galilei vette észre és igazolta matematikai levezetéssel, hogy ha egy függőleges helyzetű körabroncs talppontján és egy tetszőlegesen kiválasztott kerületi pontján keresztül lejtőt fektetünk (húr-lejtő), akkor (amennyiben nincs súrlódás) a lejtőre helyezett test, mindig azonos idő alatt csúszik le a lejtőn, függetlenül a lejtő meredekségétől. Galilei állítása természetesen érvényes az abroncs tetőpontjából a talppontba szabadeséssel mozgó testre is.



Bizonyítsuk be az állítást! Az ábra jelöléseit használva határozzuk meg a mozgás idejét a kör kerületétől a talppontba vezető, α hajlásszögű lejtőn! A lejtőn súrlódás nélkül csúszó test lejtőmenti gyorsulása $a = gsin\alpha$. A lejtő hosszát (s) ezzel az állandó gyorsulással mozogva $t = \sqrt{2s/a}$ idő alatt teszi meg.

A kör függőleges átmérője, az α hajlásszögű lejtő és lejtő felső pontját a kör tetőpontjával összekötő szakasz derékszögű háromszöget alkot (Thalész-tétel). Ennek a háromszögnek a felső szöge α (merőleges szárú hegyesszög a lejtő szögével). Ez alapján a lejtő hossza kifejezhető a kör átmérőjével (D) és a lejtő szögével (α):

$$s = D \cdot \sin\alpha.$$

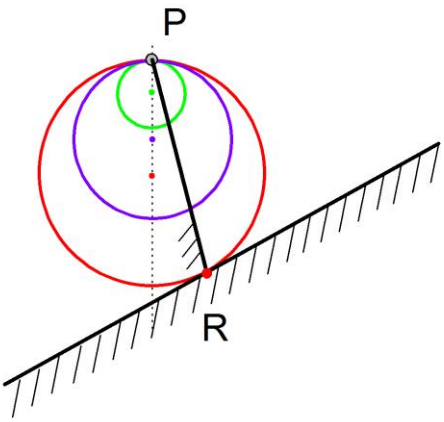
A lejtő így felírt hosszát és a lejtőmenti gyorsulás kifejezését behelyettesítve, a mozgás idejére a következő összefüggést kaphatjuk:

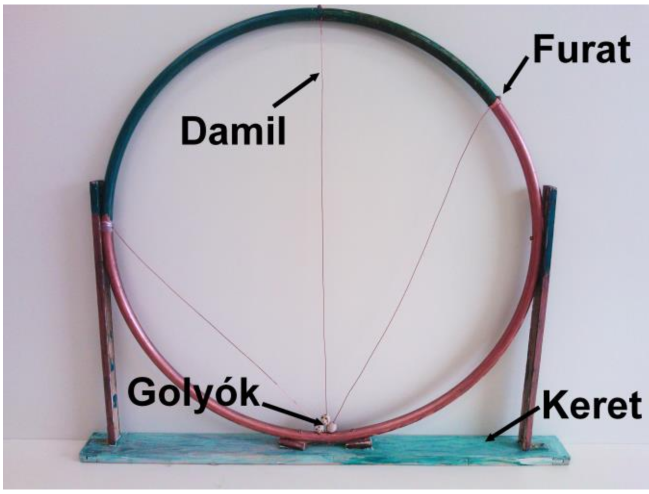
$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2Dsin\alpha}{g \cdot sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2D}{g}}.$$

Eredményünk szerint tehát a mozgás ideje nem függ a lejtő konkrét hosszától és szögétől, és bármely húrlejtő esetén megegyezik a szabadesés idejével, a kör átmérőjének megfelelő magasságból.

Következmény:

Fordítva is megfogalmazhatjuk a fenti állítást. Nevezetesen, hogy egy kör legfelső pontjából húzott húrokon, mint lejtőkön lecsúszó testek azonos idő alatt érkeznek a kör kerületéhez. Ennek segítségével megoldható az a bonyolultnak tűnő probléma, hogy adott pontból egy felület milyen meredekségű lejtőn lecsúszva érhető el minimális idő alatt. Alul a bal oldali ábra szemlélteti a megoldást. A P pontból különböző meredekségű lejtőkön induló testek adott időben egy körön helyezkednek el melynek tetőpontja az indulás helye. Ez a kör időben egyre tágul, míg eléri (az R pontban) a kívánt felületet. Az így megszerkesztett érintő kört szokás Galilei körnek nevezni. A P és R pont jelöli ki azt a lejtőt, amin minimális idő alatt lecsúszhat a test. Ez a gondolatmenet akár térbeli esetre is könnyedén általánosítható.



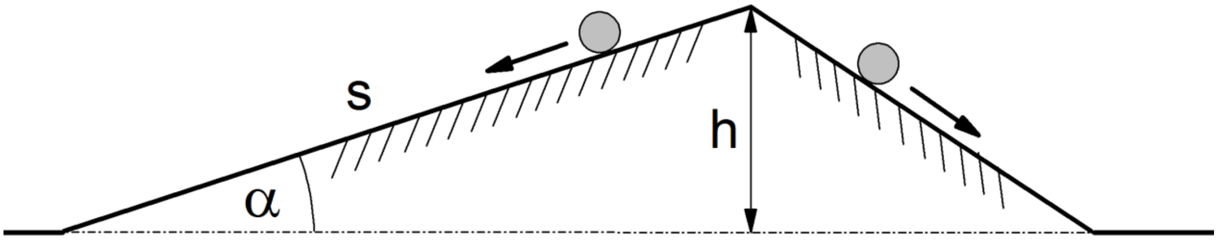


Megjegyzés

A Galilei probléma demonstrálásához egyszerűen készíthető kísérleti eszköz. Egy hullahopp karikát fúrjunk át négy helyen a jobb oldali képen látható módon. Azonos talppontból feszítsünk ki vékony damilt a lyukakon át, ezek szolgálnak lejtőként. A damilra fűzzünk be golyókat. A kísérlet bemutatása során a keretet tartsuk (a képen látható módon) felfelé, majd egy hirtelen mozdulattal fordítsuk lefelé. Ekkor a középső golyó lényegében szabadon esik, a másik kettő a megfelelő lejtőn csúszik, de jól észlelhetően egyszerre érik el a karika szélét. Ezt követően gyorsan fordítsuk vissza, ekkor a három golyó egyszerre tér vissza a talppontba.

A lejtő hossza és a csúszási idő kapcsolata.

A lejtőn történő mozgásokat részletesen vizsgálva Galilei észrevette, hogy ha azonos magasságú lejtőkön lecsúszó testek mozgásának idejét mérjük, az egyes időtartamok aránya megegyezik a lejtők hosszának arányával, azaz adott magasságú lejtő esetén a mozgás ideje arányos a lejtő hosszával.



Galilei állításának igazolásához induljunk ki a lejtőn súrlódás nélkül csúszó test egyenletesen gyorsuló mozgásából. A lejtő hosszát (s) a test $s = (a/2) \cdot t^2$ úttörvény szerint teszi meg. A test gyorsulása $a = g \cdot sin\alpha$, ahol α az s hosszúságú lejtő hajlásszöge. A hajlásszög szinusza a lejtő magasságával (h) és hosszával (s) fejezhető ki: $sin\alpha = h/s$. Ezeket felhasználva:

$$s = \frac{g \cdot sin\alpha}{2} \cdot t^2 = \frac{g}{2} \cdot \frac{h}{s} \cdot t^2.$$

A kapott összefüggést rendezve fejezzük ki a test s útját az idő függvényében!

$$s = \sqrt{\frac{gh}{2}} \cdot t$$

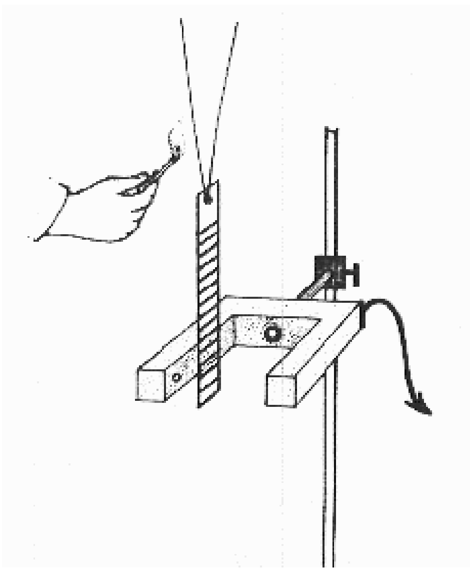
Kapott eredményünk azonos h lejtőmagasságokat feltételezve igazolja Galilei állítását, miszerint ilyen lejtők esetén a mozgás ideje arányos a lejtő hosszával.

Vissza >>>

K9. A nehézségi gyorsulás számítógépes mérése

a) Mérés fénykapu és kódléc segítségével

A szabadesés út – idő összefüggése egyetlen fénykapuval is vizsgálható. Ilyenkor ún. “kódlécet” kell a fénykapu szárai közt leejtenünk. A kódlécet célszerű 30 cm hosszú, átlátszó műanyag vonalzóból készíteni úgy, hogy egymástól egyenlő távolságokban fekete csíkokat ragasztunk rá. Függesszük fel a kódlécet cérnával úgy, hogy a rajta lévő legalsó fekete csík még éppen a fénysorompó fényútja fölött legyen! A mérést a cérnaszál elégetésével indítjuk (lásd ábra).



A szabadon eső kódléc egymást egyenlő távolságban követő vonalai rendre megszakítják a fényutat. A számítógép pontosan méri minden egyes megszakítás idejét. A kapott adatokból megjeleníthető a képernyőn az elmozdulás – idő grafikon, illetve empirikusan (hatványfüggvény illesztéssel) meghatározható a szabadesés $s = Ct^2$ függvénye, valamint a g nehézségi gyorsulás értéke.

Megjegyzés

Ha a mérési adatokra $s = Ct^{\alpha}$ alakú hatványfüggvényt illesztünk, az esetleges kezdősebesség miatt előfordulhat, hogy az α, illetve $C = g/2$ értékeket nem kapjuk meg a kívánt pontossággal. Pontosabb eredményt kaphatunk g-re, ha a szabadesés $s \sim t^2$ úttörvényének ismeretében az adatokra az $s = Ct^2 + v_0 t$ függvényt illesztünk.

b) Nehézségi gyorsulás értékének meghatározása „Audacity" számítógépes akusztikus mérőprogram segítségével (Emelt szintű érettségi mérési feladata 2013)

Feladat

Mérje meg különböző magasságokból leeső acélgolyó esési idejét Audacity számítógépes mérőprogrammal! A magasságok és az esési idők alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!

Szükséges eszközök

Nagyobb méretű acél csapágygolyó, állítható magasságú állvány, rajta vízszintesen elhelyezett, nem teljesen sima felületű kerámialap (padlólap), mérőszalag, számítógép beépített, vagy külső mikrofonnal, „Audacity" akusztikai mérőprogrammal (az internetről ingyenesen letölthető).

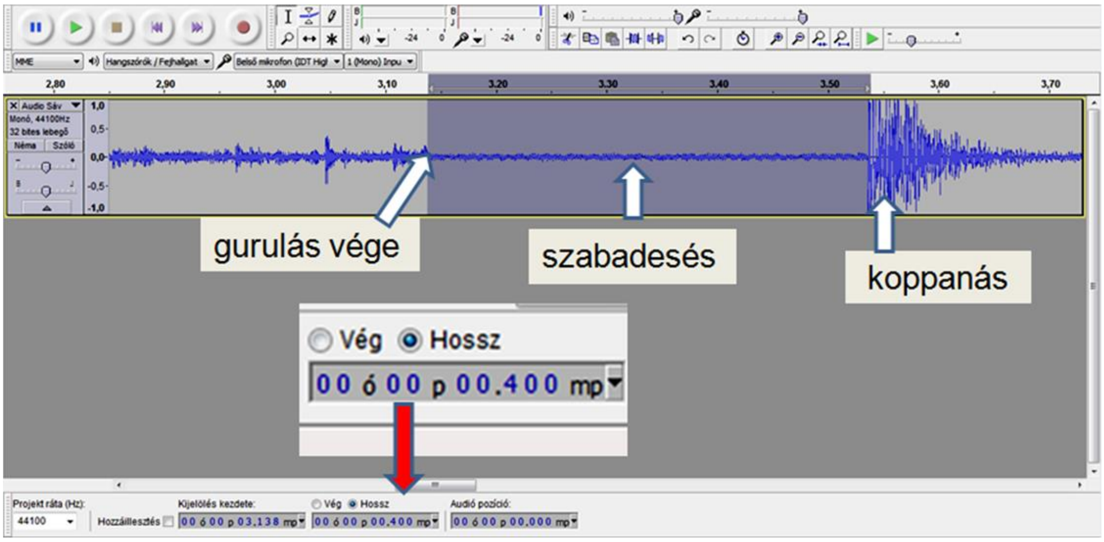
A mérés leírása

A lemért magasságba beállított vízszintes kerámialapon gurítsa el a golyót úgy, hogy a lapról a talajra essen! A kissé egyenetlen felületű kerámialapon a golyó jellegzetes hanggal gurul. Amikor a golyó a lap szélét elhagyva esni kezd, a hang megszűnik, végül a talajra leérkező golyó hangosan koppan.

- *Készítsen hangfelvételt az „Audacity" program segítségével a golyó mozgását kísérő hangokról!*
- *A hangfelvétel grafikonján mérje meg a golyó eséséhez tartozó időszakaszt (aguruló golyó hangja és a koppanás közötti csendes tartományt) ezredmásodperces pontossággal!*
- *A mérést ismételje meg legalább 4 különböző magasságból indítva a golyót!*
- *A mért magasság- és időadatokat, illetve a mért időtartamok négyzetét foglalja táblázatba, majd ábrázolja az esési magasságot az esési idő négyzetének függvényében! A grafikon alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!*
- *A kapott eredményt hasonlítsa össze g elméleti értékével, adja meg az esetleges eltérés okát, és a mérés relatív hibáját!*

Megoldás

A megoldás menetét egyetlen méréssel illusztráljuk, ahol a golyó 78 cm magas asztallapról esett a padlóra. A vízszintes asztallapon gördülő golyó gyenge hangot kelt, ami megszakad, amikor a golyó a levegőbe kerül. A golyó ütközését a padlóval erősebb hang kíséri. Az „Audacity" programmal készített felvétel hangerő – idő grafikonján jól elkülöníthető a kísérlet három szakasza. A diagramról a golyó esésének ideje ezredmásodperc pontossággal leolvasható.



Az esési magasságnak és az esés idejének lemért értékeiből a nehézségi gyorsulás kiszámítható mint

$$g = \frac{2h}{t^2}.$$

Mérési adatok:

- az asztal magassága: h = 78 cm
- az esés mért ideje: t = 0,400 s

A nehézségi gyorsulás kísérletileg meghatározott értéke:

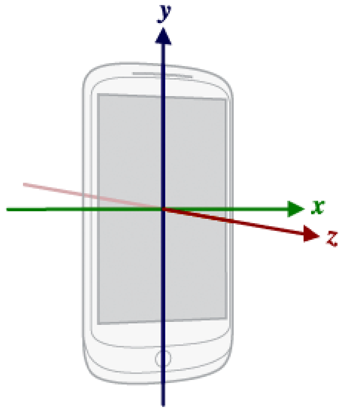
$$g = 9{,}75 \frac{m}{s^2}$$

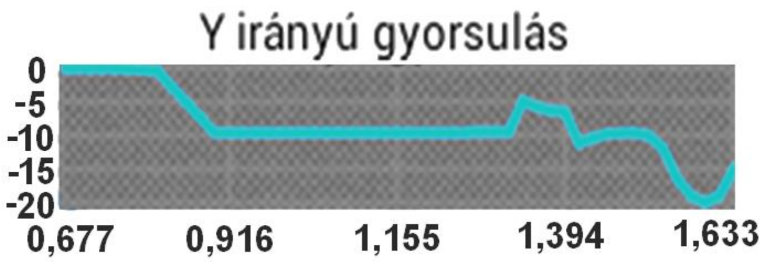
Az érettségi feladatban természetesen nem egyetlen magasságon végzett mérés alapján kell a nehézségi gyorsulás értéket meghatározni.

c) Gyorsulásmérés okostelefonnal

A táblagépek, okostelefonok legtöbbje tartalmaz gyorsulásmérő szenzort, ami a képernyő helyzetérzékelését biztosítja. Ha a felhasználó elfordítja a készüléket, a képernyő automatikusan utána fordul, hogy a használat zavartalan legyen. Az okostelefon számítógépébe beépített gyorsulás-szenzor kicsiny elektro-mechanikus rendszer. Egy mikrométeres méretű parányi tömeg a tér három irányában rugalmasan van felfüggesztve egy kis dobozban. A doboz a telefonnal együtt mozog, gyorsul. Amikor a telefon gyorsulni kezd, a dobozban lévő parányi tömeg kissé lemarad a dobozhoz képest, emiatt a rugók megnyúlnak és biztosítják, hogy a tömeg kis késéssel, de kövesse a telefon mozgását. A parányi rugók megnyúlásának elektronikus jele a számítógépegységben kerül feldolgozásra. A gyorsulásmérő szenzor jele – alkalmas segédprogram letöltése után megjeleníthető a telefon képernyőjén is. Ingyenes gyorsulás kijelzésre alkalmas szoftverek az internetről letölthetők. Az okostelefon tehát érzékeny gyorsulásmérő műszerként is használható. A program a telefonhoz rögzített derékszögű koordinátarendszernek megfelelő három gyorsuláskomponens időfüggését ábrázolja grafikusan a képernyőn.

A középiskolai diákok közül sokan rendelkeznek gyorsulásmérésre alkalmas telefonnal, így az eszköz jól felhasználható a fizikaórákon. Vízszintesen tartott okostelefonnal mérhető a közlekedési eszközök gyorsulása, lassulása, a lemezjátszó forgó korongjára rögzített telefont radiálisan tájolva mérhető a körmozgás centripetális gyorsulása. A telefont rugóra akasztva, vagy zsinegen ingaként lengetve jól mérhető a kitéréssel ellentétes fázisú szinuszos gyorsulás is. A mért gyorsulásértékek sokféleképpen felhasználhatók.





A gyorsulásmérő működésének bemutatására és „hitelesítésére” a szabadesés gyorsulásának mérése a legalkalmasabb kísérlet. A telefont függőleges helyzetben függesszük fel, puha, párnázott doboz fölé! Várjuk meg, míg az eszköz mozgása lecsillapodik, majd a tartó fonalat óvatosan égessük el! A leeső telefon függőleges irányban gyorsulva mozog, a képernyő y tengelyének megfelelő gyorsulás – idő grafikonról leolvasható a szabadesés gyorsulása. A bemutatott képernyő-fotón leolvasva g = - 9,943 m/s^2 adódik.

Az ábrázolt időfüggvény segítségével egyszerű ellenőrző számolást is végezhetünk, ha lemérjük az ejtés magasságát, és a grafikonról leolvassuk az esés idejét. A bemutatott próbamérésnél az ejtés magassága h ≈ 1,25 m (a leeső telefont védő párna nehezíti a magasság pontos leolvasását), az esési idő a grafikonról becsülve Δt ≈ 0,5 s, amiből az ismert útképlet felhasználásával g ≈ 10 m/s^2.

WWW

Gyorsulás kijelzésre alkalmas szoftver

https://play.google.com/store/apps/details?id=com.physapp2

Vissza (Kinematika) >>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata M5) >>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata M12) >>>

K10. A szabadon eső test mozgásáról készült videofelvétel kiértékelése számítógépes mérőprogrammal

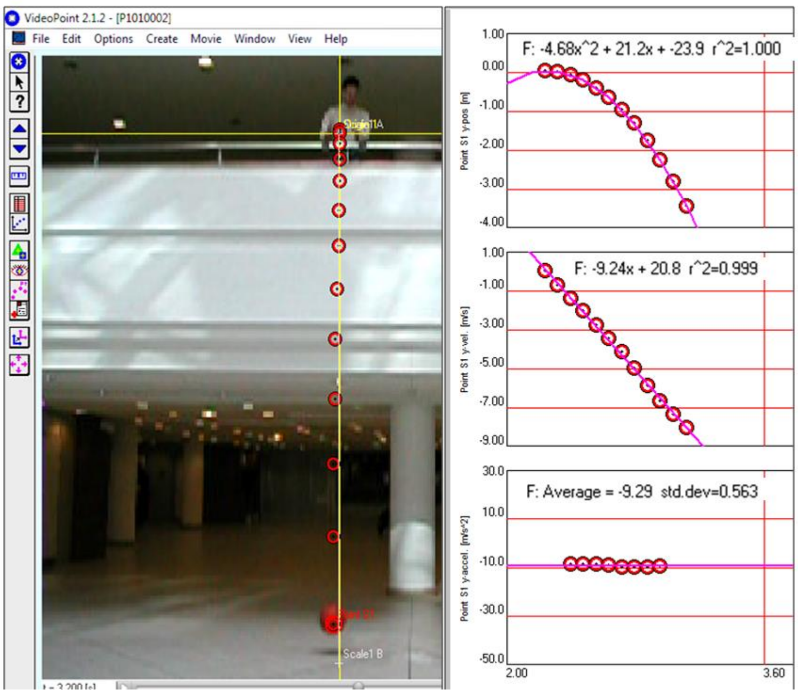
A mozgástan tanítását többféle számítógépes video-kiértékelő program segíti. Vannak közöttük megvásárolható (pl. „Videopoint”) és ingyenesen hozzáférhető (pl. „Tracker”) szoftverek. Közös jellemzőjük, hogy egy-, vagy kétdimenziós mozgásokról készített digitális videofelvételek interaktív kinematikai kiértékelésére alkalmasak. A kiértékeléshez a kiértékelő személy szakértő aktív közreműködése szükséges. A kiértékelőnek kell elhelyeznie a video képen a koordinátarendszer origóját, és megadni a távolság hosszúság-mértéket. Ez utóbbi úgy történik, hogy kijelöli a képen a mozgó testtel egy síkban lévő valamely objektum egy ismert hosszméretét és megadja a hosszúság számértékét. Az időadatokat a számítógép a videofelvételről automatikusan olvassa be. A kiértékelés során a program egymás után állóképként jeleníti meg a video képkockáit, ahol a kiértékelő személynek ráklikkeléssel meg kell jelölnie a mozgó test egy kiválasztott pontját. Az így felvett hosszúság-idő adatokat a számítógép tárolja, és kívánság szerint grafikusan ábrázolja, valamint az ábrázolt grafikon pontjaira függvényt illeszt, megadva a függvény paramétereit.

A „VideoPoint” mérőprogram alkalmazása

Az alábbiakban - példaként - két egyszerű szabadesési video-kísérletet, „Videopoint” programmal végzett kiértékelését mutatjuk be.

a) Kosárlabda szabadesése erkélyről

A videofelvétel 4,5 m magasról leejtett kosárlabda esését és visszapattanását mutatja.

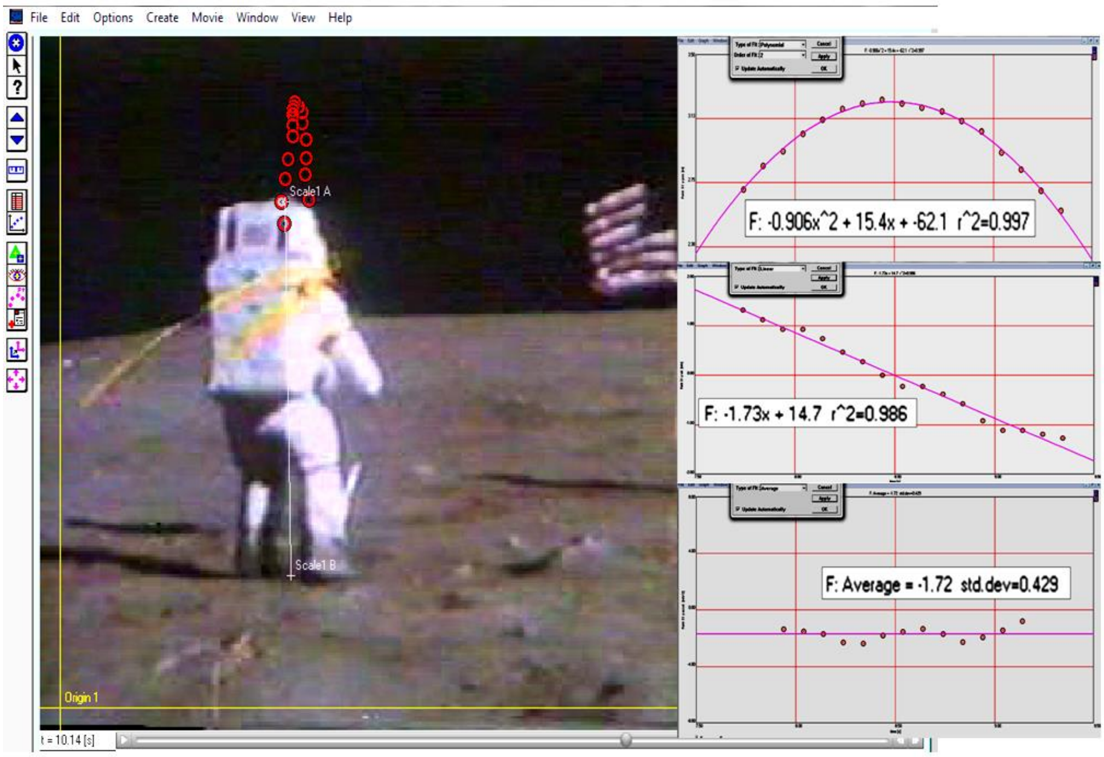


A képernyő-képet mutató fotón a látható jelek a leeső labda egyes képkockákon klikkeléssel bejelölt pillanatnyi helyzetét mutatják. A mellékelt grafikonok a mozgás szabadesési szakaszának hely – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő értékeit mutatják, kiemelve a pontokra illesztett függvényeket. A nehézségi gyorsulás értéke mindhárom grafikonról leolvasható, és jól egyezik az irodalmi értékkel.

b) Nehézségi gyorsulás értékének mérése a Holdon

A tudomány számára történelmi jelentőségű dátum 1969. július 20, amikor először lépett ember a Holdra. Az egész világon ismert videofelvételek örökítik meg, ahogyan az Apollo 11 parancsnoka Neil Armstrong, társával Edwin Aldrinnal sétál, sőt ugrál a Holdon. A szabadon letölthető videó (http://www.youtube.com/watch?v=efzYblYVUFk&feature=related) alapján, számítógépes mozgáskiértékelő programmal meghatározható a felugró űrhajós gravitációs gyorsulása!

A kép a felugró űrhajós „holdat érése" után mutatja a hátizsák felső sarkának a film kockáin megjelölt helyzetét. A video hosszúságskáláját az űrruhában lévő űrhajós magasságával (hátizsákkal együtt 2 m) kalibráltuk.



A video-elemzés mutatja, hogy az űrhajós mozgása függőleges hajítás. A grafikonokról leolvasható a Holdon mérhető gravitációs gyorsulás. A mért érték - 1,7 – 1,8 m/s^2, ami a földi gravitációs gyorsulásnak mintegy ötöde.

A feladathoz kapcsolódó, a kinematika témakörén túlmutató kérdések is megfogalmazhatóak:

- *Milyen súlyos a 100 kg tömegű űrhajós a Holdon?*
- *Mekkora a Hold tömege, ha átmérője D = 3476 km*
- *Mekkora a Hold közepes sűrűsége?*

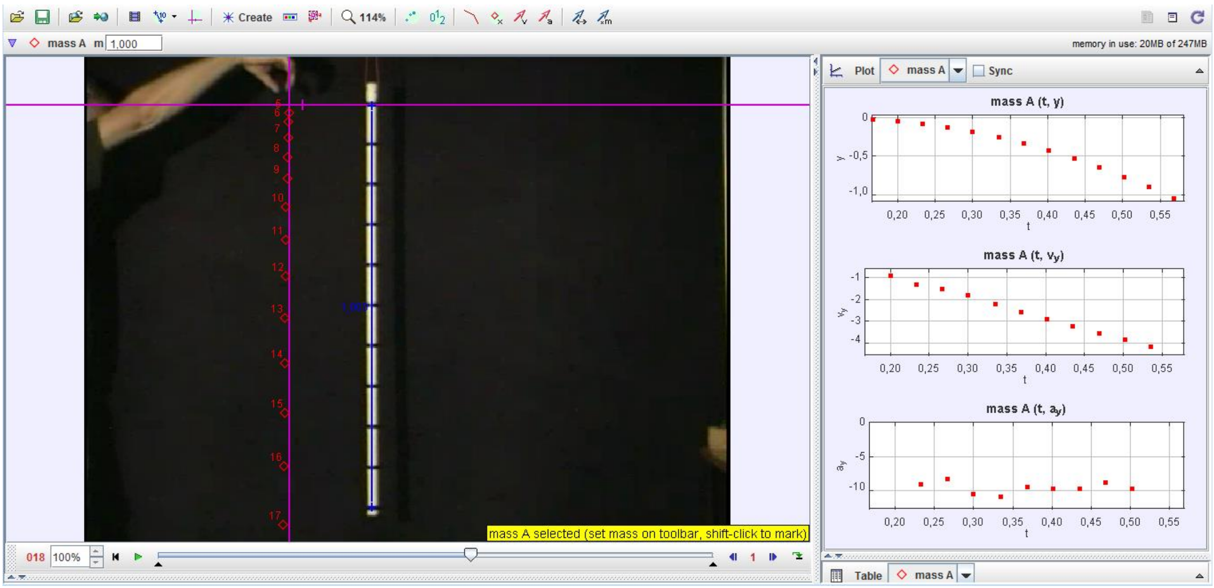
Megjegyzés:

Szeretnénk kiemelni, hogy a bemutatott két példa és a hozzájuk hasonló, számos mindennapi életből vett videó és videóra vett laboratóriumi kísérlet nem csak a kinematikában alkalmazható, de a dinamika és energetikai tanítása során is. A kosárlabda ejtését bemutató videón a labda többszöri felpattanásának folyamatát is kiértékelve, meghatározható az ütközési szám, az ütközések során disszipálódó energiahányad, vagy akár az ütköző labda impulzusváltozása illetve a labda és talaj közt ható átlagos erő is. Armstrong Hold-ugrásához kapcsolódva a Hold átmérőjének ismeretében meghatározhatjuk a Hold tömegét, illetve átlagos sűrűségét. A Hold és a Föld sűrűségének egybevetéséből következtethetünk a két égitestet belső felépítésének hasonlóságára is.

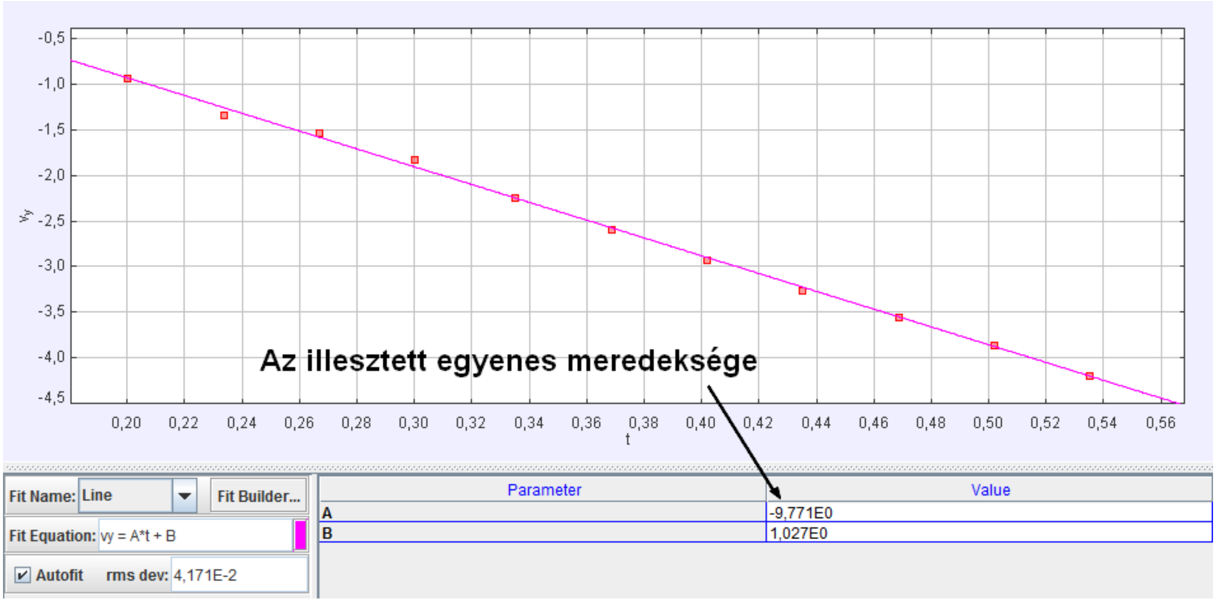
A mozgások video elemzése nemcsak önálló egységként illeszthető az iskolai fizikatanításba, hanem felhasználható a hagyományostól eltérő feladatok kitűzésére is. Ilyenkor a feladat megoldásához szükséges adatokat a feladat közvetlenül nem tartalmazza, a videoklip kiértékelésével juthatnak hozzá a diákok.

A „Tracker” mérőprogram alkalmazása.

A kiértékelt video egy fém golyó szabadesését mutatja. A klipp (több más hasonló kísérlet felvételével egyetemben) a Tracker ingyenes digitális könyvtárából, valamint a mintavideói közül (https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/mechanics_videos.zip) letölthető. A Tracker program alkalmazási lehetőségeiről részletesen írunk a M2 mellékletben.



A grafikon origóját az elengedés helyéhez rögzítettük, a képtér közepére helyezett méterrúd alapján végeztük a kalibrációt. A piros jelek mutatják a golyó helyét az egyes képkockákon. Az ábra jobb oldalán láthatóak a hely – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő grafikonok. A sebesség – idő grafikon elemzését mutatja a következő ábra. A pontokra illesztett egyenes meredeksége jó közelítéssel megegyezik a nehézségi gyorsulás irodalmi értékével.

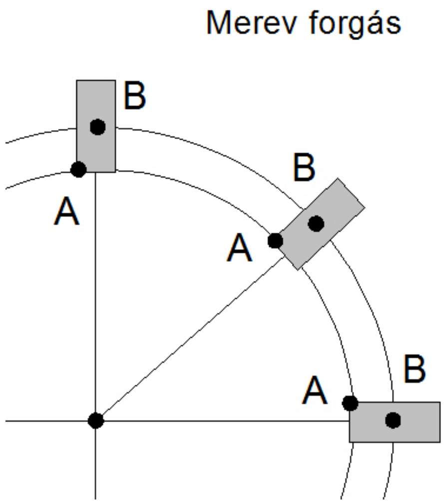


[Vissza >>>]

K11. A merev test forgó és körpályán történő transzlációs mozgása.

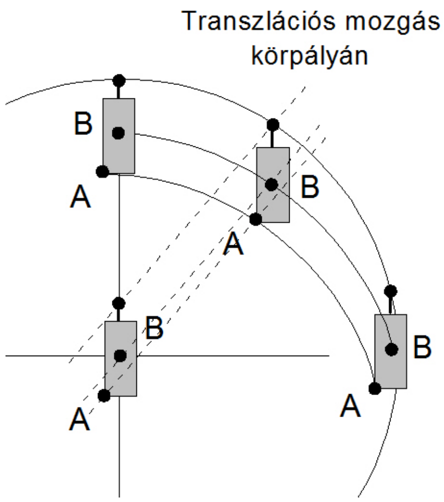
A problémával egyszerűen szembesíthetjük a tanulókat, ha gondosabban megvizsgáljuk néhány hétköznapi szemléletünk szerint „körmozgást” végző kiterjedt (merev) test néhány pontjának mozgását. A két szélső esetet szemléltető mozgástípussal mindenképpen érdemes foglalkozni.

Az egyszerűbb a tengely körüli tiszta (merev) forgás. A következő ábrán vékony tengelyen rögzített téglalap három forgási helyzete látható:



A téglalap minden pontja körmozgást végez, a tengelypont körül, a körpálya sugara azonban pontról pontra változik. Amennyiben a téglalap méretei kicsik a tengelytől mért távolsághoz képest, akkor a sugár változása elhanyagolható, a téglalap pontszerű testnek tekinthető, mozgása tetszőleges pontjának mozgásával leírható.

A következő ábra transzlációs körmozgást mutat. Így mozognak az óriáskerék kabinjai is.



A kabin hétköznapi felfogásunk szerint szintén körmozgást végez. Az ábra téglalapjai az óriáskerék kabinjának három helyzetét mutatják a forgás során, továbbá berajzoltuk a kabin tengelypontba eltolt képét is. Az ábráról leolvasható, hogy a kabin tengelybe tolt képének pontjait az elforgatott helyzetek megfelelő pontjaival összekötve egymással párhuzamos egyeneseket kapunk, amelyek a kabin mozgása során egymással párhuzamosan fordulnak el. Az elforduló egyenesek tengelypontjai a kabin tengelybe tolt képének pontjai. Megállapítható tehát, hogy most, bár a kabin minden pontja azonos sugarú körpályán mozog, ezeknek a köröknek a középpontja nem azonos.

A merev test általános mozgása során a két mozgástípus közötti átmeneteket valósítja meg, attól függően, hogy az adott mozgást milyen kezdeti feltételekkel indítottuk.

A vidám park közös tengelyre szerelt kerékpárjai tiszta forgó mozgást végeznek, a Föld körül keringő Hold mozgása pedig tiszta transzlációs mozgás. Emiatt a Holdnak a Föld adott pontján mindig ugyanazt a felét látjuk.

Vissza >>>

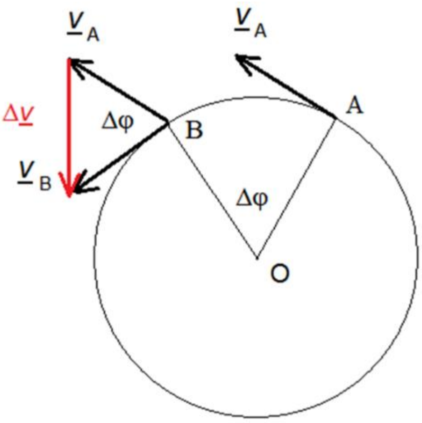
K12. A centripetális gyorsulás kinematikai meghatározása

Előre felhívjuk a figyelmet, hogy ez a levezetés nagyon nehéz! Megértéséhez tisztában kell lenni a tanulóknak a matematika határérték fogalmának elemeivel. A levezetést csak kifejezetten matematikai érdeklődésű osztályokban érdemes elvégezni.

Az átlagos gyorsulás a sebességváltozás és a hozzá szükséges idő hányadosával értelmezett fizikai mennyiség. A sebességvektorral kifejezve:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Az egyenletes körmozgás esetén csak a sebesség nagysága állandó, a sebesség iránya mindig a pálya érintőjének irányába mutat, így pillanatról pillanatra változik. (A pillanatnyi sebesség változásait a vízszintes és ferde hajítás esetén már tárgyaltuk.) Rajzoljuk be a körpálya mentén rövid Δt idő alatt befutott $\Delta i = v\Delta t$ ív két végpontjában a sebességvektort, majd szerkesszük meg a sebességvektor változását. Toljuk előre a korábbi időpillanatban felvett sebességvektort a későbbi kezdőpontjához és rajzoljuk be a különbségvektort. Jelöljük a sebességvektorok által bezárt szöget $\Delta\varphi$-val. Ez a szög megegyezik a sebességek kezdőpontjához húzott sugarak szögével, azaz



$$\Delta\varphi = \frac{v \cdot \Delta t}{R},$$

ahol R a kör sugara. A sebességvektor változásának nagysága a sebességvektorok nagyságának állandósága miatt ezzel a szöggel a $\Delta v = 2v \sin \Delta\varphi/2$ alakban fejezhető ki. Amennyiben Δt, és így $\Delta\varphi$ is kicsiny, akkor

$$a \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = v\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

A gyorsulásvektor irányát úgy kapjuk meg, ha a sebességvektorok szögét nullához közelítjük. A két sebességvektor és a különbségvektoruk által alkotott háromszög egyenlőszárú. Amikor ennek a háromszögnek a szárszöge zérushoz közeledik, akkor az alapon fekvő szögek mindegyike 90°-hoz tart. Az átlaggyorsulás annál jobban közelíti a pillanatnyi gyorsulást, minél kisebb az eltelt időtartam. Így a pillanatnyi gyorsulás merőleges a sebességre és a körpálya középpontja felé mutat.

Megjegyzés: A határértéket úgy közelítettük, hogy az ív kezdőpontjához közelítettük a végpontot. A határértékképzés úgy is megvalósítható, hogy mindkét végpontot **azonos ütemben** közelítjük az ív felező pontja felé. Ez azért előnyös, mert ekkor az ívek végpontjait összekötő szakaszok egymással párhuzamosak lesznek, ezért az átlaggyorsulás iránya mindig azonos irányba, a húrsorozatra merőlegesen a középpont felé mutat. A két végpont egymáshoz közelítése során a húrsorozat a körhöz az ívek közös felezőpontjában húzott érintőhöz tart. A felezőpontbeli gyorsulás tehát az érintőre merőleges.

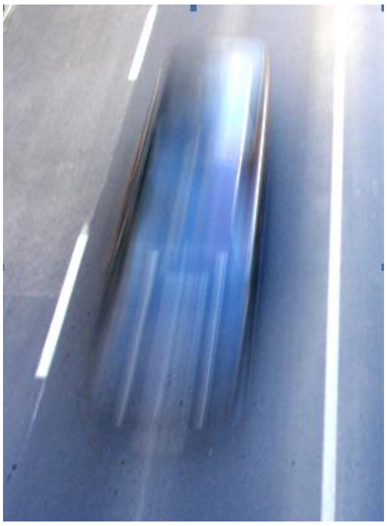
Vissza >>>

K13. Fotó- és video-dokumentumokra alapozott fizika feladatok

1) A mellékelt fotó az autópálya fölött átvezető gyalogos felüljáróról készült, 1/8 másodperces exponálási idővel.

- *Becsüld meg az autó sebességét, ha tudjuk, hogy a bal oldali szaggatott fehér terelővonal egy-egy felfestett szakaszának hossza a valóságban 1,5 méter!*

(A feladat megoldása során vedd figyelembe, hogy az autó tompított fénye világít. A fotón vonalzóval végezhetsz méréseket)



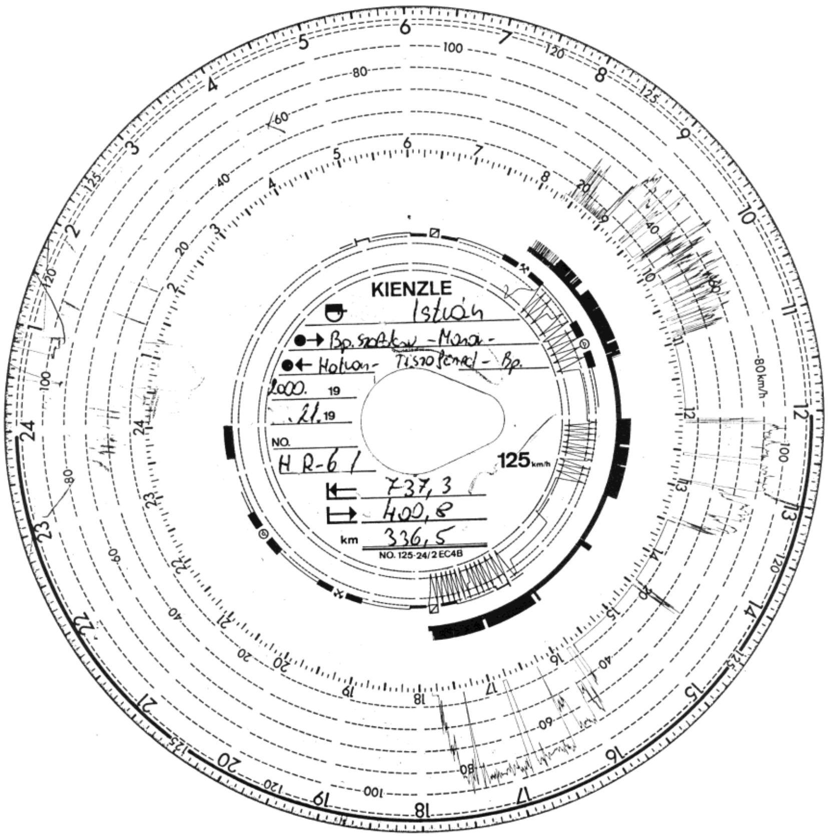
2) A fotó egy lejtősre állított méterrúdon guruló golyóról digitális kamerával készített sorozatfelvétel ún. „strobokép”. A golyó a lejtőn négy különböző helyzetben látható. Az egyes felvételek ideje (exponálási idő) $\Delta t = 0,05$ s, az egymást követő felvételek közt eltelt idő $\Delta T =$ 0,375 s.

- *A fotó alapján határozd meg a golyó gyorsulását a lejtőn!*
- *Becsüld meg a golyó pillanatnyi sebességét a négy helyzetben!*

3) A fotón látható, vízszintesen tartott kerti locsolócsőből sugárban folyik a víz.

- *Becsüld meg mekkora a csőből kilépő vízsugár sebessége, ha a locsolófej bejelölt mérete 10 cm?*

4) A mellékelt fotó egy autóbusz tachográf-korongját mutatja. A busz Budapestről Monoron és Hatvanon át Tiszafüredre ment, majd visszajött. A korongon a látható körkörös elrendezésű sebesség – idő grafikont a busz tachográfja rögzítette.



Autóbusz sebességíró műszerének egy lapja

A tachográf a távolsági forgalomban használt nehéz járművekbe szerelt műszer, ami a jármű sebességét automatikusan és folyamatosan rögzíti az óraszerkezettel forgatott tárcsára (manapság is működik, bár szerepét egyre jobban átveszi a GPS alapú mérés). A tárcsa 24 óra alatt fordul körbe, s egy írószerkezet a sebességgel arányos jelet rajzol rá. A busz sebessége a korongról leolvasható. Minél nagyobb a sebesség, annál nagyobb a rajzolt jel távolsága a kör középpontjától. A korongon koncentrikus körök jelzik a sebesség numerikus értékét (20 km/óra léptékben), míg az időadatok a belső és a külső körökről olvashatók le.

- *Elemezd az ábra alapján a busz mozgását: írd le, hogy milyen események történhettek az utazás közben. Ment-e a busz a megengedettnél gyorsabban? (A korong készültekor érvényes szabályok szerint autópályán a busz megengedett legnagyobb sebesség 80 km/óra)*

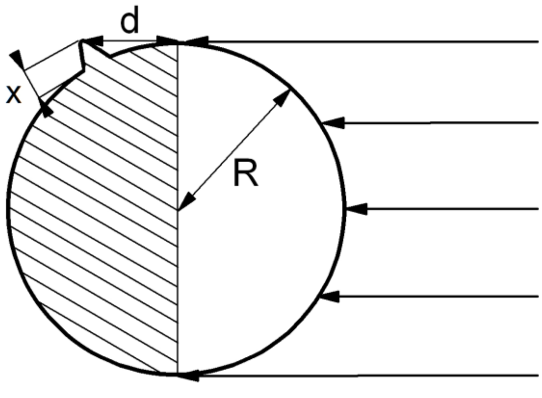
5) A gyertyaláng jellegzetes alakját a forró, felfelé áramló gázok alakítják ki. A fotón látható gyertya a lemezjátszó forgástengelyétől 10 cm távolságban áll, a korong fordulatszáma 45/perc.

- *A fotó segítségével becsüld meg, mekkora az áramlás sebessége!*

6) Amerikai diákoknak kitűzött fizikai fotóverseny egyik díjazott képe (készítette: Charles Grimmett) éjszaka készült egy 5,3 m hosszú mozgó autóról. A fotó készítője egy fényesen világító LED-et erősített fel az autó első kerekére és 10 másodperces expozíciós idővel fényképezett, aminek a végén vaku is villant.

- *Határozd meg az autó sebességét!*
- *Mennyi az autó kerekének átmérője és fordulatszáma*
- *A kerék mely pontjára erősítette a diák a LED-et?*

7) Több, mint 400 éve, 1609-ben Galilei elsőnek fordította távcsövét a csillagokra. Galileit különösen érdekelte a Hold. Távcsövén keresztül megfigyelte, majd a Hold felszínének alakzatait rajzokon rögzítette. A mellékelt két ábra Galilei egykori rajzát és egy korszerű fényképfelvételt mutat a fél Holdról. Galilei meggyőződéssel vallotta, hogy a Hold gömb alakú. A megfigyelt rajzolatból arra is következtetett, hogy a Hold felszíne nem sima, vannak rajta hegyes és sík területek.



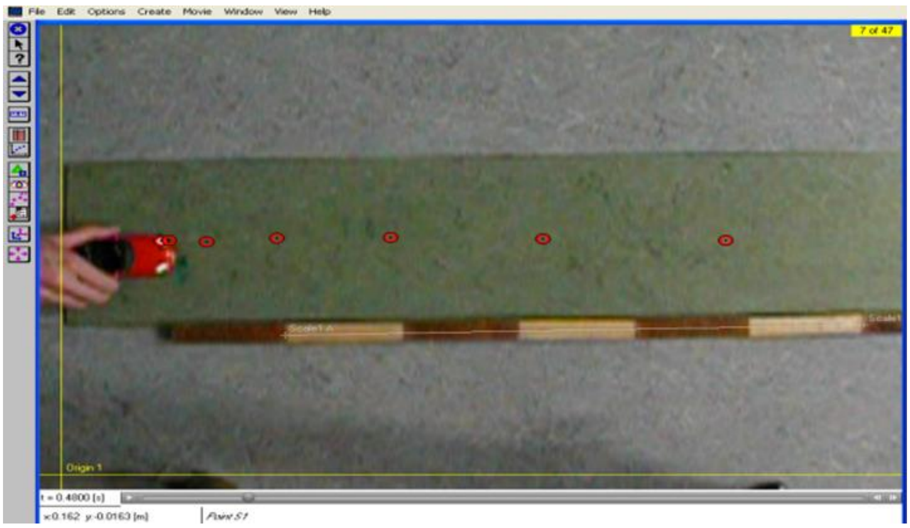
Félhold esetén megfigyelte, hogy a megvilágított és az árnyékos térfél határvonala csipkézett. (Sima gömbfelület esetén az árnyékhatár egyenes lenne). Az árnyéktérbe benyúló világos foltokról feltételezte, hogy azok hegyek, amelyek tetejét még megsüti a Nap, ahogy ezt az oldalnézeti rajz szemlélteti. Megfigyelései alapján Galilei számításokat is végzett és megbecsülte e hegyek hold-átmérőhöz viszonyított magasságát.

- *Végezd el a szükséges méréseket a mellékelt fényképfelvételen és Galilei számításait megismételve adj becslést a Hold hegyeinek magasságára! (A Hold sugara: R =1738,5 km.)*

8) A mellékelt felvételt ifj. Radnóczi György fizikus hallgató készítette éjszaka a csillagos égboltról.

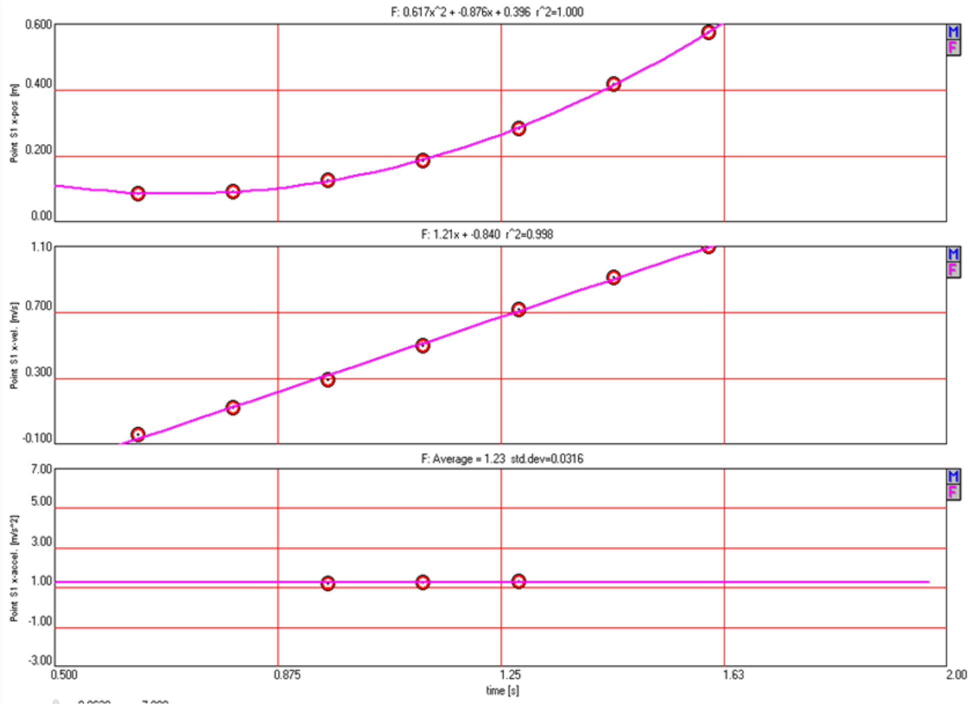
- *Értelmezd a képen látottakat!*
- *Becsüld meg a fotó alapján, hogy mennyi lehetett a fényképfelvétel készítésének az ideje!*

9) Értékeljük ki rugós játékautó indulásának kezdeti szakaszáról készült videofelvételt számítógépes mozgáskövető programmal!



- *Határozzuk meg a kis autó gyorsulását!*

- *Mennyi idő alatt gyorsulna fel a játékautó 100 km/ó sebességre, ha gyorsulása tartós lenne? Az eredményt hasonlítsuk össze néhány ismert típusú személygépkocsi interneten megkeresett gyorsulási adataival!*



[Vissza >>>]

K14. Kinematika feladatok grafikus megoldása

A hagyományos példatárak kinematikai feladatait a tanulók többsége a mindennapi élettől távolinak és nehéznek tartja. A diákok szerint a feladatmegoldás igazából felesleges, hiszen a valóság egészen más, mint azok az idealizált helyzetek, amikkel a feladatok többsége foglalkozik. Az elutasítás mögött a háttérben bizonyára az is szerepet játszik, hogy a fogalmak lényegi megértéséhez a 9. évfolyamos diák nagy részénél a szükséges kognitív-absztrakciós képességek még nem alakult ki kellő mértékben, és ezzel összhangban matematikai ismereteik sem elegendőek. (Az ezredforduló előtti 90-es évekig a gimnáziumi fizika hagyományosan csak a 10. évfolyamon kezdődött, és általános tanári tapasztalatok szerint nem voltak gondok a kinematikai feladatok megoldásával.) A diákok többségének a feladatok megfogalmazása is nehezen értelmezhető, a problémák átlátása, lényegének megértése nélkül ijedten próbálkoznak a tanult képletek felírásával és értetlenül állnak, ha azt látják, hogy az a formula, ami korábban sikeresnek bizonyult egy kicsit más feladatnál már nem működik. A feladatmegoldás első lépése tehát a konkrét probléma megértése és „lefordítása” a fizika absztrakt nyelvére. Ezután következik a megoldás könnyebbik része, ami tanult összefüggések alkalmazását és matematikai számításokat kíván. Természetesen ez utóbbi könnyen megy azoknak, akik matematikából jók és analóg gondolkodásuk fejlett. Az ilyen tanulók általában akkor is sikeresen megbirkóznak a típusfeladatokkal, ha fizikájukat igazából át sem gondolják. A formális megoldás azonban csak ideig-óráig hozhat sikert. A kicsit nehezebb feladatok esetén az ilyen „okos” diák is megakad, mert nem a megfelelő logikával közelít a problémához. Fontos tanári feladat, hogy a feladatok fizikai lényegének megértéséhez vezető utat igyekezzünk minden diák számára megmutatni. Ennek egyik módszere a kinematikai feladatok mozgásainak grafikus ábrázolása. A grafikus ábrázolás során – ha betartjuk a „módszertani” szabályokat – végig kell gondolnunk, meg kell értenünk a probléma lényegét. Ez hatékony segítség, gondolati vezetés a diákok többségének, de hasznos a formálisan számolóknak is, mert a formális analógiák keresése helyett a fizikai lényeg átgondolására szorítja őket.

A mozgások grafikus ábrázolásán alapuló feladatmegoldás hatékony módszer, de természetesen használatát lépésről lépésre meg kell tanítani.

A grafikus feladatmegoldás első lépése a mozgás és a grafikus ábrázolás lényegi kapcsolatának megértetése. A fentebb leírt Mikola-csöves mérés grafikus ábrázolása e folyamatban az első lépést jelentheti. Ezt kell követniük azoknak az egyszerű feladatoknak, amelyek a mozgásfolyamat, ill. a folyamatok szóbeli elmondása alapján kérik a grafikus ábrázolást, illetve azoknak, amelyek a fordított feladatot adják: megadott grafikonok információit kell szóban megfogalmazni.

A legegyszerűbb kinematika-példákban egyetlen tárgy vagy személy mozgását vizsgáljuk. Általában a mozgó objektum kiterjedése elhanyagolható a feladatban szereplő távolságokhoz képest, ezért a mozgó test egyetlen mozgó pontnak tekinthető.

A grafikus ábrázolás nagyon egyszerű, ha néhány szabályt és definíciót végiggondoltatunk, és készséggé fejlesztve megtanultatunk a diákokkal.

Egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikus ábrázolásának és a rá alapozott feladatmegoldás lépései

- A grafikon origóját valamely nyugvó tárgyhoz kell rögzítenünk, és ezt mindig hangsúlyozva mondjuk is ki!
- Ki kell jelölnünk a mozgás egyenese mentén a pozitív és a negatív irányt. Ha szükséges meg kell adni a koordináta-tengelyek metrikáját.
- Az egyenletes mozgásokkal kapcsolatos feladatokat elmozdulás – idő grafikonon célszerű ábrázolni. Az egyenletes mozgás grafikonja az elmozdulás – idő diagramon mindig egyenes.
- A mozgás sebességét az egyenes meredeksége adja meg.
- Az egyenesnek az elmozdulás tengelyen mért tengelymetszete a mozgó test pillanatnyi s_0 helyét (a viszonyítási ponttól mért távolságát) jelöli a vizsgálatunk kezdetén ($t = 0$ pillanatban).
- A feladatmegoldás során a grafikonra be kell rajzolnunk minden ismert adatot és a meghatározandó mennyiséget is.

Ebben a problémakörben a feladatok fogalmilag többnyire egyszerűk, így érdemes a grafikus megoldás során az elmozdulás és az út pontos értelmezésére és grafikus megkülönböztetésére rávilágító feladatokat választani. A feladatok nehezebb körét jelentik azok a példák, ahol a történésnek több álló vagy mozgó szereplője van, esetleg a mozgó objektumok nem tekinthetők pontszerűnek (lásd pl. hosszú gerenda a 2. mintafeladatban). Az ilyen feladatok megoldása szintén a korábbi szabályokkal történik, de úgy, hogy a koordináta-rendszerben minden lényeges szereplő mozgása, helyzet- és időbeli viszonyaik is kifejezésre jussanak. Az ábrázolás készségének kialakítása után a tanuló a grafikon rajzolása során lépésről lépésre haladva könnyebben megérti a probléma lényegét, jobban meglátja a kérdéseket, mintha azonnal matematikai formulákat kellene felírnia. A jó grafikus ábrázolás segít az egyenletek felírásában és a számolásban is.

Megjegyzés:

Az egyszerű kinematikai példák grafikus ábrázolása jó alapozást, előkészítést jelent a későbbiekben, például a speciális relativitáselmélet alapjelenségeinek Minkowski-féle szemléletes tárgyalásához is.

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás grafikus ábrázolásának, és rá alapozott feladatmegoldás lépései

- Elmozdulás – idő grafikon rajzolásakor az origót valamely nyugvó tárgyhoz rögzítenünk kell, és ezt mindig hangsúlyozva mondassuk is ki!
- Ki kell jelölnünk a mozgás egyenese mentén a pozitív és a negatív irányt. Ha szükséges meg kell adni a koordináta-tengelyek metrikáját.
- Az egyenletesen változó mozgás elmozdulás – idő grafikonja parabola, aminek pontos megrajzolása nem egyszerű feladat, ezért – különösen a feladatmegoldások esetén – a mozgás sebesség – idő grafikonján érdemes dolgozni. A sebesség – idő grafikon egyenes.

- Az egyenes meredeksége a mozgás gyorsulása. A gyorsulás előjele attól függ, hogy a sebességváltozás a koordinátarendszer pozitív vagy negatív irányába mutat.
- Az egyenes tengelymetszete a sebesség tengelyen a mozgó test kezdősebességét (v_0) adja.
- Az elmozdulást a sebességgrafikon alatti előjeles terület, a megtett utat a sebességgrafikon alatti előjeles területek abszolút értékének összege határozza meg.
- A feladatmegoldás során a grafikonra be kell rajzolunk minden ismert adatot és a meghatározandó mennyiséget is.

Az egyenletesen változó mozgással kapcsolatos feladatokat célszerű folyamatosan pozitív irányban mozgó testekre vonatkozó feladatokkal kezdeni. Ebben az esetben ugyanis a sebességgrafikon alatti terület a megtett utat adja meg, így nem kell az elmozdulás és az út között különbséget tennünk. Ezután változó irányú mozgások vizsgálatával finomíthatjuk a fogalmak jelentésének tisztázását és a grafikonok értelmezését. Az egyenletesen gyorsuló mozgásokkal kapcsolatos feladatok grafikus megoldása különösen hasznos, ha a kinematika tárgyalásakor (általában a 9. évfolyam) diákjaink még nem ismerik a másodfokú egyenlet megoldó képletét. Az elmozdulás kiszámítása ilyenkor a sebesség – idő grafikon alatti terület mértékszámaként határozható meg, azaz többnyire háromszög vagy trapéz területének meghatározására egyszerűsödik.

Néhány példa a grafikus feladatmegoldásra

Egyenletes mozgásokkal kapcsolatos feladatok grafikus feladatmegoldása.

1. Feladat

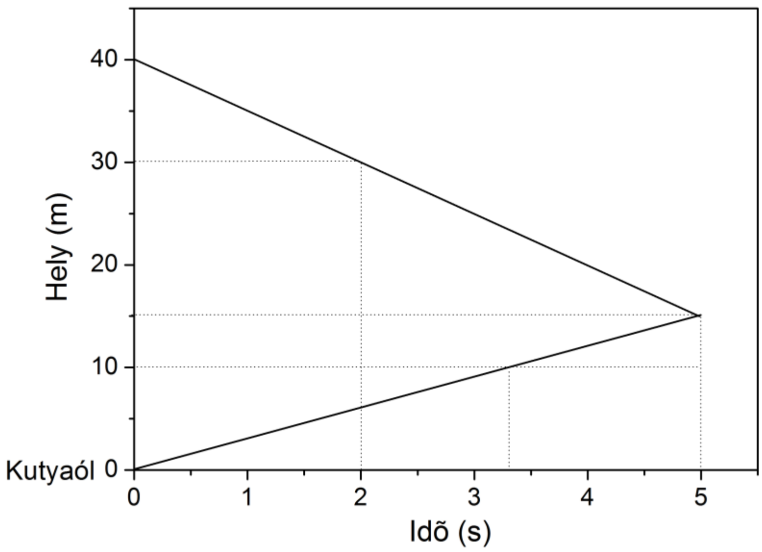
Két ismerős kutya, egymást 40 m-ről megpillantva egyszerre kezd futni egymás felé. A kisebbik sebessége 3m/s, a nagyobbiké 5 m/s.

Hol és mennyi idő után találkoznak?

Megoldás

Legyen a viszonyítási pont a kisebb kutya indulási helye, az ábrán látható kutyaól!

Rajzoljuk meg az út –idő koordináta rendszert és jelöljük be a függőleges tengelyen az origótól 40 m távolságban lévő nagyobbik kutya kiindulási helyzetét. Az origóból kiinduló kicsi és a 40 m távolságból induló nagyobb kutya mozgásának grafikonját az ábra mutatja. A kis kutya sebessége (a grafikon meredeksége) pozitív, a nagyobb kutyáé negatív. A két egyenes metszéspontja a kutyák találkozását jelöli.



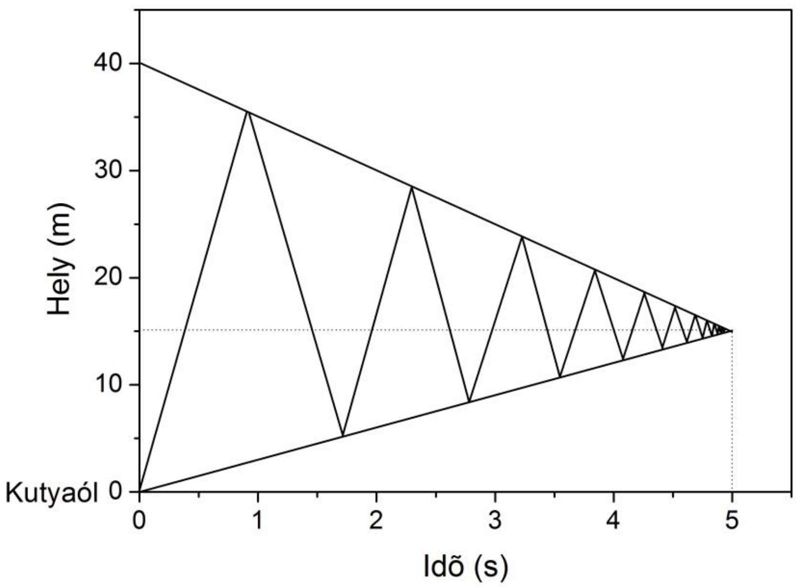
A megadott sebességek felhasználásával meghatározhatjuk, hogy 10 m távolságot a kisebbik kutya 3,33 másodperc alatt, a nagyobbik 2 mp alatt tenné meg. Ha a grafikonok meredekségét ennek megfelelően húzzuk be a kezdőpontból, a grafikonról leolvasható a két kutya találkozásának helye (15 m) és időpontja (5 s).

2. Feladat

Tegyük fel, hogy az előbbi feladatban szereplő két kutya orra között egy gyors légy repül ide-oda, ameddig a kutyák orra össze nem ér. Mennyi utat tesz meg a légy, ha egyszerre indul a kutyákkal és addig repdes, amíg a kutyák orra összeér? A légy sebességének nagysága 40m/s.

Megoldás

Rajzoljuk be a két kutya mozgását ábrázoló grafikonra a légy mozgását is!



A légy sebességének nagysága (a grafikon meredeksége) állandó, de iránya a kutyák közt ide-oda repdesve hol pozitív, hol negatív. A légy összesített útja a fűrészfog-grafikon egyes szakaszainak függőleges vetületeiből összegeződik. A feladat azonban sokkal egyszerűbben megoldható, ha figyelembe vesszük, hogy a légy ismert nagyságú sebességgel (40 m/s), ismert időtartamig (5 s) repül.

Ezt felhasználva a légy által megtett teljes út hosszára 200 m adódik

3. Feladat

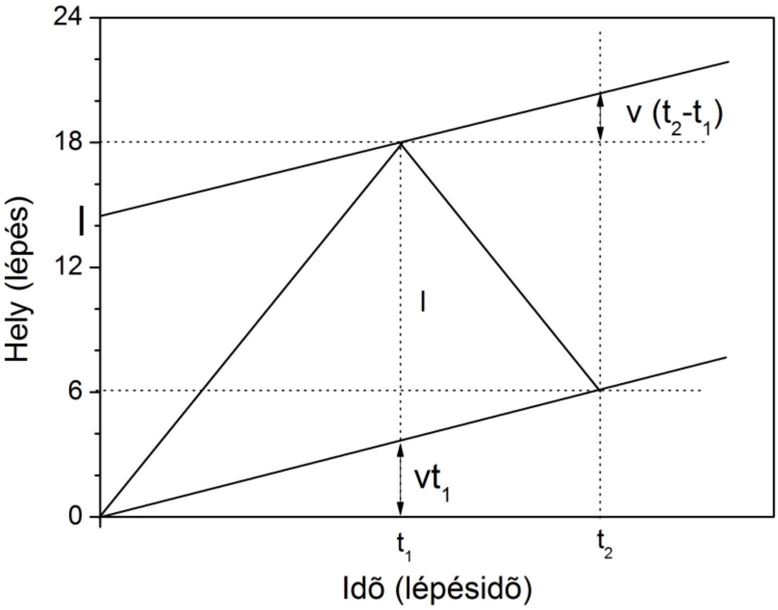
Egy hosszú nehéz fatörzset ökör húz. Az ökör lassan, de egyenletesen, megállás nélkül húzza a fát. A hajtó a fatörzs végénél hátul gyalogol és elhatározza, hogy leméri a fa hosszát. Tempósabb lépdeléssel megszámolja, hogy 18-at lép, amíg a fatörzs végétől elér az elejéig. Ott azonnal visszafordul, és változatlan tempóban 12 lépéssel ér vissza a fatörzs végéhez.

- *Milyen hosszú a gerenda?*
- *Mekkora az ökör és a hajtó sebessége?*

Megoldás

Ábrázoljuk út – idő grafikonon a „történetet”! A koordinátarendszer origóját rögzítsük gondolatban ahhoz az út menti kereszthez, ami épp akkor van a mozgó fatörzs végénél, amikor a hajtó lépdelni kezd!

A történés a mozgó fatörzs mentén megy végbe, így a fa mozgását nem ábrázolhatjuk egyetlen pontjának elmozdulás idő grafikonjával. Jelöljük be a fatörzs helyzetét (hosszát) a $t = 0$ időpillanatban. Ekkor a fatörzs egyik végpontja az origóban, a másik a távolság tengely mentén (a grafikon függőleges tengelyén) a fatörzs hosszával megegyező távolságban van! A törzs mozgását a két végpontjából indított két párhuzamos ferde egyenes közti ferde sáv jelzi. A hajtó a törzs végétől és a törzsnél gyorsabban haladva elér a fatörzs elejére. E mozgás-szakasz grafikonja az origóból induló, a gerenda mozgását jelző grafikonnál meredekebb egyenes. A hajtó addig lépdel a fatörzzsel egy irányban, amíg a meredekebb egyenes eléri a gerenda elejének grafikonját. Itt visszafordul, és változatlan sebességgel visszalépdel a fatörzs végéig, a hajtó mozgását most a korábbival egyenlő meredekségű, de ellentétes lejtésű grafikon ábrázolja. Amikor a visszatérő hajtó grafikonja találkozik a lassan előre mozgó fatörzs végének mozgását jelző egyenessel, az ember visszaért a gerenda végéhez.



A grafikonon bejelöltük a feladatban szereplő ismert és ismeretlen adatokat. A gerenda keresett hosszát l jelöli, t_1 időpillanatban éri el a hátulról lépdelő hajtó a fatörzs elejét, Eddig a hajtó 18 lépésnyi távolságot tett meg, amit a függőleges tengelyen tüntetünk fel. Visszafelé lépdelve a t_2 pillanatban jut vissza a hajtó a törzs végéhez. A negatív hajlású ferde egyenes függőleges tengelyre vett vetülete a hajtó által visszafelé megtett 12 lépés.

Tekintsük a mozgás első szakaszát!
A hajtó által megtett 18 lépés hosszabb, mint a fatörzs hossza (ahogyan a grafikonról is leolvasható). A többlet pontosan annyi, amennyit a fatörzs elmozdult a lépdelés t_1 időtartama alatt. Az ökör sebességét v-vel jelölve, a következő összefüggés írható fel:

$$18\ lépés = \ l\ + v \cdot t_1$$

Újabb egyenlethez jutunk a hajtó visszafelé útját vizsgálva. A leszámolt 12 lépés annyival kevesebb, mint a fatörzs hossza, amennyit a gerenda előre mozdult, amíg a 12 lépés eltartott.

$$12\ lépés\ = \ l - \ v \cdot (t_2 - t_1)$$

A fatörzs hosszának meghatározásához a két egyenlet adja a lehetőséget. Az ismeretlenek száma azonban látszólag több mint kettő, hiszen sem az ökör sebességét, sem az idők értékét nem ismerjük. Azt kell észrevennünk, hogy az idők – ha pl. önkényesen választott „lépésidő” egységekben fejezzük ki, ismertnek tekinthetők

$$t_1 = 18\ lépésidő\ ,$$

$$t_2 - t_1 = 12\ lépésidő\ .$$

Ezt felhasználva a két egyenlet ($18 = l + 18v, 12 = l - 12v$) már csak két ismeretlen tartalmaz így az egyenletrendszer megoldható.

A fatörzs hossza: $l\ =\ 14{,}4\ lépéshossz,$

Az ökör (és a fatörzs) sebessége: $v =\ 0{,}2\ lépéshossz/lépésidő$

A hajtó sebessége: $v_h = 1\ lépéshossz/lépésidő$

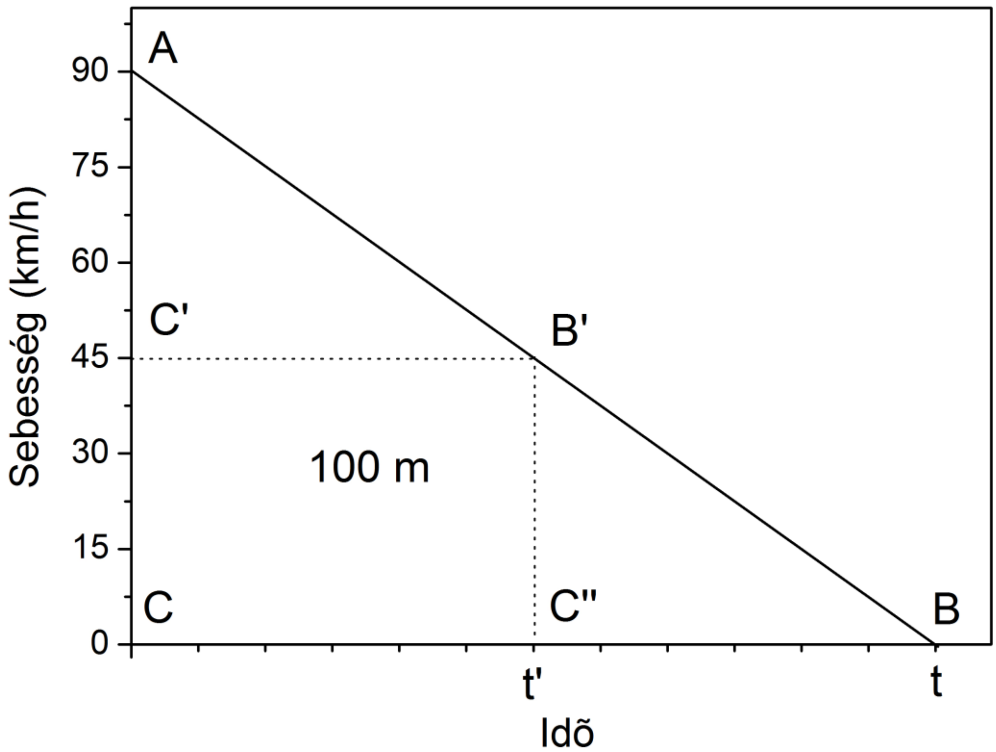
Egyenletesen gyorsuló mozgásokkal kapcsolatos feladatok grafikus feladatmegoldása

1. Feladat

Az autópályán 90 km/óra sebességgel haladó autó, egyenletesen fékezve 100 m úton áll meg. Mekkora úton csökken a jármű sebessége a kezdeti sebesesség felére?

Megoldás

A feladat megoldását a sebesség – idő diagram megrajzolása segíti. Mivel a sebesség 90 km/h sebességről egyenletesen zérusra csökken, a sebesség változását negatív meredekségű egyenes mutatja.



A grafikonról leolvasható, hogy a 45 km/h sebességgel éppen *t'* pillanatban halad az autó. A grafikonon ezt B' pont jelzi. A megtett utat a B' ponttól kettéosztott grafikon alatti területek adják. Az ABC háromszög területének mérőszáma a feladat szerint 100 m fékútnak felel meg. A feladat kérdésére a választ az AB'C''C négyszög területének kiszámításával adhatjuk meg.

Látható, hogy AB'C' háromszög és az ABC háromszöge hasonlóak. Oldalaik aránya 1 : 2, területük aránya tehát 1 : 4. Mivel AB'C' háromszög és B'BC'' háromszög egybevágó, mindkettő területe 25 méterrel egyenértékű. Ezek szerint 25 m-en csökken a sebesség 45 km/h-ról 0 -ra, tehát 90 km/h -ról 45 km/h-ra 75 m hosszú úton lassult le az autó.

2. Feladat

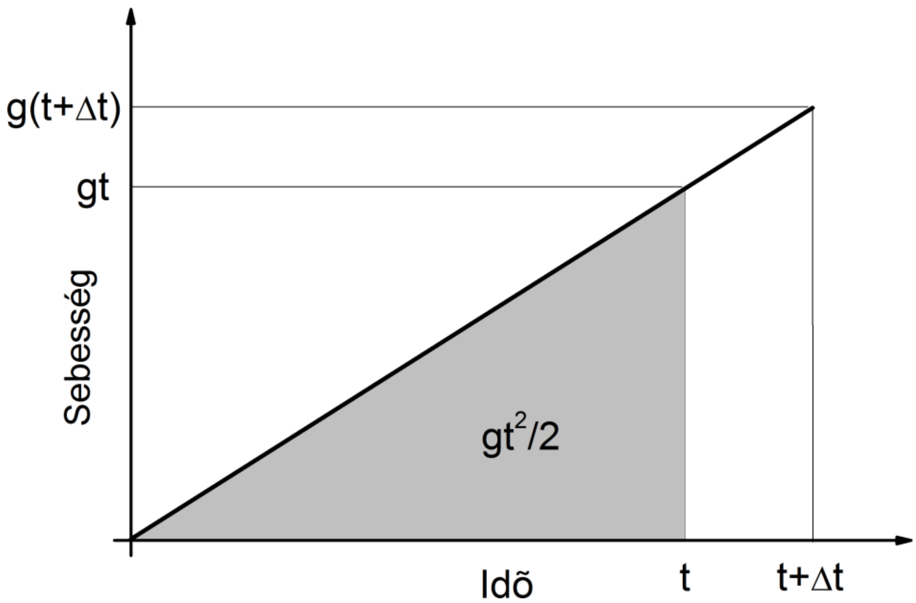
A mellékelt fotó egy sötét színű labdáról készült, ami fehér háttér előtt szabadon esett. A fényképezőgép fényrekesze Δt =1/30 s ideig volt nyitva, és ennek végén igen rövid ideig villant a vaku. A képen a hosszabb expozíciós időnek megfelelő elmosódó nyom maradt a labdáról, aminek végén a vakutól megvilágítva élesen is kirajzolódik a D = 3,5 cm átmérőjű labda (a falon még az árnyéka is látszik)

- *Milyen magasról esett a labda?*

Megoldás

A labda mozgása szabadesés, gyorsulása $g = 10\ m/s^2$.

A labda sebesség – idő grafikonját az ábra mutatja. A labda kezdősebesség nélkül t = 0 pillanatban kezdett szabadon esni. Jelölje t azt a pillanatot, amikor a fényképezőgép rekesze kinyílt, és $t + \Delta t$ azt a pillanatot, amikor a vaku villant és a blende zárt! Az ábrán látható grafikon alatti terület a labda teljes esési távolsága, amit az elejtés pillanatától a fotózás befejezéséig megtett.



A feladatban kérdezett h_1 magasságot a grafikon alatti szürkére satírozott terület nagyságával adhatjuk meg, vagyis

$$h_1 = \frac{gt}{2} \cdot t.$$

A vaku villanásáig megtett utat a

$$h_2 = \frac{g(t + \Delta t)}{2}(t + \Delta t)\,.$$

kifejezéssel számíthatjuk.

Ennek megfelelően

$$h_2 - h_1 = \Delta h = \frac{g(t+\Delta t)^2 - gt^2}{2}.$$

A Δh utat, amit a labda a fotózás Δt ideje alatt tett meg, a fotón elvégzett mérés és ennek arányítása adja meg. (A fotón lemérjük a labda-nyom szélességének és hosszúságának arányát, majd a labda megadott átmérőjének segítségével meghatározzuk Δh valódi értékét.) A kérdezett esési magasság ezután a formulába történő behelyettesítéssel adódik.

Δh értékét közvetlenül meghatározhatjuk a grafikon alatti területből t és $t + \Delta t$ között. Az alakzat egy paralelogramma, aminek két alapja gt, valamint $g(t + \Delta t)$ és magassága Δt. Így a keresett terület a

$$\Delta h = \frac{gt + g(t+\Delta t)}{2} \Delta t$$

összefüggéssel is számolható.

Vissza >>>

K15. A kinematika gyakorlati alkalmazása a közlekedésben

Bevezetés

Magyarországon 17 éves kortól lehet gépjárművezetői jogosítványhoz szükséges vizsgákat letenni. A legtöbb középiskolás korú fiatal szeretne jogosítványt szerezni, ezért fokozott érdeklődéssel fordul az autózással kapcsolatos fizikai problémák, feladatok felé. Ezt a spontán érdeklődést a fizikaórán érdemes kihasználni és a tanult fizikai törvények, összefüggések gyakorlati alkalmazhatóságát az autózással kapcsolatos feladatokkal illusztrálni, gyakoroltatni. Ez a fizika gyakorlásán túl hozzájárulhat a KRESZ szabályainak tudatosabb betartásához, a közúti balesetek csökkenéséhez. Ebben a mellékletben példát mutatunk arra, hogyan lehet fizikai feladatokat megfogalmazni különböző közlekedési problémákra. A feladatokat legtöbbször megoldás nélkül közöljük.

Biztonságos követési távolság

A KRESZ 27§ (1) rendelkezése: "járművel másik járművet csak olyan távolságban szabad követni, amely elegendő ahhoz, hogy az elöl haladó jármű mögött – ennek hirtelen fékezése esetében is – meg lehessen állni". A biztonságos követési távolság fontosságát nem lehet kétségbe vonni. Kérdés azonban, hogy a kinematikából tanultak felhasználásával mennyire lehet egzaktabban megközelíteni, számításokkal vizsgálni a kérdéskört. A követési távolság pontos mértéke általánosságban véve alig számszerűsíthető, mert sok körülménytől függ. Függ az egymásután közlekedő két jármű jellemzőitől, műszaki állapotától, az út- és időjárási viszonyoktól, de függ a járművezetők személyétől is. Ha egyértelmű pontos eredményt tehát nem is várhatunk a fizikai megközelítéstől, néhány fontos vonatkozásra azonban számszerű eredményekkel is rávilágíthatunk.

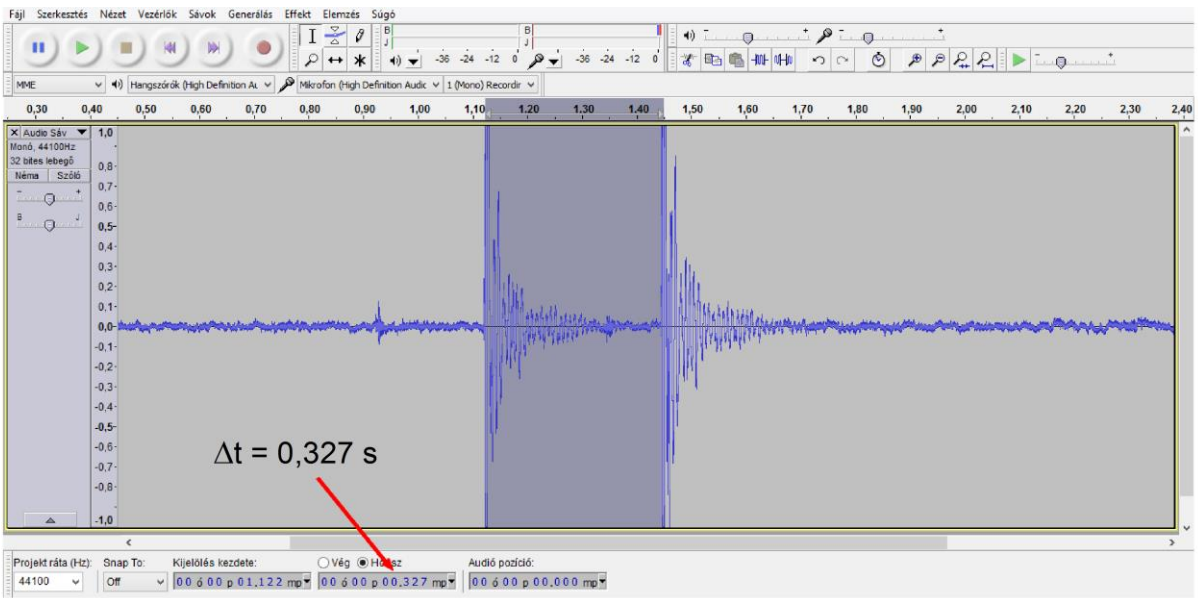
Vizsgáljuk az elméletileg legegyszerűbb esetet: Két teljesen hasonló autó halad a sztrádán, a megengedett maximális 130 km/h sebességgel. Ha egyszerre és egyformán fékez a két autó vezetője, a két kocsi távolsága állandó nem változik és így is fognak megállni. Az alapproblémát az adja, hogy a hátsó kocsi csak késve kezd fékezni akkor, amikor az előtte haladó autó világító féklámpáját meglátja. Ez a késés a vezető véges reakcióidejéből ered, és nagysága függ a személyes adottságoktól (életkortól), de a fáradtságtól, vagy attól is, hogy figyelme esetleg megoszlik, nem csak az előtte haladóra figyel, hanem beszélget, rádiót hallgat, vagy éppen CD-t cserél, a telefonálásról nem is beszélve. A reakcióidő nagysága azért fontos, mert ezalatt a hátsó kocsi eredeti sebességével fut tovább, miközben az előtte haladó már lassul. A korábbiak szerint a reakcióidő pontos elméleti megadása nem lehetséges, egyszerű iskolai mérésekkel megbecsülhetjük a személyes adottságoktól függő minimális értékét.

Reakcióidő egyszerű mérése

Az egyik kísérletező tartson függőleges helyzetben egy 50 cm-es vonalzót két ujja közé szorítva! Társa a skála 0 osztásvonalának magasságában vegye nyitott hüvelyk- és mutatóujja közé a lécet!

A vonalzót tartó személy egy váratlan pillanatban ujjait szétnyitva engedje azt függőlegesen leesni! A másik, amint ezt érzékeli, zárja össze ujjait és fogja meg az eső vonalzót!

A második személy reakcióidejét azzal mérhetjük, hol, mely osztásrésznél sikerült megfognia a vonalzót. A vonalzó skáláján leolvasott hosszúságérték a vonalzó szabadeséssel megtett útja, amit annyi idő alatt tett meg, amíg a kísérletező észrevette a vonalzó lejtését és cselekedett, ujjaival megfogta a vonalzót. A reakcióidő értékét a vonalzón mért elmozdulásból a szabadesés útképletét felhasználva számítjuk ki $\left(t = \sqrt{2s/g}\right)$. Ezzel a módszerrel mérhető maximális reakcióidő 0,3 s. Ennek a klasszikus méréstechnikának a méréshatára kitolható számítógépes programok használatával. Lehet az interneten elérhető programokat használni (Pl. http://www.humanbenchmark.com/tests/reactiontime), vagy elvégezhető ingyenesen letölthető Audacity hangszerkesztő és elemző programmal. Az utóbbi használatához mikrofon szükséges. A mérés vezetője és a kísérlet alanya tollat fog a kezébe, amit az asztal fölött azonos magasságban tart. A vezető egy véletlenszerű időpontban koppant az asztalon, az alany őt követve ugyanazt teszi. Az Audacity program kirajzolja a hangnyomás-intenzitás időbeli alakulását, amin a két koppanás között eltelt idő ezred másodperc pontossággal leolvasható (lásd alsó ábra). A két koppanás között eltelt idő, pontosan a reakcióidő.

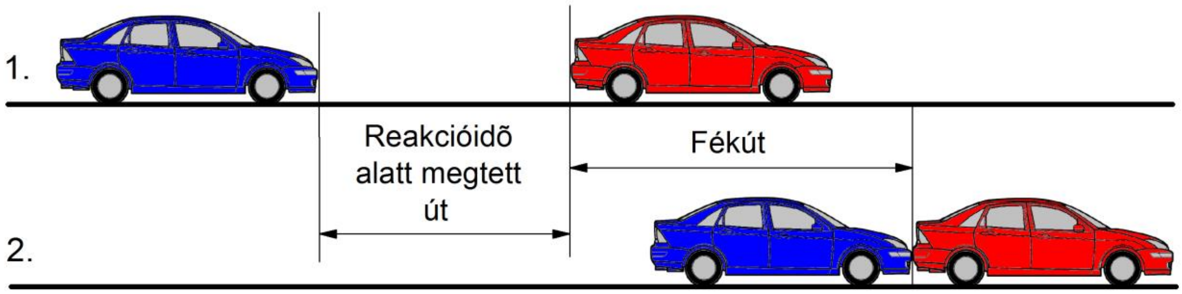


Érdemes a mérést úgy is elvégezni, hogy a tanuló éppen mással is foglalkozik (olvas, sms-t ír, zenét hallgat, stb.). Érdemes felhívni a tanulók figyelmét, hogy a hosszú vezetés során a reakcióérték biztosan nagyobb a mért értéknél, amikor mindenki maximálisan és csak egyetlen dologra koncentrált. A közlekedésben ráadásul nem csak észlelni kell, hanem komplex műveletsort végrehajtani (a gázról a fékre a lábat áttenni, eltekerni a kormányt, stb), ami tovább növelheti a reakció idejét. A következőkben érdemes egy „effektív reakcióidővel számolni, ami legyen minden diák mért reakcióidő értékének többszöröse!

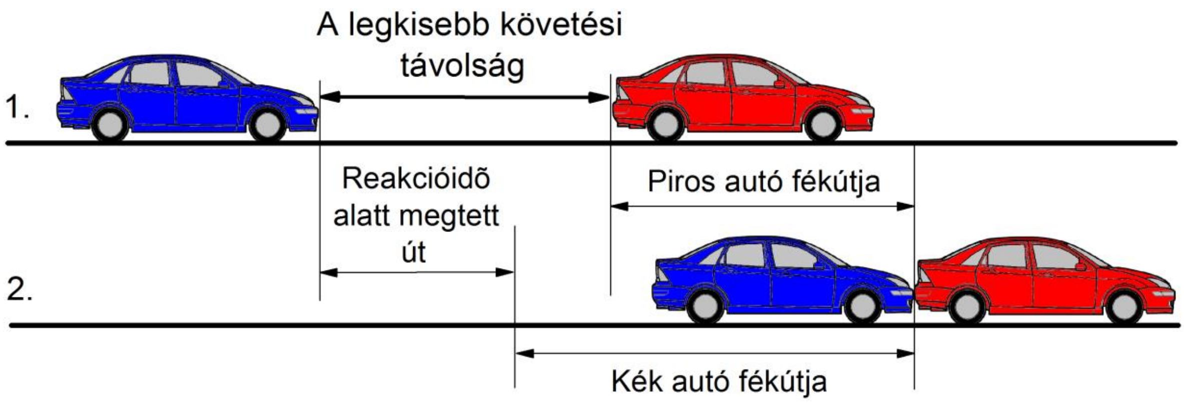
Feladat

Számítsuk ki, hogy az autópályán, a maximális megengedett sebességgel haladva kinek mennyit haladna előre az autója a fékezés kezdetéig változatlan sebességgel, ha ő ülne a hátsó kocsi volánjánál! ($v = 130\ km/h \approx 36\ m/s$)

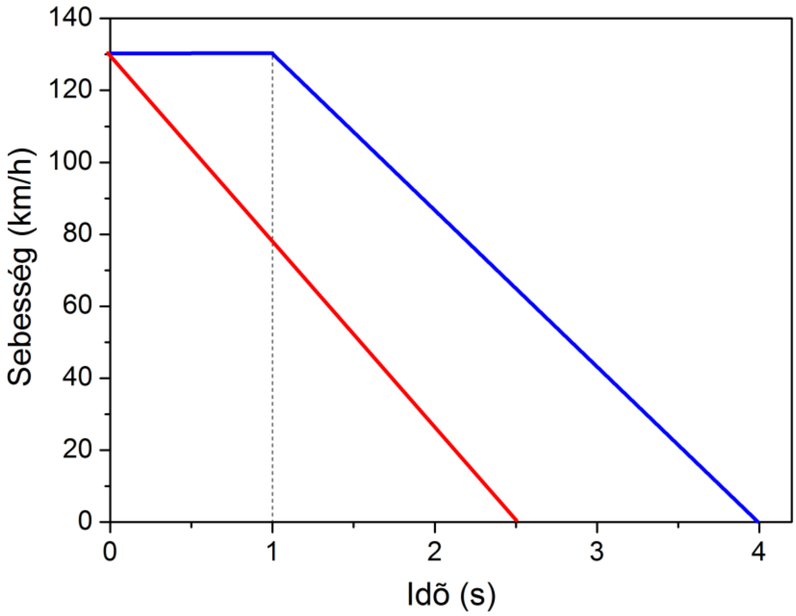
Ha például a mért reakcióidő 0,2 s, a vezetés közben, a gyengébb koncentrálás miatt, 1 s reakcióidővel számolunk, így a maximális sebességgel a fékezés megkezdéséig megtett út 36 m.) Ha a két autó fékezési paraméterei pontosan azonosak (lásd következő ábra), számításaink szerint a minimális követési távolságnak legalább 36 méternek kell lennie.



A helyzet összetettebb, ha a két egymást követő jármű közül a hátsó lassabban fékez, mint az első. A következő ábra a minimális követési távolság származtatását szemlélteti, feltételezve, hogy a hátul haladó kék autó fékútja nagyobb, mint az elől haladó pirosé.



Az utóbbi eset sebesség – idő grafikonja a következő ábrán látható.



Feladat

Magyarázzuk az ábrát és értelmezzük a két autó mozgását együtt ábrázoló sebesség – idő grafikont!

A fenti egyszerű példákban erősen leegyszerűsített feltételek szerint „szűken” számítottuk a követési távolságot A KRESZ ennél jóval többet ír elő. Személykocsik részére a sztrádákon megkövetelt követési távolság a tábla szerint 70 m! A „túlbiztosítás” érthető, hiszen vannak lassabban reagáló vezetők, és az autók közt is vannak lényeges különbségek. Természetesen az előírt távolság a sztrádán megengedett maximális sebesség esetén értendő, kisebb tempónál a biztonságos követési távolság is csökken. A KRESZ-tanfolyamokon épp a sebességfüggés kiküszöbölésére gyakran nem méterben, hanem időben (2 másodperc) adják meg a követési távolságot. Azaz a szükséges követési távolság az az út, amit az autók aktuális sebességükkel 2 s idő alatt megtesznek. Ezt hirdeti az Autópálya Kezelő ZRT plakátja is.

Feladat

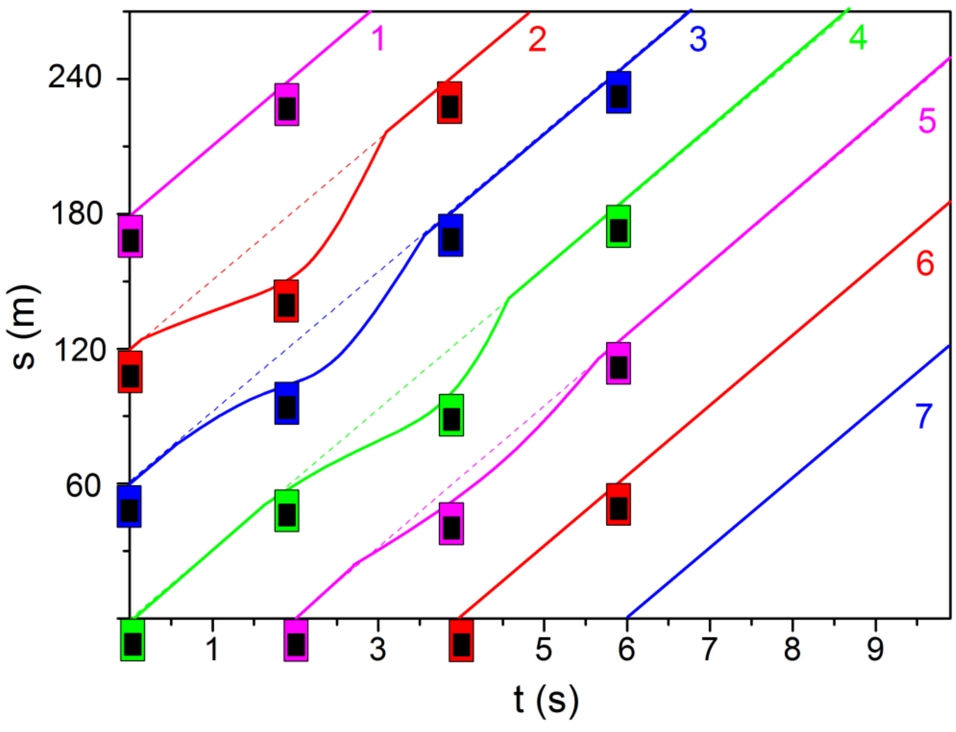
Igazoljuk egyszerű számítással, hogy az autópályán megengedett maximális sebesség esetén a 2 s idő alatt megtett út kb. 70 m, a két különböző meghatározás tehát egyenértékű.

Hogy keletkezhetnek „dugók" a sztrádákon objektív akadályok nélkül is?

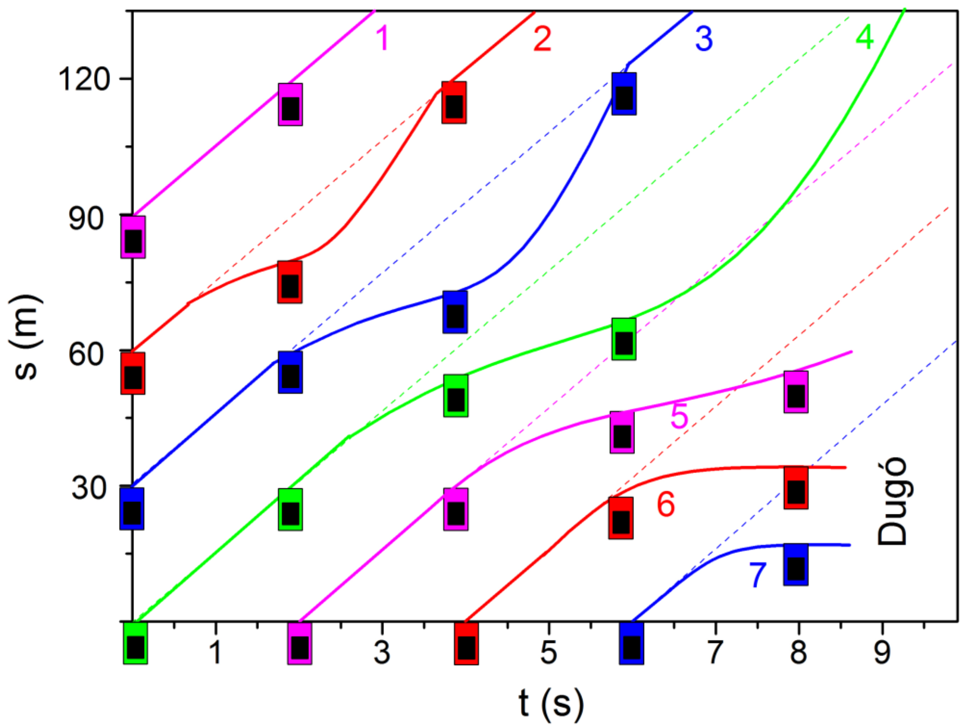
Gyakran tapasztalható, hogy a nagy forgalom és telített sávok esetén az autópályák időnként "bedugulnak", az autók feltorlódnak és megállásra kényszerülnek. Az egyenletes tempójú haladás helyett ilyenkor a kocsisor hosszabb-rövidebb távon csak „araszol". A jelenség oka általában az, hogy a vezetők nem tartják be a folyamatos oszlopban haladás alapszabályát, azaz 2 másodpercnyi követési távolságot. A 2 másodperces követési távolság ugyanis elég távolságot jelent ahhoz, hogy, ha egy autó a sorban valamilyen okból csökkenti sebességét, az utána következők ne reagálják túl a fékezést.

A szituációt a megfelelő 2 másodperces követési távolság és a felére csökkentett (1s) követési távolság esetén az alábbi két út – idő grafikon szemlélteti.

Az első grafikon a biztonságos követési távolság esetét mutatja. A grafikon függőleges tengelye mentén ábrázoltuk a kocsisort a t = 0 pillanatban, majd a megfelelő kocsitól induló elmozdulás – idő függvények egyeneseit. Látható, hogy sorban 2. autó átmenetileg csökkenti a sebességét. Az utána haladó a reakcióidőnek megfelelő késéssel szintén fékezni kezd, de érzékeli, hogy az elől haladó nem vészfékez, így ő is csak annyit vesz vissza a sebességéből amennyit muszáj. A két autó között a távolság csökken ugyan, de még biztonságos marad és az első autó újbóli gyorsítása után hamarosan visszaáll az eredeti rend. A sorban negyedikként következő kocsi szintén fékez, de már jóval kevésbé, mint az előtte haladó. Az ötödiknek már az is elég, ha csak elveszi a lábát a gázról. Így a fékezés-hullám erősen csillapodva terjed hátrafelé. Néhány kocsival hátrább már észre sem veszik az átmeneti zavart.



A második grafikon a csökkentett követési távolság esetén szemlélteti a „dugó” kialakulását. A fékező autót szorosan követő kocsi vezetője, érzékelve a reakcióidő miatt is fenyegetőbben csökkenő távolságot túlreagálja a helyzetet és a kelleténél jobban fékez, de azután újból felveszi a tempót és halad tovább. Az őt követő hasonló okokból még erősebben fékez, de még nem vészfékez. A fékezési hullám így erősödve terjed az oszlopban hátrafelé, ami néhány kocsival a zavartkeltő mögött már vészfékezést és az egész oszlop megállását okozza.



Miért veszélyes az előzés

Az országúti súlyos közlekedési balesetek többsége megfontolatlan előzés következménye. A balesetek oka legtöbbször az, hogy az előzésbe kezdő kocsi vezetője nem jól méri fel a szembeforgalom miatt az előzéshez szükséges szabad útszakaszt.

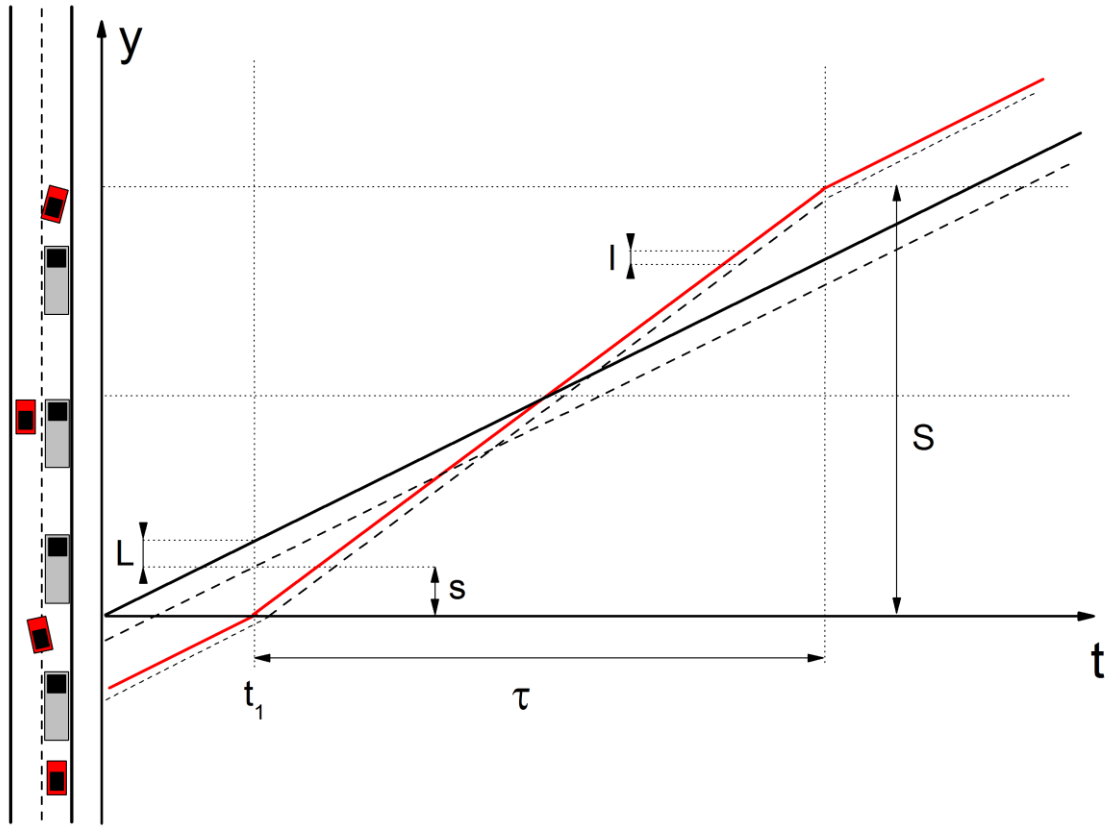
Végezzünk egyszerű számítást és határozzuk meg mekkora utat kell megtennie egy kamiont szabályosan előző személyautónak a szembeforgalom sávjában, amíg biztonságosan besorol a lassabb jármű elé!

> *A probléma jobb megértéséért és a kellő hangsúlyok megadására oldjuk meg közösen a feladatot!*

Tegyük fel, hogy a 15 m hosszú kamion végig egyenletesen halad 72 km/óra (20 m/s) sebességgel! A személygépkocsi KRESZ által megengedett maximális sebessége országúton 90 km/óra (25 m/s), az autó hossza 5 m. Az előzés előtt a személyautó a 2 másodperces követési távolságot betartva 72 km/óra sebességgel követte a kamiont. Az előzés megkezdésekor 90 km/óra sebességre gyorsítva kiment a szembe sávba és mindaddig így haladt, amíg a kamion elé a biztonságos 2 másodperces követési sávba be nem sorolt, itt ismét felvette a korábbi 72 km/órás utazósebességet.

Ábrázoljuk az előzés teljes folyamatát út – idő grafikonon!

A kamion és a személyautó kiterjedése fontos paramétere a feladatnak, ezért a járművek egyenletes mozgását két párhuzamos egyenessel határolt sáv ábrázolja. Tegyük fel hogy a kamion eleje az időmérés kezdetekor épp az origóban van, a személyautó orra ettől L+s távolságnyira a grafikon negatív tartományában. A kamion és a személykocsi mozgását jelző sávok párhuzamosak, meredekségük 20 m/s sebességnek felel meg. Az előzés t_1 időpillanatban kezdődik, amikor a kocsi elejének y koordinátája zérus. Az előzés megkezdésétől annak befejeztéig a kocsi sebessége 25 m/s, ami a grafikonon, mint meredekebb szakasz jelenik meg. A grafikonon bejelöltük az előzés időtartamát és teljes útját, teljes előzési út egyes szakaszait. Fontos megjegyezni, hogy a rajz kissé aránytalan, hogy a mozgás minden mozzanata jól látható legyen rajta.



A grafikon jelölései:

- az előzés teljes útja: S,
- az előzés teljes ideje: τ,
- a 2 másodperces követési távolság: $s = 2 \cdot 20 = 40\ m$,
- a kamion hossza: $L = 15\ m$,
- a személyautó hossza: $l = 5\ m$.

Az előzés útja kifejezhető a személykocsi sebességének és az előzés idejének szorzatával, illetve az előzés során megtett hosszúságok összegeként is.

$$S = v_{szgk} \cdot \tau \,,$$

$$S = s + L + v_k \tau + l + s \,.$$

A két kifejezést egyenlővé téve, az egyenletet a τ előzési időre rendezve és az értékeket behelyettesítve kapjuk:

$$\tau = \frac{2s + L + l}{v_{szgk} - v_k} = \frac{80 + 15 + 5}{25 - 20} = 20 \text{ s} \,.$$

Az előzés útja visszahelyettesítéssel:

$$S = v_{szgk} \cdot \tau = 25 \cdot 20 = 500 \, m \,.$$

A megadott reális adatokkal számolva tehát az előzés útja meglepően nagy, fél kilométernyi érték! Ezzel nem könnyű előzéskor kalkulálni!

Nehezíti az előzést a lehetséges szembeforgalom is. A szembe jövő, de még messze látszó jármű sebességét nehéz megbecsülni.

Feladat

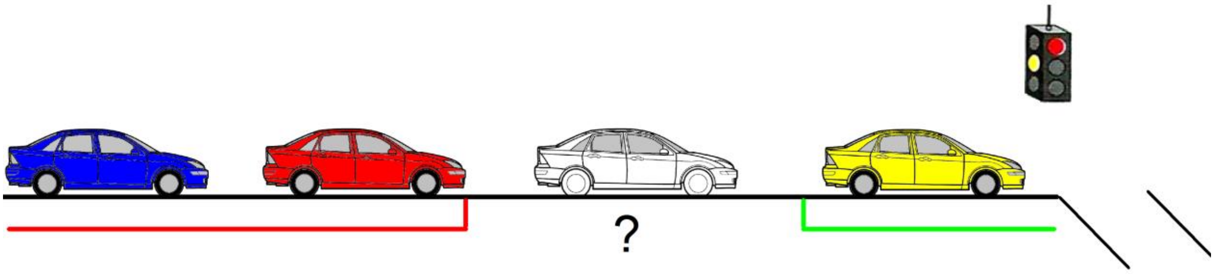
Határozzuk meg legalább milyen messze kell legyen az előzés kezdetekor az a szembe jövő autó, ami a KRESZ-ben megengedett maximális azaz v= - 25 m/s sebességgel közeledik! A szembejövő autó út – idő grafikonját rajzoljuk rá a már használt ábrára!

Az előzés itt tárgyalt nehézségeit tovább fokozza, hogy sokszor a terepviszonyok (kanyar, bukkanó) vagy az időjárási tényezők (pl. köd) nem teszi lehetővé a biztonságos előzéshez szükséges teljes útszakasz belátását. Ilyenkor az előzés életveszélyes! A veszélyekre általában táblák is felhívják a vezetők figyelmét, gyakran táblával direktben tiltják az előzést. Ezeket a táblákat magunk és társaink biztonságáért mindig komolyan kell venni!

A sárga lámpa dilemmája

A városi közlekedésben a forgalmi lámpa sárga jelzése jelenti az egyik legkritikusabb helyzetet. A sárga szín arra hívja fel a figyelmet, hogy néhány másodpercen belül a lámpa tilosra vált. A vezetőnek döntenie kell tovább halad vagy fékez.

Akkor érdemes gázt adni, ha már nem tudnánk biztonságosan lefékezni a lámpa előtt, illetve biztosak lehetünk abban, hogy a sárga rövid ideje alatt átérünk a kereszteződésen. A jó döntés tehát attól függ, milyen messze vagyunk a lámpától és mekkora a sebességünk. A helyzetet szemléletesen illusztrálja az ábra. A rajzon oszlopban haladva egymást követve közelednek a lámpához az autók, amikor kigyullad a sárga lámpa. Az elől haladó autó közvetlenül a kereszteződés előtt jár, amikor a sárga fény kigyullad. Mivel már valószínűleg a féktávolságon belül van (ez a sebességétől függ) akkor dönt jól, ha nem fékez, hanem változatlan tempóban, esetleg kicsit még gyorsítva is továbbhalad. Ezt a tartományt a lámpa előtt a rajzon zöld szín jelöli. A sorba hátul lévő kocsik számára a helyzet szintén egyértelmű. Fékezniük kell és megállni a lámpa előtt, hiszen a pirosig már nem juthatnak át a kereszteződésen. Ezt a tartományt a piros szín jelöli. Az igazi döntési helyzetben a két tartomány közt lévő autó vezetője van. Döntenie kell, hogy határozott fékezéssel megáll, vagy lehetőleg gyorsítva átmegy a kereszteződésen. A döntés meghozatalában több szempontot is figyelembe kell vennie. Az első ilyen a haladási sebesség, majd a kereszteződés távolsága és szélessége, és nem utolsóként a mögötte lévőket is figyelnie kell, nehogy egy követési távolságot nem tartó autó a gyors fékezéskor hátulról beleszaladjon.



A helyzet megértése után számításokkal tegyük konkrétabbá az egyes tartományok határát!

Feladat

Határozzuk meg a zölddel jelölt továbbhaladási zóna tartományát, ha kereszteződés szélessége 12 m, a személykocsi hossza 5 m, a kocsisor tempója a városban megengedett maximális 50 km/h sebesség, a sárga lámpa ideje 5 sec.

Ismételjük meg a számítást 8 m szélességű kereszteződés, 30 km/h haladási sebesség és 3 másodpercig tartó sárga jelzés esetén!

A városban megengedett maximális sebességgel (50 km/h ≈ 13,9 m/s) haladó autó 5 másodperc alatt 69 métert tesz meg. Ebből 12 m + 5 m = 17 m az a táv, ami ahhoz kell, hogy az 5 m hosszú autó átjusson a kereszteződésen. A sárga lámpa ideje alatt tehát elvileg azok az autók érhetnek át, amelyek a lámpa előtti 52 méteres útszakaszon haladnak. A KRESZ azonban úgy fogalmaz, hogy sárga jelzés esetén az autóknak a lámpánál meg kell állni, kivéve, ha a biztonságos megállásra a kereszteződés közelsége miatt már nincs mód. Eszerint a zöld sáv keresett hosszát a biztonságos fékút fogja meghatározni. Vizsgáljuk meg tehát mekkora az 50 km/h sebességgel haladó autó biztonságos megállásának útja! A sárga lámpa észlelésétől a megállásig megtett utat két szakaszra bonthatjuk, az első szakasz a távolság, amit a kocsi a vezető reakcióidejének időtartama alatt változatlan utazósebességgel megtesz, a második szakasz az egyenletes lassulás útja. A személyautók lassulása forgalmi helyzetben, határozott fékezés esetén kb. 5 m/s^2. A vezető reakcióértékét tekintsük $\Delta\tau$ = 0,5 s átlagos értéknek! Az 50 km/h sebességről történő megálláshoz szükséges teljes távolság tehát:

$$S = v\Delta\tau + \frac{v^2}{2a} = 26{,}3 \text{ m}$$

A zöld sáv eszerint a kereszteződéstől számított 27 m-ig terjed.

A piros sáv kezdetének a korábban kiszámított 52 m tekinthető. A 27 m -től az 52 m-ig terjedő tartományban a vezetőnek kell döntenie: megáll, vagy továbbhajtva átmegy a kereszteződésen. A döntést a KRESZ a biztonságos megállás követelményével teszi lehetővé. Városi csúcsforgalomban a biztonságos megállás mérlegelésénél a mögötte haladókra is figyelemmel kell lennie. Ha például a következő autó nem tart elegendő követési távolságot és fennállhat a veszélye annak, hogy belerohan a sárgát meglátva fékező előtte lévőbe, az első kocsi vezetője bizonytalan következményekkel fenyegető megállás helyett dönthet az áthaladás mellett is.

Vissza (Kinematika)>>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

III. A DINAMIKA TANÍTÁSA

Bevezetés

A mozgások okaival, a mozgás lefolyásának magyarázatával a dinamika foglalkozik. A dinamika bevezető szintjén az alapfogalmakkal (erő, tömeg) és azokkal a legegyszerűbb esetekkel foglalkozunk, ahol a mozgó test pontszerűnek tekinthetően kicsi a mozgás kiterjedéséhez képest. Klasszikus esete ennek a bolygók mozgásának leírása a Naprendszerben, ahol a csillagászati távolságú mozgáshoz képest az égitestek földi léptékkel hatalmas mérete is pontszerűnek tekinthető. Newton a bolygómozgás értelmezésére fogalmazta meg mozgástörvényeit, a tanítás során azonban mégsem a bolygók mozgásával indítjuk a dinamikát, hanem az erőhatás szempontjából egyszerű, laboratóriumi körülmények között kísérletileg is megközelíthető esetek tárgyalásával.

A későbbiekben természetesen bemutatjuk, hogy a Newton-törvények alapján az égi, és a földi mechanika egységben tárgyalható. A Newton-törvényeket köznapi jelenségek és egyszerű kísérletek, mérések alapján fogalmazzuk meg, és belőlük általánosítva mondjuk ki univerzális természettörvényként. Világosan kell látnunk azonban, hogy az általánosan megfogalmazott Newton-törvények érvényességét az egyszerű tantermi kísérletek csak alátámasztják, de nem bizonyítják. A törvényrendszer igazolását az jelenti, hogy alkalmazása a tapasztalatok szerint a hétköznapi jelenségek magyarázatától a mérnöki tudományok eredményein keresztül egészen az égitestek mozgásáig minden esetben mind kvalitatív, mind kvantitatív szinten helyes eredményre vezet.

A törvényrendszer ilyen szintű elfogadását a tanítás során iskolai kísérletek, válogatott köznapi jelenségek, technikai alkalmazások végiggondolásával és az eredményeknek a tapasztalattal történő összevetésével alakíthatjuk ki a diákokban. Fontos, hogy megmutassuk; a törvényrendszer azokban az esetekben is biztos vezérfonalat jelent a fizikai jelenségek megértésében, amikor a kvantitatív számítások túl bonyolulttá válnak, vagy a középiskolai matematika segítségével nem végezhetőek el.

A konkrét számításokhoz természetesen a Newton-törvényeket ki kell egészítenünk az testek közötti kölcsönhatásokat leíró alapvető erőtörvényekkel is. A tömegpont-mechanika törvényrendszerét ezután a tömegpontok rendszerére, majd kiterjedt testekre végül folytonos közegekre terjesztjük ki. A Newton-törvények és a kölcsönhatásokat leíró erőtörvények alapján a testek mozgása mindig leírható, bár a számítások bonyolultak lehetnek, sőt a matematikai nehézségek miatt gyakran csak számítógépek segítségével, numerikus módszerekkel végezhetők el. A számítások sokszor egyszerűsödnek, ha a Newton-törvények mellett bevezetjük a lendület (impulzus), perdület (impulzusmomentum), munka és energia fogalmát és a Newton-törvényekből származtatjuk a rájuk vonatkozó tételeket. Az impulzus, impulzusmomentum és munkatétel azonban gyakran egyáltalán nem, vagy csak korlátozott tartalommal lehet a középiskolai tantervek része. Nagy árat fizethetünk, ha a fenti fogalmakra és tételekre alapozható számítások egyszerűségétől és szépségétől elkápráztatva olyan fogalmi nehézségek elé állítjuk tanulóinkat ami (akár az adott életkorban nem eléggé fejlett absztrakciós készség, akár a szűkös tanítási idő miatti fogalmi túlzsúfoltság okán) lehetetlenné teszi a tananyag megértését. Ezzel egy életre elriaszthatjuk a diákokat a fizikától!

A klasszikus mechanika törvényeivel kapcsolatban gyakran hangzik el, hogy a törvényei nem igazak, a mikrofizika és a relativitáselmélet megjelenésével túlhaladottakká váltak. Megfelelő alapozás után meg kell vonnunk a klasszikus mechanika érvényességi körét és rá kell mutatnunk, hogy ezek az állítások alapvető félreértéseken alapulnak. A klasszikus mechanika évszázados törvényei ma is érvényesek. Rajtuk alapulnak a mérnöki tudományok, felhasználásukkal tudunk hidakat, felhőkarcolókat, modern gépeket, akár robotokat is tervezni és működtetni. A félreértés abból származik, hogy a mikrofizika és a relativisztikus jelenségek megértésével világossá váltak a klasszikus mechanika érvényességi határai. A határokon belül a klasszikus mechanika törvényei pontosak, sőt a jelenségek csak velük közelíthetők meg eredményesen. A kvantummechanika törvényei, vagy a relativitáselmélet nem alkalmas hétköznapi környezetünk közvetlenül érzékelhető jelenségeinek érdemi eredményeket adó leírására.

A dinamika tanítását nehezíti, hogy kulcsfogalmait a köznapi életben gyakran egészen más tartalommal használjuk, mint a fizikában. Az erő vagy a tömeg köznapi és fizikai fogalma között természetesen van több-kevesebb kapcsolat, ez azonban (bár a tanítás során gyakran kell kiindulásként használni) sokszor még inkább nehezíti a fizikai tartalom pontos kialakítását. A kisdiákok természetesen hozzák az iskolába a köznapi szóhasználatot, a tapasztalatokon alapuló fogalmakat, a környezeti jelenségekkel kapcsolatban magukban kialakított magyarázatokat, elképzeléseket. Ezek az ún. „*prekoncepciók*" szükségszerűen ütköznek a fizika azonos szóval jelölt fogalmaival. (Az erő a gyerekeknél elsődlegesen tulajdonságot, képességet jelent, erős a súlyemelő, de akkor is az, ha éppen nem emel mázsás súlyokat, a tömeg elsődlegesen az anyagmennyiség mértéke és a súllyal kapcsolatos, stb.).

Köznapi tapasztalataik alapján a diákok ösztönösen az arisztotelészi mozgáselképzelést hozzák az iskolába, azaz a testek egyenletes mozgatásához állandó erő kell, a magukra hagyott mozgó testek megállnak. Az iskolai fizikatanítás igen fontos feladata, hogy ügyes kísérletekkel, jól megválasztott jelenségek tárgyalásával kognitív konfliktust teremtsen és elérje, hogy a diák korrigálja saját korábbi elképzeléseit és a fizika fogalmait építse be világképébe. Ehhez a hosszú távú fontos feladathoz a fizikatanárnak ismernie kell a tipikus prekoncepciókat és a fizikatanításnak azokat a kritikus pontjait, ahol a korábbi elképzelések akár csak részleteikben is társulnak a fizikatananyaghoz és sajátosan torzítják azt. Ez utóbbi esetben beszélünk fizikai tévképzetekről, amiknek igazi veszélye az, hogy akár évekkel a tévesen rögzült értelmezés után is egyedi, személyenként változó, sajátos ellentmondásokkal nehezíthetik a fizika fogalomrendszerének bővítését.

Gyakori prekoncepciók és tartalmi félreértések, tévképzetek a mechanika tanítása során

Részletek >>>

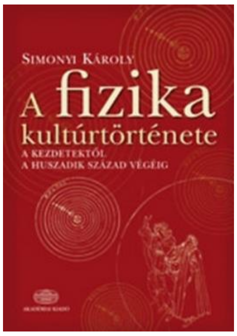
A dinamika alapfogalmai, törvényei a bővülő tapasztalatok, és tudatos kísérletek hatására hosszú évszázadok során alakultak ki. Az Ókorban a mozgásokról a köznapi tapasztalatokból kiinduló naiv elképzelés élt. Arisztotelész úgy gondolta, hogy a mozgás fenntartásához erő kell, a magukra hagyott testek megállnak. A felemelt testek súlyuk hatására leesnek, amelyik súlya nagyobb, gyorsabban, a könnyebb, lassabban. Az arisztotelészi elképzelés szerint a testek mozgása a földön alapvetően más, mint az égi szféra mozgásai. Ezek a tanok a középkor során egyházi támogatást kapva a „hivatalosan igaz" tudomány rangjára emelkedtek, ami komoly akadályt jelentett a kísérleti alapokon elinduló új tudományos szemlélet útjában.

A dinamika fogalmainak fejlődése és zárt törvényrendszerének kialakulási folyamata akkor is tanulságos a fizikatanárok számára, ha az iskolai tanításban nem követhetjük pontosan a történelmi fejlődés kitérőkkel, átmeneti ellentmondásokkal, vitákkal tarkított folyamatát.

!

Simonyi Károly: A Fizika kultúrtörténete

A Dinamika fogalmainak és törvényrendszerének történeti folyamata tanulságos az iskolai fizikatanítás szempontjából.



A dinamikai ismeretek tantervi beillesztése

A dinamika hangsúlyos, diszciplináris tanítása Magyarországon évszázados hagyomány. A Ratio Educationis megjelenésének évében 1777-ben jelent meg Molnár János jezsuita tanár „A Fisikának eleji a Természetiekről Newton tanítványainak nyomdoka szerint" című középiskolai tankönyve, amely először tárgyalta magyar nyelven a Newton-törvényeket. A könyv jelentőségével a szerző maga is tisztában volt. Azt írta: „Lészen olyan idő, hogy valaki e fundamentumra tornyot tégyen, lészen olyan idő, hogy megköszönnyék hazám jövendő növendéki, buzgóságom merészségét, melly valóban nem tsekély volt, hogy ily időben, mellyben az Ország teli vagyon az Illyeneknek deákos értésével, Magyarul is mertem hasonlókkal eléállani" Ettől kezdve a Newton-törvények sztenderd középiskolai tananyaggá váltak. A II. Világháborút megelőző évtizedekben a fizika, és ezen belül a dinamika tanítására is a gimnázium érettségi előtti, utolsó két évfolyamán került sor. A korabeli tantervkészítők ezt a fizika matematika-igényességével indokolták, és a mechanika tárgyalása során valóban építettek is a differenciál- és integrálszámításra. A háború után a nyolc évfolyamos általános iskolában a 6 - 8. évfolyamon, a négyosztályos gimnáziumban a 2-tól a 4. évfolyamig tanítottak fizikát. A dinamika tárgyalása mindkét szinten megjelent. Az általános iskolában inkább jelenségszinten, a gimnáziumban már matematikai formalizmusával együtt került tárgyalásra. Az erő fogalmát az erő alakváltoztató hatására, sztatikus mérésekre építették. Az oktatásirányítás hosszú ideig ragaszkodott ahhoz, hogy minden iskolában ugyanaz a tankönyv legyen kötelező. A kötelező tankönyvet sok kritika érte, és fizikatanárok egy csoportja a 70-es évek elején, az MTA felkérésére új tankönyvet dolgozott ki. Ennek a tankönyvnek a használatát a fizikát megemelt óraszámban tanító „tagozatos osztályokban” engedélyezték.

Alapvető szemléletváltást jelentett az 1978-as tantervi reform, ami az erő bevezetésére kizárólagossá és kötelezővé tette a dinamikai megközelítést. Az új szemlélet váratlanul érte a tanárokat, akik nem kaptak időt és kellő segítséget a módszertani váltáshoz. Az új koncepcióhoz új tankönyv is készült, ami szakmai igényességét tekintve ma is példaértékű, ám taníthatóság szempontjából – éppen magas szintű absztrakciós elvárásai, és szakmailag igényes, de a diákok számára nehezen érthető stílusa miatt – nem bizonyult sikeresnek. Nehezítette a helyzetet, hogy a tankönyv a stroboszkópos mozgásvizsgálat kísérleti technikájára épült, ami az iskolák többsége számára nem volt elérhető. Az órai kísérletezés így egyre inkább elmaradt, és a tanítás a valóságban sohasem látott kísérletek fotó-dokumentumaira épült. Az egyetlen tankönyv kötelező használatát ez a reform is érvényesítette.

Az 1980-as évek második felétől a kötelező érvénnyel egyetlen tantervre és tankönyvre épülő oktatás fokozatosan fellazult. Az új tanterveket, tankönyveket engedélyeztek, és a dinamika tárgyalásmódjában kialakult az a kettősség, ami a mai napig jellemzi fizikaoktatásunkat. A dinamika felépítésében ismét lehetőséget kapott a régi hagyományokkal rendelkező sztatikai erőfogalom és a dinamika alaptörvényének arra építő bevezetése, de megmaradt a párkölcsönhatások kísérleti vizsgálatára alapozó dinamikai tárgyalásmód is. A jelenlegi tantervi szabályozás lehetővé teszi, hogy a tanár szabadon válasszon a két járható út között.

Szakmai szempontból az erő fogalom és a Newton-törvények tárgyalásának mind a statikai, mind a dinamikai útja teljesen korrekt. A középiskolai, illetve általános iskolai tanításban azt az utat kell választanunk, amelyik leginkább megfelel az adott korosztályok életkori sajátosságainak, illetve az osztály összetételének, érdeklődésének. A statikai út logikailag kevésbé zárt, ugyanakkor jobban illeszkedik a tanulók szubjektív tapasztalataihoz, a gondolatmenet nem igényel olyan finom következtetéseket, mint a dinamikai út. Ezért általános iskolában és a fizika fogalmi absztrakcióira kevésbé fogékony osztályokban ezt érdemes követni. A dinamikai bevezetés jó absztrakciós készségű és a fogalmi pontosságra érzékeny tanulócsoportokban ajánlható.

Végezetül szólni kell az új tantervi próbálkozásokról is. A folyamatosan változó körülmények mellett a fizikatanítás hatékonyságának optimalizálására világszerte keresik az új megoldásokat, módszereket. Ez a tantervfejlesztő munkában is megjelenik. A nyugati világban gyakran a diákok érdeklődésének felkeltését, aktivitásuk biztosítását tartják elsődleges tantervszerkesztési szempontnak. Vannak próbálkozások ahol ezt az egyéni, ill. diákcsoportok önálló munkájára építő új módszerek segítségével kívánják elérni (pl. projektmódszer), másutt pedig a kognitív pszichológiai oldaláról közelítve, a tanulási folyamat egyre jobb megismerésére alapozva szervezik rendszerbe a szaktárgyi ismereteket. Elsődleges szempont, hogy a tanultakat a diák ne csak ismerje, és precízen tudja, hanem képes legyen köznapi szituációkban alkalmazni is. Ennek jegyében sok tantervben a pontmechanika nem válik szét kinematikára és dinamikára, hanem az adott mozgás tárgyalása során egyszerre jelenik meg. Vannak tantervek ahol a tanulói érdeklődés felkeltésére a fizikai ismereteket aktuális gyakorlati témák, alkalmazások köré szervezik. Ilyen lehet például a mozgások esetében a gépkocsizás, vagy akár a sport fizikája is. Az új tantervi reformjavaslatok gyakran (de nem szükségszerűen) a diákokkal szemben támasztott követelményeket is minimalizálják. Mellőzik a számításokat, eltekintenek a rendszeres számonkéréstől, a szaknyelv szabatos használatának igényétől, stb. Ezek nagy árat jelentenek a diákok pillanatnyi figyelemmorzsáiért. Igényes tanítás és követelés hiányában diákjaink hamis képet kapnak a természettudományokról, nem ismerik meg a természettudományos gondolkozás belső rendjének szépségét azt az élményt, amit a világ rendjének megismerése, megértése adhat, nem érzékelik a természet megismerésének hatékony módszereit, és a sikereket hozó komoly munkát sem. Arról nem is beszélve, hogy az így tanított diákok számára nagyon megnehezítjük, esetleg teljesen lehetetlenné tesszük, hogy műszaki – természettudományos területen tanuljanak tovább.

Folyamatos fejlesztésre, új lehetőségek felvetésére és kipróbálására mindenképpen szükség van. A tantervi koncepciók kapcsán azonban midig át kell gondolni, hogy a javaslat, tarja-e az ismeretanyagában és módszereiben a tanulócsoport felkészültségének és életkori sajátosságainak megfelelő szintet, és megfelelő-e a klasszikus és modern ismeretanyag aránya.

1. A Newton-törvények

A newtoni dinamika, s benne az erő és tömeg fogalmának bevezetése a fizikatanítás egyik legkritikusabb pontja. Ezekkel a fogalmakkal és törvényekkel kezdődik el a természeti jelenségek oksági törvényeinek mennyiségi leírása. A későbbiek során ez nem csupán a fizika, de az egyéb természettudományos diszciplínák tanításában is alapvető szerepet tölt be, mind a fogalmi rendszer, mind a hozzá kapcsolódó matematikai leírás megismerésével.

A newtoni mechanika tanítását nehezíti, hogy a tanulók tapasztalatai és korábbi tanulmányaik során szerzett előismeretei sok tekintetben ellentmondani látszanak a Newton-féle törvényrendszernek. A tanítás során ezeket a prekoncepciókat mindenképpen meg kell változtatni, s mivel igen gyakran a tapasztalatokban gyökereznek, lehetőleg a tanulók önálló (de természetesen), irányított tapasztalatszerzésének útján. A pedagógiai vizsgálatok azt mutatják, hogy a dinamikával kapcsolatos prekoncepciók igen mélyen gyökereznek, s pusztán verbális úton, vagy feladatmegoldással nehezen változtathatók.

A tanításban a tanári magyarázatra és a gyakorlófeladatokra is szükség van, hiszen éppen ezek segítik a tanulókat a világos fogalomalkotáshoz, ill. a törvényrendszer alkalmazásában való jártassághoz. Ugyanakkor az is megkérdőjelezhetetlen minden gyakorló tanár számára, hogy a gyakorlófeladat megoldásában szerzett készség gyakran nem jelent biztosítékot arra, hogy a diák alapvetően megértette a fogalom és törvényrendszer lényegét. Ehhez világos tanári magyarázatra, feladatmegoldásra, és olyan kísérleti és elméleti problémák megoldására van szükség, amelyek során a mélyen gyökerező prekoncepciók ellentmondásai kiderülnek, és a tanulók elsajátítják és elfogadják a korrekt gondolatmeneteket. Ez a folyamat a diákok többsége esetén nem egyetlen „megváltó” pillanat hatására, hanem több lépcsőben és hosszabb idő alatt zajlik le

Ebben a fejezetben a newtoni mechanika tanításának néhány kritikus pontját részletezzük. Célunk nem a mechanika anyag kifejtése, hanem a tanítás szempontjából problematikus részek megvilágítása. A Newton-törvények filozófiai, ismeretelméleti megalapozásával, de még a törvényrendszer oktatási felépítésével és módszertani szempontból való leírásával is könyvtárnyi irodalom foglalkozik. A newtoni dinamika tárgyalását mind általános, mind középiskolai szinten a hazai tankönyvirodalom is, mint már említettük, többféle módon kezeli, s a különböző módszertani lehetőségek iránt elkötelezettek heves vitákat folytattak.

Véleményünk szerint akár a módszertani, akár az esetleges logikai problémák megoldásakor legfeljebb a történeti háttér felvázolásában érdemes Newton eredeti művéhez, a Principiához visszanyúlni. A kérdéskör történetének feldolgozása mutatja [Simonyi], hogy Newton a meglévő tapasztalatok összegezésekor nem alkotott mai szemmel is zártnak tekinthető logikai rendszert. (Előrebocsátjuk, hogy erre az iskolai tanítás során sem kell törekednünk, a törvények és a hozzájuk tartozó fogalomrendszer bevezetése nem tehető meg logikailag zárt módon, a kísérleti tapasztalatok mindig egyedi esetekre vonatkoznak, s az általánosításokat végső soron az támasztja alá, hogy a törvényrendszer széles jelenségkör leírására alkalmas.)

1.1. A tehetetlenség törvénye

A tehetetlenség törvényének szokásos megfogalmazása: „Minden test mindaddig megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, míg más test annak megváltoztatására nem készteti.” A törvényt, bár lényegét már Galilei és Descartes is felismerte, a fenti formában Newton fogalmazta meg és tette a mechanika alaptörvényévé. Ez az oka, hogy szokás Newton I. törvényének is nevezni.

A törvény kimondásakor meg kell mutatnunk azt a tapasztalati alapot is, amire építve eljutunk hozzá. Erre direkt kísérletek nem állnak rendelkezésre, hiszen tapasztalatszerzésre csak földi körülmények között van módunk. Olyan kísérleteket kell tehát bemutatni, amelyek mutatják a minden testtől távoli körülményekre történő extrapoláció lehetőségét és eredményét.

Kísérletek a tehetetlenség törvényének bevezetésére

Részletek >>>

A tehetetlenség törvényének megértésével kapcsolatos nehézségek döntően a „józan ész” diktálta szabályok következményei. Ezek a „szabályok” a nagy tömegű nehéz testek viselkedésére vonatkozó tapasztalatainkból erednek. A tanulók hétköznapi tapasztalatai azt diktálják, hogy a nyugalom és a mozgás között lényeges különbség van, így természetesnek tűnik a kérdés, hogy mi tartja mozgásban a testeket, holott a newtoni elmélet szerint inkább az a jogos kérdés, hogy mitől áll meg a mozgó test. A tapasztalatok szerint ezek a „naiv” elképzelések igen mélyen gyökereznek a tanulókban, nagyon fontos azonban, hogy tisztában legyünk azzal, hogy a helytelen elképzelések ezen a területen az esetek nagy részében nem azt jelentik, hogy a tanulók nehéz felfogásúak, vagy tudatosan ellenállnak a tananyag megértésével szemben. A problémát inkább az okozza, hogy a hétköznapokból származó terminológiát (tehetetlenség, tömeg, impulzus, erő, energia stb.), az adott szinten anélkül használjuk, hogy a fizikán belüli pontos jelentésüket tisztáznánk. A hétköznapokból származó kifejezések fizikai terminológiaként való pontatlan használata súlyos akadály lehet a hibás prekoncepciók leküzdésében.

A tehetetlenség megértését vizsgáló tanítási tapasztalatok szerint a törvény biztos értéséhez és használatához gyakran még akkor sem elegendő a törvény pontos megfogalmazása, ha a törvényt a benne megjelenő extrapolációt alátámasztó kísérletekre alapoztuk. A tanulók nagy része pontosan megtanulja a törvényt, amikor azonban adott fizikai helyzetre vonatkozóan kell alkalmazni, s előre megjósolni egy kísérlettel kapcsolatban, hogy mi történik, gyakran újra előkerülnek a korábbi téves elképzelések. A törvény készség szintű alkalmazása csak akkor várható, ha a tanulók sokféle esetben szembesülnek saját téves elképzeléseikkel.

A mechanika törvényrendszerében a tehetetlenség törvénye kettős jelentésű, egyrészt tartalmazza, hogy a minden más testtől távoli objektumok esetén létezik olyan koordinátarendszer, amelyben a vizsgált test egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, másrészt rámutat arra, hogy a természetes állapot megváltozása csak más testtel való kölcsönhatás révén mehet végbe. A mechanikában ezeket a kölcsönhatásokat vizsgáljuk, és írjuk le az erő fogalmával. Ily módon mondhatjuk, hogy Newton első törvénye az erő kvalitatív definícióját is megadja.

A tanítás során – különösen a bevezetés fokán – természetesen nem mehetünk bele a törvény értelmezésébe a fenti részletességgel. Célszerű az inerciarendszer definícióját a törvénytől elválasztani, s a törvényt az állócsillagokhoz rögzített koordinátarendszerre vonatkoztatva kimondani.

Az inerciarendszer fogalma

A tehetetlenség törvényét, bár földi körülmények között tapasztalt jelenségekből szűrjük le, a minden más testtől távol mozgó objektumokra mondjuk ki. A második Newton-törvény után gyakran merül fel a kérdés diákjainkban, miért van szükség igazán az első törvényre, hiszen az a második törvény speciális eseteként (erőmentes állapot) is adódik. Az első törvény előrebocsátása azért szükséges, mert rá alapozva definiálható az inerciarendszer fogalma. A törvény tartalma ezt hangsúlyozva fejezhető ki:

Mindig található olyan koordináta-rendszer, amelyben a minden más testtől távol elhelyezkedő testek nyugalomban vannak, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

Az ilyen koordináta-rendszereket nevezzük **inerciarendszereknek**. A mechanika törvényeit, hacsak külön meg nem szabjuk a koordináta-rendszert, mindig inerciarendszerben fogalmazzuk meg. Az inerciarendszer fogalmának megértetése a gimnáziumi osztályokban fontos tartalmi kérdés, de a fogalmat már általános iskolában is elő kell készíteni.

Fontos kérdés tehát, hogy hogyan jelölhetünk ki inerciarendszert. Elvileg ez a világűrben minden más testtől nagy távolságban elhelyezkedő (mozgó) testek segítségével tehető meg. Gyakorlati szempontból az állócsillagokhoz, tehát például a Naphoz rögzített koordinátarendszer inerciarendszernek tekinthető, s a középfokú oktatás során legtöbb esetben nem is érdemes a kérdéssel bővebben foglalkozni.

A bevezetés szintjén azonban hallgatólagosan a Földhöz rögzített (laboratóriumi) koordináta-rendszert is elfogadhatjuk inerciarendszerként. (Ez a koordináta-rendszer a Föld pálya menti mozgása és elsősorban tengely körüli forgása miatt természetesen nem inerciarendszer, az eltérés azonban a hétköznapi jelenségek tárgyalása során csak kis hibát okoz, s amíg a tanulók nem bolygatják a kérdést, vagy nem tárgyalunk olyan tananyagot, ahol éppen a Föld forgásának következtében lépnek fel speciális hatások (a nehézségi erő változása, Coriolis-erő következményei stb.) addig a Newton-törvények alkalmazásakor is használhatjuk koordinátarendszerként.

Az inerciarendszer kapcsán óhatatlanul felmerül a kérdés, hogy hogyan dönthetjük el adott koordinátarendszerről, hogy inerciarendszer-e vagy sem. Ez viszonylag egyszerűen megtehető, pl. egy fonalingával. Helyezzük el az ingát inerciarendszerben, pl. álló kiskocsira és jelöljük meg egyensúlyi helyzetét! Mozgassuk ezután a kocsit a vizsgálni kívánt koordinátarendszerrel együtt! Ha az inga nyugalmi helyzete változatlan marad, akkor ez az újabb koordinátarendszer is inerciarendszer. Érdemes néhány egyszerű esetet ezzel kapcsolatban részletesebben megvizsgálni. Ha az ingát hordó kocsi elindul, az indulás pillanatában az inga kilendül. Amennyiben a kocsi viszonylag hosszabb ideig állandó gyorsulással mozog, akkor az inga kilendülése meghatározott helyzetben stabilizálódik. Ha a kocsi sebessége állandóvá válik, akkor az inga hosszabb-rövidebb csillapodás után eredeti egyensúlyi helyzetébe tér vissza és ott nyugalomban marad. Megállapítható tehát, hogy az egyenletesen mozgó kiskocsihoz rögzített koordináta-rendszer inerciarendszer, a gyorsuló kocsihoz rögzített azonban nem az.

Kimondhatjuk tehát, hogy **ha találunk egy inerciarendszert, akkor a hozzá képest állandó sebességgel mozgó koordináta-rendszerek mindegyike inerciarendszer.**

1.2. Az erő fogalmának bevezetése és Newton II. törvénye

Az erő (és a tömeg) fogalmának bevezetése – kapcsolódva Newton II. törvényéhez – a tanítás minden szintjén nagy problémát jelent. A nehézségek azonban szinte kizárólag didaktikai jellegűek. A mechanika ugyanis a fizikának elméleti szempontból talán legrészletesebben kidolgozott része. Valószínűleg ez az oka annak, hogy a tanításban erős a csábítás, hogy már a bevezetés fokán rendkívül alaposan dolgozzuk ki a legapróbb részleteket is. Úgy gondoljuk, hogy ez az axiomatikus szintű logikai tisztaság a fogalmak bevezetésekor felesleges teher, hiszen sem a Newton-törvények, sem az erőfogalom teljes tartalma nem bontható ki anélkül, hogy kellő mélységben ismernénk a fizika egyéb fejezeteit is. Természetesen ez nem azt jelenti, hogy az alapozó ismereteket pongyolán kellene kezelni, hanem csak annyit, hogy a dinamika törvényeinek megalapozását mesterkélt ellenpéldák nélkül végezzük el.

A dinamika alaptörvényének tanításakor az alapvető problémát az jelenti, hogy az erő, tömeg, gyorsulás fogalomhármasból csak a gyorsulás fogalma ismert a tanulók számára. Az erő és a tömeg fizikai fogalma az alaptörvénnyel egyidejűleg, esetleg azt közvetlenül megelőzve kerül tárgyalásra. További nehézséget jelenthet, hogy mind az erő- mind a tömeg fogalom bizonyára sokféle prekoncepciót hordozva, de már él a tanulókban. (A tömeget az anyagmennyiség mértékeként ismerik, az erő pedig a hétköznapi életben sokféle jelentéssel előfordul.) A mechanika alap és középfokú tanításban az erőfogalom és a dinamika alaptörvényének bevezetésére lényegében kétféle (a statikai és a dinamikai) út között választhatunk.

A kétféle módszer nem egyszerűen az erőfogalom bevezetésében különbözik, hanem a teljes törvényrendszer tanításának gondolati vezérfonalát és a törvények célszerű bevezetési sorrendjét is megszabja. Ezért a részletekbe menő tárgyalás előtt, a könnyebb áttekinthetőség kedvéért, mindkét módszer esetén összefoglaljuk a gondolatmenet fogalmi vázát. Természetesen a bevezető oktatásban ezt a teoretikus rendszert oldani lehet és kell.

Bármilyen utat is választunk azonban a fogalmi bevezetésre, már ekkor is elsődlegesen a törvényrendszer alkalmazását kell szem előtt tartanunk, azaz célként a mozgásegyenletek felírását és biztos értését kell kezelnünk.

Végül megemlítjük, hogy az erőfogalom az elméleti fizika Lagrange függvényes tárgyalásában elveszíti centrális szerepét. Ez jól mutatja, hogy a bevezető tanulmányokban centrális szerepet játszó erőfogalom a mozgásegyenletek felírásának olyan eszköze, ami más módszerek alkalmazása esetén háttérbe szorulhat.

Az erőfogalom deduktív bevezetése

Részletek >>>

1.2.1. A Newton-törvények tárgyalása a sztatikai erőfogalomra alapozva

Az erőfogalom statikai bevezetésekor a dinamika alaptörvényét és Newton-törvényeket nagy vonalakban az alábbi lépésekben tárgyalhatjuk:

1. A tehetetlenség törvényének kimondása, s ezáltal az inerciarendszer definíciója.
2. Empirikus erőskála definíciója alkalmas mérőeszköz segítségével.
3. Az $F \sim a$ törvény kimondása mérési eredmények alapján.
4. A tömeg definíciója az $F/a = m$ összefüggéssel.
5. A hatás-ellenhatás törvényének kimondása.
6. Az erőhatások függetlenségének elve.

Az erőfogalom

Ebben a tárgyalásmódban az erő fogalmát empirikus úton, mérési utasítással vezetjük be. A mérési utasítással történő fogalom-bevezetésre vonatkozóan Carnap állapított meg általános kritériumokat. A Carnap kritériumokat természetesen nem kell a diákokkal megismertetnünk, a tanár számára azonban jó vezérfonalul szolgálhatnak a tanítási folyamat megtervezésekor.

„Carnap-kritériumok”. A mérési utasításra alapozott fogalom bevezetés kritériumai

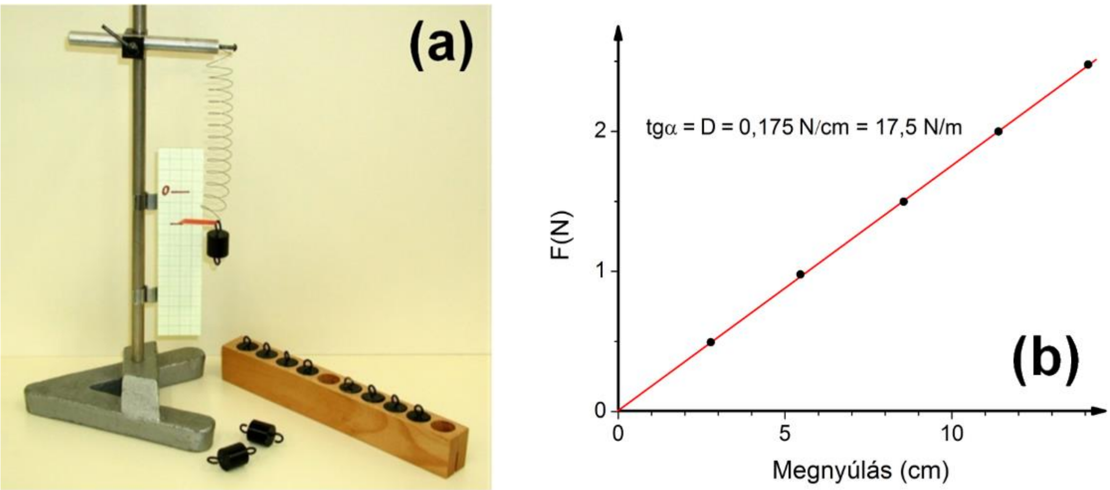
Részletek >>>

Az empirikus erőfogalom a bevezetés fokán azért előnyös, mert ezután a dinamika alaptörvénye két egymástól függetlenül mérhető mennyiség, az erő és a gyorsulás közötti kapcsolat kísérleti megállapítására alapozható.

Az általános iskolában szinte kizárólagosan ez a módszer ajánlható, mert ekkor szervesen építhetünk a tanulók meglévő szubjektív tapasztalataira. (Szinte minden diák rendelkezik tapasztalatokkal a rugók megnyújtásához illetve a testek felemeléséhez szükséges erőkre vonatkozóan. Sokan ismerik a piacokon pl. dinnyevásárláskor használatos rugós erőmérőt is.) Ezekre a szubjektív tapasztalatokra hivatkozva készíthetünk objektív erőmérő eszközt! Megállapítható, hogy megfelelően választott testek (pl. rugók) erő hatására jól reprodukálódó módon deformálódnak, s ha a rugót megfelelő módon választott erők segítségével skálázzuk, akkor lineáris skálájú erőmérőhöz juthatunk. A rugós erőmérő készítésének részletes leírása szinte minden bevezető tankönyvben megtalálható, ezért itt csak a gondolatmenet kritikus pontjaira hívjuk fel a figyelmet.

Az erőmérő skálázásához erőegységet kell választanunk. A gondolatmenet egyszerű marad, ha az erő egységét önkényesen megválasztva, a rugó adott megnyúlásával definiáljuk, és feltételezzük, hogy a rugó megnyúlása lineárisan változik az erővel. Ekkor azonban az erőfogalom az adott rugóhoz kötődik és az így definiált erőegység nehezen alkalmazható etalonként, mert nem időt álló és pontos reprodukálása sem egyszerű. Emiatt az erő egységét többnyire érdemes azonnal meghatározott test súlyához kötni. A tapasztalat szerint a nyugalomban lévő testek adott földrajzi helyen jól meghatározott erővel nyomják az alátámasztást, ill. húzzák a felfüggesztést. Ez az erő a Föld vonzóereje (és forgása) következtében jön létre és adott test esetén igen pontosan állandó. Célszerű tehát, ha az erő egységét jól meghatározott testnek a rugóra gyakorolt húzóerejével, súlyával definiáljuk. Ezt a testet teljesen önkényesen választhatjuk meg.

Az így választott erőegység előnye, hogy ekkor az erő egyszerűen többszörözhető (és részekre is osztható), s a rugó erőtörvényének linearitása is egyszerűen ellenőrizhető. Az eljárást az 1. ábra szemlélteti.



1. ábra. (a) Erőskála bevezetésére alkalmas mérési összeállítás és (b) a mérés eredményeként kapott erő (F) – megnyúlás diagram. Az adatpontokra illesztett egyenes meredekségéből a rugó rugóállandója is számolható.

A skála bevezetésekor több logikai probléma is felmerül. Fel kell tételeznünk, hogy ha egy test két erő egyidejű hatása alatt van egyensúlyban, akkor a két erő nagysága egyenlő, továbbá az erő többszörözésekor (több azonos súlynak az erőmérőre akasztásakor) fel kell használnunk az erőhatások függetlenségének elvét is.

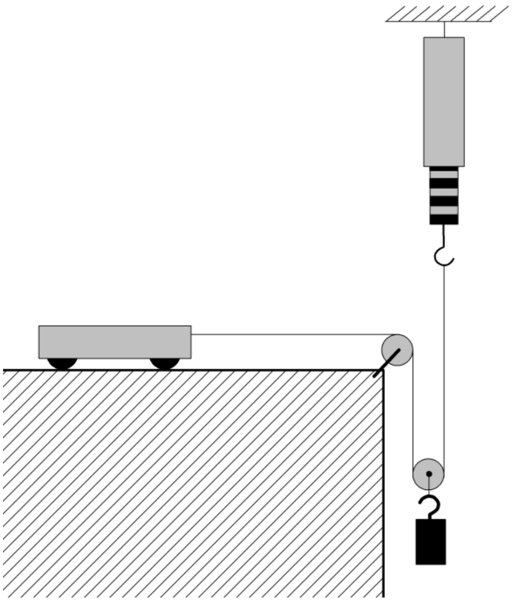
Ezen a ponton tehát mindenképpen olyan feltevésekkel kell élnünk, amelyek szisztematikus igazolására (erőegyensúly) vagy törvényként kimondására (szuperpozíció-elv) csak később kerül sor. Mivel a tanítás során nem érdemes axiomatikus szigorra törekednünk, s ezeket a „logikai hibákat” a tanulók többnyire minden további nélkül elfogadják, részletes megbeszélésükre csak különösen indokolt esetben érdemes időt fordítani.

Az F ~ a kapcsolat kísérleti alátámasztása

Az empirikus erőfogalom birtokában az erő és a gyorsulás közötti kapcsolat speciális esetekben kísérletileg viszonylag egyszerűen meghatározható. A mérések során a gyorsulás általában könnyen mérhető, akár számítógépes gyorsulás-szenzorral akár a klasszikus, út – idő mérésen alapuló $a = 2s/t^2$ összefüggés alkalmazásával.

Az erő mérése már sokkal több problémát okoz, még a modern technikai eszközök felhasználása esetén is. A tankönyvirodalomban ajánlott kísérleti elrendezések lényegében két csoportba sorolhatóak aszerint, hogy közvetlen erőmérést alkalmaznak, vagy az erőhatás mértékére közvetett módon, többnyire valamilyen test súlyából származtatva következtetnek.

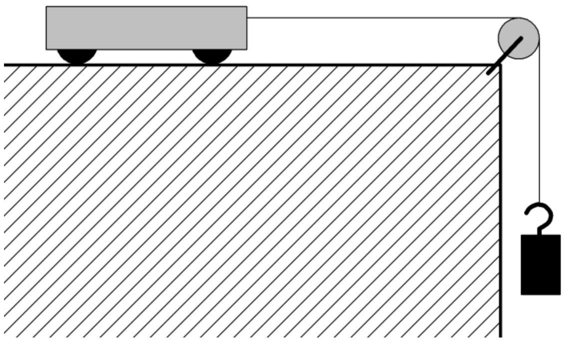
Az erő közvetlen mérésére alapozott kísérlet klasszikus példája a 2. ábrán látható elrendezés:



2. ábra. Az erő közvetlen leolvasására alapozott (erő – gyorsulás) mérés sematikus kísérleti összeállítása.

A kísérlet során a mozgócsigára különböző testeket akasztva, mérjük a kiskocsi gyorsulását és a fonálra kapcsolt erőmérővel a kocsira ható erőt. Vegyük észre, hogy a kiskocsit a fonalerő gyorsítja, s a dinamométer éppen ezt az erőt méri. Az erő nagyságára tehát nem a csigára akasztott testek tömegéből következtetünk.

A mért értékpárokat erő – gyorsulás grafikonon ábrázolva megállapíthatjuk, hogy a mérési pontok olyan egyenesre illeszkednek, amely jó közelítéssel az origón megy át, azaz $F \sim a$. Megjegyezzük, hogy az erő mérése a kísérlet során gyakran nehézkesen valósítható meg, mert a mozgás egyenletesen gyorsuló szakasza rövid, ezért az erőmérő csak nehezen olvasható le. Ezt a problémát gyakran az ábrán látható egyszerűsített mérési összeállítás alább ismertetett elvileg hibás értelmezésével kívánják kiküszöbölni.



3. ábra. Elvi hibás mérési összeállítás erő – gyorsulás kapcsolat mérésére.

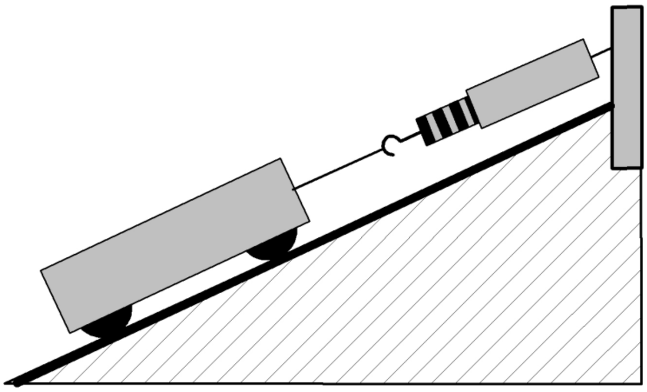
A sima vízszintes felületre helyezett kiskocsit a fonalra akasztott testek gyorsítják, ennek megfelelően mérjük az erőt a fonalra akasztott egyforma testek számával. A gyorsulást a testek számának függvényében ábrázolva azonban csak kicsiny gyorsulások mellett kapunk egyenest. A hibát az okozza, hogy a vízszintes felületen mozgó testet valójában a kötélerő gyorsítja. A kötélerő pedig a gyorsulás miatt nem arányos a kötél végére akasztott testek számával. ($K = nm(g - a)$, ahol n a testek száma, m egyetlen test tömege, g a nehézségi gyorsulás, a pedig a fonalra akasztott testek gyorsulása.) A kísérlet helyes értelmezése könnyen megadható a rendszert alkotó testekre felírt mozgásegyenletek segítségével, azonban ezzel már a törvény bevezetésekor megelőlegezzük a törvény érvényességét, sőt bonyolult körülmények közötti alkalmazását kívánjuk a tanulókra erőltetni. Ez óriási didaktikai hiba!

Elvileg helyes eredménnyel, de hasonlóan téves értelmezéssel szokták az Atwood-kísérlet különböző változatait is felhasználni a dinamika alaptörvényének bevezetésére.

Az Atwood-gép **(**klasszikus kísérleti összeállítás, amit gyakran hibásan alkalmaznak)

Részletek >>>

Végül egy kevésbé gyakran alkalmazott kísérleti lehetőséget említünk a dinamika alaptörvényének igazolására. Változtatható hajlásszögű lejtőre helyezzünk könnyen guruló kiskocsit, és tartsuk egyensúlyban a lejtővel párhuzamos erőt kifejtő dinamométerrel (4. ábra).



4. ábra. Mérési összeállítás $F \sim a$ kapcsolat igazolására, lejtőn leguruló kiskocsi segítségével.

Az erő leolvasását követően engedjük legurulni a kiskocsit és mérjük a gyorsulását (pl. mérjük adott s útszakasz megtételéhez szükséges időt és meghatározzuk a gyorsulást a $a = 2s/t^2$ összefüggésből). Ezután a lejtő több különböző hajlásszögű állása mellett megismételjük a mérést. Feltételezhetjük, hogy az egyensúlyban tartáshoz szükséges erő nagysága megegyezik a magára hagyott kiskocsit a lejtő mentén gyorsító erő nagyságával. Ezután az erő – gyorsulás összefüggés grafikus ábrázolásával igazolhatjuk az $F \sim a$ kapcsolatot.

A tehetetlen tömeg fogalmának bevezetése

Az egymástól független mérési utasítással bevezetett gyorsulás és erő közötti arányosságot kimérve megállapíthatjuk az arányossági tényező értékét. Különböző testeket ugyanakkora erőkkel gyorsítva kiderül, hogy az arányossági tényező értéke a gyorsított testre jellemző érték. Minél nagyobb az arányossági tényező, annál nagyobb erő szükséges ahhoz, hogy a testet adott mértékben gyorsítsuk. A tehetetlenség törvénye szerint a testek csak más testekkel való kölcsönhatás miatt változtatják meg mozgásállapotukat. A testeknek ezt a tulajdonságát a testek tehetetlenségének tulajdonítjuk, és tehetetlen tömegnek, röviden tömegnek nevezzük.

A tömeg szó azonban már biztosan él a tanulókban más jelentéssel. Anyagmennyiségként való értelmezését korábbi tanulmányaikból (kémia, természetismeret) biztosan ismerik. Most hangsúlyoznunk kell, hogy a tömeg szó kettős jelentésűvé vált, jelenti az anyagmennyiséget és a tehetetlenség mértékét is, ami azt jellemzi, hogy a test adott erő hatására milyen mértékben gyorsul. A két tulajdonságról azonban azonos anyagból készült testek esetén könnyen megállapítható, hogy ahányszor nagyobb anyagmennyiséget tartalmaz az egyik test, mint a másik, ugyanannyiszor nagyobb a tehetetlen tömege is. A két tulajdonság általában is arányos egymással.

A tömeg dimenziója a fenti tárgyalásmód szerint származtatott mennyiség: $[m] = [F]/[a]$.

Az SI és az erő mértékegysége

Részletek >>>

A dinamika alaptörvényének ismeretében azonban már célszerű áttérni az erő SI egységére. Az $F = ma$ törvény alapján új erőegységet vezethetünk be az egységnyi tömeget (a tömegetalont) egységnyi gyorsulással mozgató erővel. Ekkor az erő a származtatott mennyiség, egysége a newton:

$$1N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}.$$

A statikai módszer legfőbb előnye, mint már említettük, hogy a dinamika alaptörvénye, amely a newtoni mechanika alapját képezi, két egymástól függetlenül mérhető mennyiség (gyorsulás és erő) között kísérletileg meghatározható összefüggésként jelenik meg.

1.2.2. Az erőfogalom dinamikai bevezetése

Az erőfogalom dinamikai bevezetése az alábbi logikai lépésekben történhet:

1. A tehetetlenség törvényének kimondása és az inerciarendszer definíciója,
2. Két test kölcsönhatásának vizsgálatában a tehetetlen tömeg, majd ezt követően a test mozgásállapotát jellemző impulzus (I) fogalmának bevezetése,

3. Az erő definíciója két kölcsönható test esetén az
$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}$$
összefüggéssel,
4. A hatás-ellenhatás törvényének kimondása,
5. Az erőhatások függetlenségének kimondása és a
$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$
egyenlet felírása.

Ebben a felépítésben a kísérleti alapot a newtoni dinamika kifejlesztésében történetileg is igen fontos ütközési kísérletek szolgáltatják. A leírás logikailag zárt, és ennek következtében nagyon absztrakt. Ugyanakkor jól megmutatható, hogy a bevezetett fizikai fogalmak természetes célszerűséggel illeszkednek a tapasztalati tényekhez.

Az ütközési kísérletek és a testek tömege.

A tananyag tárgyalását megfigyelésekkel és mérésekkel kezdjük! Ütköztessünk légpárnás sínen mozgó kiskocsikat és pl. fénykapus rendszer segítségével mérjük a kocsik ütközés előtti és ütközés utáni sebességét. A kocsik kölcsönhatása következtében létrejövő mozgásállapot-változás legszembeötlőbb megnyilvánulása a sebességváltozás. A kísérletek azonban azt mutatják, hogy a testek nagysága (tehetetlensége) is szerepet játszik benne, hiszen nagyobb tömegű kocsi sebessége ugyanolyan körülmények között kevésbé változik, mint a kisebbé.

Megállapíthatjuk, hogy amennyiben tökéletesen egyforma (egyenlő tömegű) kocsikat ütköztetünk tökéletesen rugalmasan, akkor az ütközés során sebességet cserélnek. (Az egyik kocsi a másik korábbi sebességével halad tovább és fordítva.) Válasszunk először három különböző méretű kiskocsit $(1, 2, 3)$, és páronként ütköztessük össze őket, majd határozzuk meg a kocsik ütközéskor bekövetkező sebességváltozását. Legyen $\Delta v_1^{(2)}$ és $\Delta v_2^{(1)}$ rendre az 1. és 2. kocsi sebességváltozásának nagysága, amikor egymással ütköznek (a felső index arra utal, hogy az adott kocsival melyikkel ütközik). Amennyiben az 1. és 2. jelű kiskocsi nem egyforma, akkor sebességváltozásuk látszólag semmilyen kapcsolatban sincsen egymással. Bevezethetjük azonban az önkényes m_1 és m_2 szorzókat úgy, hogy
$$m_1 \Delta v_1^{(2)} = m_2 \Delta v_2^{(1)} \,.$$
Hasonló eljárást követve az 1. és 3. kocsikkal, találhatunk olyan szorzót, amellyel teljesül az
$$m_1 \Delta v_1^{(3)} = m_3 \Delta v_3^{(1)}$$
összefüggés. Ha az m_1, m_2 és m_3 faktorok valóban a kocsik tulajdonságát fejezik ki, akkor az m_2 és m_3 faktorokkal kielégíthető kell, hogy legyen a 2. és 3. kocsik ütközése során mért sebességváltozásokra vonatkozó
$$m_2 \Delta v_2^{(3)} = m_3 \Delta v_3^{(2)}$$

összefüggés is.

Másképpen fogalmazva, ha az ütközések során a mért sebességváltozások és az ütköző testekre jellemző faktorok segítségével felírt túlhatározott egyenletrendszer megoldható, akkor valóban a testekre jellemző állandót találtunk. Ezt az állandót nevezzük a test tömegének!

Az eljárás természetesen tetszőleges számú kiskocsi páronkénti összeütköztetésével is megismételhető, s akkor a túlhatározott egyenletrendszer egyenleteinek száma rohamosan nő az ismeretlenek számához képest. (Tíz kocsi esetén már 45 összefüggést mérhetünk ki a páronkénti ütköztetésekkel, az ismeretlenek száma pedig mindössze tíz.). Általában tehát a mérésekből adódó

$$m_l \Delta v_l^{(k)} = m_k \Delta v_k^{(l)} \quad (k, l = 1, 2, 3, \dots, n\,;\ k \neq l)$$

túlhatározott egyenletrendszer a tapasztalat szerint mindig kielégíthető. Az egyenletben az eddigi jelöléseknek megfelelően m_l az l-ik test tömege, $\Delta v_l^{(k)}$ pedig sebességváltozása, ha a k-ik testtel ütköztettük. Az egyenletrendszerből azonban még így sem határozható meg a testek tömegének számértéke, mert ha minden tömeget ugyanazzal a számmal megszorzunk, akkor az egyenletrendszer továbbra is teljesül. A megoldás csak akkor válik egyértelművé, ha valamelyik tömeg számértékét önkényesen megválasztjuk.

Tetszőleges test m_x tömege tehát úgy határozható meg, hogy ismert m tömegű testtel ütköztetjük és megmérjük a sebesség változásokat, amiből a fentiek alapján

$$m_x = \frac{m\Delta v}{\Delta v_x}$$

eredmény adódik, ahol Δv_x az ismeretlen, Δv az ismert tömeg sebességváltozásának nagysága. Megjegyezzük, hogy bár az ütközési kísérlet elvileg lehetőséget biztosít a tömeg mérésére, a tömeget a gyakorlatban többnyire mérleggel mérjük.

Az ütközési kísérlet alapján lehetőség nyílik az egységnyi tömeg definiálására és az etalon tetszőleges számban történő reprodukálására. (Egységnyi tömegként természetesen most is a Sevresben őrzött tömegetalont definiáljuk.) A tömeg ebben a tárgyalásban természetes módon alapmennyiség, ami megkönnyíti a SI mértékek bevezetését és használatát.

A mérésekből adódó túlhatározott egyenletrendszerek mindig valamilyen fizikai törvény létezésére utalnak! (Ez az eljárás használható pl. annak igazolására is, hogy a Coulomb-törvényben a töltések közötti erőhatás arányos a töltések szorzatával.)

Számítógépes méréssorozat az erőfogalom dinamikai bevezetését megalapozó ütközési kísérletekhez

Részletek >>>

A mozgásállapot jellemzése és az erő fogalma

A kísérletek alapján kézenfekvő, hogy az ütközés következtében létrejövő mozgásállapot-változás a

$$\Delta I = m\Delta v$$

szorzattal jellemezhető, ahol m a test tömege. Ezen a ponton tehát **érdemes bevezetni a test mozgásállapotának mennyiségi jellemzésére a lendület** (mozgásmennyiség, impulzus) **fogalmát** a

$$I = mv$$

definícióval. (Megjegyezzük, hogy a hazai szakirodalomban leginkább az impulzus elnevezés terjedt el, egyre inkább tért hódít azonban a lendület megnevezés. Ezt, amellett, hogy nem idegen szó, azért is érdemes támogatni, mert az impulzus a külföldi szakirodalomban erőlökés jelentésű.)

A kiskocsikat különböző minőségű rugós ütközőkkel ellátva tapasztalható, hogy ugyanaz a mozgásállapot-változás különböző idő alatt is végbemehet. Szubjektív erőérzetünk azt diktálja, hogy ha ugyanazt a mozgásállapot változást rövidebb idő alatt hozzuk létre, akkor nagyobb erőt kell kifejtenünk, ezért a mechanikai kölcsönhatás folyamatának jellemzésére szolgáló erőt célszerű az

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t}\left(\approx \frac{dI}{dt}\right)$$

definícióval meghatározni. Az erő $F = \Delta I/\Delta t$ definíciója alapján természetesen adódik az erő SI mértékegysége, mint az egységnyi idő alatt bekövetkező egységnyi lendületváltozás. (Ami ekvivalens az egységnyi tömeget egységnyi gyorsulással mozgató erővel).

$$1\,newton = 1\,N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}.$$

Vegyük észre, hogy az ütközési kísérletekben az egyszerűség kedvéért a sebességváltozás nagyságával írtuk fel az egyenleteket, a lendület és az erő definíciójában azonban már előjeles mennyiségek szerepelnek. **Ezen a ponton célszerű az erő vektoriális jellegét tapasztalatokra hivatkozva kimondani.** A lendület és a lendületváltozás vektorjellege természetesen adódik, hiszen a sebesség vektormennyiség. Ennek megfelelően az erő is az. Az általános definíciót tehát az

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta m\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}\left(\approx \frac{d\mathbf{I}}{dt}\right)$$

összefüggés adja meg. A definíció tartalmát a tanítás során példákkal kell megvilágítani. Különösen fontos a vektorok különbségének helyes használata! (Alkalmas feladatok találhatók a közismert Dér Radnai Soós Fizikai Feladatok című könyvében.)

1.3. A hatás-ellenhatás törvénye (Newton III. törvénye)

A hatás-ellenhatás törvénye az erőfogalom dinamikai tárgyalása során szinte magától értetődő következménye az erőfogalom bevezetésének, s logikailag tisztán jelenik meg a törvényrendszerben. A statikai út logikailag nem szigorú, ezért a törvény részletekben a téma feldolgozása során több helyen is megjelenhet.

1.3.1. A hatás ellenhatás törvénye a dinamikai erőfogalom keretében

Az erőhatás fogalmát a testek kölcsönhatásának leírására vezetjük be. Az ütközési kísérletekre alapozott definícióból, ill. a mérésből azonnal következik, hogy az 1. testre a 2. által kifejtett

$$\mathbf{F}_{\boldsymbol{A}} = \frac{\Delta \mathbf{I}_A}{\Delta t}$$

erő és a 2. testre 1. által kifejtett

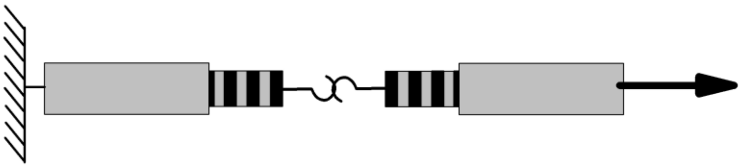
$$\mathbf{F}_{\boldsymbol{B}} = \frac{\Delta \mathbf{I}_B}{\Delta t}$$

erő között fennáll az $\mathbf{F}_{\boldsymbol{A}} = -\mathbf{F}_{\boldsymbol{B}}$ összefüggés, azaz az egyik test ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki a másikra, mint a másik őrá. Ez a hatás-ellenhatás törvénye, amelyet, mivel Newton axiómarendszerében is szerepel, Newton III. törvényének is nevezünk. A hatás-ellenhatás törvénye nemcsak ütközések esetén, hanem általában is igaz. A két erőt szokás erő-ellenerő párnak is nevezni. Természetesen a reláció szimmetrikus, teljesen mindegy, hogy a pár melyik tagját tekintjük erőnek és melyiket ellenerőnek. Fontos azonban megjegyezni, hogy az erő és az ellenerő támadáspontja mindig két különböző testen van. Az egyedi kísérletből történő általánosítást célszerű sokféle példával illusztrálva elmélyíteni a tanulókban.

1.3.2. A hatás - ellenhatás törvénye a statikai erőfogalom keretében

Ebben a tárgyalásban a törvényt egyszerű kísérletekkel érzékeltetve érdemes az általános iskolában kimondani, és a középiskolában is az általános iskolában tanultakra hivatkozva általánosítani.

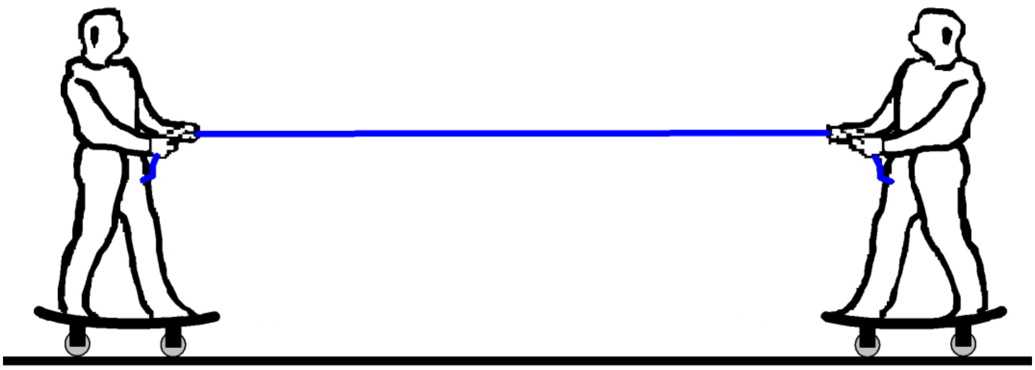
A hatás - ellenhatás törvényét illusztráló legegyszerűbb kísérlet, ha két (lehetőleg azonos méréshatárú) rugós erőmérőt összeakasztunk és megmutatjuk, ha az egyiket húzzuk, akkor azonos erőt jeleznek.



5. ábra. Hatás - ellenhatás törvényét bemutató alapkísérlet. A bal oldali rugós erőmérőt rögzítjük, a jobb oldalit húzzuk. A két erőmérő azonos értéket mutat.

Kvalitatív szinten nagyon meggyőző a két gördeszkás kísérlet is (lásd 6. ábra). Állítsunk egy nagyobb és egy kisebb gyereket egy-egy gördeszkára és adjuk kezükbe egy kötél két végét. Kérjük meg a nagy gyereket, hogy húzza maga felé a kötelet, a kicsit pedig arra, hogy csak tartsa azt. Ezután fordítsuk meg a helyzetet, és kérjük a kicsit, hogy húzza a kötelet és a nagyot, hogy csak tartsa. A gördeszkások mindkét esetben ugyanúgy mozognak egymás felé. Levonhatjuk a következtetést; a kicsi és a nagy gyerek ugyanakkora, de ellentétes irányú erőt fejt ki egymásra. A kísérlet gördeszka helyett görkorcsolyán álló gyerekekkel is bemutatható.

Meggyőző bemutatásához nagyon fontos, hogy a súrlódás elhanyagolható legyen, és a gyerekek valóban csak egymással álljanak kölcsönhatásban.



6. ábra. Hatás - ellenhatás törvényét illusztráló kvalitatív kísérlet (gördeszkával).

A hatás ellenhatás törvényének fontos tartami következménye az is, hogy erőt csak valamilyen testre fejthetünk ki, a „semmire” nem tudunk erőt gyakorolni. Futballozás közben ha „luftot rúgunk, könnyen megrándul a lábunk. A tömör szőrrel töltött kislabdát nagyobb sebességgel tudjuk elhajítani, mint a kicsiny tömegű ping-pong labdát. Hiába húzza a gördeszkás kísérletben a kötél egyik végét az osztály legerősebb gyereke, a másikat pedig a leggyengébb, egymásra csak ugyanakkora erőt tudnak kifejteni. A hatás - ellenhatás törvénye a gyerekek szándékától függetlenül ugyanakkorára állítja be az egymásra kifejtett erőt.

A hatás ellenhatás törvénynek itt vázolt folyamata sok logikai problémát rejt, Ezek felett a diákok általában átsiklanak, s a törvényt az illusztrációk alapján elfogadják. „Éles szemű” tanítványaink azonban fejtörést okozó kérdéseket tehetnek fel. Mit mutat az erőmérő? Az erőmérőre ható erőt, vagy az erőmérő által kifejtett erőt? Ha mindkettőt, akkor megelőlegezzük a hatás - ellenhatás törvényét. Amikor erőmérőt készítünk, az erőmérő nyugalomban van. Miért tételezzük fel, hogy a gyorsuló erőmérő, is ugyanúgy mutat, mint a nyugvó?

Ezeknek a kérdéseknek egy részére a tárgyalás pontosításával válaszolhatunk, de mindig találhatók olyan kérdések, amelyek az adott kísérleti szituációtól eltérő helyzetben nem látszanak bizonyítottnak. Ilyen esetekben mindig tisztáznunk kell, hogy a Newton-törvények bevezetésekor a mérések mindig egyedi helyzetekben történnek, önmagukban nem bizonyító erejűek. A törvényrendszer bizonyítéka az, hogy alkalmazása során sohasem jutottunk ellentmondásra.

1.4. Az erőhatások függetlenségének elve

Az erő fogalmát párkölcsönhatásra vonatkozóan vezettük be! Előfordulhat azonban, hogy valamely test egyszerre több másikkal van kölcsönhatásban, s ekkor az egységnyi időre eső lendületváltozással legfeljebb a kölcsönhatások összhatását kifejező erőt mérhetjük. Felmerül a kérdés, hogy vajon ha az egyes kölcsönhatások egymás után, a többiektől elszigetelve hatnának a testre, akkor az így adódó egységnyi időre eső lendületváltozások (impulzusderiváltak) vektori összege kiadná-e az összes kölcsönhatás egyidejű működésekor létrejövő impulzusderiváltat, azaz az erőhatások additív módon, egymástól függetlenül rakódnak-e egymásra. A tapasztalat azt mutatja, hogy ez valóban teljesül.

Az erők szuperponálódásának ezt a tulajdonságát **az erőhatások függetlensége** elvének nevezzük. Az erőhatások függetlenségének elvét gyakran Newton IV. törvényének is nevezik. Az elvet azonban Newton, bár használta, sohasem fogalmazta meg önálló törvényként. Az erőhatások függetlenségének elve szerint tehát, ha egy testre egyszerre több erő hat, akkor

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t}\left(\approx \frac{d\mathbf{I}}{dt}\right).$$

Nagyon fontos annak tisztázása, hogy bár ez az egyenlet általában a vizsgált test és a vele kölcsönhatásban levő többi test között fellépő egyes erők

$$\mathbf{F}_i = \frac{\Delta \mathbf{I}_i}{\Delta t}$$

definíciós egyenleteinek összegzéséből is adódik, nem matematikai következménye az erő definíciójának. Egyáltalán nem nyilvánvaló ugyanis, hogy az egyes testek között fellépő kölcsönhatások ugyanúgy mennek végbe más testek jelenlétében is.

A kapott összefüggés formailag hasonlít a dinamika alaptörvényére, azonban nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy az erőt most az adott kölcsönhatásban létrejött impulzusderiválttal definiáltuk, így a törvény hasznos tartalommal csak akkor telik meg, ha az erőket sikerül az erőt kifejtő testekre jellemző paraméterekkel (erőtörvényekkel) megadni.

2. A dinamika alaptörvényének alkalmazása

A dinamika alaptörvénye csak akkor válik a tanulók biztos ismeretévé, ha tartalmát sokféle példán keresztül értik meg és az alkalmazás szintjén tudják használni. A törvény a testre ható eredő erő és a test gyorsulása között állapít meg kapcsolatot. Nyilvánvaló, hogy kétféleképpen használható; ha ismerjük az adott testre ható erőket, akkor meghatározható a test gyorsulása, s belőle a test mozgása, amennyiben pedig a test gyorsulását ismerjük, akkor abból az erőkre következtethetünk. Vannak úgynevezett vegyes feladatok is, amikor részismeretekkel rendelkezünk a gyorsulásról (pl. csak az irányát ismerjük) vagy ismerjük a test pályáját és a testre ható erők egy részét, s ekkor a hiányzó erőket adhatjuk meg.

A dinamika alaptörvényének legegyszerűbb, direkt alkalmazása során az erők ismeretében kell a test mozgására következtetni. Ha a testre ható erők eredőjét ismerjük, a dinamika alaptörvényével meghatározhatjuk a gyorsulást. Az erők akkor adhatók meg könnyen, ha csupán az erőt kifejtő test tulajdonságaitól függenek (pl. az erőt kifejtő test helyzetének egyszerű függvényei). Ezeket a függvényeket nevezzük erőtörvényeknek. (Ilyen erő pl. a rugóerő és a gravitációs erő is.) Az erőtörvénnyel megadható erőket nevezzük szabad erőknek. Gyakran előfordul, hogy az erő a kölcsönhatás természetétől is függ. (A közegellenállási erő például a közeg és a benne mozgó test relatív sebességétől függ.) Előfordulnak olyan esetek is, amikor a test által kifejtett erő nem adható meg függvény formájában. Tipikusan ilyenek a kényszererők, amelyek általában az előírt geometriai feltételeket helyettesítik. (Az asztalra helyezett test esetén a kényszer csak annyit jelent, hogy a test nem hatolhat át az asztallap síkján. A fonalra függesztett testet a megfeszülő fonal körpályára kényszeríti, azonban minden olyan mozgás is megvalósulhat, amikor a fonal laza.) Ilyen esetben kényszererőről beszélünk. A kényszererő és szabaderő kategorizálás nem szigorú, néhány erő esetén nem is dönthető el a besorolás. (Ilyenek a sebességfüggő erők. A csúszási súrlódási erő például mind a kényszer, mind a szabaderők bizonyos tulajdonságait hordozza.) Amennyiben a szabaderő, kényszererő kategorizálást használjuk, akkor érdemes csak a *biztosan besorolható erőtípusok*ra alkalmazni. Egyes tankönyvek a kényszererők helyett hiányos erőtörvényű erőkről beszélnek, jelezve, hogy az erő nem adható meg az erőt kifejtő test koordinátáinak függvényeként.

Az erőfogalom és a Newton-törvények dinamikai bevezetése esetén a dinamika alaptörvénye, mint már említettük kerettörvényként jelenik meg, tartalmát az fejezi ki, hogy „léteznek erőtörvények”. Elsődleges tehát, hogy tanulóink konkrét erőtörvényeket ismerjenek meg.

A feladatmegoldás útja ebben az esetben a következő. A dinamika alaptörvényébe beírjuk az erőket (a kapott egyenletet nevezzük mozgásegyenletnek) és meghatározzuk a gyorsulást, a gyorsulás ismeretében a kinematikai ismeretek felhasználásával a sebesség – idő, s abból az elmozdulás (út) – idő függvény. Az egyszerűnek látszó gondolatsor kivitelezése azonban sok buktatót rejt magában. Bár a tanítás során a diákoknak nem mondjuk, de tudatában kell lennünk, hogy a mozgásegyenlet másodrendű differenciálegyenlet, azaz a kitérés idő függvény meghatározása a gyorsulásfüggvény kétszeri integrálását követeli. Az integrálok pontos meghatározásához meg kell adnunk a kezdeti feltételeket (a sebességet és a helykoordinátákat a mozgás kezdőpillanatában.)

A kezdeti feltételek szerepe a tanulók számára gyakran nem világos. A legegyszerűbben a hajítások példáján mutathatjuk meg, hogy a szabadesés, a függőleges hajítás, és a ferde hajítás esetén a testre ható erő ugyanaz (a nehézségi erő) a mozgások az eltérő kezdeti feltételek miatt mégis jellegzetesen eltérnek. Szakköri keretek közt a példa tovább általánosítható, ha a nehézségi erő és a gravitációs erő kapcsolatát is kihasználjuk, és a hajításoktól eljutunk a Földet „körüleső” mesterséges holdig.

A dinamika alaptörvényének alkalmazásakor a gyorsulás meghatározása után a mozgás további jellemzőinek meghatározásakor tisztán kinematikai feladattal állunk szemben. Ennek figyelembevétele flexibilis lehetőséget biztosít a helyi tantervek összeállításakor a kinematikai és dinamika törvények tárgyalásának sorrendiségére. A mechanika tárgyalását bizonyára érdemes az egyenes vonalú egyenletes és egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikájával kezdeni, a hajítások, a körmozgás és a rezgések kinematikai leírására azonban hasznosabb lehet csak a dinamikai törvények tárgyalása után sort keríteni.

A dinamikai törvények mélyebb megértéséhez és biztos alkalmazásához csak bőséges feladatanyag és gyakorlati példák segítségével juttathatjuk el diákjainkat. Ennek során újabb és újabb erőtörvényekkel és feladatmegoldási módszerekkel kell megismertetni őket. Matematikai eszközök híján azonban rendkívül korlátozott azoknak az erőtörvényeknek a köre, amely a középiskolai keretek között felhasználható. Tudatában kell lennünk annak is, hogy az erőtörvények nem következnek a Newton-törvényekből, meghatározásuk mindig kísérleti alátámasztást igényel és tartalmazza azt az általánosítást, hogy adott, konkrét kísérleti környezetben meghatározott erőtörvény általában is ugyanabban a formában érvényes. A kinematikai bevezetés és a dinamikában megjelenő új kinematikai ismeretanyag arányai a tanulócsoporttól függően változhatnak.

2.1. Az erőtörvények

A következőkben összegyűjtjük a középiskolában előforduló erőtörvényeket és a tárgyalásukkal kapcsolatos tartalmi és didaktikai problémákat. Megjegyezzük azonban, hogy a tanítás során semmiképpen sem érdemes az erőtörvényeket egy csoportban tárgyalni, bevezetésüket hasznosabb adekvát feladatokhoz kötve egymástól elkülönítve megtenni, adott erőfajta esetén akár a tulajdonságokat bővítve megismételni (pl. súrlódási erő).

2.1.1. Az állandó erő

A legegyszerűbb feladat, amelynek tárgyalása kihagyhatatlan, az állandó erő hatására mozgó test gyorsulásának, sebesség – idő és elmozdulás – idő (egyszerűbb esetekben út – idő) függvényének meghatározása. Az állandó erő kikötésével tulajdonképpen az erő tényleges okának megjelölése nélkül definiálunk erőtörvényt, amely adott testet állandó gyorsulással mozgat. Ennek a dinamikai problémakörnek feladatokkal illusztrált tárgyalása a dinamika tanításának egyik alapvető feladata. A feladat alkalmat ad a kinematika teljes átismétlésére, de járható út lehet az is, hogy nagyon rövidre fogott kinematikai bevezetés után ennek a feladatkörnek a kapcsán mélyítjük el az egyenes vonalú mozgások leírásához szükséges kinematikai fogalmakat (pillanatnyi sebesség, út, elmozdulás, gyorsulás).

Az állandó erő legegyszerűbb példája a nehézségi erő. Amennyiben a kinematikában kimértük a nehézségi gyorsulás értékét, akkor a dinamika alaptörvénye alapján kijelenthetjük, hogy a föld közelében a testekre mg nagyságú, függőleges irányú erő hat, amelyet nehézségi erőnek nevezünk.

2.1.2. A rugóerő

A csavarrugó erőtörvényét általában már az általános iskolában, az empirikus erőskála bevezetésekor megismerik a diákok. Ekkor állapítjuk meg, hogy a csavarrugó által kifejtett erő arányos és ellentétes irányú a rugó megnyúlásával, azaz az erő az $F = -Dx$ összefüggés szerint függ a megnyúlástól, ahol D a rugóállandó. Az erőtörvény kimérése általában problémamentesen elvégezhető. A középiskolában rendszerint elegendő a korábbi gondolatmenet kísérlettel történő rövid felidézése. Megjegyezzük, hogy a rugó erőtörvényének kimérése olyan alapkísérlet, ami gyakran kísérleti érettségi feladat is.

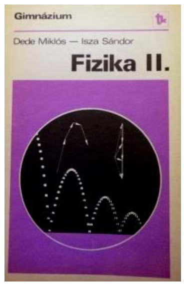
Nagyobb gondot jelent, az erőtörvény meghatározása, ha az erőfogalmat dinamikai úton vezettük be! A következetes tárgyaláshoz ekkor a rugóval „párkölcsönhatásba” hozott test lendületváltozásának vizsgálatából következtethetünk az erőtörvényre. Ezt a nem egyszerű, de tanulságos módszert használja a rugó erőtörvényének tárgyalására a 1978-as tanterv Dede Miklós és Isza Sándor szerzőpáros 10. évfolyamos gimnáziumi tankönyve.

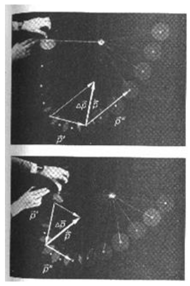
Dede Miklós, Isza Sándor:

Fizika a gimnáziumok második osztálya számára

Tankönyvkiadó, 1981

Részletek >>>





Ajánlott szakköri feladat: Kapcsolat a rugó lineáris erőtörvénye és a Hooke-törvény között.

Részletek >>>

2.1.3. A súrlódási erő

A súrlódási erő bevezetésekor támaszkodhatunk a tanulóknak arra az általános tapasztalatára, hogy a testek mozgásba hozását, ill. a mozgó testek elcsúszását az alátámasztó felület akadályozza. Hasonló tapasztalat az is, hogy a folyadékokban, ill. gázokban mozgó testekre fékező, közegellenállási erő hat. A súrlódási és közegellenállási erő tulajdonságainak biztos értése nagyon fontos a dinamikai törvények alkalmazásakor, mind a feladatmegoldásban, mind a hétköznapi életben előforduló jelenségek megértésekor (pl. gépkocsizás fizikája, sportfizika, stb.). A rájuk vonatkozó erőtörvények bonyolultabbak, mint a rugó vagy a gravitáció erőtörvénye, mert nemcsak az erőt kifejtő test tulajdonságaitól, hanem a mozgásállapottól is függnek. Nem egyszerű az erők támadáspontjának megadása sem, hiszen általában az érintkező testek felülete mentén elosztva lépnek fel.

A súrlódási erők többnyire disszipatív erők (a tapadási súrlódási erő nem az!), azaz, ha nem elhanyagolhatóak, akkor nem alkalmazható a mechanikai energiamegmaradás törvénye. Bár ez a feladatmegoldásban nehézséget jelent, a mechanika és a hőtan fogalomkörének természetes összekapcsolására ad módot, így a súrlódás tárgyalása fontos szerepet tölt be az egységes energetikai szemlélet kialakításában.

A súrlódási erők (tapadási súrlódás, csúszási súrlódás, gördülő ellenállás) erőtörvénye nem adható meg egyetlen formulával, az erő tulajdonságainak pontos leírása gondos körülírást és kísérletezést igényel.

A súrlódási erőtörvényeknek következő összefoglalása nagyjából minden részletre kiterjed. A testek mozgásba hozását akadályozó tapadási súrlódási erő hatásvonala az érintkező felületekbe esik, iránya és nagysága pedig olyan, hogy a testre ható többi erők felületbe eső komponense ellenében az egyensúly fennmaradjon. Egyensúly esetén tehát a tapadási súrlódási erő nagysága mindig a testre ható többi felületbe eső erőkomponens eredőjének nagyságával egyezik meg. Az egyensúly fenntartása azonban csak egy határig lehetséges. A tapadási súrlódási erő nagyságának maximuma van. A maximális értéket a felületek anyagi minősége és a felületeket összeszorító erő szabja meg az $F_{max} = \mu_0 N$ törvény szerint. Itt μ_0 a tapadási súrlódási együttható, N pedig az érintkező felületekre merőleges nyomóerő. Amikor testre ható többi erők eredője meghaladja a tapadási erő maximumát, akkor a test mozgásba jön. Az egymáson elmozduló testek érintkező felületén csúszó súrlódási erő lép fel. A csúszó súrlódási erő az $F_c = \mu N$ összefüggéssel adható meg, ahol N az érintkező felületekre merőleges nyomóerő, a μ csúszási súrlódási együttható pedig jó közelítéssel csak az érintkező felületek anyagi minőségétől függ. A csúszási súrlódási erő iránya az egymáson elcsúszó felületek relatív sebességének irányával ellentétes. Mind a tapadási, mind a csúszási súrlódási erő független az érintkező felületek nagyságától. A csúszó súrlódási erő jó közelítéssel független az egymáson mozgó testek sebességének nagyságától is.

Megállapíthatjuk, hogy mind a tapadási, mind a csúszó súrlódási erő pontos meghatározásához ismernünk kell a test mozgásának, illetve a kölcsönhatásban fellépő többi erőknek bizonyos tulajdonságait. Az ilyen erőket gyakran hiányos erőtörvényűnek nevezzük.

A fenti bonyolult leírást a súrlódási erők bevezetésekor semmiképpen sem használhatjuk. A sokféle feltétel elrettentő lehet a diákok számára és az egyszerű esetek tárgyalásához nem is szükséges. A testek érintkező felülete többnyire sík, így természetesként kezelhetjük, hogy a súrlódási erő az érintkező felületbe esik, hasonlóképpen, a feladatok megfogalmazása általában már mutatja, hogy az érintkező testek egyike nyilvánvalóan nyugszik, ezért a csúszó súrlódási erő iránya egyszerűen a mozgó test sebesség irányával ellentétesnek vehető.

A súrlódási erők középiskolás szintű bevezető tárgyalása

Részletek >>>

A súrlódás jelenségköre a feladatmegoldások során bontható ki igazán. Az egyszerűbb problémáktól indulva fokozatosan érdemes olyan feladatokat megoldani, amelyekben a súrlódási erő irányának és nagyságának megállapítása már nem egyszerű.

További problémát jelent, hogy a súrlódási együttható, mint anyagállandó, igen rosszul reprodukálható. Figyelmeztető jelként kell kezelnünk, hogy az erő meghatározásakor mindig kiemeljük, hogy nem függ a felülettől, illetve a sebességtől. Ez arra utal, hogy a függetlenség nem nyilvánvaló s a szabály alól könnyen találhatunk kivételt. A súrlódás jelenségköre különösen a műszaki vonatkozásai miatt fontos. A súrlódás igazi uralása a makroszkopikus jelenségek mögött lévő mikrofizikai, anyagfizikai folyamatok megismerésétől és befolyásolásától várható. A témával a műszaki anyagfizika önálló külön kutatási területe (a tribológia) foglalkozik.

A súrlódási erő anyagszerkezeti háttere

Részletek >>>

2.1.4. A közegellenállás

A folyadékokban és gázokban mozgó testekre a folyadék vagy gáz a testnek a közeghez viszonyított relatív sebességével ellentétes irányú közegellenállási erőt fejt ki. A középiskolai tárgyalást célszerű nyugvó közegben mozgó testekre korlátozni. A közegellenállási erő kis sebességek esetén a sebességgel, nagyobb sebességek esetén pedig közelítőleg a sebesség négyzetével arányos. Az erőtörvények pontos alakja csak a hidrodinamikai törvények ismeretében érthető meg, azonban érdemes az erőtörvényt a közlés szintjén megadni, mert a dinamika alaptörvényének alkalmazásakor igen tanulságos numerikus megoldások adhatók a közegellenállási erők által befolyásolt mozgásokra.

Közegellenállás kis sebességek esetén

Kis sebességgel mozgó testekre a közeg a test sebességével arányos és azzal ellentétes irányú erőt fejt ki. Amikor a dinamika alaptörvényét alkalmazni kezdjük, akkor még nem szükséges a törvény pontos alakjának ismerete, elegendő, ha annyit tudunk, hogy

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{v}\,,$$

ahol k a közeg tulajdonságaitól és az eső test alakjától és méretétől függő állandó. Ennek az erőtörvénynek a legismertebb változata a Stokes - törvény, amely a viszonylag kicsiny sugarú gömbre ható erőt adja meg. A Stokes - törvényben $k = 6\pi\eta r$, ahol r a gömb sugara, v a testnek a közeghez képest vett relatív sebessége, η a közeg viszkozitása. Az állandóra vonatkozó összefüggést a dinamika alaptörvényének alkalmazásakor csak abban az esetben érdemes közölni, ha az erőtörvényt számpéldában kívánjuk alkalmazni. A viszkozitás (η) pontos értelmezése sem szükséges, elegendő, ha a súrlódási együtthatóhoz hasonló anyagjellemzőnek tekintjük, amelynek dimenziója:

$$\frac{[tömeg]}{[hosszúság][idő]}\,,$$

mértékegysége pedig $kg/(m \cdot s)$

A Stokes - törvény hátterére, azaz arra, hogy a kis sebesség és a kicsiny sugár mit jelent, csak a hidrodinamika törvényeivel adhatunk magyarázatot. A magyarázatra, ha az elemi hidrodinamikai ismeretek beleférnek a helyi tantervbe, érdemes is visszatérni. A kis sebességű áramlásokban a test mögött a folyadék, illetve gáz jó közelítéssel örvényképződés nélkül mozog, ezért a közegellenállási erő döntően a súrlódási erőhöz hasonlóan az egymással érintkező különböző sebességű folyadékrétegek közötti kölcsönhatás miatt alakul ki. Amíg ez a feltétel teljesül, addig használhatjuk a Stokes - törvényt. A hidrodinamika szerint a mozgó gömb mögött akkor keletkeznek örvények, ha az $Re = rv\rho/\eta$ a Reynolds szám bizonyos küszöbértéket meghalad. (Itt ρ a közeg sűrűsége.) Látható, hogy a Stokes - törvény érvényességi körébe tartozó sebesség és merettartomány egymástól függetlenül nem adható meg.

A Stokes - törvény fontos szerepet játszik az elektron töltésének meghatározására szolgáló Millikan - kísérletben, ami még inkább alátámasztja, hogy már a dinamika alaptörvényének elemi alkalmazásakor érdemes ismertetni és felhasználni.

Közegellenállás nagy sebességek esetén

Ha az áramlási viszonyok olyanok, hogy a Reynolds-szám meghatározott küszöbértéket meghalad (gömb esetén a küszöbérték nagyjából 1200), akkor a mozgó gömb mögött örvények képződnek. Ilyen esetben a közegellenállási erő sebességgel arányos részéhez a sebesség négyzetével arányos rész adódik. A v sebességgel mozgó testre ható közegellenállási erő sebesség négyzetével arányos része:

$$F = k' A \rho v^2 \,,$$

ahol ρ a közeg sűrűsége, A a testnek a sebesség irányára merőleges homlokfelülete, k' pedig az ún. alaktényező, amely mint a neve is mutatja, a test alakjától függ. Az alaktényezőt általában empirikusan határozzák meg, értékét különböző alakú testek esetén táblázatokba foglalják.

Gömb esetén a közegellenállási erő általánosan az

$$F = 6\pi\eta r v + 0{,}125\, r^2 \rho v^2$$

alakban adható meg. Kicsiny sebességeknél a sebesség négyzetével, nagy sebességeknél pedig a sebességgel arányos rész hanyagolható el.

Alapkísérlet a sebesség négyzetével arányos közegellenállás bemutatására

A sebesség négyzetével arányos közegellenállási erőtörvény egyszerű kísérlettel is alátámasztható. Készítsünk közönséges írógép papírból négy egyforma kúpot. Ejtsünk le egyet körülbelül 2,5-3 m magasságból és mérjük az esés idejét, majd tegyük egymásba a négy kúpot és ismételjük meg a mérést. Az esési idő jó közelítéssel fele az előzőnek. Mivel a kúpok mindkét esetben jó közelítéssel egyenletesen esnek, ez azt jelenti, hogy a négy kúp esési sebessége duplája az egyetlen kúpénak. Az egy, illetve négy kúp mozgását leíró mozgásegyenlet:

$$mg = kA\rho v_1^2 \,,$$

$$4mg = kA\rho v_2^2 \,.$$

A mozgásegyenletekben m egyetlen kúp tömege, g a nehézségi gyorsulás. A közegellenállási erőben szereplő paraméterek pedig az egyetlen kúpra és a négy egymásba tettre vonatkozóan azonosak. A második egyenletet az elsővel elosztva adódik, hogy

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 4 \,,$$

ami jól egybevág a kísérleti eredménnyel.

A dinamikai törvények alkalmazásakor igen fontosak a gyakorlati életből vett példák, pl. a járművek és a sporteszközök mozgásának leírása. Ezek a mozgások a közegellenállás figyelembevétele nélkül nem írhatók le reálisan, a fenti erőtörvények tehát szinte elkerülhetetlenek a tanítás során.

A közegellenállási erő hatására végbemenő mozgások dinamikai egyenletei középiskolai eszközökkel nem oldhatók meg zárt formában (analitikusan). Nagyon alkalmasak azonban arra, hogy számítógépes algoritmusokkal numerikus megoldást keressünk. A számítógéppel szívesen játszó diákok érdeklődést ilyen feladatokkal a számítógépek természettudományos alkalmazása felé vezethetjük. A következő melléklet a nehézségi erőtérben a négyzetes közegellenállási törvény hatása alatt mozgó test mozgásegyenleteinek megoldását mutatja be.

Mozgás a négyzetes közegellenállási törvény hatása alatt

Részletek >>>

2.1.5. A gravitációs erőtörvény

A gravitáció témaköre és ezen belül a gravitációs erőtörvény a középiskolai tananyag egyik legfontosabb része, ami szervesen egységbe kapcsolja a földi és az égi mechanikát. A helyi tantervtől függően sokféle bontásban kerülhet tárgyalásra. Maga az erőtörvény is több szinten tárgyalható.

Az erőtörvény leginkább tanulságos és konzekvens bevezetése a történeti gondolatmenet követésével lehetséges. Newton a Kepler-törvények ismeretében az általa kimondott dinamikai törvényekre támaszkodva állapította meg, hogy a Nap és a bolygók között centrális és az égitestek tömegével egyenesen arányos:

$$\mathbf{F} = -\gamma \frac{Mm}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

erőnek kell fellépni.

A gravitációs törvény bevezetésének történeti útja

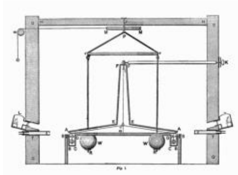
Részletek >>>

A newtoni gondolatmenet követése még egyszerűsített formában is kétségtelenül meghaladja az átlagos gimnazista diák absztrakciós szintjét, ezért az osztályok többségében érdemes más utat választani.

Kézenfekvő lehetőség, hogy a gravitációs erőtörvényt a történelmi kísérleti tapasztalatokra hivatkozva egyszerűen közöljük. A matematikai formula jelentését kifejtve nagy hangsúlyt kell fektetni arra, hogy γ értéke rendkívül kicsiny. Ebből ugyanis következik, hogy a tömegvonzás hétköznapi körülmények közötti észlelése, bemutatása kvalitatív szinten sem könnyű, hiszen a viszonylag kicsiny tömegű testek között fellépő erőhatás is rendkívül kicsi. Az erőhatás becslése után érdemes részletesen ismertetni Cavendish történelmi jelentőségű torziós inga-kísérletét, amivel közvetlenül igazolta Newton tömegvonzási törvényét. Cavendish mérési eredményei alapján a γ gravitációs állandó számértéke is meghatározható volt. A néhány perces történelmi „kitekintés" és az erőtörvény alapján végzett feladatmegoldás (pl. a Hold és a mesterséges holdak Föld körüli keringésére vonatkozó példák megoldása) hatékony segítséget ad ahhoz, hogy az erőtörvény rögzüljön a diákokban.

Lord Cavendish torziós mérése a gravitációs együttható meghatározására

Részletek >>>



Természetesen a Cavendish-kísérlet puszta „elmesélésénél” jóval értékesebb, ha egyszerűsített, iskolai változatban megismételjük a mérést. Az erre a célra kifejlesztett demonstrációs iskolai mérőeszköz, ami lényegében Cavendish lekicsinyített ingája, a hazai taneszközpiacon is beszerezhető. Az eszköz nem olcsó, ezért jelenleg kevés magyar középiskola rendelkezik vele. Hosszú távú szertárfejlesztési tervek készítésekor azonban mindenképp érdemes számításba venni.

A tömegvonzás törvényének iskolai mérése Cavendish nyomán

Részletek >>>

Cavendish gravitációs méréséhez kapcsolódva Magyarországon feltétlenül ki kell térni Eötvös Loránd torziós inga-méréseire, amellyel a Föld szilárd kérgének sűrűség-inhomogenitásait lehetett kimutatni. Eötvös torziós ingája a XX. század elején világszerte az egyik legfontosabb eszköze volt a kőolajmezők felkutatásának.

Eötvös Loránd torziós ingájának működési elve, Eötvös mérései

Részletek >>>

2.1.6. A nehézségi erő és a súlyerő

Mind a középiskolai, mind az általános iskolai tanításban az egyik leginkább problematikus és sok tévedéssel terhelt téma a súly-súlytalanság, gravitációs erő, nehézségi erő fogalomkör feldolgozása. A problémákat alapvetően az okozza, hogy a súlyerő hétköznapokban megszokott fogalma a fizika fogalomrendszerében tulajdonképpen felesleges. A hétköznapi életben azonban annyira meggyökeresedett, hogy a fizikában is mindenképpen jelentést kell adnunk neki. Értelmezésére azonban többféle lehetőség is kínálkozik, s a különböző tankönyvek gyakran eltérően, s egymásnak részben ellentmondó módon definiálják. Nehezíti a világos fogalomalkotást, hogy korunkban hétköznapi fogalommá vált a súlytalanság állapota, s ezért a tanulók ezt a kifejezést a súly definíciójától függetlenül szó szerinti értelemben használják. (Így fordulhat elő, hogy amikor a súlyt definíció szerint a gravitációs erővel azonosítjuk, akkor a tanulók azt hiszik, hogy a súlytalanság állapotában megszűnik a gravitációs erő. Ebből aztán tévképzetek egész csokra származik.)

Az értelmezési problémákat tovább növeli, hogy a kérdéskör legegyszerűbben a Földhöz rögzített forgó koordinátarendszerben tárgyalható, s emiatt a centrifugális és centripetális erővel kapcsolatos tévképzetek és didaktikai hibák is tovább növelik a fogalomalkotással kapcsolatos zűrzavart. A finom fogalomalkotás és a mindenre kiterjedő pontos értelmezés a Föld lapultságának figyelembevételét is megköveteli!

Hazánkban a múlt század derekától néhány évtizeden keresztül késhegyre menő didaktikai viták zajlottak a témakörrel kapcsolatban, s ez máig rányomja a bélyegét a tanításra. Úgy gondoljuk, hogy éppen emiatt nekünk is kissé részletesebben kell foglalkoznunk a kérdéskör pontos leírásával, s a didaktikai lehetőségek elemzésével. Ezért bevezetésképpen összefoglaljuk a súly hétköznapi fogalmának ismérveit, majd megvizsgáljuk a forgó Földhöz képest nyugvó testek egyensúlyának feltételeit. Ezután térünk csak át a súlyerő fogalmának definíciós lehetőségeire.

A súly(erő) hétköznapi fogalma

A hétköznapi fogalmaknak nincsen pontos definíciója, tartalmukat „közismert” tulajdonságaik szabják meg, s ez a fogalmakat pontatlanná, körvonalazatlanná teszi, hiszen a közismert tulajdonságok köre szubjektív, személyenként változó.

A súlyfogalom a hétköznapokban a mérleghez kapcsolódik! A boltban vásárolt almát, hagymát stb. mérlegre tesszük, vagy rugós erőmérőre akasztjuk, megmérjük súlyát, és aszerint fizetjük ki az áru árát. Mérlegre állva állapítjuk meg saját testsúlyunkat is.

A súly fogalma diákjainkban is nyilvánvalóan a mérleghez kapcsolódik. Egyszerű és a tanulók előzetes tapasztalatainak is megfelel tehát, ha azt mondjuk, **a testek súlya az az erő, amit a mérleggel mérünk**. Ebből következik, hogy a súly a magassággal változik, továbbá, hogy például gyorsuló liftben sem ugyanakkora, mint a nyugvó talajon. A diákoknak ehhez a definícióhoz jól kapcsolódó ismerte az is, hogy a Föld körül tehetetlenségi pályán keringő űrhajóban a súlyerő megszűnik, a testek a súlytalanság állapotában vannak. Az már kevésbé vág össze a súlyfogalom gondolati „előképeivel”, hogy mivel a mérleg a rá ható erőt méri, a súlyerő már nem a testre, hanem a mérlegre hat! (Az így definiált fogalommal sok egyéb gondunk is akadhat, ha nem a legegyszerűbb körülmények között kívánjuk alkalmazni. Az űrhajókban nem használhatunk például karos mérleget. A vízben lebegő ember súlyát a mérleg zérusnak mutatja, mégsem mondhatjuk, hogy a vízben és a tehetetlenségi mozgást végző űrhajóban lebegő ember állapota ugyanolyan, stb.)

A tanulók minden bizonnyal tudják azt is, hogy a testek súlya a tömegvonzási erő következménye, valamint, hogy ugyanannak a testnek a súlya nem ugyanakkora az Egyenlítőn, mint a sarkokon, pontosabban, a súly a földrajzi szélesség függvényében az Egyenlítőtől a sarkok felé növekszik.

A hétköznapi súlyfogalomnak a fizika fogalomrendszerébe történő beillesztésekor a kulcskérdés a súly és a gravitációs erő közötti kapcsolat. A forgó Földön nyugvó testek egyensúlyának részletes vizsgálata megmutatja, hogy a gravitációs erő, a centrifugális erő és a kényszererő mellett a fizika fogalomrendszerébe még a nehézségi erőt sem kellene szükségszerűen bevezetni, a súly fogalmára pedig semmi szükség!

A forgó Földön nyugvó test egyensúlya

Részletek >>>

A súlyerő hétköznapi fogalma, amint már mondtuk, mélyen gyökerezik mindnyájunk, tehát a diákok szemléletében is. Sokkal hasznosabb tehát, ha inkább a fizika órán adjuk meg pontosabb értelmezését, mintha meghagyjuk a prekoncepciókkal terhelt naiv fogalmat.

A súlyerő értelmezési lehetőségei

A forgó Földön nyugvó testek egyensúlyának vizsgálata azt mutatja, hogy a legegyszerűbb az lenne, ha a **testek súlyát a gravitációs erővel azonosítanánk**, hiszen ezzel kifejeznénk azt, hogy a súly a tömegvonzás következménye, s a súlyerő magára a testre hatna. A gravitációs törvény alapján ekkor a súlyerő megegyezik a gravitációs gyorsulás és a test tömegének szorzatával. Az így definiált súlyerő azonban lényegében független a földrajzi helytől. (A Földet általában tökéletesen gömb alakúnak szoktuk tekinteni.) Ekkor természetesen a súlytalanság állapotát sem érthetnénk szó szerint, hiszen a gravitációs erő sehol sem válik zérussá, így a súlytalanság állapota csak azt jelentené, hogy a mozgó test pusztán a gravitációs erő hatására mozog. Ezt a definíciót használta a múlt század végén pl. a gimnáziumi 2. osztályos Dede-Isza tankönyv, melyet a műszaki ismeretekkel rendelkező szülők és a tanárok többsége is hibának tartott, mert például nem tükrözte, hogy a mérleggel mért súly a földrajzi hely függvényében (néhány ezreléknyit) változik. Ez az út tehát nem járható.

Ugyancsak az előző pont gondolatmenete alapján kézenfekvő a súlyerőnek **a nehézségi erővel való azonosítása.** Ezzel figyelembe vesszük a Föld forgását, adódik a súly néhány ezreléknyi változása és a súlyerő a vizsgált testre hat. Bevezethetjük a nehézségi gyorsulást is a súlyerő kifejezésére. Persze a súlytalanság fogalma itt is elveszíti szó szerinti jelentését. A súlytalanság állapotát ebben az esetben is a pusztán a gravitációs erő hatására végbemenő mozgással kell definiálni!

A földön nyugvó testek esetén a fenti két definíció bármelyike jó közelítéssel visszaadja a mérleggel való mérésekből adódó hétköznapi tapasztalatot.

A súlyerő tehát lényegében kétféle módon vezethető be: vagy a hétköznapi tapasztalatra alapozva azzal az erővel, amit a mérleg mutat, vagy a nehézségi erővel azonosítva a súlyt. Mindkét lehetőségnek vannak előnyei és hátrányai, amelyeket a fentiekben már részleteztünk. A választást mindig a diákok felkészültségéhez, absztrakciós szintjéhez és igényéhez kell igazítani.

Igazán nehéz problémával akkor kerülünk szembe, ha a nehézségi erőt és a földrajzi helyzettől függő változását általános iskolában olyan osztályokban kell tanítanunk, ahol a dinamika alaptörvényét még nem tárgyaltuk, sőt a gyorsulás fogalom kialakításának is csak a kezdetén tartunk. Ebben az esetben, a kísérleti tapasztalatok mellett biztosan élnünk kell egyes tények puszta közlésével is. A témának sok különböző egymástól gyakran csak hangsúlyokban különböző feldolgozása létezik. A következő melléklet a Rajkovits és társai által írt Fizika 7 című könyv tárgyalását mutatja be.

Súlyerő bevezetése az általános iskolában

Részletek >>>

2.2. Kényszererők

Az erőtörvények bevezetésekor már említettük, hogy léteznek olyan erők, amelyek meghatározásához a vizsgált test mozgásáról is kell, hogy ismeretünk legyen (pl. súrlódási erő). Ez utóbbi még inkább fennáll, ha a test mozgása valamilyen előírt pályán történik. Ezekben az esetekben kényszererők biztosítják a test meghatározott pályán tartását. A kényszererők erőtörvénye hiányos, az erőhatás csak a mozgás, ill. egyensúly körülményeinek ismeretében adható meg.

A feladatok megoldása során számos kényszererő is szerepel, amelyek általában idealizált, a tényleges erő mikromechanizmusától független, de a tanulók számára természetes definícióval adhatók meg. Az alábbi kényszerek a mechanika feladatokban gyakran szerepelnek, tulajdonságaikat néhány feladatban alkalmazva érdemes rögzíteni.

2.2.1. Sima lap által kifejtett erő

A vízszintes asztallapra helyezett test egyensúlyát az biztosítja, hogy az asztallap a testre annak súlyával egyenlő nagyságú és ellentétes irányú erőt fejt ki.

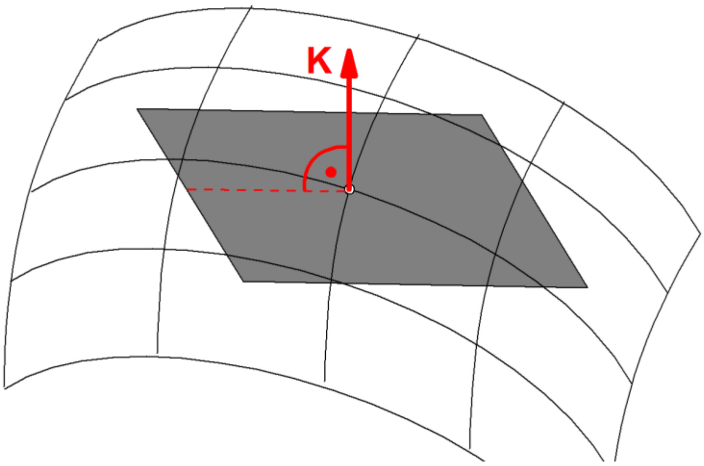
Ez jól érzékelhető, ha a testet erőmérőre függesztjük, majd a vízszintes lapot eltávolítjuk alóla. Az erőmérő a testet egyensúlyban tartja, így nyilván ugyanakkora erőt fejt ki, mint amekkorát előzőleg a vízszintes alátámasztás kifejtett.

A sima lejtőre helyezett test a lejtőn lecsúszik. Egyensúlya azonban megtartható, ha a lejtővel párhuzamos erőmérő segítségével kiegyensúlyozzuk. Kapcsoljunk most a testhez a lejtő síkjára merőleges irányú erőt kifejtő dinamométert, majd vegyük el a lejtőt. A két erőmérő a testet egyensúlyban tartja, s megfigyelhető, hogy a lejtő síkjával párhuzamos erő nem változott meg. Ebből nyilvánvaló, hogy a lejtő síkjára merőleges erőmérő ugyanakkora erőt fejt ki, mint korábban a lejtő.

7. ábra. Lejtő helyettesítése rugós erőmérővel.

A kísérletek mutatják, hogy a sima lapok síkjukra merőleges erőt fejtenek ki. Ez teljesen általánosan igaz minden geometriai kényszerre is.

Ha valamely test megszabott pályán mozog, akkor a testre mindenütt a pálya simulósíkjába eső, a pálya érintőjére merőleges erőknek kell hatnia.



8. ábra. Görbült felület érintősíkja és a kényszererő.

A sima lapokat ebben az esetben tökéletesen merev geometriai felületnek tekintjük. Nem törődünk az erő létrejöttének mechanizmusával, tehát azzal, hogy a kényszererő csak a lap kicsiny (rugalmas) deformációja árán jöhet létre.

Amennyiben mozgás közben a test érdes lapon csúszik végig, akkor a lap a testre súrlódási erőt is gyakorol. A mozgás leírásakor azonban a geometriai kényszert képviselő felület által kifejtett erőt a legtöbb esetben célszerű a pályára merőleges és érintő irányú komponensre bontani. Igen gyakran csak a felületre merőleges erőkomponenst szokás kényszererőnek nevezni.

2.2.2. A fonalerő

A fonalat ideálisan hajlékony és nyújthatatlan szálnak tekintjük. A fonal, hajlékonysága miatt csak fonalirányú erőt fejthet ki. Az erő nagysága a kölcsönhatás körülményeitől függ. Ez összhangban van az előző pontban a felületi erőkkel kapcsolatban bevezetett feltevésekkel. A nyújthatatlan fonal végére kötött test ugyanis, ha a fonal nem lazul meg, csak gömbfelületen mozoghat. A gömb középpontja a fonal felfüggesztési pontja, így a fonal mindig sugárirányban helyezkedik el. Ez azt jelenti, hogy a fonál-erő ebben az esetben is merőleges arra a felületre, amelyen a test mozog.

2.3. Alkalmazások néhány tipikus erőtörvény felhasználásával

A fentiekben összeggyűjtött erőtörvényeket nem érdemes külön fejezetként egy csokorban tárgyalni. Bevezetésükre, illetve tulajdonságaik részletezésére egy-egy jellegzetes mozgástípus tárgyalásakor érdemes sort keríteni. A tantervek néhány mozgástípust, *az állandó erő hatására gyorsuló test mozgását, a lejtőn lecsúszó test mozgását, a körmozgást, és a rezgőmozgást* szinte kivétel nélkül minden iskolatípusban kötelező tananyagként tartalmazzák. Ezeket a mozgásokat célszerű a dinamikai törvények alkalmazásaként (is) tárgyalni. Az egyenes vonalban mozgó, egyenletesen gyorsuló testek kinematikájának tárgyalásakor az állandó erő hatására mozgó testek sebesség – idő és út – idő összefüggéseit adtuk meg, így ezeknek a mozgásoknak a dinamikai leírása a gyorsulás meghatározása után a kinematikában tanult ismeretek alkalmazására egyszerűsödik. A körmozgás és a rezgőmozgás esetén azonban didaktikailag nem ilyen egyszerű a helyzet. Bár ezeknek a mozgásoknak a kinematikai leírása is leválasztható a dinamikai leírásról, itt is megerősítjük korábban már kifejtett véleményünket, hogy ez nem szerencsés, hiszen egyrészt nagyon megnyújtja a kinematika fejezetet, másrészt a kinematika elemeinek tárgyalásakor a diákok matematikai tudása sem elegendő a téma kellő megértéséhez.

2.3.1. A körmozgás dinamikája

A változó körmozgás dinamikai leírásakor már ismernünk kell a centripetális gyorsulásra vonatkozó pontos összefüggést. Itt már nem kerülhető el, hogy megmutassuk, hogy az egyenletes körmozgás esetén a gyorsulásvektor mindig a kör középpontja felé mutat, és nagysága

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R},$$

ahol R a kör sugara, v a test sebessége. Amennyiben a szögsebesség fogalmát is bevezettük, akkor az $a_{cp} = R\omega^2$ összefüggést is érdemes felírni, ahol ω a test szögsebessége. A formula kimondásához a kinematikai ismeretekre támaszkodó levezetéssel, de kísérleti úton is eljuthatunk.

A centripetális gyorsulás kísérleti meghatározása

Részletek >>>

Nem egyenletes körmozgás esetén, azaz amikor a sebességnek már nemcsak iránya, hanem nagysága is változik, a gyorsulásnak a kör középpontja felé mutató centripetális gyorsulás mellett van a_t érintő irányú (tangenciális) komponense is. A tangenciális gyorsulás felelős a kerületi sebesség nagyságának változásáért.

A mozgás dinamikai tárgyalása lényegében Newton II. törvényének egyszerű alkalmazása. A feladat azonban nem az eddigiekben megszokott „direkt" feladat, amikor az erőtörvények ismeretében meghatározzuk a gyorsulást, majd a gyorsulásból a sebességet és az elmozdulást, s ebből következtetünk a mozgás pályájára. (Ennek jellegzetes példája a hajítások dinamikai leírása.) Most eleve ismerjük a mozgás pályáját, s az erők között többnyire szerepelnek kényszererők is, amelyeknek erőtörvénye hiányos. Az erőtörvény hiányos ismeretét a pálya ismerete, a centripetális gyorsulás és a pálya menti sebesség közötti összefüggés kompenzálja. Emiatt a mozgásegyenleteket célszerű sugár irányú és érintő irányú komponensre bontva felírni:

$$\sum F_t = ma_t \,,$$

$$\sum F_n = m\frac{v^2}{R} \,,$$

ahol a t és n indexek az érintő menti (tangenciális) illetve sugár (normális) irányú előjeles erőkomponenseket jelentik, a summa jelek pedig arra utalnak, hogy több erő esetén az erőkomponensek (előjeles) összegét kell képezni. A centripetális gyorsulás és a körpályán mozgó test tömegének mv^2/R szorzatát, mely megegyezik a testre ható erők eredőjének normális irányú összetevőjével szokás centripetális erőnek nevezni.

Az egyenletek értelmezése több okból sem egyszerű. A diákok többnyire gondolkodás illetve ellenvetés nélkül elfogadják, hogy a mozgásegyenletek felírásakor most minden pillanatban más koordinátarendszert használunk. Ez azért nem vezet kezelhetetlen bonyodalmakhoz, mert a Newton-törvény a pillanatnyi erők és a gyorsulás között határoz meg kapcsolatot. Amennyiben csak az erők és a gyorsulás kapcsolatára vagyunk kíváncsiak, akkor a mozgásegyenleteknek ez a formája jól használható. Változó nagyságú tangenciális erők esetén azonban a sebesség nagyságának meghatározása középiskolai eszközökkel kivitelezhetetlenné válik. Ilyen esetekben, ha az erők konzervatívak, gyakran segítséget jelenthet az energiamegmaradás törvénye. (A kényszererők mindig normális irányúak, így munkát nem végeznek.)

A mozgásegyenletek fent megadott általános felírását kezdetben nem érdemes erőltetni, az általános összefüggéshez érdemes fokozatosan egyre nehezebb és nehezebb feladatok megoldásán keresztül eljutni. Jól felépített feladatsorok találhatók például a Dér-Radnai-Soós feladatgyűjteményben.

Nagyon tanulságosak azok a feladatok, amelyek számítással nyert eredménye méréssel is ellenőrizhető. A körmozgás fizikája azonban sok gyakorlati életből vett feladattal is szolgálhat a tanítás színesítésére. (Ezekre mutatnak példát a következő mellékletek.)

Hétköznapi életből vett feladatok a körmozgás dinamikájához

Részletek >>>

A kúpinga

Részletek >>>

Tévképzetek a körmozgással kapcsolatban

A körmozgás dinamikáját sokféle tévképzet terheli. Véleményünk szerint a legtöbb félreértésre okot adó tévképzetet maga a *centripetális erő* elnevezés generálja! Az elnevezés félrevezető, szó szerinti értelmezéséből számos feladat megoldási hiba származik. A centripetális erő ugyanis nem erő, hanem a test tömegének és a centripetális gyorsulásnak a szorzata! A mozgásegyenlet az erők eredőjét teszi egyenlővé a tömeg és gyorsulás szorzatával. Természetesen mindkét oldal erő dimenziójú, azonban az egyik oldal a környezet hatásait, a másik pedig a test tulajdonságait és mozgását mutatja. A téves fogalomalkotás szinte tökéletes leképezése a „gyorsító erő" fogalmával kapcsolatos tévképzetnek. (A gyorsító erő sem erő, hanem az *ma* szorzat, ami egyenlő a testre ható erők eredőjével.) A centripetális erő tényleges erőként való kezelése tulajdonképpen megduplázza az erőket azzal, hogy a valódi erőket a sebességfüggő erőtörvénynek látszó centripetális erővel kiegészíti. A centripetális erővel kapcsolatos félreértés tisztázható, ha megkérdezzük, hogy a körmozgást végző test mivel van kölcsönhatásban, azaz mi okozza az erőt? Ha a Newton-törvényeknél rögzült az, hogy az erő kölcsönhatásból ered, akkor sorra véve a körmozgást végző testtel kölcsönhatásba kerülő többi testet kiderül, hogy többnyire nincs olyan egyetlen kölcsönhatás, amelynek eredménye a centripetális erő lenne. A fogalom tisztázásakor érdemes olyan példát választani, amikor a körmozgás több erő eredőjének hatására jön létre. Használhatjuk példaként a függőleges síkban fonálon forgatott test mozgását. Ennek tárgyalásakor a mozgást létrehozó erőkre vonatkozó tanári kérdésre a tanulók gyakran válaszolják azt, hogy „hat a testre a nehézségi erő, a fonalerő és a centripetális erő", holott nyilvánvaló, hogy a nehézségi erő és a fonalerő eredőjének a körpálya középpontja felé mutató komponense szolgáltatja a centripetális erőt.

A tévképzetet legegyszerűbben úgy küszöbölhetnénk ki, hogy a centripetális erő kifejezést egyszerűen kihagynánk, hiszen nélküle minden feladat megoldható. Ez azonban szinte lehetetlen vállalkozás lenne, mert ha tanórákon és a tankönyvben nem is jelenne meg a kifejezés, a szakkönyvekből és a szakemberek hétköznapi szóhasználatából nem tudnánk kiirtani, legfeljebb azt érnénk el, hogy ismét megállapítanák, az „iskola nem nevel az életre".

A körmozgás dinamikájával kapcsolatos másik kritikus fogalom a *centrifugális erő*. A centrifugális erő a forgó koordináta rendszerben bevezetett tehetetlenségi erő (lásd V. fejezet). Amennyiben a mozgást inerciarendszerben írjuk le, akkor fel sem merülhet a létezése. A centrifugális erőnek az iskolai fizikából való kiiktatásával évtizedek óta próbálkoznak a fizikatanárok. Sajnos nem sikerül. A kudarc két okra vezethető vissza. Az egyik az, hogy a felnőtt társadalom műszaki szakemberei továbbra is használják a gyorsuló koordináta rendszerbeli leírást, mert „egyszerű és szemléletes", és ezért igyekeznek megtanítani a közelükbe kerülő fiataloknak. Nem törődve a fogalmi nehézségekkel, amit a gyorsuló koordinátarendszer tehetetlenségi erőinek bevezetése jelent, többnyire csak megmutatják, hogy lám milyen egyszerű is az egyébként nehéznek tűnő példák megoldása. (A tehetetlenségi erők bevezetésének kérdésével az V. fejezetben részletesen foglalkozunk). A másik ok az, hogy pl. a kanyarodó villamosban ülő diák a villamos koordináta-rendszerét hajlamos nyugvó koordináta rendszernek tekinteni, és úgy érzi, mintha valamilyen erő (a centrifugális erő) a villamos oldalához szorítaná.

Amennyiben a gyorsuló koordinátarendszereket nem tanítjuk, és diákjaink mégis a centrifugális erő figyelembevételével kívánják megoldani a körmozgásos feladatokat, akkor a Newton-törvények ismeretére támaszkodva kell olyan kognitív konfliktust létrehoznunk, ami rámutat arra, hogy centrifugális erő nincsen. Ha például a diák az egyenletesen kanyarodó villamosban ülő utas „mozgását" úgy értelmezi, hogy az utasra ható centrifugális erő és a villamos által az utasra kifejtett erő egyensúlyban van, akkor tisztáznunk kell azt, hogy az utas a földhöz rögzített koordinátarendszerhez képest gyorsul, az erők eredője tehát nem lehet zérus. A villamoshoz rögzített koordinátarendszerben az utas ugyan nyugalomban van, a koordinátarendszer azonban nem inerciarendszer. Rákérdezhetünk arra is, hogy mi fejti ki a centrifugális erőt és mire hat az ellenereje.

A centrifugális és a centripetális erőkkel kapcsolatban sajnos gyakran még neves szerzők tankönyveiben is teljes a zűrzavar. Gyakori az az állítás, hogy a centrifugális és centripetális erő erő-ellenerő párt alkot. (Képletekben gondolkozva ez indokoltnak is tűnik, hiszen mindkettő nagysága mv^2/R, irányuk pedig ellentétes. A hiba „csupán annyi", hogy az egyik nem erő, a másik pedig inerciarendszerben nem léphet fel.)

2.3.2. A harmonikus rezgőmozgás dinamikája

A részletes kinematikai analízis birtokában a dinamikai leírás már viszonylag egyszerű (lásd kinematika tanítása 5. fejezet). A rugóra akasztott test mozgásának kinematikai leírásából kiderül, hogy a test gyorsulása és kitérése között fennáll az

$$a = -\omega^2 y\,.$$

Ez azt jelenti, hogy a testre minden pillanatban a kitérésével arányos, és a rezgő test nyugalmi helyzete felé mutató erő hat. Ezt az összefüggést általánosítva kimondhatjuk, hogy **harmonikus rezgőmozgás akkor jön létre, ha a testre ható erők eredője**

$$F_e = -Dy\,.$$

Ezután érdemes néhány konkrét példa alapján megvizsgálni, hogy a D állandó milyen kapcsolatban van a ható erőkkel. A gondolatmenet természetes folytatása az lenne, ha a rugóra akasztott test esetén határoznánk meg az erők eredőjét, és keresnénk meg a D állandó jelentését. Ez azonban nem is olyan egyszerű.

Könnyebb lenne, ha egyetlen rugó által kifejtett erő hatására létrejövő mozgást vizsgálnánk. Ilyen mozgás azonban kísérletileg nehezen valósítható meg. A függőlegesen rezgő testre a rugóerő mellett hat a nehézségi erő is, a vízszintes rezgés esetén pedig a szembetaláljuk magunkat azzal, hogy a rugók többsége húzásra és összenyomásra nem azonosan viselkedik.

Amennyiben a rugóra akasztott test rezgését már részletesen megvizsgáltuk, akkor a feladatokban használhatjuk az ideális, húzásra és összenyomásra azonosan viselkedő rugót. Az ilyen rugóhoz kötött, vízszintes, súrlódásmentes felületen rezgő test mozgásegyenlete:

$$ma = -Dy$$

Próbaképpen helyettesítsük be ide a harmonikus rezgőmozgás kitérését és gyorsulását megadó függvényt. Azt kapjuk, hogy $m\omega^2 = D$, ebből a rezgésidőre a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

összefüggés adódik.

A harmonikus rezgőmozgás energetikája

Az energetikai tárgyalást célszerű a húzó-nyomó rugóhoz kötött test rugalmas és kinetikus energiájának meghatározásával kezdeni. A rugóban tárolódó rugalmas energia a rugó megnyúlásával az $\frac{1}{2}Dy^2$, kinetikus energiája pedig $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ alakban írható fel. Beírva ezekbe az összefüggésekbe a kitérés-és sebesség – idő függvényt, a két energia összege:

$$E = \frac{1}{2}D(A\sin(\omega t + \alpha_0))^2 + \frac{1}{2}m(A\cos(\omega t + \alpha_0))^2\,.$$

Ebből az $m\omega^2 = D$ összefüggés felhasználásával azonnal adódik, hogy a két energia összege megegyezik a maximális kitérésű helyzet rugalmas energiájával, azaz a rezgésre érvényes a mechanikai energiamegmaradás törvénye:

$$E_p + E_k = \frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}DA^2\,.$$

Az egyetlen rugó által kifejtett erő hatása alatt mozgó test esetén az összefüggés megértése nem okoz gondot. Nehezebb a helyzet, amikor a rezgés több erő eredőjének hatására jön létre. Az eredő erőhöz ekkor is hozzárendelhetjük az $E_p = Dy^2/2$ potenciális energiát, azonban ilyenkor nem mehetünk bele abba, hogy a potenciális energia milyen formában tárolódik. Érdemes ebben az esetben is megbeszélni a rugóra akasztott test példáján a megmaradási törvény érvényesülését. Leszögezhetjük, hogy bár a rugóra akasztott test összenergiája mindig állandó, az állandó értéke azonban függhet a koordináta rendszer választásától. Ha az idő engedi, érdemes a kérdés részletes matematikai tárgyalását is megmutatni a tanulóknak.

A rugóra akasztott m tömegű test mozgásának dinamikai és energetikai leírása

Részletek >>>

3. Az erők összegezett hatása (az impulzus-, a munka- és a mechanikai energiamegmaradás tétele)

A középiskolai fizikatanításban a dinamikai törvényeket anyagi pontra vonatkozóan mondjuk ki és példák sorával illusztráljuk. Bemutatjuk, hogy a tömegpont mozgása a Newton-törvények segítségével meghatározható, ha az erőket és a kényszerfeltételeket ismerjük.

Az erők ismeretében általában a gyorsulást tudjuk meghatározni, s a mozgást leíró többi kinematikai jellemző, a sebesség- és az elmozdulás- függvény a gyorsulás integrálásával adható meg. A gyorsulás illetve a sebességfüggvény integrálása általában meghaladja a középiskola matematikai ismeretek kereteit, mivel azok csak a legegyszerűbb problémákra elégségesek. Igen sok, mechanikai probléma esetén elkerülhető azonban, hogy a mozgásegyenlet megoldásán keresztül, hosszadalmas számítások után jussunk el a megoldáshoz. Egyszerűsítő utat jelentenek a Newton-törvények következményeként adódó mechanikai tételek. Ilyen tételek a pontmechanikában az impulzus- és munkatétel, az egyik az erőhatás időbeli, a másik a térbeli összegét adja meg. (A kiterjedt testekre vonatkozóan a fenti tételek kiegészülnek még a tömegközéppont-tétellel és az impulzusmomentum-tétellel.)

Középiskolai szintű pontdinamikában az impulzus-tételt és a munkatételt valamint a mechanikai energiamegmaradás tételét tanítjuk. A tételek megkönnyítik, és jobban áttekinthetővé teszik az anyagi pontok mozgásának leírását, ezért igyekszünk őket a problémák széles körére alkalmazni.

Már a pontmechanikában megfogalmazható az impulzusmegmaradás tétele, azonban a megmaradási tétel igazán használhatóvá a pontrendszerek esetén válik. Ezzel szemben a mechanikai energiamegmaradás tételét és a munkatétellel való kapcsolatát már a pontmechanikában is mindenképpen tárgyalnunk kell.

A középiskolában mind az impulzus-, mind a munkatételt egyszerű példákkal alapozzuk meg, majd lényegében tanári közléssel tetszőleges esetre bizonyítás nélkül általánosítjuk, és használjuk.

A tételek kimondásához természetesen szükséges néhány további fizikai mennyiség fogalmi bevezetése is. Az impulzustétel kimondásához az erőlökés és az impulzus (mozgásmennyiség) fizikai fogalmára van szükségünk, a munkatételhez a munka fogalmára, az energiamegmaradás tételéhez a potenciálos erő fogalmára.

3.1. Az erőlökés és az impulzustétel

Az impulzustétel középiskolai bevezetése attól függ, hogy az erő fogalmát a párkölcsönhatásra és így lényegében az impulzusmegmaradás törvényének kísérleti tapasztalatára alapoztuk, vagy az erőt empirikus erőskálával (rugós erőmérő megnyúlásához kapcsolva) definiáltuk.

Az első esetben csak a kísérletek és az erő definíciós egyenletének $\left(F = \frac{\Delta p}{\Delta t}\right)$ felidézése a feladatunk.

A rugó deformációjára alapozott erőskála esetén a dinamika alaptörvényének matematikai átalakításával illetve a törvény ezt tükröző átfogalmazásával jutunk el az impulzustételhez. Középiskolás szinten állandó erő és az erőhatás időtartamának szorzatával definiáljuk az erőlökést $(\mathbf{F} \cdot \Delta t)$. Ez fogalom rövid ideig tartó erőhatások esetén jól használható, mert az erők a fizikában általában lassan változnak, így a rövid idő alatt állandónak tekinthetők. (Általános esetben, ha az ütközés τ időtartama alatt az erő változik, az erőlökést a $\int_0^\tau \mathbf{F}dt$ kifejezés adja meg.)

Amikor a test mozgása több erő együttes hatására jön létre, akkor az erőlökések eredője megegyezik az erők eredője által kifejtett erőlökéssel, így a dinamika alaptörvényét az eredő erőlökéssel az

$$\mathbf{F}\Delta t = \Delta\mathbf{p}$$

alakban fejezhetjük ki. Ez a kifejezés az impulzustétel. Az impulzustétel erőlökéssel kifejezett alakja az erőhatás időbeli összegzésének eredményét, az impulzus megváltozását adja meg.

Az erőlökés fogalom nagyon hasznos lehet a kényszererők hatására végbemenő folyamatok esetén. Ilyenkor gyakran sem az erőhatás, sem az erőhatás ideje nem ismeretes, csak az impulzusváltozás (vagy az erőlökés). Ez a helyzet például a falnak ütköző labdák, golyók, molekulák mozgásának leírásakor. (A kinetikus gázelméletben például a nyomás értelmezésénél is ezt használjuk.)

Fallal ütköző pontszerű test

Részletek >>>

Amennyiben $\mathbf{F} = 0$, akkor az impulzus megmarad, azaz $\Delta\mathbf{p} = 0$. Ez az impulzusmegmaradás törvénye. A törvény a pontszerű testek mozgásának leírásakor sok újat nem mond a szokásos dinamikai tárgyaláshoz képest, ezért kimondását akár későbbre is halaszthatjuk, amikor a pontrendszereket tárgyaljuk, s a tétel már komoly fizikai tartalommal bír. Ne feledkezzünk meg arról, hogy az impulzus vektormennyiség, így megmaradása részlegesen, valamelyik koordinátára korlátozottan is teljesülhet.

3.2. Munka és energia tétel

A munka és a hozzá kapcsolódó munkatétel alkalmazása a pontszerű testek mozgásának tárgyalása során gyakran egyszerűsíti a problémamegoldást, mivel feleslegessé teszi a mozgásegyenlet megoldását. Igen sokszor előfordul, hogy a mozgás időbeli lefolyását nem ismerjük, vagy nem is szükséges számunkra, ismerjük azonban a pályát és a pálya egyes pontjaiban fellépő erőket. A munkatétel az erőhatás hely szerinti összegzésének eredményét, mint a test kinetikus energiájának megváltozását adja meg. (Emlékezzünk az impulzustételre, mely az erőhatás időbeli összegzésének eredményét, azaz a test impulzusváltozásaként adta meg.) A tétel az állandó erő hatására egyenes vonalon mozgó test példáján egyszerűen belátható, s így szinte a legegyszerűbb munka fogalom elegendő a kimondásához. A munkatétel egyszerű, de könnyen általánosítható alakjának kimondása már az erőtörvénnyel megadott erők munkájának tárgyalása előtt ajánlható, mert mint látni fogjuk, segítséget jelenthet a potenciális energia fogalmának megértésében. A potenciális energia ismeretében térhetünk rá a mechanikai energiamegmaradás törvényének speciális esetekben való kimondására.

3.2.1. A munka fogalma

A munka fogalma a mechanikában kulcsfontosságú. Rajta keresztül juthatunk el az energia kézzel fogható definíciójához és a mechanikai energiamegmaradás törvényén keresztül kapcsolódhatunk a fizika legfontosabb és legáltalánosabb megmaradási törvényéhez, a szélesen értelmezett energiamegmaradáshoz.

A munka általános fogalmához vezető út

Részletek >>>

A mechanikai munka, illetve a kinetikus és helyzeti energia fogalmával a fizikatanítás alapozó szakaszában, 7-8. évfolyamon találkoznak először a diákok. A középiskolai tárgyalás kiindulásaként ezekre az ismeretekre kellene támaszkodni. A tapasztalatok azonban arra mutatnak, hogy a munkával és az energiával kapcsolatos fizikai mennyiségek a diákok fogalomrendszerében keverednek a hétköznapi életben használt „munka" jelentésével. Mivel a későbbiek szempontjából nagyon fontos, hogy a fizikai fogalmak tiszták és jelentésükben egyértelműek legyenek, a fizikatanítás második lépcsőjének számító középiskolában célszerű az általános iskolai ismeretek áttekintésére a minimálisnál több időt szánni. Ennek során kiemelt figyelmet kell szentelnünk a munka, mint fizikai mennyiség, és a munka, mint hétköznapi fogalom tartalmi különbségének hangsúlyozására.

A munka fogalom hétköznapi és szaktudományi tartalma

A munka szót az erőhöz hasonlóan nemcsak a fizikában használjuk, hanem a hétköznapi életben is sokféle jelentéstartalom kapcsolódik hozzá. Diákjainkban tudatosítani kell, hogy a fizika fogalmait, bár gyakran a hétköznapi életből vett jelentés alapján határozzuk meg őket, mindig egyértelmű definíciókkal kell rögzíteni. Így többnyire csak részben fedik a mindennapi életben hozzájuk kapcsolódó tartalmat. Különösen igaz ez az antropocentrikus fogalmakra, amelyek kialakulása erősen kötött az emberi tevékenységhez. A munka fizikai fogalma esetén kétféle prekoncepcióval is meg kell küzdenünk. Az egyik az, hogy a tanulók gyakran úgy hiszik, hogy munkát csak élőlények végezhetnek. A másik, hogy a hétköznapi tapasztalat alapján a munka fogalmához tapad a fáradságérzet keletkezése is.

A fizika tudományban használatos munkafogalom kialakításakor tehát elsődleges, hogy a munkát „személytelenítsük”, s a fogalmat az erőhöz kapcsoljuk, függetlenül az erőt kifejtő test tulajdonságaitól. Érdemes tehát már akkor, amikor a szánkót húzó gyerek által végzett munkát határozzuk meg, a kötélerő munkájáról is beszélni.

A fáradsággal kapcsolatos tapasztalatok értelmezése talán még nehezebb. Amikor munkát végzünk, elfáradunk. Ezt az állítást mindenki elfogadja, hajlamosak vagyunk azonban az állítás megfordítására is, azaz hogy amikor elfáradunk, akkor munkát végzünk. Az emberi tevékenységek körében, a hétköznapi életben talán ez is elfogadható. A munka fizikai definíciója azonban erősen korlátozza a munkavégzés tartalmát és gyakran még a szűken értelmezett fáradtságot okozó és hétköznapi értelemben vett fizikai munkával járó tevékenységek sem férnek bele a definícióba!

Amikor nehéz tárgyat tartunk, elfáradunk. A fizika tudománya által adott definíció szerint azonban, mivel ekkor az erőkifejtés nem jár elmozdulással, a munkavégzés zérus. Ha ezt az ellentmondást nem megfelelően oldjuk fel, akkor a diákok már tanulmányaik kezdetén elveszíthetik hitüket a tudományos fogalmak hasznosságában és jó esetben is csak azt fogadják el, hogy a jelenségekhez „józan ésszel” és tudományosan is lehet közeledni, de az utóbbi a hétköznapi életben gyakran használhatatlan.

Kezdeti érvként hasznos lehet, ha megmutatjuk, hogy míg a fáradság emberi tulajdonság, munkát az élettelen tárgyak is végeznek, s nincs értelme arról beszélni, hogy például az épület erkélyét évtizedek óta tartó kariatida szobor elfáradt-e vagy sem az évek során.

A munka fizikai fogalma tehát nem köthető egyértelműen a fáradsághoz. Természetesen hasznos, ha a későbbiek során megmutatjuk, hogy a nehéz tárgyat tartó ember elfáradásához milyen energetikai folyamatok vezetnek.

Miért fáradunk el, ha nehéz tárgyat tartunk? Az izommunka mechanizmusa.

Részletek >>>

3.2.2. A munka - energia témakör alapozó szintű tárgyalása 7-8. évfolyamon

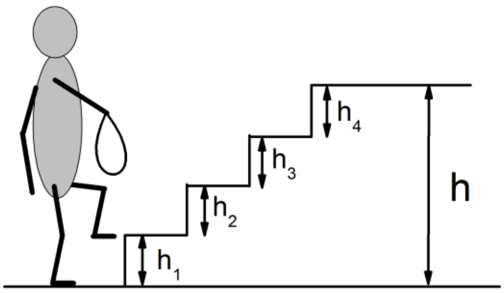
Az általános iskolában a munka fogalmát állandó erő és egyenes vonalú mozgás esetén vezetjük be, amikor az elmozdulás és az erő azonos irányú. Ha például egy ládát egyenes vonalú pályán, vízszintes talajon, vízszintes irányú állandó erővel s távolságba húzunk el, akkor a pálya minden pontjában az erőhatás ugyanakkora és az erő összegezett hatását a

$$W = F \cdot s$$

szorzat adja meg. Ezt nevezzük az F erő munkájának.

A munka fogalom mélyebb értelmezését a testek állandó sebességgel történő emelésekor az emelő erő és a nehézségi erő munkájának meghatározására alapozhatjuk. (Ilyenkor az F emelő erő egyensúlyt tart a nehézségi erővel). Ekkor kell felhívni a figyelmet arra, hogy emeléskor a nehézségi erő munkája negatív, mert az erő és az elmozdulás ellentétes irányú.

A következő lépésként tudatossá tesszük, hogy ha az erőhatás merőleges az elmozdulásra, akkor nincsen munkavégzés. Itt kell hangsúlyoznunk, hogy a munka hétköznapi jelentése és a munka, mint fizikai mennyiség fogalma lényegesen különbözik.



15. ábra. A munkavégzés illusztrálása lépcsőn felvitt teher esetén. A munka nagysága csak a lépcsők magasságától függ.

A következő fontos lépés az általánosítás felé annak bemutatása, hogy a nehézségi erő potenciálos, azaz az általa végzett munka csak a szintkülönbségtől függ. Természetesen ezt csak konkrét példán, a lépcsőn vitt teher példáján keresztül tárgyaljuk. A kisdiákok számára is könnyen belátható, hogy amikor lépcsőn nehéz kosarat cipelünk felfelé, akkor az emelő erő munkája – az erő és az elmozdulás váltakozó iránya miatt - csak a lépcsőfokok magasságának összegétől függ, a lépcsőfokok szélessége a munkát nem befolyásolja.

Változó erő munkájával az alapozó szinten nem foglalkozunk.

Az általános iskolában a munka fogalma is csak azért szükséges számunkra, hogy a mechanikai energia fogalmát (mint munkavégző képességet) bevezethessük és a mechanikai energiamegmaradás törvényét kimondhassuk.

A mechanikai energiák fogalmi bevezetése, a mechanikai energiamegmaradás

Az emelési munkát vizsgálva megállapíthatjuk, hogy függetlenül attól, hogy milyen módon (például lépcsőn, vagy kötélen felhúzva) juttattuk a testet h magasságba, az emelő erőnek a nehézségi erő ellenében végzett munkája mindig mgh. Ezt a munkát a felemelt test vissza tudja adni, ha pl. ráejtjük egy cölöpre és az besüllyed a földbe. Azt mondjuk, hogy azoknak a testeknek, amelyek munkát képesek végezni, energiájuk van. A felemelt testeknek helyzetéből adódóan van munkavégző képessége, azaz *helyzeti energiája*, amit az mgh összefüggéssel adhatunk meg. (Természetesen elemi példákon keresztül diszkutálnunk kell a helyzeti energia zérus pont választásának szerepét is.)

Az energia fogalom és a mechanikai energiamegmaradás tétele

Az energiát általában is munkavégző képességként definiálhatjuk. (Az energiafogalomnak más bevezetése is lehetséges! A hőtan keretében részletesen foglalkozunk az energia melegítőképességként való értelmezésével.)

Konkrét, kísérletekkel illusztrált példákon keresztül megállapíthatjuk, hogy a testeknek nemcsak helyzetüknél fogva, hanem mozgásuk, és rugalmasságuk miatt is lehet energiája. A mozgási energia $\frac{1}{2}mv^2$ képletét érdemes egyszerű kísérleti tapasztalatokra hivatkozva (nagyobb sebességű és nagyobb tömegű test más testtel ütközve nagyobb munkát képes végezni) közölni. Ezt megtehetjük a rugalmas energiára vonatkozóan is, de ott a képlet kevésbé fontos.

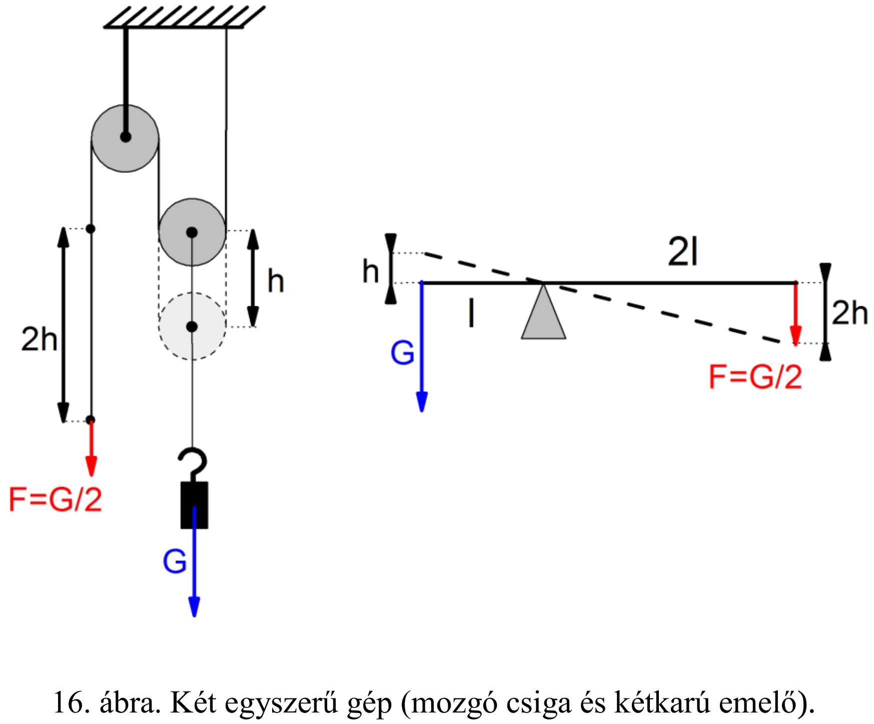
A kinetikus energia kiszámítására vonatkozó képlet azért lényeges, mert segítségével a mechanikai energiamegmaradás törvénye egy jól ismert, és áttekinthető mozgásra a szabadesésre vonatkozóan mennyiségi szinten is könnyen kimondható. A kinetikus energia növekedése a testek gyorsítása, csökkenése a testek lassítása során következik be. Leejtett test mozgását figyelve megállapítható, hogy esés közben a test sebessége, tehát mozgási energiája növekszik, helyzeti energiája pedig csökken. A legmagasabb ponton a helyzeti energia maximális, a mozgási energia zérus. A talajt érő test esetén pedig a mozgási energia maximális, a helyzeti pedig zérus. Ennek alapján, természetes módon kimondjuk, hogy a szabadon eső testek helyzeti és mozgási energiájának összege állandó, vagyis a szabadon eső test mechanikai energiája megmarad.

Érdeklődő osztály esetén egyszerű továbblépésként észrevehetjük, hogy amennyiben a levegő ellenállása nem hanyagolható el, akkor a szabadon eső testek mechanika energiája csökken, hiszen a nagy magasságból eső testek (pl. leejtett papír-kúp, ejtőernyő, esőcseppek) sebessége, azaz mozgási energiája állandóvá válik, helyzeti energiája pedig folyamatosan csökken. Magyarázatként közöljük, hogy a mechanikai energia ilyenkor hővé alakul, szétszóródik a környezetben. A közegellenállási erőhöz hasonlóan a súrlódási erő is szétszórja a mozgási energiát a környezetben, hiszen a vízszintes talajon ellökött testek megállnak, mozgási energiájuk hővé alakul. A mechanikai energiamegmaradás törvénye tehát nem mindig érvényes, alkalmazásakor meg kell vizsgálnunk, hogy nem hatnak-e a súrlódási erőhöz hasonló erők, amelyek a mozgási energiát szétszórják a környezetben.

A kérdéskör tanítása az általános iskolában kifejezetten nehéz, és nagyon körültekintő tanári munkát és a tanulócsoporthoz való folyamatos alkalmazkodást igényel. A fogalmak definíciói nem lehetnek élesek, kialakításuk, elhallgatások, tapasztalatra hivatkozások és tanári közlések finom szövevénye. Tanácsként elmondhatjuk, inkább legyünk kicsit pontatlanok, de alkalmazkodjunk a tanulók gondolkozásához, mint hogy teljesen pontos és mindenre kiterjedő definíciókkal megemészthetetlen tananyagot zúdítsunk diákjainkra.

Egyszerű gépek és a mechanikai energiamegmaradása

Az egyszerű gépek tárgyalása hagyományosan része az általános iskolai tananyagnak. A téma sok kísérlettel illusztrálható és a gyakorlati alkalmazások is szinte kimeríthetetlenek. Az egyszerű gépek gyakorlati alkalmazásának legfőbb céljaként erősokszorozó szerepüket emeljük ki. Fontos azonban rámutatni, hogy az egyszerű gépek csak az erőkifejtést könnyíthetik meg, energiát nem takaríthatunk meg velük. A 16. ábra néhány veszteségmentes egyszerű gép esetén mutatja, hogy ahányad részére csökkentjük pl. egy test felemeléséhez szükséges erőt, annyiszorosára növekszik az út, amelyen az erőt ki kell fejtenünk. Fontos, hogy a fizika alapozó szintjén a meggyőzés eszköze ne csak a kréta és a számítás legyen, hanem sokkal inkább a kísérleti bemutatás és a mérés. A rajzon is látható csigákból álló rendszer, ill. a kétkarú emelő esetén az elmozdulások jól mérhetők. Ha tehát alkalmas tömegek megfelelő elrendezésével az egyensúlyt biztosítjuk, majd a rendszert elmozdítjuk, a két test helyzeti energiakülönbségének mérésekre alapozott kiszámításával igazolhatjuk, hogy a rendszer összenergiája állandó.



16. ábra. Két egyszerű gép (mozgó csiga és kétkarú emelő).

Egyensúlyban lévő egyszerű gépek mozgatása csak valamely oldalon ható kisebb-nagyobb többlet-erő munkáját igényli. Az egyszerű gépek működése során is van energiaveszteség, amit a fenti példáink esetén a tengelysúrlódás okoz. A veszteségek megtárgyalása során bevezethetjük a hatásfok fogalmát a hasznos munka/összes munka összefüggés segítségével.

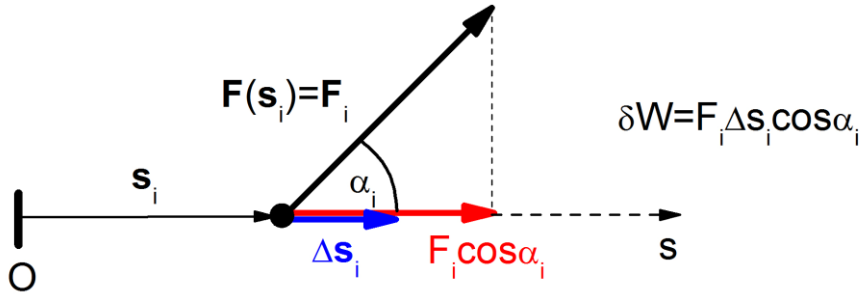
3.2.3. A munka és a munkatétel, valamint az energia fogalom beágyazása a középiskolai tananyagba

A munka fogalma kulcsfontosságú nemcsak a mechanika, hanem a fizika egészének fogalomrendszere szempontjából. A mechanika centrális fogalma kétségtelenül az erő, amelynek segítségével a mozgások időbeli lefolyása megadható. A fizika egésze szempontjából azonban szinte fontosabb szerepet tölt be a munka. (A munka fogalmára alapozva vezetjük be az energia fogalmát, s nemcsak a mechanikában, hanem a termodinamikába átnyúlóan is (belső energia). Az elektrodinamika törvényeinek kimondásakor központi szerepet játszanak az örvénymentes erők, azaz azok, amelyek munkavégzése zárt görbe mentén zérus, stb.) Fontos tehát, hogy megfelelően általános és jól érthető formában tárgyaljuk a fogalom bevezetését.

A középiskolában az általános iskolában tanult egyszerű ($W = Fs$) munka fogalom átismétlése után a munkával és az energiával kapcsolatos fogalomkör középpontjába a munkatételt érdemes helyezni. Az általános iskolai ismeretekhez képest éppen az jelenti a továbblépés kulcsát, hogy a dinamika alaptörvényének és a gyorsulás fogalomnak az ismeretében a munkatétel az egyenletesen gyorsuló mozgás esetén már a legegyszerűbb munka fogalom ismeretében bebizonyítható, így azonnal adódik a kinetikus energia definíciójának lehetősége. A tétel intuitív általánosítása pedig nagy segítséget jelent a munka fogalom finomításában.

A középiskolai tanítás javasolt sorrendje tehát a következő lehet:

1. A $W = Fs$ általános iskolai munkafogalom felidézése (állandó erő munkája az erő egyenesébe eső s úton)
2. Az F erő hatására létrejövő egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgásra vonatkozóan a munkatétel
$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$
alakjának bebizonyítása és a kinetikus energia fogalmának bevezetése.
3. A munka fogalom általánosítása egyenes vonalú mozgás esetén az elmozdulással szöget bezáró erőre. Itt érdemes megbeszélni, hogy egyenes vonalú mozgás és állandó erő esetén a munkát az erő, elmozdulással párhuzamos vetületének és az elmozdulásnak a szorzatával számíthatjuk ki. Ezt érdemes rajzzal is hangsúlyozni. (A gimnázium átlagos tantervű 9. évfolyamán matematikából még nem ismertek a szögfüggvények, így szöget bezáró erő és elmozdulás esetén a munka rutinszerű számítása még nem elvárható, de speciális szögeket választva (pl. 60°), elemi geometriai okoskodással a feladat megoldható. Természetesen, ha diákjaink később érettségire készülnek, vagy szakirányban akarnak továbbtanulni, a 9. évfolyamon kimaradtakat a fakultációs órakeretben be kell pótolni.)



17. ábra. Az erő elmozdulás irányú vetülete egyenes vonalú mozgás esetén.

4. A munka fogalmának további általánosítása és finomítása konkrét erőtörvényekre alapozva. (Az általános folyamat leírását az D26 melléklet tartalmazza, azonban az ott kifejtett lépéssorozat középiskolában nem alkalmazható. A tárgyalás csak vezérfonalat ad a tanári munkához, arra vonatkozóan, hogy milyen általánosító lépések megtétele szükséges.)

   A további általánosításhoz, azaz a változó erő munkájának és a síkgörbe mentén végzett munkának az értelmezéséhez lényegében háromféle erő, a nehézségi erő, a rugóerő és a gravitációs erő munkájának kiszámítása során juthatunk el, bár az utóbbi megtárgyalása nem feltétlenül szükséges.

   A témakör rendkívül absztrakt, ezért a munka fogalmát általánosító lépéseket mindig konkrét erő munkájának kiszámításához kell kötni. Tehát ne foglalkozzunk általában a változó erő munkájával, hanem értelmezzük a rugóerő munkájának kiszámításakor. Hasonlóképpen ne általánosan értelmezzük a görbe pálya mentén végzett munkát, hanem a nehézségi erő munkáját (esetleg a gravitáció erőét) határozzuk meg, speciális görbékre vonatkozóan.
5. Mind a rugóerő, mind a nehézségi erő potenciálos, azaz rájuk támaszkodva bevezethető a potenciális energia fogalma és a munkatétel felhasználásával speciális esetként kimondható a mechanikai energiamegmaradás tétele.
6. Jobb osztályokban a potenciális energia általános iskolai fogalmát pontosítva bevezethetjük a potenciál fogalmát is.
7. A súrlódási erő munkájának tárgyalásával megmutathatjuk a munkatétel általános érvényességi körét. A munkatétel ugyanis általánosabb, mint a mechanikai energiamegmaradásának tétele, mert nemcsak potenciálos erők esetén alkalmazható.
8. Emelt szintű osztályokban megmutathatjuk, hogy ha a munkatételben a potenciálos erők munkáját a megfelelő potenciális energiával fejezzük ki, akkor a munkatétel úgy is kifejezhető, hogy a mechanikai energia változása a nempotenciális erők munkájával egyenlő. ($\Delta E = W_{nempot}$). A tételnek ez az alakja a feladatmegoldásban nagyon hasznos lehet.

Megjegyzések:

1. A különböző erőfajták munkájának tárgyalásának sorrendje természetesen az itteni ajánlathoz képest szabadon változtatható.
2. A munka fogalom kiépítése is különböző mélységig terjedhet és szabadon választhatunk abban is, hogy a konzervatív erők esetén (nehézségi erő, rugóerő, gravitációs erő) az erőfajta munkájának meghatározásához csatoljuk a mechanikai energiamegmaradási tétel speciális alakját, vagy a különféle erők munkájának megtárgyalása után egy csokorban mondjuk ki a megmaradási tételeket.

3.2.4. A kinetikus energia és a munkatétel

A munka kisgimnáziumban adott egyszerű definíciójára támaszkodva meghatározhatjuk az egyetlen állandó erő (F) hatására végbemenő mozgás esetén az erő munkája és a mozgás jellemzői közötti kapcsolatot. Alapvetően ezzel az eredő erő munkáját számítjuk ki egyszerű esetben.

Foglalkozzunk először a legegyszerűbb esettel, amikor a test zérus kezdősebességről indul. Határozzuk meg, hogy mennyi munkát végez az eredő erő τ idő alatt. A test ebben az esetben $a = F/m$ gyorsulással mozog és τ idő alatt

$$s = \frac{a}{2}\tau^2 = \frac{v^2}{2a}$$

utat tesz meg, ahol v a test τ idő alatt elért sebessége. Így az eredő erő munkája

$$W_{er} = Fs = F\frac{v^2}{2a}.$$

Beírva ide a gyorsulás értékét, azt kapjuk, hogy

$$W_{er} = \frac{1}{2}mv^2\,.$$

Érdemes visszaidézni, hogy a korábbi tanulmányokból ez a kifejezés már ismert és megállapítható volt, hogy test mozgásából származó munkavégző képességét adja meg. Emiatt nevezzük mozgási energiának.

Érdemes a számítást nem zérus kezdősebességű test esetén is elvégezni. Jelöljük a kezdőpillanatbeli sebességet v_0-lal, a τ időpillanatbelit pedig v_τ-val. Az eredő erő legyen továbbra is állandó, ami azt jelenti, hogy a gyorsulás is állandó. Az F eredő erő által végzett munka $W_{er} = Fs.$ Felhasználva, hogy $F = ma,$ valamint, hogy $a = \frac{v_\tau - v_0}{\tau}$ és $s = \frac{v_\tau + v_0}{2}\tau,$ azt kapjuk, hogy az eredő erő munkája:

$$W_{er} = \frac{1}{2}mv_\tau^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\,,$$

azaz a végső és kezdeti kinetikus energia különbsége.

A tanulócsoportok többségében a munkatételnek fenti bevezetése után kimondhatjuk, hogy a tétel tetszőleges erők eredője esetén is érvényes, azaz

Pontszerű test esetén az erők eredőjének munkája megegyezik a kinetikus energia változásával.

A tétel azonban könnyen általánosítható változó erő munkájára is.

A munkatétel bizonyítása változó erőre vonatkozóan

Részletek >>>

Megjegyzések:

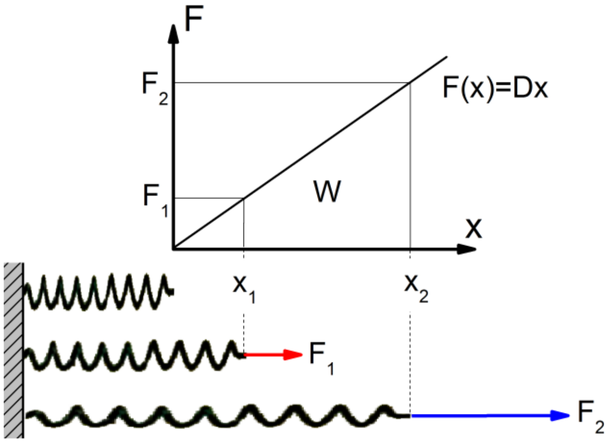
1. Már itt érdemes észrevetetni a tanulókkal, hogy az eredő erő munkája megegyezik az erők munkájának összegével, azaz mindegy, hogy előbb összegezzük az erőket és azután számítjuk ki a munkát, vagy előbb kiszámítjuk minden ható erő munkáját, és azokat adjuk össze. (Ez abból következik, hogy az elmozdulás minden erő esetén azonos.) Érdemes utalni arra is, hogy kiterjedt testek illetve pontrendszerek esetén ez a szabály nem érvényes, a munkatételben az erők munkájának összege szerepel, és nem az eredőerő munkája.
2. A munkatétel általános érvényű kimondása után egy rendkívül hatékony eszközhöz jutottunk, amely feladatok széles körének megoldására alkalmas. Amennyiben olyan erők hatnak, amelyeknek munkáját meg tudjuk határozni, kiszámítható a kinetikus energia változása és a kezdősebesség ismeretében a test sebessége. Nincs szükségünk sem a potenciális energia definiálására, sem a mechanikai energiamegmaradás tételére.

3.2.5. A rugóerő munkája

A rugóerő munkájának tárgyalása során a munkát változó erő esetén kell kiszámítani.

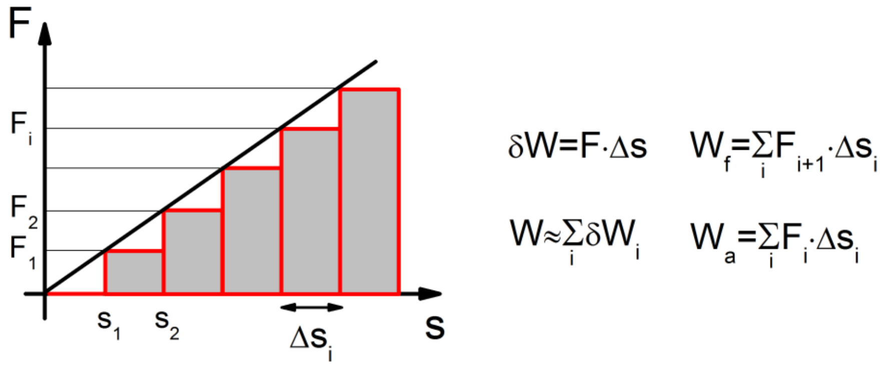
A rugóerő munkája és a rugóerő ellenében végzett munka

Nyújtsuk meg az $F_R = -Dx$ erőtörvényű rugót egyenletes sebességgel, azaz fejtsünk ki minden pontban $F = Dx$ erőt, hogy az erők eredője zérus legyen. A munkatétel értelmében, mivel a kinetikus energia változása zérus, az általunk végzett munka és a rugóerő munkája azonos nagyságú, de a rugóerőé negatív. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a nyújtás során a rugóerő ellenében végzünk munkát. Az ábra a rugót nyújtó erőt mutatja a megnyúlás függvényében.



18. ábra. Rugó megnyújtásához szükséges erő változása. A görbe alatti terület adja a végzett munkát.

Mivel az erő minden pontban más, az eddigi számítási módot nem tudjuk alkalmazni, természetes általánosítás azonban, hogy a megnyúlást kicsiny szakaszokra bontjuk, amelyeken az erő állandónak tekinthető. Bevezetve a $\delta W = F\Delta s$ elemi munkát, a teljes munkát az egyes szakaszokon végzett elemi munkák összegeként közelíthetjük.



19. ábra. A megnyúlás kicsi szakaszokra bontása és a munka számítása.

Az 19. ábra mutatja, hogy ha minden szakaszon a szakasz kezdőpontjában felvett erővel közelítjük az erőhatást, akkor a felosztás finomságától függően a tényleges munkánál kicsit kisebbet, ha minden szakaszon a végpontbeli erővel közelítünk, akkor a tényleges munkánál kicsit nagyobbat kapunk. Intuitíve elfogadhatjuk (elfogadtathatjuk), hogy nagyon finom felosztás esetén az erőgrafikon alatti terület adja a munkavégzést. Az rugóerő ellenében végzett munka tehát s megnyúlás esetén:

$$W = \frac{1}{2}Ds^2 .$$

Ezt a munkát a rugó, ha feszítését megszüntetjük, „vissza tudja adni”, munkát tud végezni. A megfeszített rugó $E_r = \frac{1}{2}Ds^2$ rugalmas energiával rendelkezik. Ha a rugót s_1 megnyúlásról s_2-re feszítjük tovább, akkor a rugóerő ellenében végzett munka

$$W = \frac{1}{2}Ds_2^2 - \frac{1}{2}Ds_1^2 .$$

Vegyük észre, hogy a rugó rugalmas energiájának megváltozása a rugóerő ellenében végzett munka negatív előjellel vett értéke:

$$\Delta E_r = \frac{1}{2}Ds_1^2 - \frac{1}{2}Ds_2^2$$

Megjegyzések:

1. Érdemes rámutatni, hogy a rugalmas energia csak a rugó megnyúlásától függ. Amennyiben a rugót s_1 megnyúlásról s_2 -re nyújtjuk, majd lassan ugyanoda visszaengedjük, akkor mind a rugóerő, mind a rugóerő ellenében végzett munka zérus.
2. A rugóerő esetén kézenfekvően adódott, hogy a változó erő munkája egyenes vonalú elmozduláskor az erőgrafikon alatti területtel adható meg. Ezt a szabályt tetszőleges erőre általánosíthatjuk (ha szükséges).
3. Felvetődhet a kérdés, hogy miért bonyolítjuk a munka meghatározását azzal, hogy a rugóerő munkája helyett a rugóerő ellenében végzett munkát számítjuk ki. Ez a lépés természetesen kihagyható lenne, azonban akkor elveszítenénk azt a képet, hogy a rugó megnyújtása során energiát kell befektetni. A nyúlás során a rugóerő munkája negatív, s bár a munka formálisan kiszámítható lenne, elveszítenénk a rugó feszítése mögött lévő szemléletes fizikai képet.

A mechanikai energiamegmaradása a rugóerő hatására lezajló mozgásra vonatkozóan

Kössünk az s_1-sel megnyújtott rugó végére m tömegű testet és kis lökéssel adjunk neki v_1 sebességet a rugó megnyúlásának irányában, majd hagyjuk magára a rendszert. Határozzuk meg mekkora a test v_2 sebessége, amikor a rugó megnyúlása s_2!

Mivel a test pusztán a rugóerő hatására mozog, a munkatétel szerint

$$W_{r(1\to 2)} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 .$$

A rugóerő munkáját a rugóenergiával kifejezve:

$$\frac{1}{2}Ds_1^2 - \frac{1}{2}Ds_2^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 .$$

Az ugyanahhoz a ponthoz tartozó energia értékeket az egyenlet azonos oldalára rendezve azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2}Ds_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}Ds_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 .$$

Mivel az 1. és 2. pontra semmilyen feltevést sem tettünk, az összefüggés azt jelenti, hogy a mozgás során a rugóenergia és a mozgási energia összege minden pontban ugyanakkora, vagyis a mechanikai energiák összege állandó. Ez a mechanikai energiamegmaradás tételének megfogalmazása pusztán a rugóerő hatására mozgó testre vonatkozóan.

Megjegyzés:

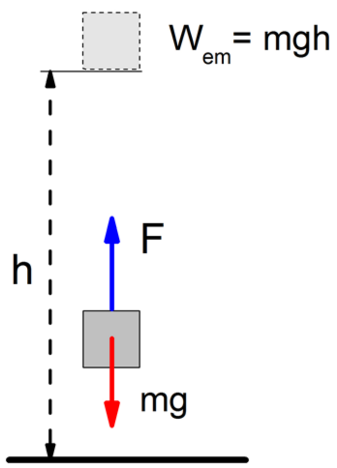
1. Természetesen nem adhatunk meg akármekkora sebesség és megnyúlás értékeket, mert a sebességek csak pozitívak lehetnek, s a rugó tulajdonságait is ismernünk kell. (Nem mindegy, hogy a rugó erőtörvénye húzásra és nyomásra is ugyanolyan, vagy a törvény csak a rugó nyújtására érvényes.)
2. A megmaradási tételt a rezgések esetén tudjuk igazán felhasználni, ezért minden további nélkül megtehető, hogy a rugóerő munkájának meghatározásakor nem térünk ki rá.

3.2.6. A nehézségi erő munkája

Az általános iskolában tanultakat felelevenítve emlékeztetünk arra, hogy a munka fogalmát az állandó erő munkájának értelmezésével kezdtük. Az állandó erő leggyakoribb típusa a nehézségi erő, és középiskolában már kissé pontosabban kezelhetjük az emelő erő és a nehézségi erő munkájának kérdését.

A nehézségi erő munkája és a nehézségi erő ellenében végzett munka

Alkalmazzuk a munkatételt a h úton függőlegesen felfelé egyenletes sebességgel mozgatott testre. Mivel a kinetikus energia megváltozása nulla, a testre ható F emelő erő és a nehézségi erő munkája megegyezik, de ellentétes előjelű.



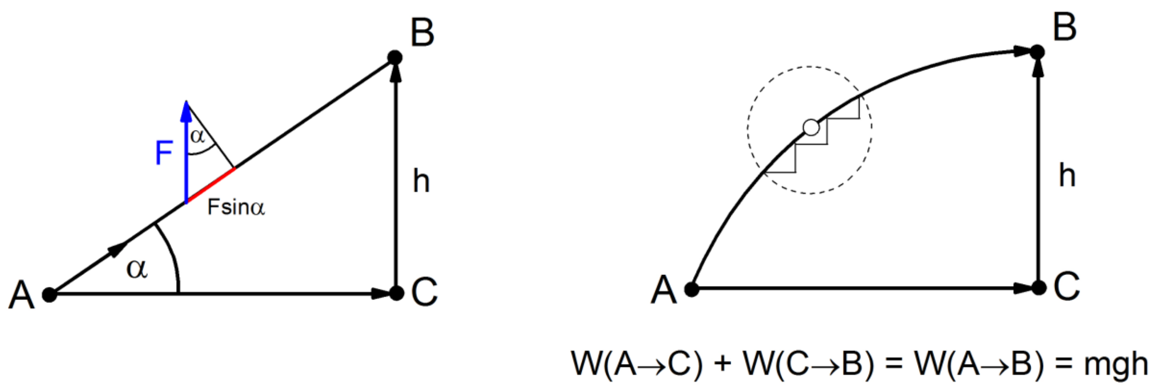
20. ábra. Test h magasságba történő emelése függőlegesen.

A 20. ábra**Hiba! A hivatkozási forrás nem található.** alapján az F erő munkája $W_F = Fh$. A nehézségi erőé pedig, mivel az elmozdulás és az erő iránya ellentétes $W_{mg} = -mgh$. Ilyenkor azt mondjuk, hogy az F erő a nehézségi erő ellenében végez ún. emelési munkát. Amennyiben a test ugyanilyen körülmények között, de lefelé mozog, akkor a nehézségi erő munkája lesz pozitív és az F erőé negatív.

Amennyiben $F > mg$ akkor a munkatétel szerint a test sebessége nő, gyorsulva emelkedik. Ebben az esetben az F erő munkájának egy része a test emelésére, egy része pedig a test gyorsítására fordítódik. Az emelési munka ebben az esetben is

$$W_{em} = mgh\,.$$

A testet nemcsak függőlegesen, hanem tetszőleges görbén is emelhetjük.



21. ábra. Test h magasságba történő emelése tetszőleges pályán.

A 21. ábra jelöléseivel megállapítható, hogy a testet A pontból a h -val magasabban fekvő B pontba akár a kijelölt görbe mentén, akár úgy juttatjuk el, hogy először vízszintesen, majd függőlegesen mozgatjuk, a nehézségi erő ellenében mindig ugyanannyi munkát végzünk. Az emelés során végzett munkát érdemes először az első ábrán látható háromszög esetén elvégezni. A ferde szakaszon az $F = mg$ emelő erő munkája

$$W_{em} = mg\sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha},$$

ami megegyezik az ACB úton végzett munkával. Görbe vonalú pálya esetén hasonló eredményre jutunk, ha a görbe pályát kicsiny vízszintes és függőleges szakaszokból álló fogazott görbével közelítjük. A vízszintes szakaszokon a munkavégzés nulla, hiszen az erő merőleges az elmozdulásra, a függőleges szakaszok összhosszúsága pedig tetszőleges görbe esetén az A és B pont magasságkülönbségével egyezik meg.

A fentiek alapján megállapítható, hogy a nehézségi erő ellenében végzett munka, s így a nehézségi erő munkája is csak az út kezdő és végpontjának magasságától függ, a két pont közötti pálya alakjától pedig nem. Ha egy testet h magasságba emelünk, akkor a nehézségi erő ellenében végzett mgh munkát - mint már az általános iskolában megállapítottuk - „visszakaphatjuk”. *A felemelt testeknek munkavégző képessége, helyzeti energiája van.*

A nehézségi erő munkáját, ha a test az A pontból a B-be jut mozgása során, a

$$W_{neh} = mgh_A - mgh_B$$

összefüggéssel adhatjuk meg. A nehézségi erőhöz az mgh összefüggéssel helyzeti energiát rendelhetünk. A nehézségi erő példája kapcsán érdemes részletesen megbeszélni a null-szint megválasztásának kérdését, és tisztázni, hogy a helyzeti energia negatív is lehet.

Megjegyzések:

1) A nehézségi erő munkájának különböző útra vonatkozó kiszámításakor rámutathatunk arra is, hogy ha a nehézségi erő munkáját zárt görbe mentén számítjuk ki, akkor minden esetben zérust kapunk. (Példaként az ábrák szerinti ABCA pontok közötti görbére végezhetjük el a bizonyítást.)
2) A nehézségi erő példáján bevezethetjük a potenciál fogalmát is (az egységnyi tömegre jutó helyzeti energiaként), de a fogalom ezen a szinten inkább felesleges teher, mert még nem látható, hogy miért lehet hasznos.
3) A nehézségi erő és a rugóerő példája nyomán általánosan is kimondhatjuk, hogy az olyan erőkhöz, amelyek munkája csak a pálya kezdő és végpontjától függ, potenciális energiát rendelhetünk. Az ilyen erőket általánosan potenciálos erőknek nevezzük. A potenciális energiát az erő ellenében végzett munkával definiálhatjuk, emiatt az F potenciálos erő munkája az A pontból a B pontba jutó test esetén
$$W = E_A - E_B \,,$$
ahol E_A és E_B rendre az F erőhöz rendelt potenciális energia értéke a pálya kezdő-, illetve végpontjában. Ez a gondolati lépés rendkívül nehéz, mert a potenciális energia kifejezés ismeretlen, csak létezését tudjuk. Segíti a megértést és az általánosítást, ha gyakran hivatkozunk a konkrét, már megismert erőfajtákhoz rendelhet potenciális energia kifejezésre.

A mechanikai energiamegmaradás tétele a nehézségi erő hatására mozgó testekre vonatkozóan

A h_1 magasságban lévő testet lökjük meg lefelé v_1 sebességgel, majd hagyjuk magára. Mekkora v_2 sebességgel érkezik a h_2 magasságú pontba?

A test pusztán a nehézségi erő hatására mozog, így a munkatétel szerint a nehézségi erő munkája

$$W_{neh(1\to 2)} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \,.$$

A nehézségi erő munkáját a helyzeti energiával kifejezve azt kapjuk, hogy

$$mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \,.$$

Az ugyanahhoz a ponthoz tartozó energiákat az egyenlet egyazon oldalára rendezve azt kapjuk, hogy

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \,.$$

Mivel az 1 és 2 -vel jelzett pontokra vonatkozóan semmilyen feltevést sem tettünk, az összefüggés azt jelenti, hogy a helyzeti és mozgási energia összege a mozgás során állandó.

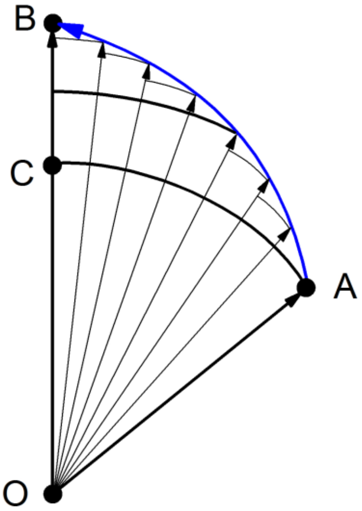
Ez a mechanikai energiamegmaradás törvénye a nehézségi erő hatására mozgó testekre vonatkozóan.

Megjegyzés: A megmaradási tételt érdemes a nehézségi erő munkájának meghatározásakor megtárgyalni, mert a korábbi tanulmányok során intuitív úton kimondott tétel most igazolást nyer. Érdemes ennek kapcsán a tételt több speciális esetben is alkalmazni.

3.2.7. A gravitációs erő munkája

A gravitációs erő munkájának megbeszélésére két szinten kerülhet sor. Először mindenképpen azt érdemes megmutatni, hogy a gravitációs erő munkája független a mozgás pályájától. Ezt pusztán az erő irányának ismeretében megtehetjük. A munka kiszámítását ezután a tanulócsoport ismereteihez igazítva különböző módszerekkel végezhetjük el.

Ismét az eddigiekben is alkalmazott eljárást kell követni, azaz a gravitációs erő ellenében végzett munkát érdemes kiszámítani, és a munkatételre hivatkozva megállapítani, hogy ha az m tömegű testet egyenletes sebességgel (most érdemes hozzátenni, hogy nagyon lassan) visszük az A jelű pontból a B jelűbe, akkor az általunk és a gravitációs erő által végzett munka egyenlő nagyságú, de ellentétes előjelű.



22. ábra. O pontban lévő gravitációs vonzócentrum terében mozgatott test pályája.

A 22. ábrának megfelelően határozzuk meg a gravitációs erő munkáját, miközben a test az A pontból a B pontba jut a nyíllal jelölt görbe pályán. Tegyük fel, hogy a „vonzócentrum” (a most pontszerűnek tekinthető Föld) az O pontban helyezkedik el. Ekkor a gravitációs erő a pálya minden pontjában az O pont felé, az általunk kifejtett erő pedig az O pontból a pálya adott pontjához húzott sugáron kifelé mutat. A görbe mentén a munkát legegyszerűbben úgy számíthatjuk ki, hogy a tényleges pálya helyett az ábrán jelölt „lépcsős” görbén haladunk, amelynek minden lépcsője az adott pontbeli sugárra merőleges és sugárirányú kicsiny szakaszból áll. A sugárra merőleges szakaszokon a munkavégzés zérus, a sugár menti kicsin elmozdulásokon pedig az általunk végzett munka $\delta W_i = F_i \Delta r_i$. A teljes munkavégzés az elemi munkák összege, amelyről azonnal látható, hogy megegyezik azzal a munkával, amit az ACB vonalon haladva végeznénk. Ennek a vonalnak az AC szakasza OA sugarú körív, CA szakasza pedig az OB sugáron van. Munkavégzés csak az OB sugárra eső szakaszon történik. Az AB görbét helyettesítő lépcsős görbe sugárirányú szakaszai pedig, amint a 22. ábra mutatja, megfelelő sugarú körívekkel az OB sugár szakaszainak feleltethetők meg.

Ebből azonnal következik, hogy a gravitációs erő ellenében végzett munka, (így a gravitációs erő munkája is csak a pályagörbe kezdő- és végpontjának a vonzócentrumtól mért távolságától függ, a pályagörbe alakjától azonban nem. Következésképpen a gravitációs térhez potenciális energia rendelhető.

A gravitációs erő ellenében végzett munka kiszámítása azért nehéz, mert a

$$W_{\overrightarrow{CB}} = \sum_i \frac{\gamma M m}{r_i^2} dr \approx \int_{r_A}^{r_B} \frac{\gamma M m}{r^2} dr$$

összeg kiszámítását igényli. (Vegyük észre, hogy a gravitációs erő ellenében végzett munkát számítjuk ki, ezért az O ponttól kifelé mutató erővel számolunk.) Emiatt a potenciális energia definiálása sem egyszerű. A potenciális energiára vonatkozó kvalitatív megállapítást azonban könnyen tehetünk. Mivel a munkavégzés a pályától független, a gravitációs térhez potenciális energia rendelhető. A potenciális energia munkavégző képességet jelent, így anélkül, hogy a potenciális energia függvényt ismernénk, beláthatjuk, hogy a potenciális energiának a vonzócentrumtól távolodva növekedni kell, hiszen a gravitációs erő annál nagyobb munkát tud végezni, minél nagyobb távolságon mozgatja a vonzócentrum felé a testet.

A munkavégzést meghatározó integrál középiskolai kiszámítására általában nincs mód. Ha mégis szükségesnek érezzük a gravitációs potenciális energia mennyiségi meghatározását, akkor közölhetjük az

$$E_{grav} = -\gamma \frac{Mm}{r}$$

összefüggést. Az összefüggés közlése azonban nagyon körültekintő diszkussziót igényel. Tisztáznunk kell, hogy a potenciális energia zérus pontja a végtelen távoli pontban van, és ez egyben a potenciális energia maximális értékét is jelenti.

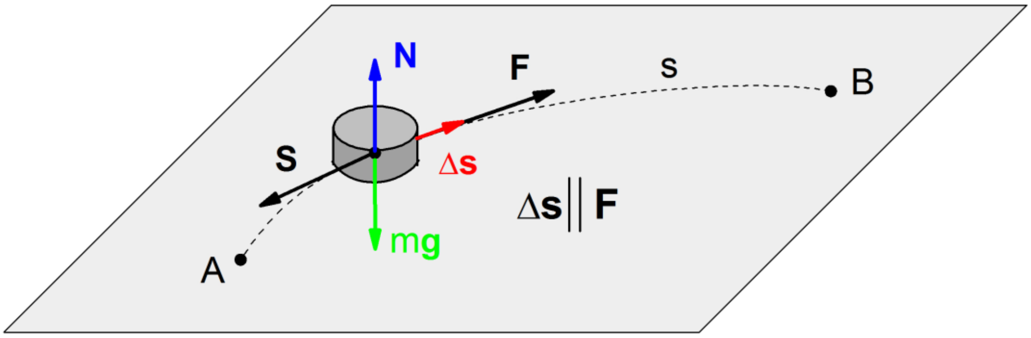
A mechanikai energiamegmaradás törvénye a gravitációs erő hatására mozgó testre vonatkozóan

Az előzőekhez hasonlóan most is egyszerűen megmutathatjuk a munkatétel segítségével, hogy a gravitációs erő hatására mozgó testek gravitációs potenciális és kinetikus energiájának összege állandó:

$$\frac{1}{2} m v^2 - \gamma \frac{Mm}{r} = konstans.$$

3.2.8. A súrlódási munka

Mozgassunk egy testet μ csúszó súrlódási együtthatójú felületen állandó sebességgel valamilyen görbe vonalú pályán. Ekkor a pálya minden pontjában a sebességgel (a pálya adott pontbeli érintőjével) ellentétes irányú μN nagyságú súrlódási erő lép fel.



23. ábra. Súrlódó felületen egyenletes sebességgel mozgatott testre ható erők.

A mozgás fenntartásához minden pontban ugyanekkora, a mozgás irányába eső F erőt kell kifejteni. Ekkor az F erő munkája adott s hosszúságú pályaszakaszon $W_F = \mu N s$, a súrlódási erő munkája pedig $W_S = -\mu N s$.

A súrlódási erő munkájának kiszámításakor hallgatólagosan a munka legáltalánosabb definícióját használjuk. Mivel azonban a súrlódási erő nagysága állandó, és iránya mindig párhuzamos és ellentétes a pillanatnyi elmozdulással, a munkavégzést az erő nagyságának és az útnak (a pályagörbe hosszának) a szorzata adja. Azonnal látható, hogy a súrlódási erő munkája adott pontok között különböző pályákon különböző lehet. Ebből következően zárt görbe mentén sem a súrlódási erő munkája, sem a súrlódási erő ellenében végzett munka nem zérus.

3.2.9. A kényszererő munkája

A kényszererők előírt felületre korlátozzák a testek mozgását, és mint a dinamika tárgyalásakor megállapítottuk, nyugvó kényszerek esetén merőlegesek a felületre, azaz a lehetséges elmozdulásra. Ez azt jelenti, hogy a kényszererők munkája mindig zérus. (Kényszererőn most a pálya által kifejtett erő pályára merőleges összetevőjét értjük.)

A kényszererőknek ez a tulajdonsága biztosítja, hogy a munkatételben akkor is csak a pálya érintőjébe eső erők eredőjét kell figyelembe vennünk, ha a pálya nem egyenes vonalú.

A munkatétel és az energiatétel alkalmazásai a feladatmegoldásban

Részletek >>>

Feladatsor a munkatétel és az energiatétel alkalmazásához

Részletek >>>

Dinamika mellékletek

D1. Gyakori prekoncepciók és tartalmi félreértések, tévképzetek a mechanika tanítása során

Szigorúan vett fizikai diszciplínaként a diákok többnyire a mechanikával találkoznak először. Itt kell megtanulniuk különbséget tenni a hétköznapi és a tudományos terminológia között.

A mechanika törvényeinek alkalmazásához a diákoknak a newtoni szemléletmódot kell elsajátítani. A Newton-törvények azonban erős extrapolációk eredményei, s első pillanatban gyakran ellentmondani látszanak a „józanész” diktálta „gyakorlati tapasztalatnak”. A mozgással és az erővel kapcsolatban mindnyájan rendelkezünk közvetlen érzékszervi tapasztalatokkal, s ezek a tapasztalatok mélyen gyökerező prekoncepciókhoz vezetnek a fizikai jelenségekkel kapcsolatban. A „józanészre” alapozó téves megfontolások többsége jól ismert a gyakorló fizikatanárok előtt, s a tanítás során többnyire gondot is fordítunk arra, hogy a téveszméket cáfoljuk. Megdöbbentő azonban, hogy egyes „téveszmék” rendkívül mélyen gyökereznek és sem az általános, sem a középiskolai tanítás során nem írthatók ki. Egyes prekoncepciók még az egyetemi tanulmányokat is túlélik. Emiatt a tanításban célszerű különös gonddal kezelni őket.

Bár a tipikus tévképzetek felderítése egyszerűnek tűnik, összegyűjtésük mégsem nyilvánvaló feladat. Jó kiindulási alapul szolgálhat például a tapasztalt tanárok gyakorlatából összegyűjthető halmaz közös része. A személyes tapasztalatok azonban sokszor szubjektívek, s nehéz eldönteni a különböző módon feltett kérdések hatását is. Nem könnyű elbírálni a téveszmék stabilitását és a kiküszöbölésükre tett erőfeszítések hatékonyságát sem.

A téveszmék objektív vizsgálatára kifejlesztett eszközök, diagnosztizáló tesztek könyvtárnyi anyagot tesznek ki, így teljességre semmiképpen sem törekedhetünk, célunk most csak annyi, hogy néhány olyan prekoncepcióra és tévképzetre felhívjuk a figyelmet, amelyekbe a dinamika bevezető tanítása során szinte biztosan beleütközhetünk. (Így most biztosan nem foglalkozunk például a tehetetlenségi erőkkel kapcsolatos folyamatosan újratermelődő téveszmékkel, amelyek még neves szerzők tankönyveiben is megjelennek.) Röviden ismertetjük azonban néhány gyakori téveszme történeti hátterét is és rámutatunk arra, hogy egyes tévképzetek a maguk korában előképei voltak egyes akkor még kialakulatlan, de a későbbiekben fontossá váló fizikai fogalomnak (impulzus, energia) károssá csak amiatt váltak, hogy újbóli megjelenésük elbizonytalanítja a helyes fogalomalkotást.

A tévképzetek és prekoncepciók rendszerezése

A módszertani áttekintéshez mindenképpen szükséges a téveszmék csoportosítása, rendszerezése. Legegyszerűbb, ha a csoportosítás alapjául magukat a Newton-törvényeket használjuk, hiszen viszonylag jól eldönthető, hogy adott tévképzet a törvényrendszer mely részének kiváltására szolgál a diákok fejében.

A kinematikai alapfogalmakkal és a vonatkoztatási rendszerrel kapcsolatos téveszmék

Ezek a tévképzetek többnyire a hétköznapi szóhasználatból és a definiálatlan fogalomrendszerből erednek. Bár a szaktudományos fogalmak pontos definíciójával és használatával könnyen leküzdhetőnek tűnnek, igen szívósan megmaradhatnak, pl. a naiv sebesség fogalom még az egyetemi vizsgákon is visszatérő gondokat okozhat.

A gyakori téveszmék:

- A kinematikában rendkívül fontos az időintervallum és az időpillanat fogalma, s ez gyakran nem válik szét a tanulókban. Gyakori, hogy az időpillanatot nagyon rövid időtartamként kezelik, s ezzel problematikussá válik az infinitezimális (végtelenül rövid) időtartam és emiatt a derivált fogalom kialakítása.
- A sebességgel kapcsolatos talán leggyakoribb fogalmi probléma, hogy az átlagsebesség és a pillanatnyi sebesség fogalma nem válik szét. (A diákok egy része a sebességet még az egyetemek bevezető kurzusain is tetszőleges mozgás esetén az út/idő definíciós képlettel számítja ki.)
- Gyakori a sebesség és a gyorsulás fogalmi összekeverése. Ez többnyire a hétköznapi szóhasználat továbbvitele, hiszen ott a sebesség, gyorsaság illetve sebesebb gyorsabb szavak szinonimák.
- A kinematika bevezetésekor sok problémát okoz a gyorsulás és a lassulás kifejezések használata. A lassulás szó természetes módon szerepel a tanulók szóhasználatában, azonban az előjeles gyorsulás fogalom bevezetése után jelentése zavarossá válik.
- Az előzőhöz hasonló, de sokkal nehezebben kezelhető probléma a sebességvektor és a sebesség abszolút értékének, megkülönböztetése, illetve a sebesség nagyságának megváltozása és a sebességvektor megváltozása közötti különbség megértése. Az ezzel kapcsolatos tévképzetek kialakulását a magyar nyelvű fizikai terminológia szinte „támogatja” hiszen az „egyenletes” kifejezés nem jelent gyorsulásmentességet. (Az egyenes vonalú egyenletes mozgás nem gyorsuló mozgás, az egyenletes körmozgás a sebesség irányának változása miatt már az.)
- Sokszor tapasztalt gondolata a diákoknak, hogy „erőhatásmentes esetben a testek a Földhöz képest nyugalomban maradnak. A „józan észre” alapozott fizikában tulajdonképpen ez az elv felel meg a tehetetlenég törvényének.
- Nehéz kérdés a Földhöz rögzített koordinátarendszer kitüntetettségének kezelése is! Különösen a mechanika tanítás bevezetésének során hasznos lehet, ha hallgatólagosan elfogadjuk, hogy a mozgásokat mindig érdemes a Földhöz képest vizsgálni, hiszen ez a felfogás kétségtelenül érzékszervi tapasztalatokra épül. (Az emberi észlelő rendszernek hatalmas csodája, hogy érzékszervi tapasztalataink alapján a mozgások reprezentálására nyugvó környezeti rendszert használunk, s nem a megfigyelő alanyhoz viszonyítva jelenítjük meg a mozgásokat.) Nem könnyű megtalálni azt a pillanatot, amikor a tanulóknak ezt a felfogását meg kell változtatnunk, s rá kell mutatnunk arra, hogy a Föld nem inerciarendszer. Természetesen érzékszervi tapasztalatainkat nem tagadhatjuk

meg, inkább azt kell megmutatni, hogy a tapasztalatokat hogyan kell megfelelően újraértelmezni, hogy szélesebb tényanyaggal is összhangban legyenek. A hétköznapi tapasztalatokat tehát meg kell tartanunk, csak értelmezésüket kell a téveszmék helyett a megfelelő newtoni elmélettel helyettesíteni.

A dinamikával kapcsolatos tévképzetek

A dinamikával kapcsolatos tévképzetek a mozgások okára és az erőtörvényekre vonatkoznak, gyökerük gyakran a súrlódással kapcsolatos tapasztalat helytelen általánosítása.

Szép csokrot gyűjthetünk össze a dinamika alaptörvényét helyettesítő téveszmékből:

- „A mozgásnak mindig oka van.” téveszme a „józanész” rendszerében a dinamika alaptörvényét helyettesíti, és a súrlódási illetve közegellenállási erő figyelmen kívül hagyása mellett szoros kapcsolatban van azzal is, hogy minden mozgást a Földhöz viszonyítunk. Legegyszerűbb két változata szerint:
    a) a mozgás csak kezdeti külső hatásra indul meg.
    b) a mozgás fenntartásához folyamatosan külső erő, vagy gravitációs hatás szükséges
- Állandó erő hatására állandó sebességgel mozognak a testek. (Esetenként ez mennyiségileg az $F = mv$ törvénnyel fogalmazható meg.)
- A testek növekvő erő hatására gyorsulnak.
- Állandó erő hatására az erő nagyságától függően – korlátozott hatások jönnek létre, mert az erőt akár a mozgás, akár az ellenálló közeg elhasználja.
- Az erő csak addig gyorsítja a testet, míg az bizonyos (az erővel arányos) sebességet el nem ér. Ezt a sebességet a test a továbbiakban megtartja, akár működik, akár nem működik az erő a továbbiakban.
- A testek tehetetlenségének, mint ellenállásnak a figyelembevétele: Semmilyen erő sem hozhat mozgásba egy testet, ha nem nagyobb, mint a test súlya. (A súly és tömeg ebben a tekintetben nem különbözik.)
- Gyakori tévképzet, hogy a mozgás fennmaradását belső mozgató hatásnak (impetus) tulajdonítják a tanulók. Természetesen az impetus kifejezést nem használják, de mint a későbbiekben megmutatjuk, maga a gondolat pontosan egyezik a középkorban használt fogalom tartalmával. Emiatt a tanulók gyakran következtetnek arra, hogy a test saját magára fejt ki a mozgás irányába mutató erőt. (Például így gyorsíthatja vagy fékezheti a gépkocsit a motor külső hatás nélkül.) Ennek a tévképzetnek a létezését gyakran pl. olyan egyszerű kérdéssel is feltárhatjuk, hogy hat–e a gerelyre a sportoló által kifejtett erő, miután a sportszer elhagyta a dobó kezét.

Az impetus kérdéskör

Az impetus kérdéskör, nagyon fontos, mert alapvető fizikai fogalmak gondolati előzményei jelenhetnek meg benne. Ezek a képzetek gyakran az erő, a mozgásmennyiség és a kinetikus energia fogalmának naiv előzményei lehetnek. Néhány erre utaló prekoncepció, ahol az impetus szó most a testeknek a tanuló által éppen elképzelt belső tulajdonságát helyettesíti:

- Az impetust valamilyen aktív erő közölheti a testtel, átvihető az egyik testről a másikra.
- Egy test impetusa $F = mv$, arányos a test tömegével és sebességével.
- Az impetus az erőhöz hasonlóan növelhető és elfogyasztható.

A mozgást akadályozó hatások kérdése

Gyakoriak a mozgást akadályozó hatásokra vonatkozó prekoncepciók és tévképzetek is. Az ellenállás a diákok gondolatmenetében mindig csökkenti az erőt és elfogyasztja az „impetust”. Az ellenállás formái bár nem mindig elkülöníthetők, a következők:

- A tehetetlenség (tömeg, súly) a mozgó testek belső ellenállási formája, ami a mozgást akadályozza.
- A súrlódás az érintkező szilárd anyagok mozgását akadályozza.
- A folyadékok és közeg ellenállása a mozgó test alakjától, méretétől és súlyától, valamint a közeg sűrűségétől függ.

Az ellenállásra vonatkozóan a fentiekben összefoglalt gondolatcsoport jól láthatóan gyakorlati tapasztalatokon alapul és a fogalmi háttér pontosítása esetén talán a tehetetlenség kivételével viszonylag könnyen beilleszthető a newtoni dinamika kereteibe.

Az erőhatások időbeliségére illetve terjedésére vonatkozóan gyakran találkozhatunk a következő tévképzetekkel:

- Az erőhatás nem lehet pillanatszerű abban az értelemben, hogy hatása csak az erő alkalmazása után bizonyos idővel észlelhető.
- Távolható erők vákuumban nincsenek, az erő közvetítéséhez minden esetben közegre van szükség.
- Érdemes szólni a gravitációval kapcsolatos elképzelésekről is. A tanulók jól tudják, hogy az elejtett testek a föld felé mozognak. Ezt azonban gyakran az eső test belső sajátságának tartják. E felfogás szerint a gravitáció nem jelent szükségképpen erőt. Minthogy a gravitáció magának a testnek a tulajdonsága, könnyen elfogadható az is, hogy a nehezebb testek gyorsabban esnek.

A hatás-ellenhatás törvényével és a szuperpozició elvvel kapcsolatos tévképzetek:

- Ezt a kérdéskört is számos téveszme terheli. Leggyakoribb az erő-ellenerő pár aktív és passzív erőre bontása, azaz a kölcsönhatásban részt vevő testek egyenrangúságának megszüntetése.

- Gyakori elképzelés, hogy a mozgást akadályozhatja valamilyen belső vagy külső ellenállás, pl. a test súlya, a testet körülvevő közeg ellenállása, a test útjába kerülő akadályok. Az ellenálló közeg és az akadályok által kifejtett erő azonban nem aktív, mert nem képes mozgást indítani vagy fenntartani. Ezeket az erőket emiatt reakcióerőknek nevezzük.
- Hasonlóképpen az aktív és passzív erőkre utalnak azok a képzetek, amelyek szerint; A toló vagy húzó erőket olyan testek fejtik ki, amelyek közvetlen kapcsolatban vannak a mozgatott testtel. Ezeket az erőket azonban csak élőlények fejthetik ki.
- A „dominancia elv" szerint a mozgást a versengő erők közül a nagyobbik szabja meg. A dominancia elv természetes gyökere az, hogy a „nehéz" tárgyak elmozdításakor addig kell egyre nagyobb erőt kifejteni, míg a test meg nem mozdul, azaz míg a tolóerő a test ellenállását le nem győzi. Ezután a mozgás fenntartásához már kisebb erő is elegendő. A tapasztalat helyesen a tapadási és csúszó súrlódási erő segítségével értelmezhető. A tankönyvek szokásos egyszerűsítő feltétele: „a súrlódás elhanyagolható" tulajdonképpen megerősíti a „dominancia" elvbe vetett hitet. A tanulók gyakran alkalmazzák a dominancia elvet, úgy, hogy azt gondolják; A nagyobb testek nagyobb ellenerő kifejtésére képesek, illetve ha egy test mozgásba hoz egy másikat, akkor nagyobb erőt fejt ki, hiszen legyőzi amannak ellenállását.
- A „kompromisszum elv" szerint a mozgást a versengő erők kompromisszuma határozza meg. A szuperpozíció elvet természetesen tekinthetjük kompromisszum elvnek, azonban a diákok többnyire nem erre gondolnak. A „versengés" mennyiségi megfogalmazásába gyakran belekerül valamilyen impetus (belső hatás) is. Az akadályok megváltoztathatják a mozgás irányát, esetleg meg is állíthatják a mozgást, de aktív erő forrásai nem lehetnek.

A fentiekben megadott csoportosítás hasonlóan minden klasszifikációhoz sok tekintetben önkényes és bizonyára kiegészíthető további jellegzetes téveszmékkel. Úgy érezzük azonban, hogy a lényeges prekoncepciókat tartalmazza.

A téveszmék, mint arra már a felsoroláskor is hivatkoztunk, döntően a tapasztalatok, megfigyelések értelmezésére alkalmas elveket jelentenek. Többségük nem a téveszmét saját fogalomrendszerébe önkéntelenül beépítő diák önálló alkotása, hanem a természettudomány és a filozófia fejlődése során kristályosodott ki. A diákok által bizonytalanul körvonalazott, esetenként ködös elméletek alapjai többnyire megtalálhatók a tudománytörténetben. A mechanikával kapcsolatos tévképzetek legtöbb esetben Arisztotelész munkáiban illetve e munkák továbbfejlesztésében gyökereznek. A következőkben röviden ezt a tudománytörténeti hátteret foglaljuk össze.

Az arisztotelészi fizika és a tanulói tévképzetek

Arisztotelész volt az első, aki rendszerbe foglalta a fizika törvényeit. Élesen elválasztotta az égi és a földi jelenségek magyarázatát. Itt csak a földi jelenségekre vonatkozó törvényekkel foglalkozunk, mert az égiekre vonatkozó törvények kevéssé jelennek meg a diákok tévképzeteiben.

Vákuumban végbemenő mozgást Arisztotelész szükségtelen absztrakciónak tekintette, sőt a vákuumbeli mozgást lehetetlennek tartotta. Az arisztotelészi érvelések emiatt mindig valamilyen közegbe merülő test mozgására vonatkoznak.

A testek természetes állapota Arisztotelész szerint a nyugalom (a Földhöz képest). A mozgásnak mindig oka van, s ez kétféle erő lehet:

a) belső erő vagy szándék, amivel minden test természetes helyét keresi
b) érintkezési vagy kontakt erő (lökés vagy húzás), amit külső ágensek (testek vagy közegek) fejtenek ki.

A természetes hely keresésére vonatkozó tulajdonság függ a testek összetételétől. A nehéz testek, amik döntően földből és vízből állnak (Arisztotelész felfogása szerint minden test négy elem – föld, víz, levegő és tűz – különböző arányú keverékéből áll), a gravitáció tulajdonságával rendelkeznek, a levegőből és tűzből álló könnyűek pedig centripetális tendenciát mutatnak, azaz az univerzum közepe felé akarnak mozogni. Ezeknek az elképzeléseknek nagy része távol áll a mai diákok tévképzeteitől, azonban a gravitáló tulajdonság, mint belső sajátosság, mintha innen származna. Gyakori az az arisztotelészi nézetekre visszavezethető téveszme, hogy a nehezebb testek gyorsabban esnek.

Az arisztotelészi fizika kvalitatív volt, maga Arisztotelész úgy képzelte, hogy mennyiségi leírás nem is lehetséges. Mégis Arisztotelész követői néhány egyszerű, máig is ható helytelen mennyiségi törvényt is kidolgoztak.

Az arisztotelészi fizikában a mozgás egyetlen jellemzője a sebesség, az s távolságon t ideig eső test sebessége:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Arisztotelész részletesen foglalkozott a közegeknek a testek mozgására gyakorolt hatásával. Szerinte a mozgást akadályozó R ellenállás a test méretétől, alakjától és a közeg sűrűségétől függ. A test sebessége pedig fordítottan arányos az ellenállással. Ebből, ha G a test súlya, következik, hogy az eső test sebessége

$$v = \frac{G}{R}.$$

A különböző súlyú testek sebessége ennek megfelelően

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{G_1}{G_2}.$$

Látható, hogy az arisztotelészi fizika gravitációval kapcsolatos téveszméje (a nehezebb testek nagyobb sebességgel esnek) abból a tapasztalati tényből ered, hogy a valódi és észlelhető mozgások mindig valamilyen közegben történnek.

A mennyiségi törvény sűrű viszkózus közegekben, ahol a közegellenállás a sebességgel (és nem a sebesség négyzetével) arányos, helyes eredményre vezet. A mai diákok problémáit az okozza, hogy a feladatok mindig az ideális, közegellenállás-mentes esetre vonatkoznak, amire a tapasztalat diktálta törvény már nem általánosítható.

Külső mozgatóerő kifejtésére Arisztotelész felfogása szerint csak élőlények képesek, amelyek vagy közvetlen kapcsolatban vannak a testtel, vagy valamilyen közvetítő, pl. kötél kapcsolja őket hozzá. Az élettelen testek csak megállíthatják, vagy más irányba terelhetik a mozgó testet. Az erő csak akkor mozdíthatja meg a testet, ha legyőzi annak tehetetlenségét (ez a test belső ellenálló tulajdonsága). Az állandó erő állandó sebességű mozgásba hozza a testet. A sebesség fordítottan arányos az ellenállással, ami a közegtől és a test tehetetlenségétől függ:

$$v = \frac{F}{R}.$$

Az utóbbi törvényből Arisztotelész követői arra következtettek, hogy a sebesség növeléséhez az erőnek is növekedni kell. Természetes (gravitáló) mozgás esetén a súly nő, amint a test közelebb kerül természetes helyéhez.

Arisztotelész feltételezte, hogy erő hiányában a mozgás azonnal leáll. Ez még az olyan egyszerű mozgások magyarázatát is megnehezítette, mint egy nyílvessző repülése. Arisztotelész a nyílvessző mozgását azzal magyarázta, hogy a nyílvesszőt a vessző mögött összecsapódó levegő mozgatja előre azzal, hogy átviszi rá a vesszőt elindító élőlény erejét. Ezzel egyidejűleg a levegő ellenállása természetesen akadályozza is a nyílvessző mozgását.

A fenti rövid felsorolás szinte minden eleme felismerhető valamilyen formában a tanulók tévképzeteiben. Az arisztotelészi gondolatok továbbélése arra vezethető vissza, hogy gyakran kapcsolódnak közvetlen, nem mennyiségi tapasztalatokhoz, pontatlan megfogalmazásuk könnyen újratermelődhet a felnövő generációkban, s a fizikában nem művelt felnőtt generációk is közvetíthet az ifjabbak felé.

Érdekes azonban, hogy az erőkkel kapcsolatos legnagyobb hatású és leginkább megrögzült prekoncepció, az impetus fogalom nem Arisztotelésztől, hanem kritikusaitól származik.

A nyílvessző mozgásának magyarázatához Arisztotelész feltételezte, hogy a közeg közvetítheti a mozgást indító élőlény erejét, hiszen minden mozgásnak oka kell legyen. Az alexandriai Johannes Philipponus az arisztotelészi gondolat módosítója feltételezte, hogy amikor egy tárgyat elhajítunk, akkor anyagtalan mozgató erőt viszünk át rá, ami mindaddig mozgásban tartja a tárgyat, míg a közeg ellenállása fel nem emészti az átvitt erőt. Ezt az átvitt erőt Jean Buridan, XIV. századi filozófus nevezte el impetusnak.

Buridan az impetus fogalmat a következőképpen magyarázta; „Amikor valaki mozgásba hoz egy testet, akkor átvisz rá bizonyos impetust. Az impetus olyan erő, ami a testet a mozgást létrehozó szándéka szerint tartja mozgásban; felfelé, lefelé, esetleg kör mentén. Ugyanakkora impetus kerül a testre, mint amekkorával mozgásba hoztuk. Miután a követ eldobtuk, ez az impetus mozgatja a testet. A légellenállás és a kő gravitáló tulajdonsága azonban folyamatosan gyengíti az impetust. Ezért a kő mozgása fokozatosan lassul, és bizonyos távolság megtétele után az impetus olyan gyengévé válik, hogy a gravitáció válik dominánssá és a kő természetes helye felé kezd mozogni."

Az „impetus" valamilyen változata, mint már említettük, rendkívül gyakran felmerülő prekoncepció a diákok között, s a Buridan-féle megfogalmazás sokszor szinte ugyanebben a formában hallható a diákoktól. Az impetus fogalmat az impulzus és a kinetikus energia fogalom elődjének tekinthetjük. Segítségével igen sok mozgás magyarázható konzisztens módon.

A fogalom segítségével több fontos kinematikai alapfogalmat pontosítottak már a XIV. században. Világos különbséget lehetett tenni az egyenletes sebesség, valamint az egyenletes és változó gyorsulás között, s ezzel megszületett a pillanatnyi sebesség megértéséhez szükséges fogalmi alap. Mindazonáltal az impetus fogalom gátolja a newtoni mechanika megértését, ezért kiküszöbölésére a tanítás során különös gondot kell fordítani.

Vissza >>>

D2. Kísérletek a tehetetlenség törvényének bevezetésére

Elsődleges hivatkozásként pl. a járművek mozgására vonatkozó hétköznapi tapasztalatainkat érdemes használni, amelyek mutatják, hogy a nyugvó testek csak erőkifejtéssel mozdíthatók el. Hasonló tapasztalatot szerezhetünk a mozgó testek megállításakor is. Bár a mozgó járművek, ha motorjukat kikapcsoljuk, megállnak, mégis ha viszonylag rövidtávon akarjuk megállítani őket, akkor fékezni kell. Megfelelően válogatott kísérletekkel érzékeltethetjük azonban, hogy a magára hagyott jármű a talajjal való kölcsönhatás következtében áll meg.

Gurítsunk le lejtőn egy golyót, s tegyünk a lejtő vízszintes meghosszabbításába különböző simaságú lapokat (üveg, fa, dörzspapír stb.). Megállapítható, hogy a golyó az érdes dörzspapíron áll meg a legrövidebb úton, azaz a megállás a talaj fékező hatásának tulajdonítható. Hasonló tapasztalatra juthatunk, ha légpárnás sínen mozgó kocsit figyelünk. A kocsi a sínen gyakorlatilag egyenletes sebességgel halad. A kísérlet még meggyőzőbb, ha mind a kocsit, mind a sín végét rugós ütközőkkel látjuk el. A kocsi a sín végére érve rugalmasan ütközik, és visszapattanva folytatja útját. A sín végén létrejövő ütközés a kocsi sebességének nagyságát csak csekély mértékben változtatja meg. A kölcsönhatás döntően a sebesség irányának megváltozásában nyilvánul meg. Jól beállított sín esetén a mozgás akár percekig is eltarthat.

Az előzőekből látszik, hogy a testek mozgását, vagy más szóval a mozgásállapotát a sebesség nagysága és iránya jellemzi. Mindezek arra utalnak, hogy a nyugvó testek mozgásba hozásához, ill. a mozgó testek mozgásállapotának megváltoztatásához más testekkel való kölcsönhatás szükséges.

A fentiekben leírt közismert kísérletek mellett, ha megfelelő tanítási idő áll rendelkezésre tárgyalhatjuk és illusztrálhatjuk Galilei történeti érdekességű gondolatkísérletét is.

Galilei gondolatkísérlete – szemléletes demonstrációval

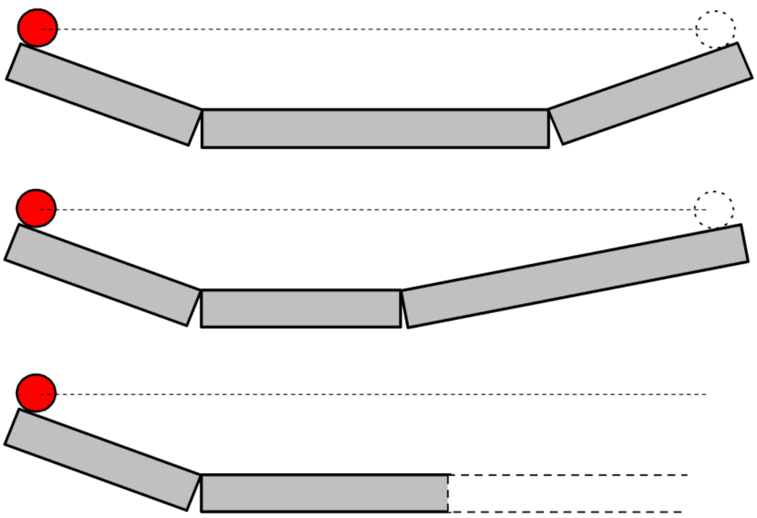
A tehetetlenség törvényét lejtős kísérleteinek tapasztalatai alapján már Galilei megfogalmazta „Discorsi” című könyvében:

„ … bármely sebesség, amelyre egy mozgó test szert tesz, szilárdan megmarad mindaddig, amíg a gyorsítás vagy a lassítás külső okait távol tartjuk. Ez (utóbbi) olyan feltétel, amely csak vízszintes síkon teljesül; ugyanis egy síkon ami lefelé lejt, mindig jelen van a gyorsító ok, míg felfelé haladásnál ott a lassítás; ebből következik, hogy a mozgás egy vízszintes síkon örökké tartó… ”

(idézet: Simonyi K. A fizika kultúrtörténete, 3.3.3 pont, 174 o.)

Galilei gondolatmenetét egyszerű iskolai kísérlettel meggyőzően szemléltethetjük. A kísérleti eszköz egymáshoz csatlakoztatott U profilú ún. „redőny-sín” darabokból rakható össze. Egy rövidebb, kb. 20 cm hosszú darab egyik végét pár centiméternyire feltámasztjuk, másik végéhez hasonló profilú hosszabb darabot (40 cm) illesztünk, majd újból 20 cm hosszú, de ellentétes irányban feltámasztott szakasz következik. A lejtős U profilú sínre nagyobb acélgolyót helyezünk, majd elengedjük. A sín jól vezeti a széleire feltámaszkodó golyót, ami a lejtőn lefelé gurulva felgyorsul, sebességét megtartva átgurul a sín vízszintes szakaszán, majd az ellenlejtőn lassulva éppen olyan magasan áll meg, ahonnan a túloldalon elindult. Cseréljük meg a középső hosszabb sínszakaszt és a korábbi „ellenlejtő" rövidebb darabjával és ismételjük meg a golyós kísérletet. Az elengedett golyó a lejtőn és a rövidebb szakaszon hasonlóan mozog, mint korábban, az ellenlejtőn, ami most hosszabb, de laposabb, jóval nagyobb szakaszt tesz meg, és így emelkedik az indulási magasságba. A diákok többségét meglepi a kísérlet eredménye, mert azt várja, hogy az ellenlejtőn megtett út határozza meg a golyó fékeződését. A kísérlet eredményeként fogalmazzuk is meg a tapasztalatunkat: a lejtő feltámasztási magassága, azaz az emiatt fellépő fékező hatás határozza meg a golyó mozgását. A kísérlet ezután már csak gondolatkísérletként folytatódik. Mi történne, ha a golyót fékező ellenlejtő még hosszabb és laposabb lenne? A válasz a korábbi tapasztalatok alapján szinte magától értetődik: a golyó még nagyobb utat futna be a megállásig. Ettől már csak egy gondolati lépés, hogy Galileihez hasonló végkövetkeztetésre jussunk. Mekkora úton áll meg a golyó, ha a vízszintes sínt tetszés szerint meghosszabbítjuk, de a golyót fékező ellenlejtőt elhagyjuk? Egyet kell értenünk Galileivel, a golyó az első lejtőn szerzett sebességét megtartva mozog „örökké" a hosszú vízszintes sínen.

A Galilei gondolatkísérletét demonstráló összeállítást az ábra mutatja.



Természetesen jól tudjuk, hogy bár a demonstrált gondolatkísérlet hibátlan, és a végkövetkeztetés is jogos, a golyó a végtelen vízszintes sínen mégis előbb-utóbb megállna. A megállás oka a sín által a mozgó golyóra kifejtett, hosszú távon már nem elhanyagolható fékező hatás. Erről meg is bizonyosodhatunk, ha a középső sínszakaszt olyanra cseréljük, aminek peremére előzőleg kétoldalú ragasztószalagot ragasztottunk. A golyó már a 40 cm hosszú sínszakaszon is megáll, mert a ragasztószalag erősen fékezi.

Vissza >>>

D3. Az erőfogalom deduktív bevezetése

Ebben a mellékletben röviden összefoglaljuk az erőfogalom tárgyalásának egy elméleti fizikai útját. Ezt azért érezzük szükségesnek, mert a fogalmak bevezetésének módját mindig befolyásolnia kell annak is, hogy milyen irányban akarjuk a fogalmat fejleszteni.

Ebből a szempontból az erőfogalom fejlődése az ismeretanyag bővülésével igen sajátos képet mutat. A klasszikus mechanikán túllépve az atomfizika és a relativitáselmélet keretében az erőfogalom egyre inkább jelentőségét veszíti, és az energia válik központi és alapvető fogalommá.

Ez az oka, hogy az elméleti mechanikában is szokás a mechanikai rendszerek mozgástörvényeit a legkisebb hatás elvére alapozni, amely szerint minden mechanikai rendszert meghatározott

$$L = L\,(q_1, \dots, q_s, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_s, t) = \; L\,(q_i, \dot{q}_i, t)$$

Lagrange függvény jellemez, ahol q_i az általános koordinátákat, $\dot{q}_i$ pedig azok időderiváltjait jelenti. A rendszer mozgása a $t_1$és t_2 időpillanatbeli helyzetek között oly módon megy végbe, hogy az

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L\,(q_i, \dot{q}_i, t)\; dt$$

hatásintegrál értéke extremális legyen. Ebből a feltételből a variációszámítás alkalmazásával a

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0\,.$$

Lagrange-egyenletekhez jutunk. Amennyiben egy mechanikai rendszer L Lagrange-függvénye ismert, akkor ezek az egyenletek adják a koordináták, sebességek és gyorsulások közötti összefüggést.

Tetszőleges rendszer Lagrange-függvényének "a priori" meghatározására általános eljárás nem ismeretes.

Környezetétől elzárt pontrendszer esetén a Lagrange-függvényt az

$$L = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} - V(r_i)$$

alakban adhatjuk meg, ahol m_i, v_i, r_i rendre a rendszert alkotó pontok tömege, hely, illetve sebesség koordinátája, $V(r_i)$ pedig a rendszer tagjainak kölcsönhatását jellemző, csak a helykoordinátáktól függő mennyiség. Ennek felhasználásával a Lagrange-egyenletek az

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = -\frac{\partial V}{\partial r_i}\;\; (i = 1, \dots, s)$$

alakot öltik. Ezt az összefüggést a dinamika alaptörvényének szokásos alakjával összehasonlítva adódik, hogy az erő most az

$$F^{(i)} = -\frac{\partial V}{\partial r_i}$$

definícióval értelmezhető. A gondolatmenet mutatja, ebben az esetben az erőt akkor használhatjuk fel igazán informatív módon a kölcsönhatások jellemzésére, ha a rendszerre jellemző $V(r_i)$ függvényt ismerjük.

Vissza >>>

D4. A mérési utasításra alapozott fogalom bevezetés kritériumai: a Carnap kritériumok

A fizikai mennyiségeket mérhetővé tehetjük, olyan testek segítségével, amelyek valamilyen tulajdonságukat reprodukálódó módon változtatják a kérdéses mennyiség változása miatt. Ilyen test birtokában a fizikai mennyiségek empirikus (mérési utasításra alapozott) fogalmi és számszerű definíciója Carnap szerint a következő elemi döntésekre vezethető vissza:

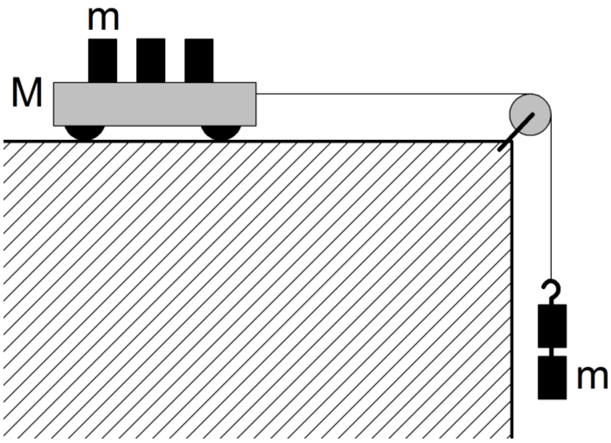
1. A nullpont megadása,
2. Az egyenlőség kritériuma,
3. Kisebb-nagyobb reláció meghatározása,
4. Az egység meghatározása,
5. Skálatörvény definíciója.

Azonnal látható, hogy a rugós erőmérő vagy pl. a higanyos hőmérő esetén a Carnap-féle kritériumok minden további nélkül teljesülnek. Megjegyezzük, hogy elvileg az sem szükséges, hogy a választott rugó erőtörvénye valóban lineáris legyen, de természetesen sokkal egyszerűbb a helyzet, ha ez is teljesül.

Vissza >>>

D5. Klasszikus kísérleti összeállítás, amit gyakran hibásan alkalmaznak, az Atwood gép

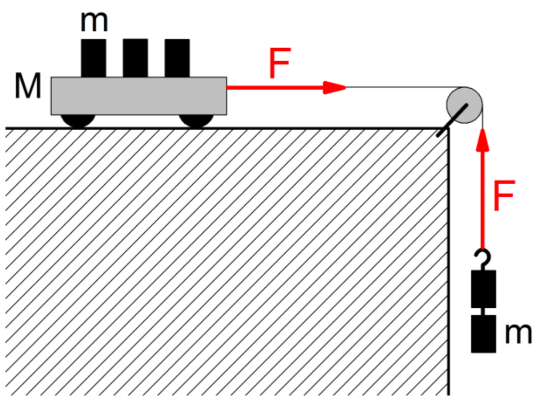
Az Atwood gép a dinamika alaptörvényének kísérleti igazolására szolgál és több változata is ismert. Egyik közismert változatához a következő ábrán látható sematikus kísérleti elrendezés kis kiegészítésével juthatunk.



A sima vízszintes asztallapon fekvő M tömegű testen k_1 darab m tömegű test van. Az M tömegű testet csigán átvetett, függőleges szárban végződő fonal kapcsolja k_2 darab ugyancsak m tömegű testhez. Ha a berendezést magára hagyjuk, akkor a rendszer a gyorsulással mozog. (A kötél nyújthatatlansága miatt a testek gyorsulásának nagysága azonos.)

A rendszer mozgását szokás az alábbi **hibás**, bár helyes eredményre vezető gondolatmenettel értelmezni. A gondolatmenet alapján egyszerűen igazolható a dinamika alaptörvénye is. A rendszer teljes $M + (k_1 + k_2)m$ tömegét a függőleges fonalszakaszon lógó testekre ható nehézségi erő gyorsítja, ami arányos a ráakasztott m tömegű testek számával. Ha a vízszintesen mozgó testről m tömegű test akasztunk át a fonal végére, akkor a mozgatott rendszer (tömege) nem változik, a ható erő azonban növekszik. Így ha mérjük a rendszer gyorsulását és a gyorsulást a fonal végére akasztott testek számának (az erőnek) függvényében ábrázoljuk, akkor kimérhetjük az $F \sim a$ kapcsolatot. A gondolatmenet tetszetős, azonban számos minden alátámasztást nélkülöző feltevéssel él. A vizsgált rendszer tagjainak gyorsulása nem azonos irányú! Semmi nem indokolja, hogy miért elegendő a gyorsulás abszolút értékét figyelembe venni. A rendszer több tagból áll, a két tömegből és az őket összekötő kötélből. Semmi nem indokolja, hogy a csiga által a kötélre gyakorolt erőt figyelmen kívül hagyjuk. Az erők figyelmen kívül hagyásával, a gyorsulás vektor jellegének nagyvonalú, „kézlengetős” kezelésével természetesen tévképzeteket alakítunk ki a tanulókban, amelyekért a pontrendszerek tárgyalásakor súlyos árat fizethetünk.

Tanulságképpen bemutatjuk a rendszer mozgását egzaktul leíró pontrendszeri egyenleteket, s megmutatjuk, hogy a fenti didaktikailag elfogadhatatlan és fizikai hibákkal terhelt gondolatmenet miért vezethet mégis helyes gondolatmenetre.



Az ábra jelöléseivel, ha a súrlódást elhanyagoljuk, a következő mozgásegyenletek írhatók fel:

$$F = (M + k_1 m)a\,,$$

$$k_2 mg - F = k_2 ma\,,$$

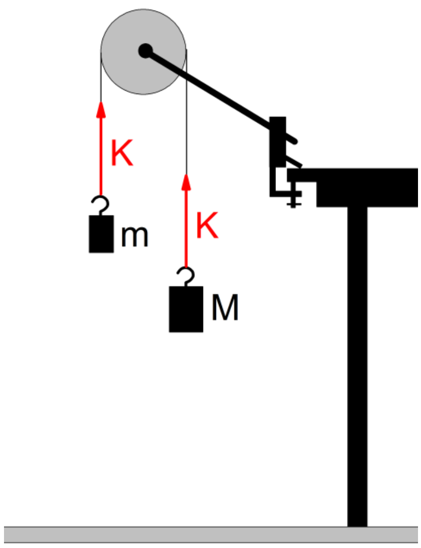
ahol az első egyenlet az asztallapon mozgó test vízszintes, a második a kötélen lógó testek függőleges mozgását írja le. A két egyenletet összeadva és a kapott összefüggésből a gyorsulást kifejezve azt kapjuk, hogy

$$a = \frac{k_2 m}{M + (k_1 + k_2)m} g$$

Látható, hogy a gyorsulás valóban a kötélen lógó testek k_2 számával arányos. A pontrendszerre vonatkozó egyenletek lehetővé teszik a kötélre ható erők szerepének tisztázását is. A kötél tömege elhanyagolható, azaz a rá ható erők eredőjének zérusnak kell lennie. A kötél egyik végét az asztallapon fekvő test vízszintes, a másikat a ráakasztott testek függőleges erővel húzzák. Ezeket az erőket a csiga által kifejtett erők ellensúlyozzák.

Amennyiben a kapott eredmény rosszul egyezik a gyorsulásmérések eredményével, illetve a mérések alapján adódó grafikon nem az origón átmenő egyenes, az arra utal, hogy a súrlódási erő nem elhanyagolható.

A következő ábra az Atwood gép eredeti változatát mutatja:



A mozgásegyenletek, ha a csiga tömege elhanyagolható, az

$$Mg - K = Ma$$

$$mg - K = m(-a)$$

alakot öltik. Az egyenleteket összeadva és a gyorsulást kifejezve:

$$a = \frac{M - m}{M + m} g \, ,$$

azaz most úgy tűnik, mintha a teljes tömeget a rugó két végére akasztott testek súlya mozgatná. A csiga tömegének elhanyagolása itt a kötélerő azonos nagyságát biztosítja a kötél két szárában.

Az Atwood gépek alkalmazása a Newton-törvények bevezetésekor súlyos didaktikai hiba, később a pontrendszerek tárgyalásakor azonban alkalmas lehet a dinamika alaptörvényének kísérleti verifikálására.

Vissza (Pontrendszerek mechanikája) >>>

Vissza (Dinamika) >>>

D6. Az SI és az erő mértékegysége

Az SI mértékrendszer mechanikában szereplő alapmennyiségei az idő, a hosszúság, a tömeg és kiegészítő egységként a radián és a szteradián. A sebesség, gyorsulás és az erő tehát származtatott mennyiségek. Az erőfogalom statikai bevezetésekor az erő mértékegységét önkényesen választjuk, így az erő alapmennyiségként szerepel. Ez akkor is így van, ha előre gondolkozva, az erő mértékegységét annak tudatában, hogy később át kell térni a tömegre, mint alapmennyiségre, a tömegetalon súlyához, esetleg annak 1/9,81-ed részéhez rögzítjük.

Az SI bevezetése előtt létezett olyan mértékrendszer, amelyben az erő egységét szabványosították. A szabvány alapjául az 1 dm^3 térfogatú 4 ^oC-os víz súlya szolgált volna, azonban ennek pontos mérése és reprodukálása nehéznek tűnt, ezért erőegységül a tömegegységet definiáló 90 % platina, 10 % irídiumból készített henger súlyát választották. Ezt az erő egységet kilopondnak nevezzük. Az "őskilogrammot" a Párizs melletti Sévres-ben őrzik.

A tömeg dimenziója a fenti tárgyalásmód szerint származtatott mennyiség $[m] = [F]/[a]$.

Ennek megfelelően a tömeg mértékegysége:

$$1\ hyl = \frac{kp}{\frac{m}{s^2}} = \frac{kps^2}{m}.$$

Ezt a mértékegységet azonban az SI bevezetése óta nem használjuk.

Vissza >>>

D7. Számítógépes méréssorozat az erőfogalom dinamikai bevezetését megalapozó ütközési kísérletekhez.

Az erőfogalom dinamikai bevezetése a 9. évfolyamon komoly kognitív kihívást jelent a tanulók többsége számára, amit az is nehezít, hogy az alapozó méréssorozat idő és eszközigényes, ezért a tanítás során a tényleges mérés gyakran kimarad.

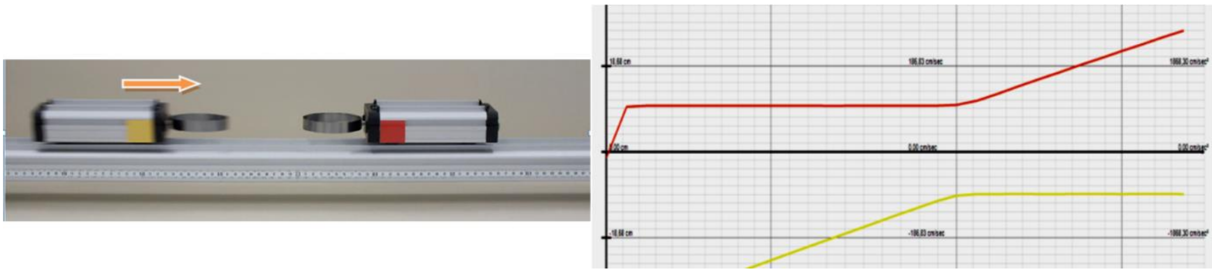
Az alapozó kísérletek során sínen könnyen guruló kiskocsikat kell ütköztetni (különböző tömegarányokkal, és kezdeti sebességekkel, beleértve az ütközések rugalmas és rugalmatlan eseteit is). A méréshez szükséges sín és kocsik a tanszer-kereskedelemben beszerezhetők, a módszer didaktikai szempontból jól kidolgozott [Holics, Dede-Isza]. A tanórai feldolgozás technikailag a sebességek mérésének időigényessége miatt problematikus.

A következőkben magyar fejlesztésű (Intellisense Zrt.) számítógépes webkamerás mérőrendszert mutatunk be, amelynek alkalmazásával a kiskocsik ütközési párkölcsönhatását vizsgáló méréssorozat egy tanóra alatt elvégezhető.

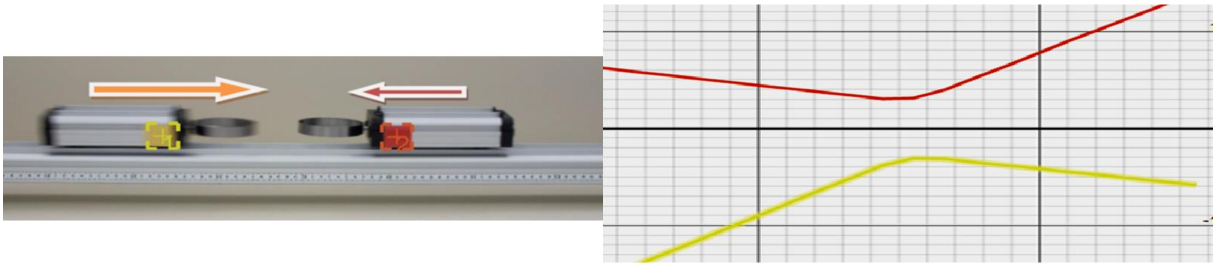
A WebCam-Laboratory számítógépes mérőrendszer, Kinematika funkciója

A mérőrendszerrel mozgó testek vizsgálhatók a számítógéphez kapcsolt webkamera segítségével. A program a webkamera digitális képén felismeri a mozgó testekre szerelt színes jelzőtáblákat és követi őket a mozgás során. A program felvételenként megjegyzi a színes folt helyét a képernyőn és a képernyőn kijelölt hitelesítő távolság megadása után azonnal megjeleníti a mozgás elmozdulás–idő grafikonját. A grafikonok helyben kiértékelhetőek, vagy az adatokat kimentve más programokkal is feldolgozhatóak. A számítógépes mozgáselemző program egy- és kétdimenziós mozgások széles körének vizsgálatára alkalmas, ezért a kinematika tanítása során is jól használható. Külön előnye, hogy a webkamerás mérések tanulókísérleti csoportmunkában is könnyen elvégezhetőek. Az „in situ” kísérletezésen túl a program korábban videóra vett mozgásokat is úgy képes kiértékelni, mintha a kamera előtt éppen akkor történnének.

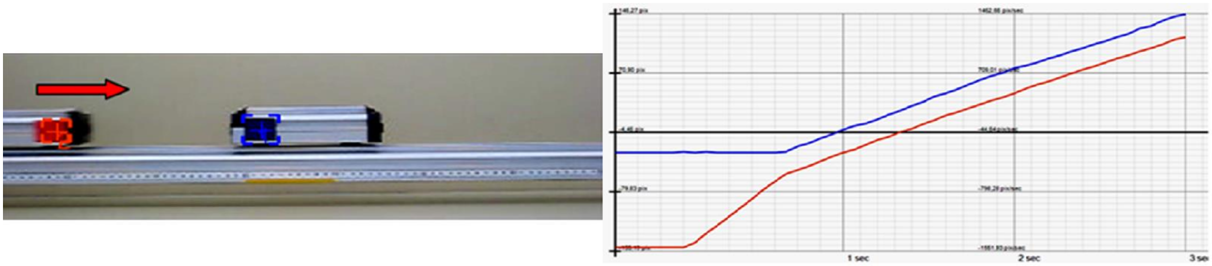
Az ütköztetett kiskocsik párkölcsönhatását vizsgáló hosszadalmas méréssorozat ezt kihasználva felgyorsítható. Az órán legfeljebb egyetlen „élő” kísérlet bemutatására van szükség, majd ezután az előre videóra vett ütközési eseteket a diákok tanári vezetéssel, illetve csoportmunkában értékelhetik ki. A következőkben néhány stand-fotóval és program által kirajzolt grafikonnal érzékeltetjük a mérés-sorozat lényegét. Az ábrák baloldala a kísérletet illusztrálja, a jobboldalon pedig a megfelelő elmozdulás – idő grafikon látható.



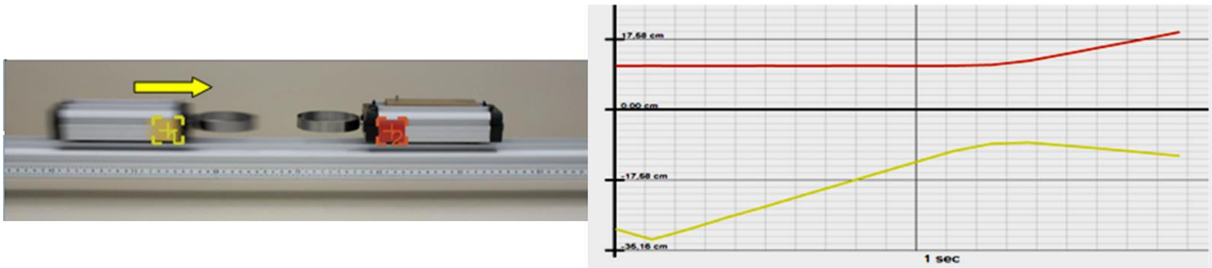
Kísérlet 1. Két azonos tömegű kiskocsi rugalmas ütközése. A baloldali sárga kocsit nekilökjük az álló piros kocsinak.



Kísérlet 2. Egymással szemben haladó azonos tömegű kocsik rugalmas ütközése. A két kocsit különböző sebességgel egymásnak lökjük.



Kísérlet 3. Azonos tömegű kocsik rugalmatlan ütközése. A meglökött piros kocsi tépőzáras ütközővel rugalmatlanul ütközik az álló kék kocsival.



Kísérlet 4. Két különböző tömegű kiskocsi rugalmas ütközése. A meglökött sárga kocsi rugalmasan ütközik a kétszeres tömegű álló piros kocsinak.

Az egyes tanulócsoportok által elvégzett mérések eredményeit táblázatos formában összesítve levonható a méréssorozat tanulsága, amely szerint minden ütközésre fennáll, hogy az ütköző kiskocsik tömegének aránya megegyezik sebességváltozásaik reciprokarányával, azaz

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}.$$

Vissza (Dinamika) >>>

Vissza (Pontrendszerek mechanikája) >>>

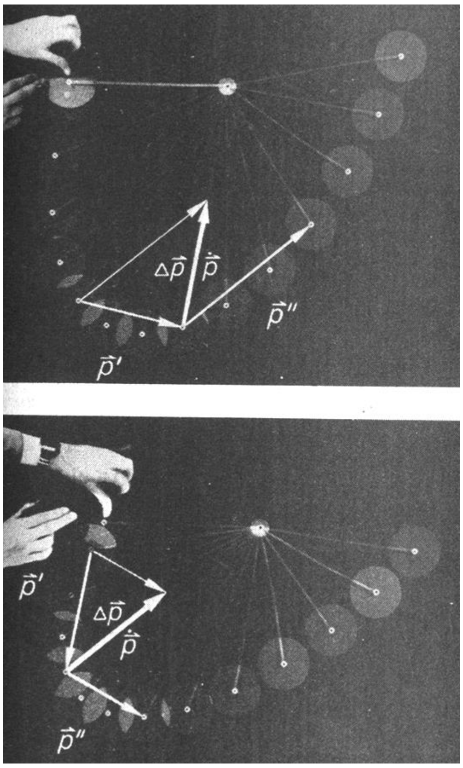
D8. A csavarrugó erőtörvényének kísérleti meghatározása

Forrás:

Dede Miklós, Isza Sándor: Fizika a gimnáziumok második osztálya számára

Tankönyvkiadó, 1981, Budapest

Az ábrán rugóra akasztott test mozgásáról készült stroboszkópos felvétel látható. Mivel a fotón a test helyzete azonos időközönként jelenik meg, a test kiválasztott helyzetéből néhány szomszédnyi távolságba húzott vektor (elmozdulás-vektor) arányos a testnek az adott időtartamra eső átlagos impulzusával.



Ha az elmozdulás-vektort azonos időtartamonként rajzoljuk meg, akkor az elmozdulás-vektorok különbsége arányos a test impulzusának változásával, azaz az erővel. Az ábrán az elmozdulás-vektorokat három stroboszkóp villanásonként húztuk meg. (Három stroboszkóp villanásnyi tehát az időegység.) Az ábrán bejelölt két vektor különbsége az impulzusváltozással, tehát az erővel arányos. A szerkesztést több helyzetben elvégezve megállapítható, hogy az erő mindig a rugó felfüggesztési pontja felé mutat és arányos a rugó megnyúlásával. (Ez az eljárás bonyolult, csak olyan osztályokban ajánljuk, ahol a tanulók érzékenyek a finom és absztrakt gondolatmenetekre. Ugyanakkor ez a módszer az erőfogalom dinamikai bevezetése után nagyban hozzájárulhat a fogalmak biztosabb megértéséhez.)

Vissza >>>

D9. A rugóerő és a Hooke-törvény

A rugóerővel kapcsolatos gyakran felmerülő probléma, hogy milyen összefüggés van a rugó lineáris erőtörvénye és a Hooke - törvény között. A Hooke - törvény szerint a rugalmas szálak nyújtására vonatkozó erőtörvény

$$F = EA\frac{\Delta l}{l} \approx EA\frac{\Delta l}{l_0}$$

alakban adható meg, ahol E az anyagra jellemző állandó (Young - modulusz), A a szál keresztmetszete l, és l_0 rendre a szál pillanatnyi és kezdeti hossza, Δl pedig a megnyúlása. Az összefüggés az anyagok többsége esetén csak kicsiny (néhány százalékos) relatív hosszmegváltozásokig érvényes. A szál jellemzőit a $D = EA/l_0$ jelöléssel egybefogva a rugó erőtörvényéhez hasonló összefüggést kapunk.

A tanulók hajlamosak arra, hogy ezt az összefüggést a rugóra is érvényesnek tekintsék és a rugó direkciós állandóját a rugószál Young modulusával hozzák kapcsolatba. Emellett különösen a fizikát jobban értő tanulókban felvetődik a kérdés, hogy a rugó esetén miért marad érvényben a lineáris erőtörvény a rugó nagy megnyúlása esetén is.

A rugót alkotó szál Young-modulusának és a rugóállandónak kapcsolatba hozása nyilvánvalóan teljesen hibás! A rugó nyújtásakor a rugószál hossza lényegében változatlan marad, a visszatérítő erő a szál elcsavarodásából származik! A kérdés részletes tárgyalása megtalálható: *Tasnádi at al. Mechanika II. Dialóg Campus Pécs p. 43*.

A rugóállandó a számítások eredménye:

$$D = \frac{\pi G}{2L}\left(\frac{r_0}{R}\right)^2,$$

ahol G a rugószál nyírási modulusza, r_0 és R rendre a rugószál és a rugó egy menetének sugara, L pedig a rugószál teljes hossza. A formula bizonyítása nem egyszerű feladat, középiskolai szinten általában elegendő, ha megmutatjuk, hogy a rugó nyújtásakor a szál elcsavarodik, és nem nyúlik. Az elcsavarodás a vékony rugószálakon nehezen érzékelhető, azonban feltekert locsolótömlő végét megemelve már jól láthatóvá tehető.

Vissza >>>

D10. A súrlódási erők középiskolás szintű bevezető tárgyalása

Az alábbiakban részletesen tárgyaljuk a súrlódási erő fogalmát és az erőtörvények meghatározására vezető kísérleteket.

A tapadási súrlódási erő

Helyezzünk vízszintes lapra téglatestet és a hozzákapcsolt dinamométer segítségével húzzuk a lappal párhuzamosan, fokozatosan növekvő erővel. A test egy darabig nem mozdul, majd hirtelen meglódulva elindul az erőmérő irányába. (Az erőmérő meglazul, és a test megáll.) Az egyensúly feltételéből arra kell következtetnünk, hogy amíg a test nyugalomban van, addig a dinamométerrel kifejtett erőt a tapadási súrlódási erő egyensúlyozza ki. Mivel a dinamométer által kifejtett erő növekszik, a tapadási súrlódási erőnek is növekednie kell.

A tapadási súrlódási erő tehát változó nagyságú, de csak maghatározott maximumig növelhető erő.

A tapadási súrlódási erőnek talán leginkább ezt a tulajdonságát felejtik el figyelembe venni diákjaink, mert a feladatmegoldáskor hajlamosak minden esetben a maximális erőt használni.

Szisztematikus kísérletezéssel (az érintkező felületek anyagi minőségének változtatásával, valamint a téglatestet különböző lapjaira fektetve) közelítőleg igazolhatjuk, hogy az S tapadási súrlódási erő iránya és nagysága olyan, hogy a testre ható többi erők ellenében az egyensúly fennmaradjon. Ez azonban csak egy határig lehetséges; a tapadási súrlódási erőnek maximuma van. Az erő maximális értékét a felületek anyagi minősége és a felületeket összeszorító erő szabja meg:

$$S \leq F_{max} = \mu_0 N ,$$

ahol μ_0 a tapadási súrlódási együttható, N pedig az érintkező felületekre merőleges nyomóerő. (Ezt az összefüggést nevezzük Coulomb, ritkábban Amontons - féle súrlódási törvénynek.) Amikor a húzóerő meghaladja a tapadási erő maximumát, akkor a test mozgásba jön.

A tapadási súrlódásra vonatkozó törvény közelítő jellegű, az erőnek az érintkező felületek nagyságától való függetlensége csak bizonyos határig teljesül. Az éles érintkező felület ugyanis módosíthatja μ_0 értékét. A tapadási súrlódási együttható igen érzékenyen függ az érintkező felületek helyi tulajdonságaitól, és pl. Coulomb mérései szerint attól is, hogy az érintkező testek mennyi ideig voltak nyugalomban a mérés előtt.

A csúszási súrlódási erő

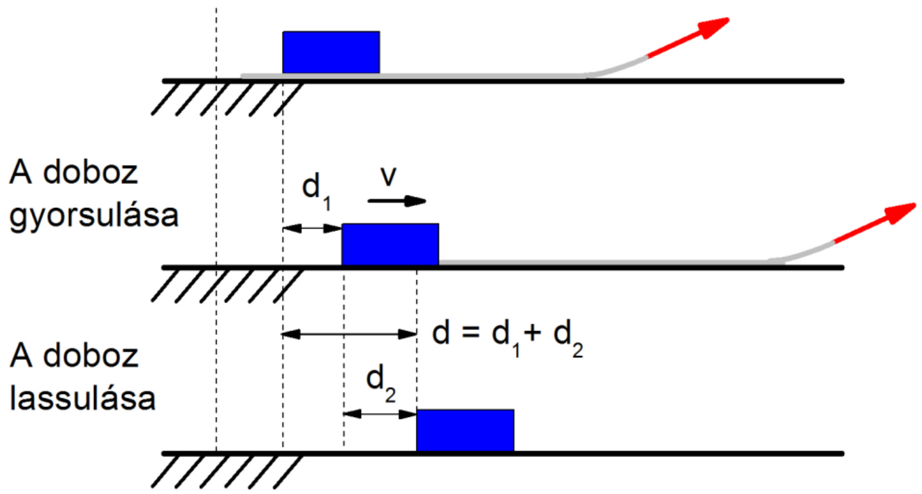
Az egymáson elmozduló testek érintkező felületén csúszási súrlódási erő lép fel. A tapadási súrlódási erőhöz hasonló kísérleteket végezve (változtatva az érintkező testek anyagi minőségét, az érintkező felületek és a felületeket összenyomó erő nagyságát) megállapíthatjuk, hogy

$$F_c = \mu N\,,$$

ahol a μ csúszási súrlódási együttható jó közelítéssel csak az érintkező felületek anyagi minőségétől függ. Gyakran ezt a törvényt is Coulomb - féle súrlódási törvénynek nevezzük. A tapasztalat szerint a csúszó súrlódási erő viszonylag széles sebességtartományban igen jó közelítéssel független a csúszó test sebességétől.

A csúszási súrlódási erő irányát könnyen megállapíthatjuk abból a tapasztalatból, hogy az ellökött testek egyenes vonalban mozogva megállnak, következésképpen a súrlódási erő a sebesség irányával ellentétes. (Pontosabban: a csúszó súrlódási erő ellentétes a felületek relatív sebességének irányával.) Fontos annak hangsúlyozása, hogy az egymáson csúszó felületek egyike sem kitüntetett, súrlódási erő mindkét felületre hat és a hatás-ellenhatás törvényének értelmében ellentétes irányú egymással.

Ez a megállapítás jól érthetővé válik, ha részletesen elemezzük a következő kísérletet. Tegyünk vízszintes asztalra papírlapot és rá téglatestet. Ezután rántsuk meg a papírlapot úgy, hogy rajta a téglatest megcsússzék.



A téglatest az asztallaphoz képest előre mozog, a papír a testre a mozgás irányába mutató súrlódási erőt gyakorol. A súrlódási erő azért mutat a papírlap mozgásának irányába, mert a lap sebessége nagyobb, mint a téglatesté. A téglatest relatív sebessége tehát a papíréval ellentétes. Természetesen a papírlapra ható csúszó súrlódási erő a papír sebességének irányával ellentétes. A példa azt is mutatja, hogy a sztereotip megállapítás: „a súrlódási erő akadályozza a mozgást" nem pontos, hiszen esetünkben a téglatest éppen a súrlódás miatt jön mozgásba. Természetesen a megállapítás pontosítva; „a súrlódási erő akadályozza a relatív mozgást" már minden esetben igaz. A kísérlet rávilágít arra, hogy az $F_c = \mu N$ erőtörvény csak a csúszó súrlódási erő nagyságát adja meg, a súrlódási erő irányának figyelembevételéhez azonban a test mozgásának irányát is ismernünk kell:

$$F_c = -\mu N \cdot \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}\,.$$

A kísérlet mintapéldája egy kísérletcsoportnak, amit a testek tehetetlenségének illusztrációjaként szoktak használni. Néhány közismert változat:

Bűvészek szokták bemutatni, hogy a megterített asztalról lerántható az asztalterítő úgy, hogy a tányérok, poharak és az evőeszközök az asztalon maradnak. Poharat fedjünk le kártyalappal, és a lapra tegyünk pénzérmét! Ezután erőteljesen pöccöljük meg vízszintesen a kártyalapot! A pénz a pohárba hullik.

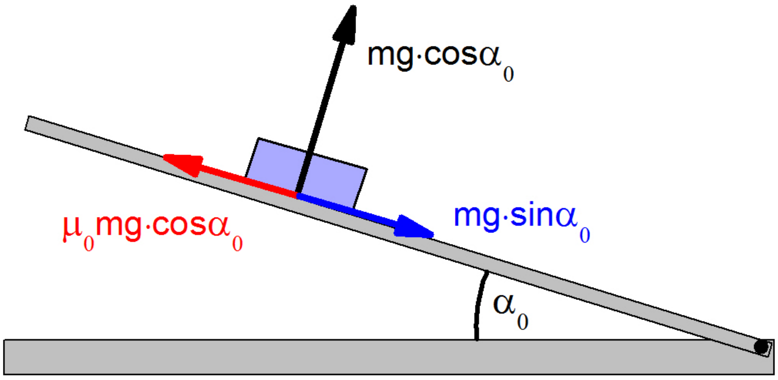
A kísérletek szokásos értelmezése szerint a gyors mozdulattal kirántott (kipöckölt) lapokon elhelyezett tárgyak tehetetlenségük miatt maradnak helyükön. Ez a magyarázat csak részben igaz és a súrlódás tárgyalásakor érdemes visszatérni és pontosabb magyarázatot adni. Amennyiben a mozgó lap és a rajta fekvő test közötti súrlódási erő elhanyagolható, akkor a lap a testre csak függőleges erőt gyakorol. Mivel a lapon fekvő test vízszintes irányban nem mozgott, ilyen irányú sebessége továbbra sem lesz. Ebben az esetben azonban nem lenne szükséges, hogy a lapot gyors mozdulattal távolítsuk el a test alól! A gyors mozdulat azért szükséges, mert a súrlódási erő nem zérus. A csúszó súrlódási erő nagysága azonban állandó, így a lap a testet állandó μg gyorsulással mozdítja meg vízszintes irányban. A gyorsuló mozgás mindaddig tart, míg a lap ki nem fut a test alól. Ha a súrlódási együttható kicsiny, és a lap elég gyorsan mozog, akkor a lap csak kis távolsághatáron viszi el a rajta fekvő testet, így az a feladat geometriája által megszabott távolság határon belül marad (a teríték nem éri el az asztal szélét, a pénzérme nem jut el a pohár széléig). A fentiekben a kísérleteknek kvalitatív magyarázatát adtuk meg. Megfelelő adatokkal azonban szinte mindegyikből szép számpélda is konstruálható. Fontosabbnak tartjuk azonban, hogy a tanulók a kísérletek magyarázatához fontos gondolati analízist és az elhanyagolások szerepét értsék.

A súrlódási együttható és mérése

Mind a tapadási, mind a csúszási súrlódási erőt megadó törvényben szerepel az érintkező felületek anyagi minőségétől függő tényező – a súrlódási együttható. A súrlódási együttható, bár valóban a felületek anyagi minőségére jellemző, erősen függ a felületek lokális tulajdonságaitól, pl. már a felületre kerülő csekély szennyeződés hatására is nagyot változhat. Emiatt a súrlódási együttható teljesen azonos anyagú és simaságú felület mentén is lokálisan erősen különbözhet, így értéke adott felületekre vonatkozóan csak átlagosan és viszonylag durva közelítéssel adható meg. Számértékének meghatározása mégis hasznos mérési feladat lehet.

A tapadási súrlódási együttható mérése lejtő segítségével

Helyezzünk téglatestet változtatható hajlásszögű lejtőre. Kicsiny hajlásszög mellett a test nyugalomban marad. Növeljük fokozatosan a lejtő hajlásszögét egészen addig, míg a test le nem csúszik rajta. Majd állítsuk a lejtőt úgy, hogy a test még éppen nyugalomban maradjon. Ekkor az egyensúlyt éppen a tapadási súrlódási erő maximuma tartja fenn, ahogy az ábrán is látható. Megjegyezzük, hogy az ábrán a probléma szempontjából fontos erőkomponensek vannak csak feltüntetve, valamint a testet pontszerűnek tekintjük, így az erőket közös támadáspontba rajzoltuk.



Érvényes tehát az ábra jelöléseivel az

$$mg \cdot \sin\alpha_0 = \mu_0 mg \cdot \cos\alpha_0 \,,$$

egyenlet, amiből $\mu_0 = \mathrm{tg}\alpha_0$.

A csúszási súrlódási együttható mérése lejtő segítségével

Ismételjük meg az előző kísérletet, majd állítsuk a lejtő hajlásszögét α_0 -nál kissé alacsonyabbra. Ekkor a test a lejtőn egyensúlyban marad. Enyhe lökéssel indítsuk meg a testet a lejtő irányában és figyeljük, hogy a test egyenletesen mozogva csúszik-e le a lejtőn. Ha a test mozgása észrevehetően gyorsul, vegyük kisebbre a lejtő hajlásszögét. Ha a meglökött test megáll, válasszunk nagyobb hajlásszöget. Gondos kísérletezéssel megtalálhatjuk azt a helyzetet, amikor a lökés után a test egyenletes sebességgel csúszik le a lejtőn.

Ekkor

$$mg \cdot \sin\alpha = \mu mg \cdot \cos\alpha \,,$$

azaz $\mu = \mathrm{tg}\alpha$.

Ismételten felhívjuk a figyelmet arra, hogy sem μ, sem μ_0 értékére nem várhatunk pontosan reprodukálható értéket még egymás utáni mérésekben sem, mert a felületek helyi tulajdonságai miatt a súrlódási együttható erősen ingadozik. Az azonban mindenképpen megállapítható, hogy a tapadási súrlódási együtthatóra nagyobb érték adódik, mint a csúszásira. Megjegyezzük, azonban, hogy a fizikai feladatok megoldása során szinte mindig a $\mu_0 = \mu$ egyszerűsítő feltevéssel élünk.

A tapadási és csúszási súrlódási erő irányának összehasonlítása

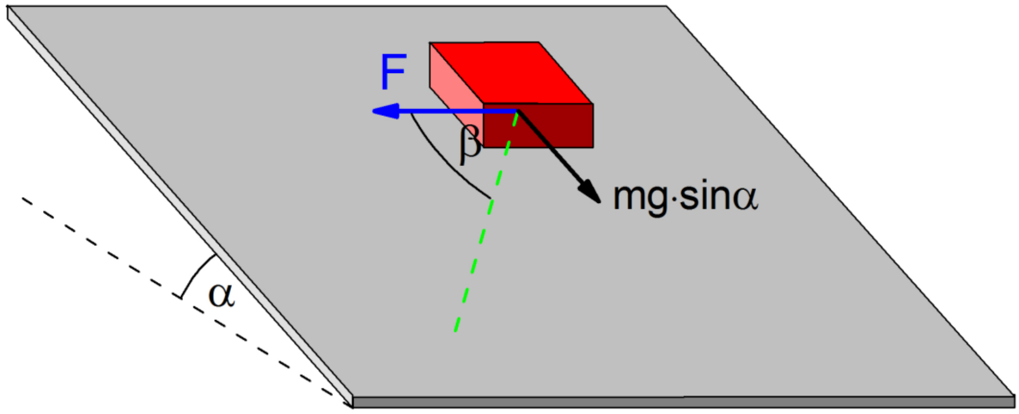
A tapadási súrlódási erő iránya, mint már említettük, mindig olyan, hogy a test egyensúlyát a súrlódás fenntartsa a többi erőkkel szemben. A csúszási súrlódási erő pedig a relatív sebesség irányával ellentétes. Igen tanulságos feladatokat konstruálhatunk a kétféle súrlódási erő iránya közötti váltásra építve. A fontos különbség jobban rögzül a diákokban, ha kísérletekkel is illusztrált konkrét feladatokon keresztül hívjuk fel rá a figyelmüket.

Feladat:

Lejtősre állított rajztáblára tegyünk téglatestet. A lejtő hajlásszögét állítsuk be úgy, hogy a lejtő irányában meglökött test lassulva megálljon. Ekkor a nehézségi erő lejtő menti összetevője kisebb, mint a csúszó súrlódási erő:

$$mg \cdot \sin\alpha < \mu mg \cdot \cos\alpha \,.$$

Toljuk ezután a testet az ábrán látható módon vízszintesen, a lejtő síkjában.



A test amellett, hogy oldalirányban elmozdul, a lejtőn is lecsúszik, hiszen amikor a testet mozgásba hozzuk, a megindulás pillanatában a súrlódási erő a sebesség irányával válik ellentétessé, azaz a lejtő irányába eső összetevő már nem lesz elegendő a test egyensúlyban tartásához. Pontosabban fogalmazva, amikor a testet megmozdítjuk, és a továbbiakban állandó erővel oldalirányban is toljuk, akkor az F tolóerő és a lejtő irányába mutató $mg \cdot sin\alpha$ erő eredője nagyobb lesz, mint a tapadási súrlódási erő. A test az ábrának megfelelően a rajztábla síkjában húzott vízszinteshez képest β szögben hajló egyenes mentén mozog, ahol

$$\text{tg}\beta = \frac{mg \cdot \sin\alpha}{F} \,.$$

A lecsúszó test mozgásegyenlete:

$$ma = \sqrt{F^2 + (mg \cdot \sin\alpha)^2} - \mu mg \cdot \cos\alpha \,.$$

Ha az F tolóerő állandó, akkor a test állandó

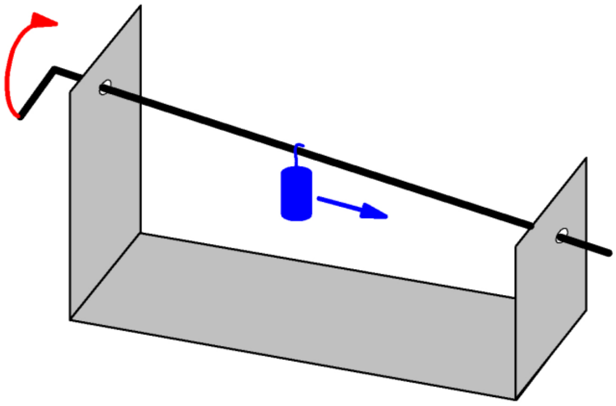
$$a = \sqrt{\frac{F^2}{m^2} + (g \cdot \sin\alpha)^2} - \mu g \cdot \cos\alpha$$

gyorsulással mozog. Amennyiben a test mozgásba hozása után a tolóerőt úgy csökkentjük, hogy az erők eredője zérus legyen, akkor a test egyenletesen csúszik lefelé a lejtőn.

Érdemes a tanulókat a kísérlet bemutatása előtt és után (de még a mozgásegyenlet megoldása előtt) is megkérni, hogy jósolják meg a lecsúszó test pályáját. Nagyon sokféle választ kaphatunk, ami mutatja, hogy erre a mozgásra vonatkozóan nincs előzetes tapasztalatuk. Gyakori válasz lesz a parabola, amit a vízszintes hajítás helytelen analógiájára építve jósolnak a diákok. Érdekes, hogy az egyenes vonalú pályát még a feladatmegoldás után is nehezen tudják elképzelni, ami valószínűleg a térbeli egyenes elképzelésével kapcsolatos általános probléma következménye.

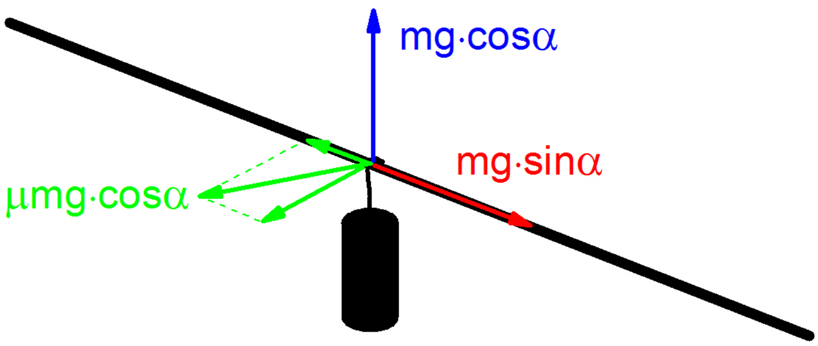
Feladat:

Készítsük el az ábrán látható kísérleti összeállítást.



A vízszintessel kicsiny α szöget bezáró, forgatható hengeres rúdra testet akasztottunk. A rúd olyan lapos szögben áll, hogy a horgon lógó testet a tapadási súrlódás egyensúlyban tartja és a test mozgásba hozása esetén a mozgást a csúszási súrlódási erő megállítja. Teljesül tehát, hogy a test megcsúszása esetén a horogra ható csúszó súrlódási erő nagyobb, mint a testre ható nehézségi erő rúd menti összetevője. A forgatókar segítségével forgassuk lassan a rudat! A horogra akasztott test lassan lefelé csúszik a rúdon. Ha forgatást abbahagyjuk, a test is megáll.

A jelenség magyarázata hasonló az előzőéhez, és még világosabban mutatja, hogy amikor a súrlódási erő tapadásiból csúszásira vált, akkor iránya megváltozhat. A horogra akasztott testet, amikor a rúd nem forog, a tapadási súrlódási erő tartja egyensúlyban. A súrlódási erő iránya ekkor a henger alkotója mentén felfelé mutat. Amikor a rudat ω szögsebességgel egyenletes forgásba hozzuk, a súrlódási erő iránya a horog és a rúd relatív sebességével ellentétesre vált át. Ez, a mozgás kezdő pillanatában a rúd tengelyére merőlegesen a hengerpalást érintőjébe esik.



Ebben a pillanatban természetesen a test a nehézségi erő rúd menti összetevőjének hatására elkezd lefelé csúszni! Emiatt a test rúd menti sebesség-összetevője is növekedésnek indul és így a relatív sebesség, s vele együtt a csúszó súrlódási erő is elkezd a rúd irányába fordulni. Amikor a horog sebessége a rúd mentén éppen v, akkor a relatív sebesség $v_{rel} = \sqrt{v^2 + (r\omega)^2}$ (r a rúd sugara). Ekkor a súrlódási erő iránya a rúd tengelyével olyan β szöget zár be, amelyre

$$\cos\beta = \frac{v}{\sqrt{v^2 + (r\omega)^2}}.$$

A lecsúszó test mozgásegyenletének a rúd tengelyével párhuzamos komponense:

$$mg \cdot \sin\alpha - \mu mg \cdot \cos\alpha \cdot \frac{v}{\sqrt{v^2 + (r\omega)^2}} = ma,$$

A mozgásegyenlet mutatja, hogy a test rúd menti sebességének növekedésével a rúd menti gyorsulás egyre csökken. Ez azt jelenti, hogy a forgó rúdon lecsúszó test sebessége korlátos, mert amikor a gyorsulás zérussá válik, akkor a sebesség állandó lesz.

A határsebesség az

$$mg \cdot \sin\alpha = \mu mg \cdot \cos\alpha \cdot \frac{v}{\sqrt{v^2 + (r\omega)^2}}$$

egyenletből adódóan:

$$v = r\omega \frac{\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mu}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mu}\right)^2}}.$$

Bevezetve a $\mu = \mathrm{tg}\alpha_0$ jelölést, azaz a súrlódási együtthatót kifejezve annak a lejtőnek a szögével, amelyen a test egyenletes sebességgel csúszna le, a határsebesség a

$$v = r\omega \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha_0 - \mathrm{tg}^2\alpha}}$$

alakra hozható.

A feladat kvantitatív megoldása bár nagyon érdekes, és az erők irányának felvétele hasznosan alakítja a tanulók térszemléletét, igen nehéz. Mivel a jelenség meglepő és általában felkelti a tanulók érdeklődését, kvalitatív magyarázata önmagában is tanulságos lehet.

Vissza >>>

D11. A súrlódási erő mikroszerkezeti magyarázata

A súrlódási erő alapvetően az érintkező felületek atomjai között fellépő erőhatás. Érthető tehát, hogy bár a súrlódási erőt már évszázadokkal ezelőtt kiemelkedő természettudósok tanulmányozták, mikroszerkezeti magyarázatát nem tudták megadni.

A súrlódási erővel Leonardo da Vinci is foglalkozott, egyik publikálatlan jegyzettömbjében feljegyzéseket tett a síkfelületen csúszó téglatestre ható súrlódási erőre vonatkozóan. Amontons francia fizikus publikálta elsőként (1699) az egymáson csúszó szilárd testek között fellépő súrlódási erőt leíró közismert $F = \mu N$ törvényt, ahol N a felületekre merőleges nyomó erő, μ pedig a súrlódási együttható. Amontons megállapítása szerint a súrlódási erő független az érintkező felületek nagyságától. („A kicsiny testre éppen akkora súrlódási erő hat, mint a nagyra, ha súlyuk egyenlő") A törvényt Coulomb egészítette ki azzal, hogy a súrlódási erő közönséges körülmények között független a csúszás sebességétől.

Az Amontons – Coulomb súrlódási törvény mikroszerkezeti magyarázatára sokféle elmélet született, de az elméletek sokáig sikertelennek bizonyultak, mert az egymáson csúszó felületetek mikroszkopikus egyenetlenségeiről és az egymásba akadó egyenetlenségek viselkedéséről nem állt rendelkezésre elegendő ismeret. Amontons és Coulomb is úgy képzelte, hogy a súrlódási erő a mereven vagy rugalmasan egymásba akadó felületi egyenetlenségek miatt keletkezik. Azt gondolták, hogy a súrlódási erő munkája egyenlő azzal a munkával, amit a felületre merőleges erő ellenében kell végezni míg a felső test olyan magasra emelkedik, hogy a felületi egyenetlenségek már nem tudnak egymásba akadni. Ennek során a potenciális energia nő, s ez az oka az energiaveszteségnek. Az elképzelés elméletileg hibás, hiszen a mozgás befejeztével a test ismét lejjebb kerül, s a potenciális energia visszacsökken eredeti értékére. Az elképzelés számos tapasztalati ténynek is ellentmondott. A nagyon simára polírozott fémfelületek, amelyek egyenetlenségei igen kicsinyek, ahelyett, hogy súrlódási együtthatójuk csökkenne, gyakran összehegednek. A jelenség bekövetkezik pl. akkor, ha jól csiszolt ólomtömböket satuval összeszorítunk. Kiderült az is, hogy a súrlódó felületek közé kerülő molekuláris adszorbeált rétegek nagyságrendekkel csökkenthetik a súrlódási erőt annak ellenére, hogy a felületi geometriát gyakorlatilag változatlanul hagyják. Így az összeakadási elmélet használhatatlannak bizonyult.

Sikeresebb mikroszerkezeti modellt fejlesztett ki az 1950-es évek közepén Bowden és Tabor. Alapötletük szerint az érintkező felületek valóságosan mikroszkóposan is összeérő része akár tízezerszer kisebb, mint a makroszkóposan érintkezni látszó terület. Mindazonáltal a két felület kiemelkedései rendkívül sok pontban érintkeznek és az adhézió miatt hideg hegesztéshez hasonló módon összefornak. Emiatt nevezik ezt a modellt adhéziós modellnek. A felületek mozgása során egyes összehegedt pontok felszakadnak, más frissen érintkezésbe kerülők összehegednek. Feltéve, hogy a mikroszkóposan összehegedt felület a mozgás során átlagosan ugyanakkora, és az átlagos nyírási feszültség sem változik, a súrlódási erő $F = A\tau$. Az érintkező területen az átlagos kontaktnyomás $p = N/A$, így a súrlódási együtthatóra

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{A\tau}{N} = \frac{A\tau}{Ap} = \frac{\tau}{p}$$

adódik. Amennyiben a kontaktnyomás független a normális irányú összenyomó erőtől (azaz ha a mikroszkóposan összeérő felület nagysága arányos a felületeket összenyomó erővel), akkor visszakapjuk az Amontons törvényt, hiszen

$$\mu = \frac{\tau}{p}$$

állandó.

Az adhéziós elmélet igazolásához a kontakt felületet kellene mérni. Erre számos módszert fejlesztettek ki az elektromos ellenállásméréstől az atomerő mikroszkópos mérésekig, azonban egyik sem volt megbízható, ezért az érintkező felület nagyságának meghatározására elméleti modelleket alkottak.

A Bowden-Tabor modell alapján megérthetjük Coulomb megfigyelését is, hogy a súrlódási együttható nő a testek érintkezésének függvényében, hiszen az érintkező pontok összeforradását minden bizonnyal segíti, ha a két felület hosszú ideig ugyanazokon a pontokon tapad össze. Amikor a testeket elmozdítjuk egymáson, akkor az érintkezési pontok erős kötéseit fel kell törni. A tapadás megszüntetéséhez minden összehegedt pontban fel kell törni a kötést, a csúszás során aztán folyamatos összehegedés, feltörés folyamat következik be. Az újraalakuló kötések száma azonban érthető módon kisebb, mint a tapadást létrehozóké. Ezért a csúszási súrlódási együttható kisebb, mint a tapadási.

Az itt vázolt anyagszerkezeti elképzelés alapján érthető a súrlódási együttható változása is a felület mentén. A kötések ugyanis véletlenszerűen alakulnak ki. A szerkezeti elképzelést radioaktív nyomjelzős kísérletekkel is alátámasztották. A kísérletek meggyőzően bizonyították, hogy a súrlódó felületekről mozgás közben mikroszkopikus anyagdarabkák törnek le. Mindazonáltal a súrlódási erő pontos anyagszerkezeti magyarázata ma is nyitott kérdés és egységes modellel nem kezelhető.

Vissza >>>

D12. Mozgás a négyzetes közegellenállási törvény hatása alatt

A következőkben két feladat tárgyalásával mutatjuk meg a közegellenállási törvény hatása alatt mozgó testek mozgásegyenletének megoldását és kinematikai jellemzőinek meghatározását. A mozgásegyenlet megoldása analitikusan nem lehetséges, azonban numerikus megoldására könnyen írhatunk számítógépes programot, ha a folytonos időt kicsiny τ időtartamokra bontjuk, és feltételezzük, hogy a mozgás szakaszosan történik. A mozgó test minden kicsiny időtartam során az időtartam kezdetén felvett gyorsulással egyenletesen gyorsulva mozog az időtartam végéig, majd ott gyorsulása a végsebességnek megfelelő értékre változik és a következő szakaszban a test ezzel a gyorsulással mozog. A kezdő időpillanat legyen $t_1 = 0$, a továbbiak pedig

$$t_2 = \tau\,,$$

$$t_3 = 2\tau\,,$$

$$\dots,$$

$$t_n = (n-1)\tau\,.$$

Jelöljük az i-ik időtartam kezdetén a fizikai mennyiségek értékét i indexszel, és írjuk fel a kezdeti adatokkal az intervallum végén, azaz a következő intervallum elején felvett adatokat. A számítást minden időlépésben az előzőben kiszámított adatokkal kell megismételni. Az eljárás számítógép segítségével nagyon egyszerűen ciklusba szervezhető. Az egyszerű programot a tanulók BASIC, vagy PASCAL nyelven általában nagyon szívesen elkészítik, de felhasználhatunk előre megírt felhasználóbarát programokat is a megoldásra (Dynamics Solver). Az utóbbinak hátránya, hogy a tanulók nem ismerik a számításhoz felhasznált algoritmust. A mozgásegyenlet megoldása egyszerű táblázatkezelő programmal (Excel) is elvégezhető.

1) Határozzuk meg, hogy a nagy magasságból szabadon eső m tömegű golyó milyen sebességgel ér földet. Rajzoljuk fel a mozgás gyorsulás–, sebesség– és út – idő függvényét. A kiinduló adatok legyenek a következők: $m = 5\ kg, v_0 = 0, h = 500\ m$, a közegellenállási erőt vegyük fel

$$F = kv^2$$

alakban, ahol $k = 0{,}5\ \frac{Ns^2}{m^2}$.

A mozgásegyenlet:

$$ma = mg - kv^2\,.$$

Az egyenletből a földet érés sebességét könnyen meghatározhatjuk, hiszen a test mozgása már akkor állandó sebességűvé válik, amikor gyorsulása zérusra csökken. Az utazósebesség tehát:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{k}} = 10\,\frac{m}{s}\,.$$

El kell azonban döntenünk, hogy a test eléri-e ezt a sebességet, mielőtt földet ér. Ezt csak becsléssel ellenőrizhetjük. A mozgás teljes idejére alsó korlátot szab, ha feltételezzük, hogy a test közegellenállás nélkül mindvégig szabadon esik. Ekkor az 500 méteres távolság megtételéhez 10 másodpercre lenne szükség. A $10\ m/s$ -os sebesség elérésének idejét, pedig becsüljük úgy, mintha a test az esés kezdetétől csak a kezdeti gyorsulás 20 %-ával esne. Ekkor a $10\ m/s$ eléréséhez 5 másodpercre lenne szükség! Feltételezhetjük tehát, hogy a test valóban $10\ m/s$ sebességgel érkezik a földre. Bizonyosak természetesen csak akkor lehetünk benne, ha a sebességet a mozgásegyenlet megoldásával határozzuk meg.

A numerikus megoldás a következő lehet. Fejezzük ki a mozgásegyenletből a gyorsulást:

$$a = g - \frac{k}{m}v^2$$

Az előzőeknek megfelelően bontsuk az időt kicsiny τ időtartamokra, és a folytonos változások helyett tételezzük fel, hogy a mozgás szakaszosan történik. Minden kicsiny időtartam során a test az időtartam kezdetén felvett gyorsulással egyenletesen gyorsulva mozog az időtartam végéig, majd ott gyorsulása a végsebességnek megfelelő értékre csökken és a következő szakaszban ezzel a gyorsulással mozog. A kezdő időpillanat legyen $t_1 = 0$, a továbbiak pedig

$$t_2 = \tau\ ,$$

$$t_3 = 2\tau\ ,$$

$$\dots,$$

$$t_n = (n-1)\tau\ .$$

Jelöljük az i-ik időtartam kezdetén a gyorsulást, sebességet, az időtartam során megtett utat, és az i-ik időpillanat kezdetéig megtett összes utat rendre $a_i, v_i, és\ \Delta s_i, és\ s_i$-vel.

Az i-ik időpillanat kezdetén a gyorsulás:

$$a_i = g - \frac{k}{m}v_i^2$$

Az i-ik időtartam végén felvett sebesség (ami megegyezik az (i+1)-ik időtartam kezdetén felvett sebességgel):

$$v_{i+1} = v_i + a_i\tau\ ,$$

az i-ik időtartam alatt megtett út:

$$\Delta s_i = \frac{v_i + v_{i+1}}{2}\tau.$$

Az $(i+1)$-ik időtartam kezdetéig megtett összes út pedig:

$$s_{i+1} = s_i + \Delta s_i\ .$$

A számítás egyszerűen ciklusba szervezhető, ha az i-ik pillanatban felvett értékek helyére az $(i+1)$-ik pillanatban felvett értékeket írjuk és a számítást megismételjük. Feladatunk esetén az ismétlést addig kell folytatnunk, míg $s_i \geq 500$ lesz.

2) Határozzuk meg az m tömegű α hajlásszögben ferdén elhajított golyó gyorsulás-, sebesség- és helykoordinátáit az idő függvényében, ha a közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányosan változik ($F = kv^2$).

A feladat tulajdonképpen megegyezik az előzővel, a kezdeti feltételek azonban mások. A kezdősebesség miatt a mozgás kétdimenzióssá válik, ezért a mozgásegyenletet érdemes vektoriális alakban felírni, majd két komponensre bontani. Ez jó alkalmat jelent a vektorok és összetevőik matematikai alakban történő felírásának gyakorlására.

A mozgásegyenlet vektoriális alakja:

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - kv^2 \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = m\mathbf{g} - k|\mathbf{v}|\mathbf{v}.$$

A mozgásegyenletben:

$$\frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

a sebesség irányába mutató egységvektor, és $|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. A mozgásegyenletből kifejezhetjük a gyorsulásvektor komponenseit:

$$a_x = -\frac{k}{m}|\mathbf{v}|v_x$$

$$a_y = g - \frac{k}{m}|\mathbf{v}|v_y$$

Az előző feladatban alkalmazott eljárás értelemszerű kiterjesztésével az időt kicsiny τ időtartamokra bontva és kezdetüket megszámozva, az i-ik időtartam kezdetéhez tartozó mennyiségeket i indexszel jelölve iterációs egyenleteket írhatunk fel a gyorsulás, sebesség- és a helykoordináták meghatározására.

A gyorsuláskoordináták az i-ik időtartam kezdetén:

$$a_{x_i} = -\frac{k}{m}\sqrt{v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2} \cdot v_{x_i} ,$$

$$a_{y_i} = g - \frac{k}{m}\sqrt{v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2} \cdot v_{y_i} .$$

Ezzel az $(i + 1)$-ik időintervallum kezdetén a sebesség komponensek:

$$v_{x_{i+1}} = v_{x_i} + a_{x_i}\tau$$

$$v_{y_{i+1}} = v_{y_i} + a_{y_i}\tau$$

A helykoordináták pedig:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{v_{x_i} + v_{x_{i+1}}}{2}\tau$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{v_{y_i} + v_{y_{i+1}}}{2}\tau .$$

Az eljárás számítógépes ciklusba szervezhető, ha az iterációs egyenletekben az i-ik értékek helyére $(i+1)$-ik értékeket írjuk.

A mozgásegyenlet táblázatkezelővel való megoldásáról részletesebben olvashat a következő disszertációban:

WWW

Jaloveczki József: Nemlineáris jelenségek vizsgálata diákköri-szakköri munkában (2014)

http://fiztan.phd.elte.hu/nyilt/disszertaciok/jj.pdf

Vissza (Kinematika) >>>

Vissza (Dinamika) >>>

D13. A gravitációs törvény bevezetésének történeti útja

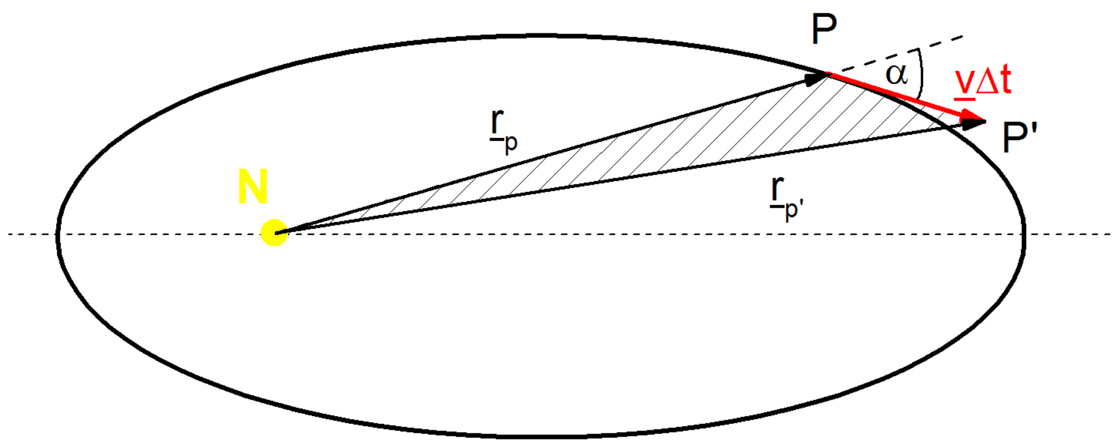
Newton egyik legnagyobb tudományos teljesítménye az általános tömegvonzási törvény kimondása volt. Bár a törvény felfedezése Newton zsenialitását dicséri, nem előzmények nélkül született meg. Newton az egyik legősibb kérdésre, a bolygók mozgására kereste a magyarázatot. A bolygók mozgását a Földhöz képest már Ptolemaiosz (70-147), az ókor legnagyobb csillagásza nagy pontossággal (bár igen bonyolult módon) megadta, s az ő geocentrikus szemlélete irányította évszázadokon át a csillagászok gondolkodását. Kopernikusz 1453-ban megjelentetett „Az égitestek mozgása" című munkájában szakított ezzel a leírásmóddal és kimondta, hogy a bolygók és a Föld is a Nap körül kering. A középiskolai tanítás során mindenképpen hangsúlyozni kell, hogy ez a számunkra ma már természetes tény forradalmian új felfedezés volt, és elfogadása Kopernikusz idejében hatalmas ellenállásba ütközött. (Lásd: Simonyi Károly: A fizika kultúrtörténete.)

A bolygómozgás máig érvényes törvényeit Tycho de Brahe (1546-1601) mérései alapján Kepler (1571-1630) dolgozta ki. Newton a Kepler-törvényeket ismerve, rájuk támaszkodva alkotta meg a tömegvonzás törvényét. Gondolatmenetét a bolygók mozgásának kinematikáját leíró Kepler-törvények mellett az általa kimondott II. törvényre alapozta.

A gondolatmenet rekonstruálásához először fel kell idéznünk a Kepler-törvényeket.

A Kepler-törvények

1) A bolygók *ellipszis pályán keringenek a Nap körül, amelynek egyik fókuszpontjában a Nap áll.*
2) A Naptól *a bolygóhoz húzott vezérsugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol*. Ezt az állítást szokás úgy is megfogalmazni, hogy a $q = \Delta A / \Delta t$ területi sebesség állandó.



A területi sebesség fogalma általában magyarázatra szorul. Az ábrának megfelelően mutassuk meg a tanulóknak, hogy a vezérsugár által kicsiny Δt idő alatt súrolt terület közelíthető úgy, mintha a bolygó rövid ideig egyenletesen mozogna a pálya adott pontjában húzott érintője irányában. A súrolt terület tehát az ábrának megfelelően az NPP' háromszög területével egyezik meg. Ez a terület az $\frac{1}{2} r_P v \sin\alpha \cdot \Delta t$ alakban is megadható, amiből a területi sebesség $\frac{1}{2} r_P v \sin\alpha$.

3) A Nap körül keringő *bolygók keringési idejének négyzete úgy aránylik egymáshoz, mint a Naptól mért középtávolságuk köbe* (*A Naptól mért középtávolság megegyezik az ellipszispálya fél nagytengelyével.):*

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

A törvény átírható a

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = C$$

alakra, ami azt jelenti, hogy (ugyanazon központi égitest körül keringő) különböző bolygók esetén $T^2/a^3 = C$ ugyanaz az állandó. Tudjuk továbbá, hogy a Naprendszerünk bolygói esetén az ellipszispályák jó közelítéssel körnek tekinthetők, azaz a a bolygópálya sugara.

Kepler azt is igazolta, hogy ezek a törvények más bolygórendszerre, pl. a Jupiterre és holdjaira is alkalmazhatók.

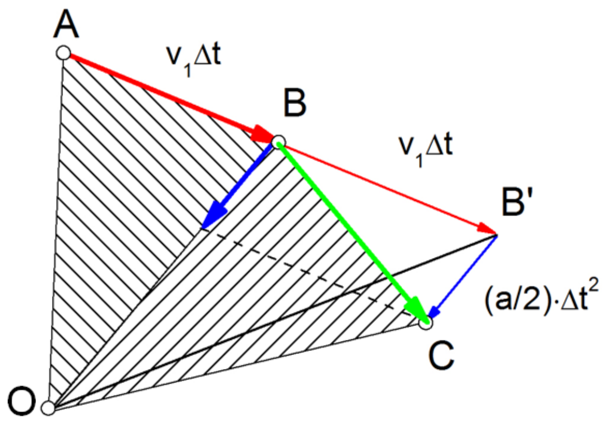
A gravitációs törvény meghatározása

A mozgás dinamikai leírásához a gyorsulást létrehozó erőt kell meghatároznunk! Amikor az erő mérése közvetlenül nem lehetséges, akkor a mozgás megfigyeléséből, a kinematikai összefüggésekből következtethetünk a gyorsító erő nagyságára és irányára. Ezt tette Newton is, hiszen rendelkezésre álltak a bolygómozgás kinematikáját leíró Kepler-törvények.

Newton gondolatmenete mai nyelven kifejtve a következő lehetett:

1) Az erő centrális. (Kepler első törvénye kimondja, hogy a bolygómozgás síkban zajlik; a második törvényből pedig következtethetünk arra, hogy az erő a Nap felé mutat.)
2) A harmadik törvényből következik, hogy az erő a távolság négyzetével fordítottan arányos.

Az ábrának megfelelően jelöljük a bolygó sebességét a pálya A pontjában v_1-gyel. Ezzel a sebességgel a bolygó kicsiny Δt idő alatt a B pontba jutna, és ha nem lenne gyorsulás, akkor további Δt idő alatt a B' pontba kerülne. Azonnal látható, hogy az OAB és OBB' háromszög területe azonos.



(Egyik oldaluk hossza $AB = BB' = v_1\Delta t$ megegyezik, és ugyanabba az egyenesbe esik, az ezzel az oldallal szemközti csúcsuk (O) közös, tehát magasságuk is egyenlő.) A bolygó azonban ellipszis pályán mozog, tehát gyorsul, a második Δt időtartam alatt nem a B', hanem a C pontba kerül. A $\overline{B'C}$ szakaszt a test közelítőleg egyenletesen gyorsuló mozgással teszi meg, azaz $B'C = (a/2) \cdot \Delta t^2$. Kepler második törvénye szerint az OBC háromszög területe megegyezik az OAB háromszögével, azaz az OBB' háromszögével is. Mivel az OBC és OBB' háromszög egyik oldala (OB) közös, a két háromszög területe csak akkor lehet egyenlő, ha ezzel az oldallal szemközti csúcsuk (C és B') a közös éltől azonos távolságban van azaz ezzel az éllel párhuzamos egyenesen fekszik. Következésképpen a gyorsulás az O pont, a Nap felé mutat.

A vonzóerő fordítottan arányos a távolság négyzetével

A tömegvonzási erő nagyságára Kepler harmadik törvényéből következtethetünk. A gondolatmenet egyszerűsítésére foglalkozzunk csak azzal az esettel, amikor az ellipszis alakú bolygópálya körrel közelíthető. (Ez a Naprendszer bolygóira vonatkozóan igen jól teljesül.) Ekkor a területi sebesség állandósága miatt a bolygó állandó sebességgel kering a Nap körül. A körpályán mozgó testre

$$F = mr\omega^2 = mr\frac{4\pi^2}{T^2}$$

erő hat. Szorozzuk be ezt az összefüggést r^2-tel

$$Fr^2 = 4\pi^2 m\frac{r^3}{T^2}.$$

Kepler harmadik törvényéből adódik, hogy a Nap körül mozgó minden bolygóra $T^2/a^3 = C$, ahol C a vonzó centrumra jellemző állandó. Következésképpen a bolygókra ható erőre igaz, hogy:

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

A hatás-ellenhatás törvényéből pedig nyilvánvaló, hogy az erő kifejezésében a bolygó és a vonzócentrum tömegének szimmetrikusan kell szerepelnie, azaz

$$F \sim \frac{Mm}{r^2},$$

ahol M a Nap, m pedig a bolygó tömege.

A gravitációs törvény univerzalitása

Newton igazán messzire vezető általánosítása az volt, hogy feltételezte, hogy az égitestek közötti erő és a Földön levő testekre ható nehézségi erő ugyanolyan természetű, vagyis hogy a Földön leejtett kő gyorsulását ugyanaz az erő okozza, mint ami a Holdat Föld körüli pályán tartja. Az állítás a Hold példáján könnyen ellenőrizhető, hiszen ha igaz, akkor a földi nehézségi gyorsulás (g) és a Hold centripetális gyorsulása (a_H) között a

$$\frac{g}{a_H} = \frac{\frac{1}{R_F^2}}{\frac{1}{r_H^2}} = \frac{r_H^2}{R_F^2}$$

aránynak kell fennállnia, ahol r_H a Föld-Hold távolsága, R_F pedig a Föld sugara. A képletben szereplő négy adat közül g földi mérésekből, r_H és a_H pedig csillagászati megfigyelésekből és mérésekből már Newton idejében is ismert volt. A Föld sugarára vonatkozó adatok azonban nem voltak elég pontosak, ezért a felírt összefüggés sem teljesült kielégítő pontossággal. Newton hosszú ideig nem is tette közzé a gravitációs törvényt. Amikor azonban újabb és pontosabb adatokhoz jutott a Föld sugarára vonatkozóan, akkor feltevése fényesen igazolódott. A jelenleg elfogadott mérési eredmények felhasználásával a hányadosokra:

$$\frac{g}{a_H} = \frac{9{,}81}{2{,}7 \cdot 10^{-3}} = 3{,}633 \cdot 10^3,$$

valamint

$$\frac{r_H^2}{R_F^2} = \left(\frac{3{,}84 \cdot 10^5}{6{,}37 \cdot 10^3}\right)^2 = 3{,}633 \cdot 10^3$$

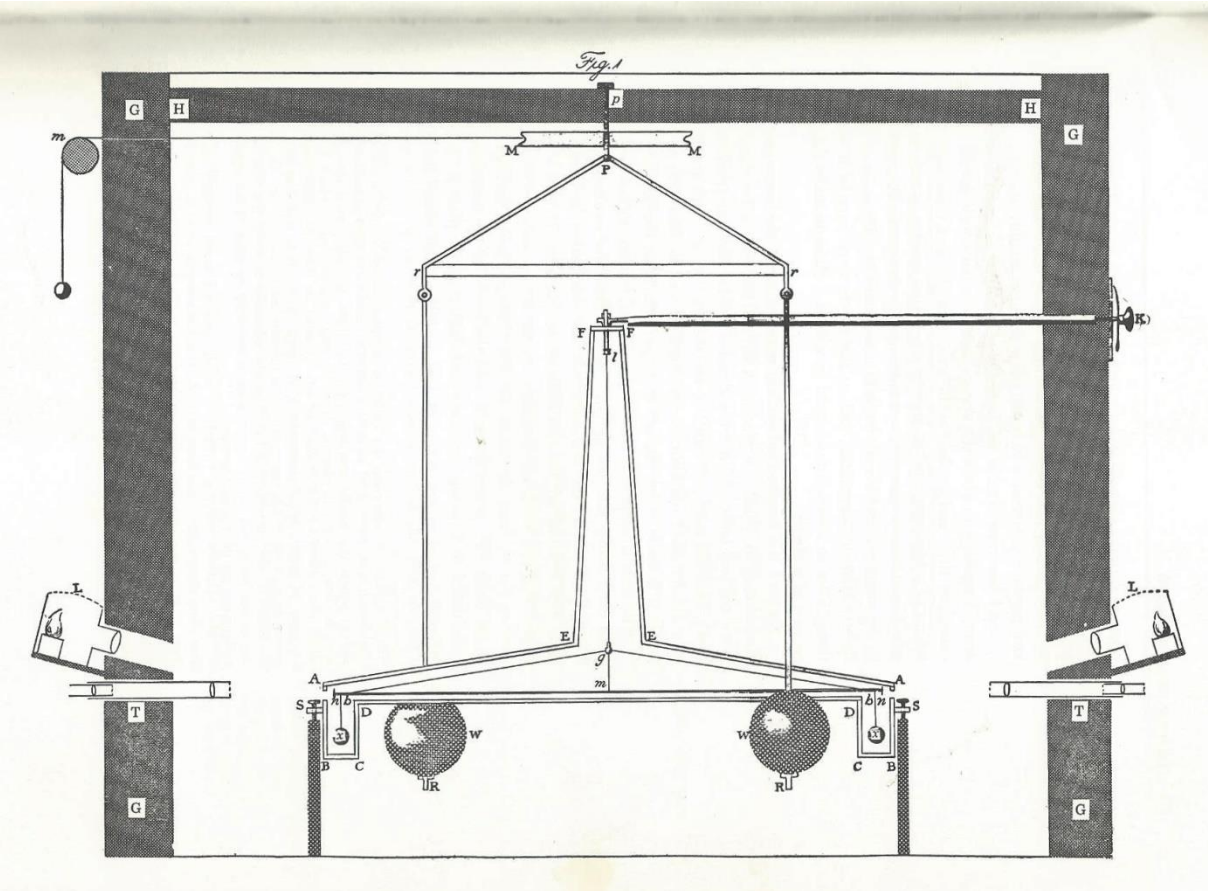
adódik, ami négy számjegyű egyezést jelent. A gravitációs törvény ezzel vált egyetemessé, tetszőleges két test közötti vonzóerő meghatározására alkalmas törvénnyé.

Vissza >>>

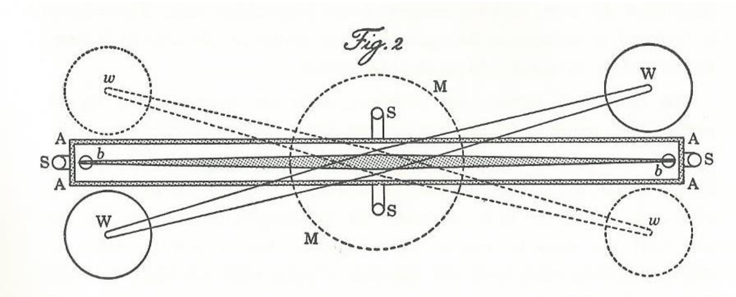
D14. Lord Cavendish történelmi jelentőségű kísérlete a tömegvonzás törvényének közvetlen igazolására

Henry Cavendish (1731-1810) különc angol arisztokrata (herceg), aki egész magányos életét a kémiai és fizikai kutatásaira szentelte. A tudósok szűk csoportján kívül másokkal nem érintkezett. Az emlékezők szerint kastélyának alkalmazottaival is, (különösen a nőkkel) kerülte e személyes találkozást, a szakácsnőjének is írásban adta ki utasításait. Tudományos munkájában is magányosan dolgozott, kísérletezett, jobbára önmaga számára. Munkái közül keveset publikált. Jelentősebbnek ítélt munkáit a Royal Society ülésein mondta el tudóstársainak, és publikálta a Társaság „Philosophical Transactions" folyóiratában. Kísérleteinek költségeit hatalmas vagyonából fedezte. Eredményes kutatásokat végzett a kémia és a fizika területén is. Nevéhez köthető többek között a hidrogén, mint kémiai elem felfedezése, eredményesen vizsgálta a levegő, mint gázkeverék összetételét, kimutatta, hogy a víz nem kémiai elem, hanem a hidrogén és oxigén robbanásszerű reakciójának terméke. Kísérletei során rájött, hogy az egyes elemi gázok sűrűségméréssel is azonosíthatók.

Feltehetően a gázokon végzett sűrűségmérések kapcsán vetődött fel Cavendishben a terv a Föld sűrűségének meghatározására. A Föld térfogatát a görbületi sugár akkor már jól ismert értéke alapján kiszámolta, de a tömeg meghatározása gondot jelentett. Ez vezette el Newton gravitációs törvényéhez, amit azonban a γ gravitációs együttható értékének pontos ismerete nélkül nem tudott használni. Elhatározta tehát, hogy a közvetlen méréseket végez a tömegvonzásra és saját méréseinek eredményéből határozza meg γ értékét. A hagyomány szerint kastélyának melléképületében e célra berendezett laboratóriumában komoly műszertervezési munka után végezte el méréseit, aminek eredményeit először a Royal Society ülésén előadásban ismertette, majd a Társaság folyóiratában tanulmányként is publikálta (H. Cavendish, *'Experiments to determine the Density of the Earth'* , Philosophical Transactions of the Royal Society of London, (part II) 88 p.469-526 (21 June 1798). A publikációban közölt eredeti ábrák alapján képet kaphatunk a kísérletről (http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cavendish_Experiment.png).



Cavendish kísérleti összeállítása – a torziós inga és állványzata oldalnézetből



A torziós inga felülnézete, a kis ingatest mellé helyezett átfordítható helyzetű nagy ólomgolyókkal

Cavendish tudta, hogy a gravitációs erő csak a hatalmas tömegű égitestek közt számottevő, a laboratóriumban elhelyezhető tömegek közt nagyon csekély, aminek kimutatása különleges módszereket kíván. Elektromosan töltött testek közti erőhatások kimutatására a francia Charles Coulomb 1785-89 közt érzékeny torziós mérleget készített és leírását a publikálta. Ez adhatta az ötletet Cavendishnek saját műszere megtervezéséhez. 1,8 m hosszú vékony egyenes farúd két végére egy-egy 2 inch átmérőjű, kb. 0,8 kg tömegű ólomgömböt rögzített. A rúd középpontját hosszú, vékony fémszálra függesztette fel. Az így elkészült torziós inga vízszintes rúdja már a golyókra ható nagyon kis erők hatására is elfordult a vékony függesztő szálon. Az erőhatás megszűntével a rúd lassan csillapodó forgási rezgés után került ismét eredeti helyeztében nyugalomban. (Innen az eszköz „torziós inga” megnevezése.) A lassú forgási lengés idejének méréséből következtetni lehet az inga érzékenységére, azaz, mekkora kitérés mekkora erőhatás következtében áll be. A tömegek közti vonzóerőt Cavendish az inga elfordulásával kívánta mérni. A kimutatható hatáshoz a rúd két végére rögzített golyókhoz a lehető legközelebb nagy tömegű testeket kellett elhelyeznie. Ezek 20 cm átmérőjű 45 kg tömegű fémgolyók voltak, amiket a rúd végén lévő kis golyók mellé függesztett fel úgy, hogy a felfüggesztett nagy golyók 180 fokos elfordítással az eredeti helyzetükből a rúdon lévő másik kis golyó másik oldalára kerüljenek. A zavaró hatásoktól (rezgések, légmozgás) az egész készüléket rezgésmentes biztos alapokra helyezte és fából készített burkolattal vette körül. A mérést úgy kezdte, hogy a nagy golyókat a két kis golyóhoz közel, azok ellentétes oldalához állította és kivárta, amíg a rendszer egyensúlyba kerül. Ebben a helyzetben a kis és a nagy golyók közti ébredő csekély vonzóerő nyomatékával épp egyensúlyt tartott az elcsavarodó torziós szál nyomatéka. Cavendish a faburkolatba szerelt távcsövön keresztül meghatározta a kis golyók helyzetét és a kis és nagy golyók távolságát, majd óvatosan átfordította a felfüggesztett két nagy golyót az ellentétes oldalra. Hosszú várakozás után, amikor meggyőződött, hogy a rendszer újból egyensúlyba került, ismét megmérte a golyók helyzetét. A kis golyók elmozdulásából meghatározta a torziós szál elfordulását, majd a szál elfordulásából kiszámolta a kis és nagy golyók közt ható tömegvonzási erőt. A legutóbbi lépéshez a torziós inga korábban kimért lengésidejét használta fel. Cavendish eredeti cikke szerint a gravitációs együtthatónak a fenti kísérletből adódó értéke:

$$\gamma = 6{,}754 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}.$$

A Föld átlagsűrűségét a víz sűrűségéhez viszonyítva adta meg, eszerint:

$$\rho_{Föld} = 6{,}48\,\rho_{víz}\,.$$

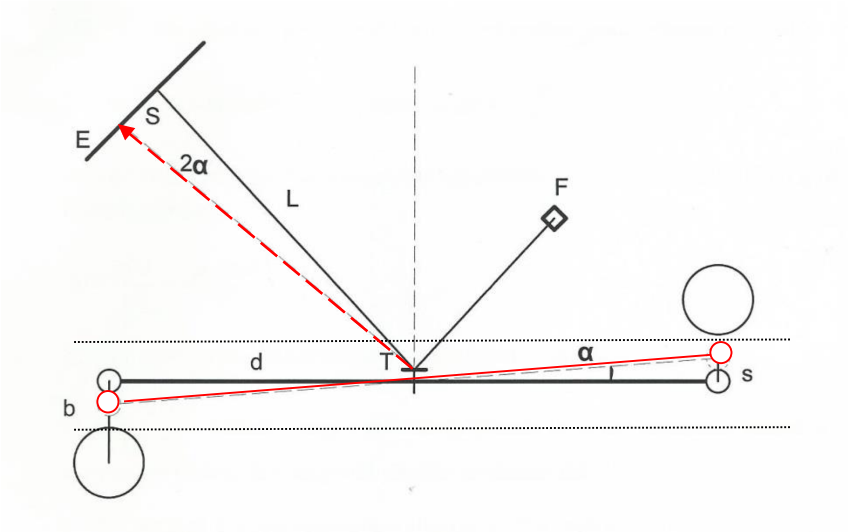
Megjegyezzük, hogy a modern méréstechnikával meghatározott értéke a gravitációs együtthatónak:

$$\gamma = (6{,}6738 \pm 0{,}0008) \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}.$$

Vissza >>>

D15. A gravitációs törvény kísérleti igazolása az iskolában

A gravitációs törvény kísérleti igazolása, pontosabban mondva a kísérleti igazolás lehetőségének bemutatása nagyon fontos a tanulók fizikai szemléletének formálásában. Ezzel hidalhatjuk át ugyanis azt a megértési nehézséget, hogy a gravitációs erő egyrészt csillagrendszereket összetartó robosztus hatásokat produkál, másrészt a hétköznapok megszokott erőhatásaként nem is észlelhető. A tömegvonzás iskolai bemutatására forgalmazott taneszköz lényegében Cavendish ingájának kicsinyített mása (lásd a következő ábra).



A felső végén rögzített, mindössze 20-30 cm hosszú, hajszálvékony torziósszál alsó végén, könnyű keresztrúd van felfüggesztve. A keresztrúd két végén egy-egy 15-20 gramm tömegű ólomgolyó található. Az ingát néhány cm széles, elő és hátoldalán üvegfalú fémdoboz, a torziós szálat fémcső védi. Az eszköz működését az ábra felülnézeti rajza szemlélteti. Alapállásban a csavarodás-mentes torziós szálon lógó keresztrúd középen, a két üvegfaltól egyenlő távolságban van egyensúlyban. Ha az inga keresztrúdján lévő kis golyók magasságában, az üvegfal mellé kívülről, egy-egy nagyobb (kb. 1-2 kg-os) ólomgolyót teszünk, a nagy golyók tömegvonzásának hatására a keresztrúdon lévő kicsi golyók a nagyobbak felé mozdulnak el, a keresztrúd elfordul, a torziós szál elcsavarodik. A kis golyók mozgása addig tart, amíg az torziós szálban ébredő nyomaték, (ami az elcsavarodás α szögével arányosan nő) egyenlővé válik a tömegvonzási erők forgatónyomatékával. Az elfordulás α szögét megmérve, és az inga adatait ismerve, meghatározható a golyók között fellépő gravitációs erő nagysága. A nagyobb és a kisebb golyó között az erőhatás rendkívül kicsiny, ezért a szál elcsavarodása még akkor is nagyon kicsi, ha a szál igen vékony. A kicsiny elfordulás szögét nehéz közvetlenül mérni, ezért a keresztrúdra, a torziós szál csatlakozásánál apró tükröt erősítettek. A tükröt kívül oldalirányból az üvegen keresztül kell vékony fénysugárral (célszerűen lézerrel) megvilágítani. A tükörről visszaverődött fény az eszköztől távol elhelyezett ernyőn fogható fel. Ha a torziós szál a tükörrel együtt α szöggel elfordul, a visszaverődő fénysugár iránya az elfordulási szög kétszeresével (2α) változik meg. Az eszközzel a γ gravitációs együttható három különböző módszerrel is meghatározható.

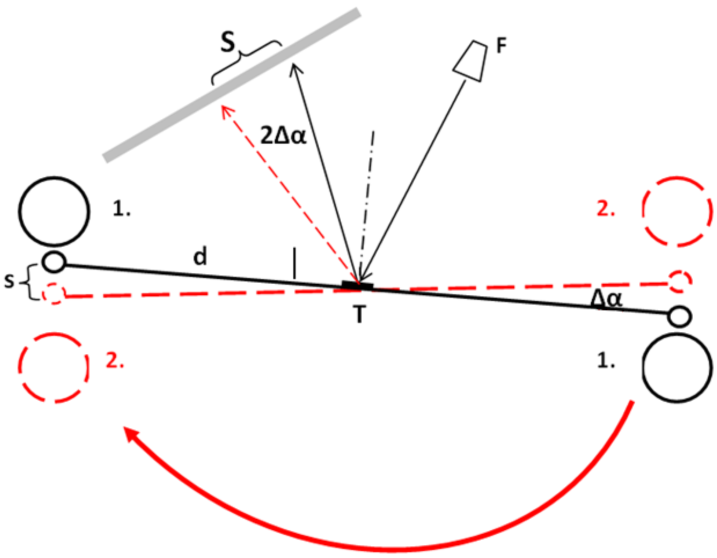
1) Az egyik lehetőség, hogy a fenti leírás értelmében mérjük az inga egyensúlyi elfordulásának szögét. Ez a módszer akkor használható, ha diákjaink ismerik a rugalmasságtan alapjait, így a rugalmas szálak elcsavarodásának mértékét meghatározó összefüggéseket. (A szál direkciós nyomatéka a torziós szál sugarának negyedik hatványával arányos, pontosabban:

$$D^* = \frac{\pi}{2}\gamma' \frac{R^2}{l},$$

ahol γ' a szál anyagának nyírási modulusa, l a szál hossza, R pedig a sugara. [*Tasnádi at al. Mechanika II p.*]

2) A második módszer elméletileg bonyolult, az inga csillapodó lengéseinek periódusidejét mérve, a torziós rezgések elméletét felhasználva határozza meg γ értékét. (Ez a mérési módszer nagyon hasonlít Eötvös Loránd torziós méréseinél alkalmazott dinamikus módszerhez.)

3)A harmadik mérési eljárás a legegyszerűbb, de egyben a legkevésbé pontos módszer. Nem kíván azonban speciális mechanikai előismereteket, ezért már az átlagos középiskolai osztályokban is alkalmazható. A mérés menetét a következő ábra szemlélteti.



A mérés kiinduló helyzetének beállításához a két nagy golyót a mérés megkezdése előtt hosszú idővel az inga mellé kell tenni (az ábrán az 1. jelű pozíció). A golyók közti vonzóerő hatására az inga elfordul, az elcsavart torziós szál megfeszül és az inga egyensúlyi helyzetbe kerül, a tükörről visszavert fényfolt az ernyőn nem mozdul. Ez a mérés kiindulási helyzete. A mérés azzal kezdődik, hogy a két nagy golyót, gyorsan, óvatosan áthelyezzük az ábrán a 2. számmal jelzett helyzetbe. (Ezt nem nehéz megtenni, mert a golyók az ingát tartó rúdra rögzített, könnyen átforgatható kettős tartó karon ülnek.) A nagy golyók áthelyezése után a kis golyók gyorsulva megindulnak az új helyzetben lévő nagy golyók felé. A kezdő pillanatban a gyorsulást a tömegvonzási erő és a torziós-szál indulási előfeszítettségéből származó erő összege határozza meg. A torziós szál előfeszítettségéből származó erő szimmetria okból közelítőleg megegyezik a tömegvonzási erővel, így a kezdő pillanatban a kis golyókat az

$$F \approx 2\gamma \frac{mM}{b^2},$$

tömegvonzási erő kétszerese gyorsítja, ahol m és M rendre a kis- és a nagy golyó tömege, b az inga előfeszített állapotában a kis és nagy golyó távolsága. Ez a távolság jó közelítéssel a golyók sugarának összege: $b \approx r + R$. (3. ábra). Mivel az inga lassan mozog, a gyorsító erő is lassan változik, ezért kis időtartamra feltételezhetjük, hogy a golyók egyenletesen gyorsulnak. Ennek megfelelően az ernyőn a fényfolt is gyorsulva mozog. Mérjük le a fényfolt Δt idő alatt bekövetkező S elmozdulását. Az S távolság ismeretében és a geometriai adatok felhasználásával (lásd 3. ábra) meghatározható a kis golyó Δt idő alatt megtett útja. A keresztrúd $\Delta\alpha$ elfordulása során a kis golyó által megtett út s, míg a fénymutató $2\Delta\alpha$ elfordulása során a fényfolt elmozdulása az ernyőn S. A geometriai kapcsolat miatt

$$\Delta\alpha \approx \frac{s}{d},$$

$$\Delta\alpha \approx \frac{S}{2L},$$

azaz

$$s \approx \frac{Sd}{2L}$$

(Megjegyezzük, hogy ha $\Delta t \approx T/20$, ahol T az inga lengésideje, akkor az állandó gyorsulást használó közelítés kb. 5% hibát okoz ahhoz képest, ha a lengő kar mozgását harmonikus mozgással közelítjük. (Mivel az ingák lengésideje tipikusan 500-600 sec, a mérés 20-25 másodperc alatt kényelmesen elvégezhető.) Az egyenletesen gyorsuló mozgás útképletét felhasználva kiszámítható a gyorsulás értéke

$$a \approx \frac{2s}{\Delta t^2}.$$

Newton II. törvényét alkalmazva

$$F \approx 2\gamma\frac{mM}{b^2} = ma \approx m\frac{2s}{\Delta t^2},$$

ahonnan

$$\gamma\frac{M}{b^2} \approx \frac{s}{\Delta t^2}.$$

Ebből a gravitációs állandó:

$$\gamma \approx \frac{Sdb^2}{2LM\Delta t^2}$$

Az iskolai demonstrációs Cavendish-ingával, az utóbb leírt közelítő módszerrel a gravitációs tényezőre $\gamma \approx 7{,}5 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 értéket kaphatunk, ami nagyságrendileg helyes, elfogadható eredmény.

Megjegyzés

1. Vegyük észre, hogy a tömegvonzási erőnek a tömegek szorzatától való függése még a fenti mérések elvégzése mellett is tanári közlésként jelenik meg, bizonyító erejű kísérletet nem tudunk mutatni, végső érvként csak azt használhatjuk, hogy az erőtörvény alkalmazása mindig helyes eredményre vezetett. Tényleges igazolásul az szolgálhatna, ha a torziós ingára (Eötvös Loránd módszerét alkalmazva) különböző testeket rögzíthetnénk, és az inga mellé is különböző testeket helyezhetnénk. Ekkor pl. ha 5 különböző testtel végeznénk a méréseket, akkor a tetszőlegesen választott testpárok közötti erőben szereplő 5 tömegre vonatkozóan 10 kísérleti eredményt kapnánk. A

mérések ily módon túlhatározott egyenletrendszert adnának a tömegekre vonatkozóan, amelynek teljesülése igazolná, hogy a gravitációs erőnek a tömegek szorzatától való függése valóban természeti törvény. (Az eljárás hasonló a tömeg fogalmának ütközési kísérletekkel történő bevezetésében alkalmazott gondolatmenethez.)

2. A közelítő mérés értelmezésekor gondot okozhat a tanulóknak, hogy a mérés értelmezése során úgy számolunk, mintha csak az egyik kis golyó mozgását kellene vizsgálnunk egyetlen nagy golyó és a rúd visszatérítő ereje hatására. Nem világos az sem, hogy a szál visszatérítő nyomatéka miért konvertálható pontosan akkora erővé, mint a kis és nagy golyó között fellépő gravitációs erő. Ezekre a kérdésekre a mozgás pontosabb leírásával válaszolhatunk:
A mérés kiinduló helyzetében a tömegvonzási erő nyomatéka tart egyensúlyt a szál M^* nyomatékával:
$$M^* = \gamma \frac{Mm}{b^2} 2d$$
Amikor a nagy golyókat a lengő kar egyensúlyi helyzetéhez képest szimmetrikusan áthelyezzük, akkor a szál nyomatéka nem változik, a tömegvonzási erő nyomatéka pedig azonos nagyságú, de ellentétes irányú lesz. Ennek megfelelően a lengő kar mozgásegyenlete:
$$M^* + \gamma \frac{Mm}{b^2} 2d = 2md^2\beta \, ,$$
ahol $\beta = a/d$. Beírva a szál nyomatéka helyére a tömegvonzási erő nyomatékát, valamint a szöggyorsulást kifejezve a gyorsulással:
$$2\gamma \frac{Mm}{b^2} 2d = 2mda$$
vagyis a forgó mozgás egyenlete az egyszerűsítések után valóban olyan egyenletté egyszerűsödik, mint ami egyetlen kis golyónak a nagy és kis golyók között ható gravitációs erő kétszeresének hatására végbemenő mozgását írja le.

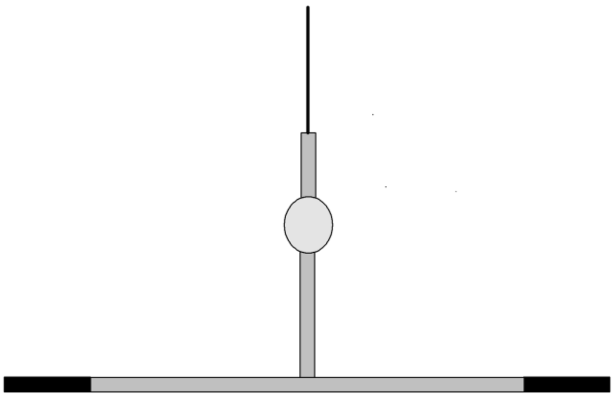
3. A torziós ingával az inga adatainak az ismeretében a nagyobb ólomgolyók különböző távolságokba helyezésével egyszerűen kimérhető a gravitációs erőnek a tömegek távolság négyzetével fordított arányossága is. (A különböző távolságba helyezett golyók esetén az inga egyensúlyi kitérése az erővel arányos. Ha a nagyobb golyót a kicsitől az alapkísérletben használt távolságnak kétszeresére, háromszorosára tesszük, az erőhatás jó közelítéssel negyedére, kilencedére csökken. A pontos összefüggés annál inkább romlik, minél távolabb kerülnek a golyók.) A mérés azonban hosszadalmas, mert az inga általában csak lassan csillapodik, így az egyensúly beállása hosszú időt vesz igénybe

Vissza >>>

D16. Eötvös Loránd gravitációs mérései torziós ingával

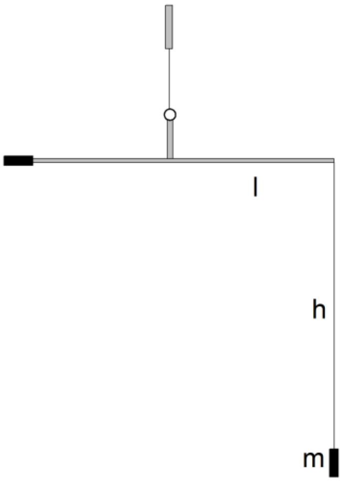
Eötvös Loránd mérési módszere

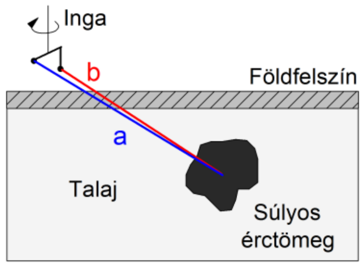
Eötvös Loránd tudományos munkájának középpontjában 1886-tól a gravitáció vizsgálata állt. Kísérleteit az igen kis erőhatások mérésére alkalmas torziós ingákkal végezte. Első kísérleti műszere az ún. „görbületi variométer” kisebb módosításoktól eltekintve hasonló a korábban Coulomb, majd Cavendish által is használt torzós ingához. A szerkezetei módosítások a műszer érzékenységét növelték. Eötvös Loránd torziós szálként kb. 60 cm hosszú, mindössze 0,04 mm vastag platinaszálat használt, amit gondos előkezeléssel minden belső feszültségtől mentessé tett. A felső végénél felfüggesztett szál aljára, arra merőlegesen és szimmetrikusan, kb. 40 cm hosszú, könnyű alumínium pálcát erősített. A pálca két végére két egyforma 30-30 g tömegű platina hengert rögzített. Az érzékeny torziós szál már igen kis erők hatására is elcsavarodott és forgási lengésbe jött. Hogy az inga egyensúlyát illetve lengéseit a lehető legkisebb hatás se zavarja, az egész ingát 3-5 mm vastag sárgarézből készült dupla falú házba helyezte el. Ez a burkolat kizárta a külső levegőáramlást és védte az ingát a gyors hőmérsékletingadozásoktól is. Külső gravitációs hatásra a vízszintes inga-rúd a házban elfordult és lengésbe jött. Az elmozdulást a burkolaton elhelyezett ablakon keresztül lehetett megfigyelni. A pontos mérést a torziós szál és a rúd csatlakozására rögzített kis tükör tette lehetővé. A tükröt az inga-rúd és a torziós szál által meghatározott síkkal párhuzamosan helyezték el és kívülről keskeny fénynyalábbal világították meg. A tükörről a visszaverődő fény az ablakon át egy rögzített ernyőre esett. A keresztrúd α szögnyi elfordulását a „fény-mutató” 2α elfordulással követte. A tükör és az ernyő távolságának növelésével a fényfolt elmozdulása megnagyítható, így a kis elfordulások is jól mérhetőek. A fényfolt elmozdulást az ingától távolabbról, távcsövön keresztül mérték. A leírt torziós ingával végzett mérésekből Eötvös a gravitációs potenciál lokális görbületét tudta meghatározni, ezért a műszert „görbületi variométernek” nevezte.



A görbületi variométer fotója és szerkezeti rajza (Forrás: http://www.elgi.hu/museum/grmu5~.htm)

A korai sikeres kísérletek után Eötvös Loránd kis módosítással alkalmassá tette az ingát a föld felszín alatti lokális sűrűség-inhomogenitásainak mérésére. A módosítás abban állt, hogy a torziós inga keresztrúdjának az egyik végéről levette a tömeget és egy kb. 1 m hosszú szálon lelógatva rögzítette újból a rúd végére. Így az inga két tömege közt kb. 1 m szintkülönbség állt elő. Ezt az eszközt szokás általában „Eötvös-inga” -ként emlegetni. Maga Eötvös „horizontális variométernek” nevezi a műszert, ezzel utalva arra, hogy a lokális gravitációs erő vízszintes komponensének változásait lehet vele meghatározni.



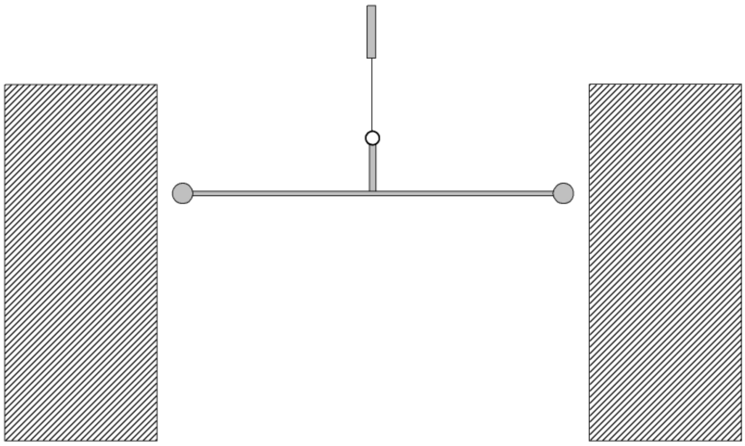


Horizontális variométer fotó szerkezeti rajz, működési elv (Forrás: http://hu.wikipedia.org/wiki/F%C3%A1jl:Eotvos_inga.jpg)

Működésének magyarázata a következő: ha az inga helyének közelében a felszín alatt inhomogén a sűrűségeloszlás (pl. a felszín alatt egyenetlen eloszlásban nagy sűrűségű kőzetek, ércek, vagy éppen kis sűrűségű földgázzal telt üregek helyezkednek el), az 1 m szintkülönbséggel elhelyezett két ingatestre ható gravitációs erő (iránya és nagysága) különböző, ami elcsavarja a torziós szálat.

Érdemes megjegyezni, hogy Eötvös torziós ingáit Budapestre települt német mechanikus mester, Süss Nándor készítette, ma is megcsodálható szakértelemmel és precizitással. (Süss Nándor alapította a később precíziós műszereiről híressé vált MOM (Magyar Optikai Művek) magyar nagyvállalatot.) Eötvös Loránd a fent bemutatott alaptípusokat folyamatosan fejlesztette, így kisebb-nagyobb változtatásokkal több ingát is tervezett és készíttetett. Az eredeti műszerek többsége az Eötvös Loránd Geofizikai Intézetben elhelyezett és ott látogatható Eötvös Loránd Emlékkiállításon látható. Az 1900-ban a párizsi Világkiállításon bemutatott, és aranyéremmel elismert ingát az ELTE Fizikai Intézete őrzi.

Eötvös Loránd méréseinek kiértékelésére fontos méréstechnikai újítást vezetett be. Az ingára ható erő meghatározását a torziósszál szög-elcsavarodásának egyensúlyi értéke helyett (Coulomb és Cavendish így mért), az inga lengésidejének mérésére vezette vissza. Ezzel a módszerrel gyorsabb és pontosabb is lett a mérés. Az új módszer alapja a következő: ha a vizsgált helyen a vízszintes inga-rúdra helyezett testekre ható nehézségi erő iránya és/vagy nagysága különböző, akkor az inga lengésideje az inga-rúd egyensúlyi helyzetének térbeli irányától függ. Eötvös Loránd először elméleti modell-számítással, majd laboratóriumi kísérletekkel igazolta a lengésidő változását. A számítás alapjául szolgáló modell-elrendezést, és az ennek megfelelő kísérleti összeállítást a következő ábra mutatja.



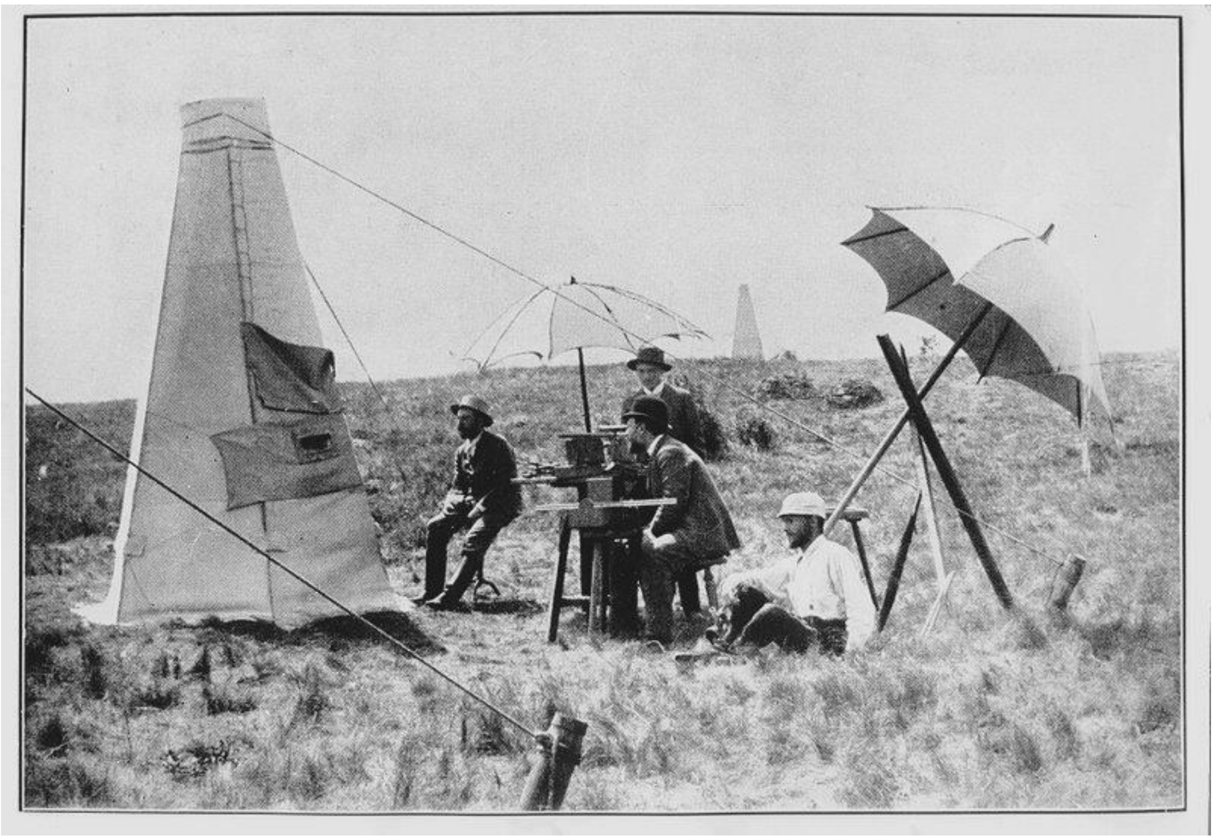
Mérési összeállítás a két ólom-oszlop között

A felülnézeti rajz szerint a torziós inga két 30 x 30 cm alapú ólomtéglákból összerakott oszlop között középen helyezkedik el. Az első esetben az ingarúd egyensúlyi helyzete az oszlopok középvonalát és a torziós szálat is tartalmazó síkban volt (ábra). A második esetben az előbbire merőleges helyzetben. A mérésekhez Eötvös a klasszikus Coulomb-féle szimmetrikus elrendezésű ingát használta. Miután az első helyzetben megmérte az inga lengésidejét, az egész ingát burkolatával és állványával együtt 90°-kal átfordította a második helyzetbe, és ott is elvégezte a lengésidő-mérést. A két oszlop ismert tömegének és a geometriai elrendezésének, valamint az inga adatainak ismeretében végzett elméleti számítások és a kísérleti mérések eredménye egybehangzóan mutatta, hogy a két helyzetben az inga lengésideje lényegesen különböző. A lengésidők eltérését felhasználva a két oszlop gravitációs hatása az inga helyén meghatározható. Ezután Eötvös Loránd a torziós ingával végzett gravitációs méréshez a különböző egyensúlyi helyzetekben mért lengésidők különbségén alapuló módszert használta.

Gravitációs mérések terepen

A fent leírt ólom oszlopok közt végzett sikeres laboratóriumi kísérletek után 1888-ban Eötvös Loránd a budai Duna parton a Rudas-fürdő épületében állította fel görbületi variométerét, és végzett méréseket a Gellérthegy gravitációs hatásának, és ezen keresztül a hegy tömegének meghatározására. Először az inga keresztrúdját a Duna folyásirányával párhuzamosan állítva végzett lengésidő-mérést, majd az ingát 90 fokkal elforgatva is. A mérési eredményen alapuló számítás jól megegyezett a Gellérthegy tömegére vonatkozó más módszerekkel kapott adatokkal.

A terepen végzett mérések fő célja a felszín alatti földkéreg inhomogenitásainak felderítése volt. A mérésekhez a horizontális variométert használta. A hosszadalmas terepmunka első lépése a földtanilag érdekesnek mutatkozó területek kiválasztása volt, amit a hálózatszerűen elrendezett mérési pontok megtervezése követett. A terepen pontról pontra elvégezték a méréseket (ez esetenként hetekig is eltartott, majd az adatok otthoni feldolgozása következett. Eredményként a vizsgált terület egyfajta gravitációs „térképe” rajzolódott ki, amit más geológiai ismeretek és modellszámítások segítségével próbáltak értelmezni. A terepen végzett mérésekről érzékletes képet ad a korabeli fotó.



(Forrás:http://hu.wikipedia.org/wiki/E%C3%B6tv%C3%B6s_Lor%C3%A1nd_Geofizikai_Int%C3%A9zet#mediaviewer/File:SAGHEGY.JPG)

A felvétel 1891-ben a Sághegyen végzett mérésről készült. A torziós inga a környezeti hatásoktól védve a kép bal oldalán látható sátorban van elhelyezve. A sátor oldalán jól látható a nyílás, amin keresztül távcsővel lehetett észlelni az inga lengését. Az asztalon elhelyezett távcső mögött báró Eötvös Loránd ül, körülötte három munkatársa (oldalt a földön ül Kövesligethy Radó, a bal oldali széken Bodola Lajos, Eötvös mögött áll Tangl Károly).

Eötvös és munkatársai az 1900-as évek elejétől a Világháború kitöréséig, amikor az időjárás engedte gyakorlatilag folyamatos terepmunkát végeztek. 1901 és 1903 között a befagyott Balaton jegén mértek és megállapították, hogy a keleti medence hosszában egy törésvonal húzódik a tó alatt, 1909-ben Szeged és Szabadka térségéről, 1911-ben egy júliusi nagy földrengést követően Kecskemét térségéről készítettek „gravitációs térképet". Ez utóbbi alapján megállapítható volt, hogy Kecskemét egy vulkáni hegyekkel körülvett és hordalékkal (homokkal, agyaggal, kaviccsal) mindenestől vastagon betemetett medence felett épült. Történtek mérések az Alföld különböző részein, Délvidéken Erdélyben, a Dél-Ausztriai hegyekben, Horvátországban. A terepmérések nemzetközi elismerést hoztak Eötvösnek. A mérések elvi, tudományos értéke mellett egyre nagyobb érdeklődés nyilvánult meg a mérések gyakorlati alkalmazására, így alakult meg 1907-ben Eötvös Loránd vezetésével az állami fenntartású Geofizikai Intézet, (későbbi nevén Eötvös Loránd Geofizikai Intézet).

Eötvös Loránd 1919-ben bekövetkezett halála után a gravitációs vizsgálatokat tanítványai folytatták. Ez az időszak az Eötvös-inga alkalmazásának legsikeresebb korszaka, amikor világszerte erre az eszközre alapozták bizonyos ásványkincsek, leggyakrabban a kőolaj és földgáz-lelőhelyek felkutatását, részletes feltérképezését. Eötvös korábbi munkatársai Magyarország mellett Amerikától Ázsiáig végeztek kutatásokat.

Eötvös Loránd mérései a súlyos és a tehetetlen tömeg azonosságának ellenőrzésére, az univerzális állandónak számító gravitációs együttható értékének pontosítására.

Eötvös Loránd torziós ingákkal végzett gravitációs méréseinek kevésbé ismert, de a tudomány szempontjából igen fontos részét azok a laboratóriumi mérések jelentik, amelyekkel a súlyos és a tehetetlen tömeg egyenértékűségét nagy pontossággal igazolta. Az égi és a földi mechanikát Newton foglalta egységbe a dinamika alapegyenletének (Newton II. törvénye) és az általános tömegvonzás törvényének megfogalmazásával. Mindkét törvényben fontos szerepe van a tömegnek. Probléma azonban, hogy míg Newton II. törvényében a tömeg a testek tehetetlenségének mértékét jellemzi, a gravitációs törvényben szereplő tömeg a testek gravitáló hatását. Newton maga is érezte, hogy a két tömegfogalom különbözik, és nem magától értetődő a feltevés, hogy egyként lehet kezelni őket. A szabadesésre vonatkozó mérések eredményét (a légritka térben a testek súlyuktól és anyagi minőségüktől függetlenül azonos gyorsulással esnek) Newton ismerte, de a mérések pontosságát nem tartotta elég meggyőzőnek, ezért ingákkal kísérletezve maga is ellenőrző méréseket végzett. Eredményei alapján megállapította, hogy a két tömeg eltérése kisebb egy ezreléknél. 1830-ban Friedrich Bessel német természettudós, (csillagász és matematikus) megismételt inga-mérésekkel pontosította Newton eredményét és a két tömeg egyezését már 1/60 000 –nyi pontossággal igazolta.

Eötvös Lorándot is foglalkoztatta a kétféle módon meghatározott tömeg egyezésének kísérleti bizonyítása. Méréseihez a Coulomb-féle torziós ingát használta. 1890-ben a Magyar Tudományos Akadémián tartott előadásában, és az Akadémia német nyelven megjelent közleményeiben (Mathematische und Naturwissentschaftliche Berichte aus Ungarn - 8. 65, 1890) már beszámol első kísérleteinek eredményéről, ami a két tömeg arányosságát 1/20 000 000 pontossággal bizonyította. Eötvös rövid és példaértékű egyszerűséggel megfogalmazott cikkét minden fizikatanárnak érdemes eredetiben elolvasnia.

WWW

Eötvös Loránd: A Föld vonzása különböző anyagokra (előadás 1890.jan 20-án a Magyar Tudományos Akadémián)

http://mek.oszk.hu/03200/03286/html/eotvos1/eotv1.html

Eötvös eredményeire felfigyelt a tudományos világ, 1906-ban a Göttingeni Királyi Tudományos Társaság nemzetközi pályázatot írt ki a „tehetetlenség és a gravitáció arányosságára vonatkozó newtoni törvény széleskörű vizsgálatára”. 1906 és 1909 között Eötvös Loránd, Pekár Dezső és Fekete Jenő munkatársaival együtt igen körültekintő és alapos inga-méréseket folytatott, amiben a korábbi mérések pontosságának javítása mellett a vizsgálatokat új anyagokra is kiterjesztette, beleértve a gázokat és a radioaktív anyagokat is. A pályázatra beadott dolgozatukban a kétféle tömeg egyezését már 1/200 000 000 -es pontosságú mérésekkel bizonyítják és a gravitációs együttható értékét (amit elsőnek Cavendish határozott meg)

$$\gamma = 6.65 \cdot 10^{-11} \pm 0{,}02\% \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

értékben határozzák meg. Dolgozatukkal Eötvös és munkatársai elnyerték a pályadíjat.

Eötvös mérése azon alapult, hogy a testekre ható nehézségi erőt a test és a Föld közt ható gravitációs erő és a Föld forgásából adódó, a mérési hely földrajzi szélességétől függő. centrifugális erő eredője adja.

A gravitációs erő a „súlyos” tömegtől, a centrifugális erő (mint tehetetlenségi erő) a tehetetlen tömegtől függ. A mérések során Eötvös a Coulomb-féle inga keresztrúdjának irányát K-Ny irányba (A Föld forgásának irányába) állította be. Megvárta, amíg az nyugalomba jut, majd az ingát 180°-kal átfordítva a karok végén lévő testek helyzetét megcserélte. A változtatás a testekre ható centrifugális erőt nem befolyásolja, ha azonban a testekre ható gravitációs erő változna ez, a nehézségi erő változását eredményezné, melyet az inga elcsavarodása jelezne. A kísérletek eredménye szerint az inga elcsavarodását nem lehetett megfigyelni, így kimondható volt, hogy az inga érzékenységéből adódó határig a testekre ható gravitációs erő sem változott.

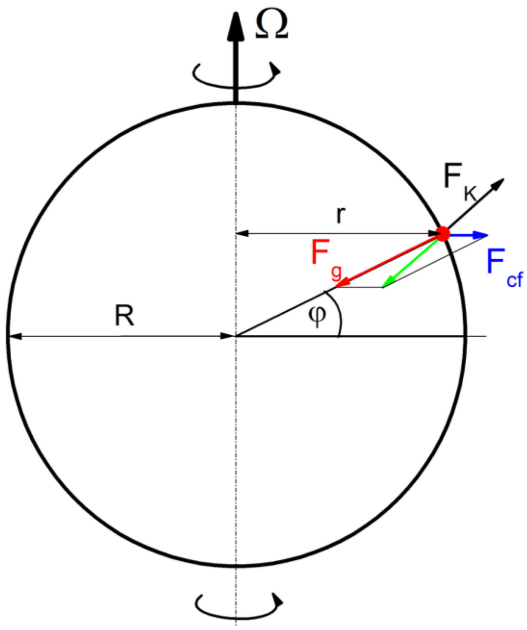
Eötvös Loránd nagy pontosságú mérései különös jelentőséget kapnak a modern fizikai világképben alapvető általános relativitáselmélet igazolásában. Einstein a relativitáselmélet alaptéziseként fogalmazta meg az ún. „ekvivalencia elvet”, mely szerint a gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben a tehetetlenségi erők és a gravitációs erők közt nem tehető különbség, azaz a súlyos és a tehetetlen tömeg egyenértékű. Eötvös mérései, amint arra Einstein is hivatkozott, az ekvivalencia-elv kísérleti bizonyítékát jelentik. Eötvös méréseit azóta többen megismételték, ellenőrizték, illetve tovább pontosították. Közük a legismertebb egy amerikai kutatócsoport munkája, akik az 1960-as években R. H. Dicke vezetésével elsősorban az eredményekben kételkedve, ellenőrzésként fogtak a munkához. Kísérleteiket a legkorszerűbb méréstechnikával, vákuumozott tartályban, emberi környezettő távoli mély kútban, temperált és rezgésmentes körülmények között a méréseket távolról vezényelve ismételték meg. Eredményeikről beszámoló publikációjukban (P. G. Roll, R. Krotkov, R. H Dicke, Annales of Physics, New York, 26,442, 1964) igazolták Eötvös eredményeit, sőt 1/100 000 000 000- re tovább pontosították a tehetetlen és a gravitáló tömeg arányosságának 1-től való eltérését.

Vissza >>>

D17. A forgó Földhöz képest nyugvó testek egyensúlya

A hétköznapi (és tantermi) méréseket a Földhöz rögzített koordinátarendszerben végezzük. Bár ez a koordinátarendszer nem inerciarendszer, az esetek nagy többségében ez nem jelent problémát. Amennyiben azonban figyelembe akarjuk venni, hogy a Föld különböző helyein a Földhöz képest nyugvó testeket különböző erővel tarthatjuk egyensúlyban, illetve a szabadon eső testek gyorsulása is a földrajzi hely függvénye, akkor számolnunk kell a gyorsuló koordinátarendszerben fellépő tehetetlenségi erőkkel, vagy azzal, hogy a Földön nyugvó testek inerciarendszerből szemlélve gyorsuló mozgást végeznek. A következőkben megmutatjuk, hogy mindkét szemlélet ugyanarra az eredményre vezet.

Vizsgáljuk meg a Földön nyugvó, rugóra akasztott, vagy alátámasztott test egyensúlyát. Először használjunk a Földhöz rögzített (gyorsuló) koordinátarendszert. A Földet tekintsük gömb alakúnak. A testre ható erőket az ábra mutatja.



Az ábra mutatja, hogy a φ szélességen a forgó Földhöz képest nyugvó test három erő, az $\mathbf{F}_g$ gravitációs erő, az $\mathbf{F}_{cf}$ centrifugális erő és az $\mathbf{F}_K$ kényszererő hatására van nyugalomban. Amennyiben a testet kissé felemelnénk, majd elengednénk, akkor a gravitációs és a centrifugális erő eredőjének hatására kezdene a föld felé gyorsulni. Ezt az

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{cf}$$

erőt nehézségi erőnek, a két erő eredőjének hatására létrejövő

$$\mathbf{g}_n = \mathbf{g} + \mathbf{a}_{cf}\ ,$$

gyorsulást pedig nehézségi gyorsulásnak nevezzük, ahol **g** a tömegpont helyén a gravitációs gyorsulás. Mivel mindkét erő tömegerő, a nehézségi gyorsulás a gravitációs és a centrifugális gyorsulás összegével egyenlő:

$$\mathbf{g}_n = -\gamma \frac{M}{R_F^2}\mathbf{e}_R + r\Omega^2 \mathbf{e}_r \, ,$$

ahol $\mathbf{e}_R$ és $\mathbf{e}_r$ rendre a Föld középpontjától, illetve a Föld forgástengelyétől a tömegpont felé mutató egységvektorok. Minthogy a centrifugális gyorsulás sokkal kisebb a gravitációsnál, a nehézségi gyorsulás iránya csak elhanyagolható mértékben tér el a gravitációs gyorsulásétól. Ezért a nehézségi gyorsulást gyakran a Föld középpontja felé mutató komponensével közelítjük:

$$g_n = g - r\Omega^2 \cos\varphi = g - R\Omega^2 \cos^2\varphi \, .$$

A földi viszonyoknak megfelelő adatokat beírva a fenti egyenletbe

$$g_n = (983{,}2 - 3{,}4\cos^2\varphi)\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2},$$

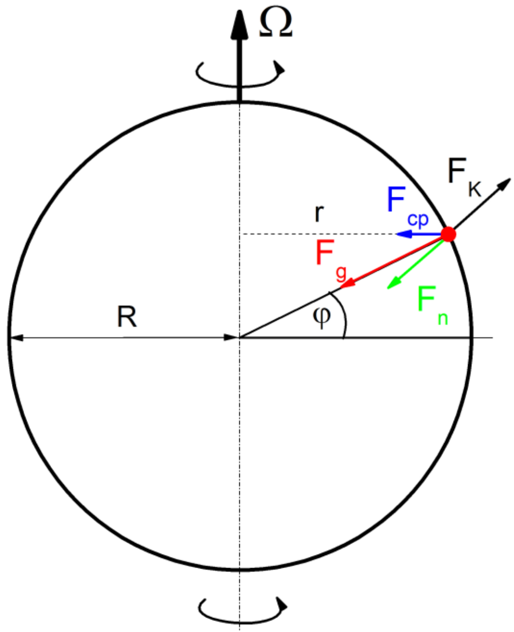
adódik, ami mutatja, hogy a nehézségi gyorsulásnak a földrajzi helytől vett függése alig néhány ezreléknyi.

Ennek megfelelően a nehézségi erőről is feltételezhetjük, hogy iránya jó közelítéssel megegyezik a gravitációs erő irányával, így

$$F_n = mg_n = m(g - r\Omega^2 \cos\varphi) = m(g - R\Omega^2 \cos^2\varphi) \, .$$

A Föld felszínén nyugvó test közelítőleg éppen ekkora erővel nyomja a vízszintes alátámasztást, vagy húzza függőleges felfüggesztést, azaz a Földhöz képest nyugvó testek esetén a mérlegek ezt az erőt mérik.

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha a Földön nyugvó testet inerciarendszerből szemléljük. Az ábra mutatja, hogy a földön nyugvó test a gravitációs és a kényszererő eredőjének hatására mozog r sugarú körpályán. Ennek megfelelően a gravitációs erőt célszerű két komponensre bontani, az egyik a centripetális erő, a másik a nehézségi erő, ami a kényszererővel tart egyensúlyt.



Következésképpen:

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_g - \mathbf{F}_{cf}$$

Az $\mathbf{F}_n$ erőt a gravitációs és a centripetális erővel kifejezve azt kapjuk, hogy

$$\mathbf{F}_n = -G\frac{Mm}{R_F^2}\mathbf{e}_R + mR\Omega^2\mathbf{e}_r \,.$$

Látható, hogy ismét bevezethetjük a

$$\mathbf{g}_n = -G\frac{M}{R_F^2}\mathbf{e}_R + R\Omega^2\mathbf{e}_r$$

nehézségi gyorsulást, s amennyiben az alátámasztást megszüntetnénk, akkor a gravitációs erő mindkét komponense gyorsítaná a testet. A Földhöz képest vett gyorsulás a nehézségi gyorsulás lenne.

Innen a gondolatmenet változatlan.

További kicsiny korrekciót kell tennünk, ha a Föld lapultságát (geoid alakját) is figyelembe kívánjuk venni. Ebben az esetben a nehézségi gyorsulás értékét a

$$g_n = (983{,}2 - 5{,}2\cos^2\varphi)\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$$

összefüggéssel közelíthetjük. A nehézségi gyorsulás növekménye az Egyenlítőtől a sarkokig mintegy másfélszeresére változik! A gondolatmenet azonban ez nem változtat.

A fentiek jól mutatják, hogy a gravitációs erő, a centrifugális erő és a kényszererő mellett a fizika fogalomrendszerébe még a nehézségi erőt sem kellene szükségszerűen bevezetni, a súly fogalmára pedig semmi szükség!

Vissza >>>

D18. A súlyerő bevezetése az általános iskolában

(Rajkovits Zs, Tasnádi P, Tasnádi E., Kotek G, Fizika 7 Dinasztia Kiadó, Budapest, 2001)

Súly és súlytalanság

Az eladó a piacon az almát méri. Minél több almát helyez a mérleg serpenyőjébe, a mérleg annál többet mutat.
Két gyerek, Peti és Kati mérlegre áll. Peti alatt a mérleg mutatója jobban kilendül, mintha Kati áll rá. Peti nagyobb erővel nyomja a mérleget, mint Kati. Peti súlyosabb.
A cukrászdából a süteményt tenyerünkön egyensúlyozva visszük haza. Kezünk elfárad a tehertől, a süteményes tálca nyomja tenyerünket.

A testek súlya

Kísérlet:
Akasszunk cérnára egy fémgolyót! A golyó nyugalomban van. Vágjuk el a cérnát! A golyó a Föld vonzó hatása miatt szabadon esik. A felfüggesztett golyó esetén a cérna a Föld hatását kiegyenlíti. A cérna akkora erővel húzza a golyót felfelé, amekkora erővel vonzza a Föld lefelé. A két ellentétes irányú erő egymást kiegyensúlyozza, eredőjük zérus. A cérnát feszítő erőt megmérhetjük, ha a testet dinamométer közbeiktatásával függesztjük fel.

A tenyerünkben tartott radírgumi nyugalomban van. A Föld vonzó hatását tenyerünk kiegyensúlyozza. Rántsuk ki kezünket hirtelen a radírgumi alól. A radír szabadon esik. Amikor tartjuk, a radír nyomja kezünket. Hasonlóképpen az asztalra tett testek is nyomják az asztalt. A nyomóerőt megmérhetjük, ha a testet mérlegre tesszük.

Azt az erőt, amelyet valamely test a vízszintes alátámasztásra, vagy a függőleges felfüggesztésre gyakorol, a test súlyának nevezzük. A testek súlya a Föld vonzásának következménye. A súly jele G.

A Föld minden testre vonzóerőt gyakorol.

A Földnek a testekre gyakorolt vonzóereje attól is függ, hogy a test milyen távol van a Föld középpontjától. A Föld nem gömb alakú, a sarkok valamivel közelebb vannak a középponthoz, mint az Egyenlítő. Emiatt a test súlya az Egyenlítőn kisebb, mint a sarkokon. Az eltérés nagyon kicsi.

A tapasztalat szerint a Föld felszínén nyugvó testek G súlya kapcsolatba hozható a nehézségi gyorsulással és a test tömegével:

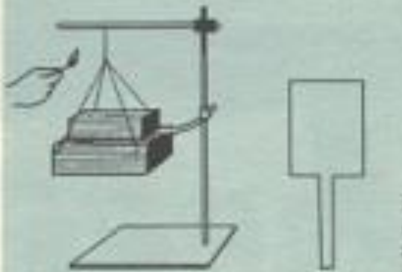
$$G = mg.$$

55. ábra
A súly a Föld különböző helyein különböző

Ugyanannak a testnek a súlya a Föld különböző helyein és Föld felszínétől mért különböző magasságokban is más és más. A súly értékét a Föld forgása is befolyásolja, az Egyenlítőn a súly emiatt is kisebb, mint a sarkokon. Ez a hatás azonban szintén nagyon kicsiny.

A súlytalanság állapota

Kísérlet:
Tegyünk egymásra két fahasábot, és helyezzünk közéjük az ábrán látható selyempapírból kivágott lapátalakot.



56. ábra
Felfüggesztett hasábok papírlappal

Próbáljuk nyelénél fogva kihúzni a lapot a hasábok közül! A nyél leszakad, mert a felső hasáb a papírt az alsóhoz szorítja. Cseréljük

28

ki a papírlapot sértetlenre, kössünk cérnát az alsó hasábra, és az ábrán látható módon függesszük fel a hasábokat!
Feszítsük meg kissé a papírszeletkét nyelénél fogva, s közben égessük el a felfüggesztő fonalat! A papír sértetlenül szabadul ki a testek közül, mert **a felső hasáb esés közben már nem nyomja az alsót, így a papírt sem szorítja hozzá.**

A szabadon eső hasáb nem nyomja az alatta lévőt, súlytalan.

A pusztán a Föld vonzóereje hatására mozgó testek a súlytalanság állapotában vannak.

Hasonlóan a súlytalanság állapotában vannak az elejtett és elhajított testek.

57. ábra Az elejtett, elhajított testek a súlytalanság állapotában vannak

A súlytalanság állapota hosszabb időre a Föld körül keringő, hajtóműveit nem működtető űrhajóban valósul meg. Az űrhajót ilyenkor a Föld vonzóereje tartja pályáján, a benne lévő testek nem nyomódnak egymáshoz, a legkisebb erő hatására is elmozdulnak helyükről.

A súly és a tömeg

Minden testben meghatározott mennyiségű anyag van.

Korábbi tanulmányainkból tudjuk, hogy a testben foglalt anyag mennyisége arányos a test tömegével.

Ha mérlegre tett pohárba egyre több vizet öntünk, tapasztaljuk, hogy a víz mennyiségének növekedésével a súlya is nő.

Hasonló eredményre jutunk, ha a mérést sóval, homokkal, üveggyönggyel, vagy acélgolyókkal végezzük. **A Földön nyugvó testek súlya arányos a tömegükkel.**

A nyugvó test súlya a Föld különböző helyein más és más, a testben foglalt anyag mennyisége, a test tömege azonban mindenütt ugyanakkora.

Annak ellenére, hogy a kockacukor súlya az Egyenlítőn kisebb, mint az Északi-sarkon, mindkét helyen ugyanannyit kell a kávéba tenni, hogy ugyanolyan édesnek érezzük, hiszen a cukor tömege változatlan marad.

58. ábra. Űrhajós a súlytalanság állapotában

Fontos!

A testek súlya az az erő, amellyel a testek a függőleges felfüggesztést húzzák, vagy a vízszintes alátámasztást nyomják. A testek súlya a Föld vonzóerejének következménye. A súly a Föld meghatározott helyén arányos a test tömegével.

Tudtad-e?

Az emberi szervezet a földi léthez alkalmazkodva alakult ki. Normális körülmények között a Föld vonzóereje és a talaj nyomóereje hat ránk. Ha nem gyorsulunk, akkor e két erő eredője zérus. Ezt az állapotot az ember természetesnek érzi. Hosszabb súlytalanság alatt a megszokott terhelés hiányában az űrhajósok izmai sorvadásnak indulhatnak. Ezért kell űrutazás közben állandó erősítő gyakorlatokat végezniük. Ez nem is olyan egyszerű, mert a súlytalanság állapotában sok hétköznapi cselekvés is nehézséget okoz.

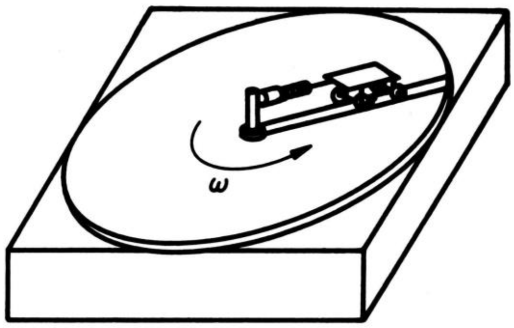
Kérdések, feladatok

1. Állj fürdőszobai mérlegre, és hirtelen guggolj le, majd állj fel! Figyeld közben a mérleg mutatóját! Mit tapasztalsz?
2. Afrikából kókuszdiót szállítanak Svédországba. Hol nagyobb a gyümölcs súlya illetve tömege?
3. Mekkora a súlya a 60 kg tömegű magasugrónak, miközben átrepül a léc felett?

Vissza >>>

D19. A centripetális gyorsulás kísérleti meghatározása

A centripetális gyorsulásnak a mozgás kinematikai adataitól való függése erőméréssel, kísérleti úton is meghatározható. Ilyenkor egy test körpályán tartásához szükséges erőt mérjük alkalmas dinamométer segítségével. Amennyiben a test tömegét a kísérlet során nem változtatjuk, akkor az erő a gyorsulással arányos. A kísérlethez például változtatható fordulatszámú lemezjátszót (lásd ábra) vagy változtatható fordulatszámú motorral forgatott korongot használhatunk. A korongra rögzítsünk radiális irányú sínt és tegyünk rá könnyen mozgó kiskocsit, amelyet erős fonalba iktatott erőmérővel kössünk a korong középpontjához. A korongot megforgatva megmérhetjük a körpálya sugarát, a mozgás szögsebességét és a centripetális erőt.



Ha sikerül olyan erőmérőt találni, amelynek megnyúlása elhanyagolható a körpálya sugarához képest, akkor megmutatható, hogy az erő adott sugár mellett a fordulatszám (a szögsebesség) négyzetével arányos, azaz ha a fordulatszámot kétszeresére, háromszorosára illetve négyszeresére változtatjuk, akkor az erő rendre négyszeresre, kilencszeresre illetve tizenhatszorosra nő.

Amennyiben a fordulatszámot tartjuk állandó értéken, akkor kimérhető, hogy az erő a sugárral arányosan változik. (A sugár változtatása a kiskocsit a középponthoz rögzítő fonal változtatásával oldható meg.)

A kísérlet azonban nem egyszerű, mert az erőmérő megnyúlása többnyire nem hanyagolható el, valamint a rendelkezésre álló motorok fordulatszáma sem változtatható pontosan. Ilyenkor azzal a trükkel élhetünk, hogy viszonylag nagy sugár és fordulatszám tartományban több mérést végzünk, nem törődve sem a fordulatszám sem a sugár állandó értéken tartásával, és táblázatba foglaljuk az összetartozó erő (F), sugár (r), fordulatszám (n) adatokat. A centripetális gyorsulásra vonatkozó összefüggést úgy verifikálhatjuk, hogy ábrázoljuk az F/r hányadost a fordulatszám négyzetének függvényében, az F/n^2 hányadost pedig a sugár függvényében. Ha a grafikonok pontjaira jó közelítéssel az origón átmenő egyenes illeszthető, akkor ez igazolja, hogy a centripetális erő, s így a gyorsulás is az $rn^2 \sim r\omega^2$ szorzattal arányos.

Vissza >>>

D20. A hétköznapi életből vett feladatok a körmozgásra vonatkozóan

Járművek kanyarodása; miért tudunk kanyarodni?

Kanyarodáskor a kocsi a Földdel és a talajjal van kölcsönhatásban, így a kocsira hat a nehézségi erő, valamint a talaj által kifejtett kényszererő, amely két komponensre, a nyomóerőre és a súrlódási erőre bontható. A kocsi körpályán mozog, ezért az eredő erőnek kell, hogy legyen a kör középpontja felé mutató komponense. Mivel mind a nehézségi, mind a nyomóerő függőleges, ezért csak a tapadási súrlódási erő tarthatja a kocsit körpályán. Ez megegyezik azzal a tapasztalati ténnyel, hogy jeges úton (kis tapadási súrlódási együttható) a kocsi akkor sem kanyarodik, ha a kormányt elfordítottuk; az autó ekkor a kanyarodás előtti sebesség irányába fog tovább haladni.

Milyen sebességgel lehet „bevenni” egy kanyart? Miért van sebességkorlátozó tábla a kanyarok előtt?

Tegyük fel, hogy μ_0 az út és a gumi közötti tapadási súrlódási együttható, és a kanyar sugara R. Az előzőek alapján a tapadási súrlódási erő (S) szolgáltatja a kocsi körpályán tartásához szükséges erőt, így

$$S = m\frac{v^2}{R}.$$

Ha a tapadási súrlódási erő eléri a maximumát, akkor a kocsi megcsúszik. Tehát annak a feltétele, hogy a kocsi ne csússzon meg:

$$S = m\frac{v^2}{R} \leq S_{max} = \mu_0 N.$$

Mivel függőlegesen a kocsi nem gyorsul, ezért $N - mg = 0$, így $N = mg$, azaz $v \leq \sqrt{gR\mu_0}$. Tehát ha $\sqrt{gR\mu_0}$ sebességnél gyorsabban megyünk, nem tudjuk bevenni a kanyart.

Mennyire kell megdönteni a kanyarban a teljesen sima utat ahhoz, hogy v sebességgel be tudjunk kanyarodni?

Vannak olyan kerékpárpályák, autóversenypályák, amelyeknél az utat a kanyarokban megdöntik. Mi lehet ennek az oka? Nézzük meg, mi történik az α szöggel megdöntött lejtőn való kanyarodáskor, ha nincs súrlódás! A kocsi ekkor is a Földdel és a talajjal lesz kölcsönhatásban, így a kocsira hat a nehézségi erő, valamint a talaj által kifejtett kényszererő, ami most a súrlódás hiánya miatt merőleges a felületre, azaz a lejtőre. Ez a nyomóerő. Az előzővel ellentétben azonban a nyomóerő most nem függőleges; lesz vízszintes, a kör középpontja felé mutató komponense is, amely biztosítja a kocsi körpályán tartását.

Mivel a kocsi függőlegesen nem gyorsul ezért

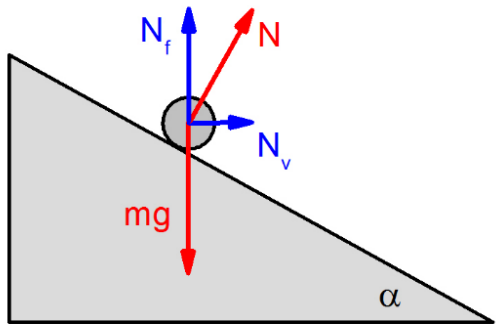
$$N cos\alpha - mg = 0\,,$$

így

$$Ncos\alpha = mg\,,$$

amiből

$$tg\alpha = \frac{v^2}{gR}.$$



Tehát teljesen sima úton is be lehet kanyarodni, ha az út meg van döntve. Így a döntött kanyarok az előbb kiszámolt $v = \sqrt{gR\mu_0}$ sebességnél nagyobb sebességgel is bevehetők. (Lásd: hullámvasutak, bob pályák)

Ez az oka annak is, hogy a repülőgépek kanyarodásakor, ha a pilóta nem akar a magasságából veszíteni, a gépet meg kell döntenie a kanyarodáshoz. Így ugyanis a repülőre ható felhajtóerőnek lesz vízszintes komponense; ez biztosítja a gép körpályán tartását.

Függőleges síkú körpályák (mosógép, hullámvasút, hurok manőver vadászrepülővel)

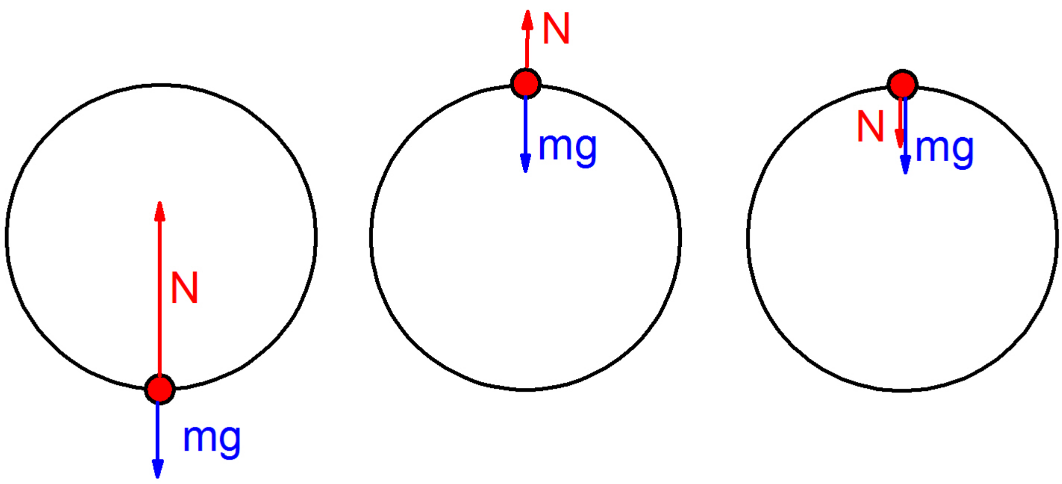
Elöltöltős mosógépnél centrifugálás során jól megfigyelhető a következő jelenség: gyors centrifugáláskor a ruhák a mosógép dobjának falára tapadnak. Ha csökkentjük a mosógép dobjának fordulatszámát (a centrifugálás leállása), adott fordulatszámnál kisebb fordulatszám esetén a ruhák a dob tetejéről lepotyognak. Ha tovább csökkentjük a fordulatszámot, akkor már nem csak a dob legfelső pontjáról esnek le a ruhák, hanem lejjebbről is.

A jelenség hasonló ahhoz, mint amikor a hullámvasúton ülő ember, vagy a vadászrepülő pilótája függőleges síkú körpályára kerülve a pálya legmagasabb pontján fejjel lefelé kerül. Mindkettőjükre a nehézségi erőn kívül az ülés nyomóereje, vagy a biztonsági öv ereje hat; ezen erők együttes hatása biztosítja az ember/vadászpilóta körpályán tartását. A nehézségi erő a mozgás során végig ugyanabba az irányba, függőlegesen lefelé mutat, a nyomóerő (a biztonsági öv által kifejtett erő) iránya azonban folyamatosan változik.

A kör alsó pontján (lásd alsó ábrák) a nyomóerő felfelé mutat, így a kör középpontja felé mutató erőkre

$$N - mg = F_{cp} = m\frac{v^2}{R},$$

azaz a nyomóerő $N = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$. Tehát a pálya alsó pontjába kerülő személyek nehezebbnek érezik magunkat, jobban belenyomódunk az ülésbe.



A kör felső pontján

$$N + mg = F_{cp} = m\frac{v^2}{R}$$

teljesül, amiből

$$N = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

adódik a nyomóerőre. Látható, hogy kis sebesség esetén az erő negatív, azaz a személynek az ülésben tartásához húzóerő szükséges. Ezt a biztonsági öv fejti ki. A biztonsági övre csak akkor nincs szükség, ha a hurok felső pontján lévő személyre az ülés nyomóerőt fejt ki ($N > 0$), azaz ha $v > \sqrt{gR}$. Ekkor a személy öv nélkül sem esik ki az ülésből. Ennek alapján érthetjük meg a mosógépben centrifugázott ruha viselkedését is. A mosógépben centrifugálódó ruhák csak $v > \sqrt{gR}$ esetén maradnak a dobon, mivel a dob csak nyomóerőt tud kifejteni.

A hullámvasutakat úgy tervezik, hogy az utas gyorsulása ne haladja meg a nehézségi gyorsulás négyszeresét. (Nagyobb gyorsulás eszméletvesztéssel járhat.) Adott sebesség mellett ez a gyorsulás a görbületi sugár nagyságának növelésével csökkenthető: a hullámvasút hurka többek között ezért nem kör, hanem klotoid alakú; mert így a „görbe sugara” sokkal nagyobb az alsó pontban, mint a hurok.

Vissza >>>

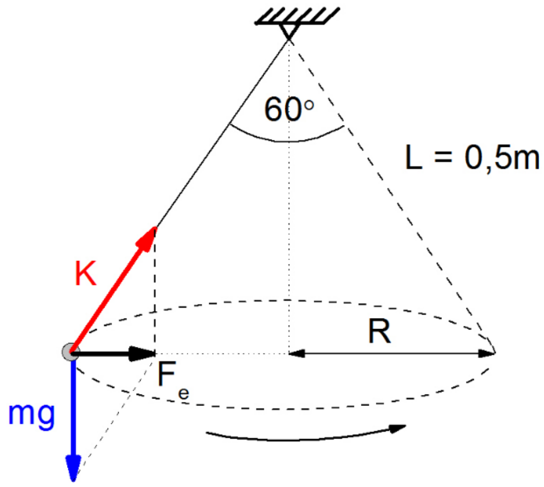
D21. A kúpinga keringési idejének számítása

Alapfeladat a körmozgás dinamikai tárgyalásához

A körmozgás dinamikájának tárgyalása során a tévképzetek között már szóltunk arról, hogy a centripetális erő kifejezés problémát okozhat a feladatmegoldás során. A diákok többsége gyorsan megjegyzi a szokatlan kifejezést és a későbbiekben gyakran a meglévő kölcsönhatási erők mellett további kölcsönhatási erőként veszi figyelembe. A probléma elkerülését segíti, ha hangsúlyozzuk, hogy az egyenletes körmozgás során az erők eredője biztosítja a kör középpontja felé mutató gyorsulást, és olyan feladatokat is tárgyalunk, ahol a körmozgás nem egyetlen erő hatására jön létre, hanem több testtel való kölcsönhatás eredménye. A kúpinga mozgásának tárgyalása azért jó példa, mert itt nincs olyan test, ami centrális erőt fejtene ki az ingatestre. A centripetális gyorsulást a függőleges irányú nehézségi erő és a kötélerő vektori eredője biztosítja. A kúpinga mozgását érdemes először meghatározott adatokkal, majd paraméteresen is leírni.

Feladat:

Mekkora a keringési ideje annak a kúpingának, melynek tartó zsinege L= 0,5 m hosszú, és a mozgás közben a zsineg 60° -os nyílásszögű kúp palástját súrolja?



Megoldás:

Rajzoljuk fel oldalnézetből a kúpingát és jelöljük be az ingatestre ható erők vektorait!

Mivel az ingatest egyenletes körmozgást végez, az ingatestre ható nehézségi erő (mg) és a K kötélerő vektori eredője a körmozgás síkjában fekszik és a középpont felé mutat. Az ingatest centripetális gyorsulását az eredő erő biztosítja.

Az ábrán látszik, hogy az erő paralelogramma fele hasonló háromszöget alkot a kúpinga fonala, a körpálya sugara, és a kúp magassága által meghatározott háromszöggel. Mivel a hasonló háromszög megfelelő oldalainak aránya megegyezik, az F_e eredő erő nagysága kiszámítható:

$$\frac{F_e}{mg} = \frac{L/2}{\frac{L\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$F_e = \frac{mg}{\sqrt{3}}.$$

Newton II. törvénye szerint ez az erő biztosítja az egyenletes körmozgást végző m tömegű ingatest centripetális gyorsulását, azaz

$$\frac{mg}{\sqrt{3}} = mR\omega^2$$

ahol R= L/2 a körpálya sugara.

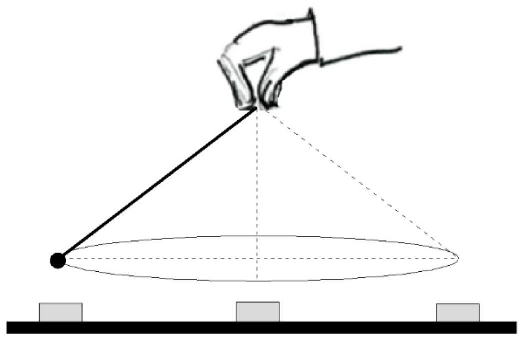
A szögsebességet a periódusidővel kifejezve $\omega = 2\pi/T$, és a zsineg megadott hosszát (L= 0,5 m) behelyettesítve a kúpinga keringési ideje ($g = 9{,}81 m/s^2$)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\sqrt{3}}{2g}} \approx 1{,}32\ s\ .$$

Az eredmény ellenőrzés:

Készítsük el az L= 0,5 m hosszú ingát! Jelöljük ki az asztalra helyezett gyufásdobozokkal a kúpinga alapkörének átmérőjét és az alapkör középpontját!

A kúpingát kezünkben fogva a fonat tartó kezünket igazítsuk az alapkör középpontja fölé! A fonál végének finom körkörös mozgatásával hangoljuk be kúpingánkat úgy, hogy az ingatest folyamatos mozgása során mindig éppen a kör két szélső pontját jelző gyufásdoboz fölött haladjon el! A kúpinga beállítását a diákok oldalnézetből kb. az asztal síkjának magasságából ellenőrizzék!



Miután a kúpinga a kívánt módon stabilan kering, mérjük le 10 fordulat idejét stopperrel! A csekély kézügyességgel elvégezhető kísérlet esetén a mérés és a számítás eredménye jól megegyezik.

Megjegyzés:

A kísérletet célszerű a tanárnak végeznie (a diákok az inga beállításában és a mérésben segítenek). A kísérlet előtt a kúpinga finom behangolását a tanárnak mindenképpen érdemes begyakorolni, hogy a számítás és a mérés eredménye jól egyezzen.

Feladat:

Mekkora a keringési ideje az L hosszúságú, és α nyílásszögű kúpingának?

Az előző számítás menetét követve adódik, hogy

$$\frac{F_e}{mg} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},$$

illetve

$$mg \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = mL\omega^2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2},$$

ahonnan a kúpinga szögsebességére

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L\cos\frac{\alpha}{2}}},$$

lengésidejére pedig

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\frac{\alpha}{2}}{g}}$$

adódik.

Megjegyzések:

1. Érdemes rámutatni, hogy a kúpinga periódusideje megegyezik annak a fonalingának a lengésidejével, amelynek fonalhossza a kúpinga fonalának függőleges vetülete. Ez annak a következménye, hogy a kúpinga körmozgásának vetülete harmonikus rezgőmozgás és az $L\cos\alpha/2$ fonalhosszúságú inga lengése jó közelítéssel ennek a vetületi mozgásnak felel meg. (Természetesen minél nagyobb a kúpinga nyílásszöge, annál kevésbé igaz ez a közelítés.)

2. Érdemes megvizsgálni azt a kérdést is, hogy mekkora kúpszögre áll be a mozgás, ha az L hosszúságú kúpingát ω szögsebességgel megforgatjuk. A szögsebességre kapott eredményt átrendezve:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{g}{L\omega^2}$$

Az eredmény mutatja, hogy ha a szögsebesség kicsi, akkor a jobb oldalon 1-nél nagyobb szám áll, így a kilendülésre kapott egyenlet nem oldható meg. Az egyenlet csak akkor rendelkezik megoldással, ha

$$\frac{g}{L\omega^2} \leq 1,$$

azaz

$$\sqrt{\frac{g}{L}} \leq \omega$$

Kérdés, hogy mi ennek a fizikai magyarázata és mi történik a kúpingával, ha a határ-szögsebességnél kisebb szögsebességgel forgatjuk. A tapasztalat szerint a kúpinga a határsebességnél (kritikus sebesség) kisebb sebesség esetén függőleges helyzetben forog. Ezt a forgást a mozgás dinamikája a kritikusnál nagyobb szögsebességek esetén is megengedi, azonban míg kis szögsebességek mellett a függőleges helyzetű forgás stabilis, nagy szögsebesség esetén labilissá válik, és az inga kilendül.
A jelenség jellegzetes példája az úgynevezett bifurkációnak, amikor egy rendszer viselkedése valamilyen paraméter függvényében egyetlen stabilis mozgásból (egyensúlyból) a kritikus értéket átlépve úgy változik, hogy a lehetséges mozgásformák (egyensúlyi helyzetek) száma megduplázódik, és az eredetileg stabilis helyzet labilissá válik.

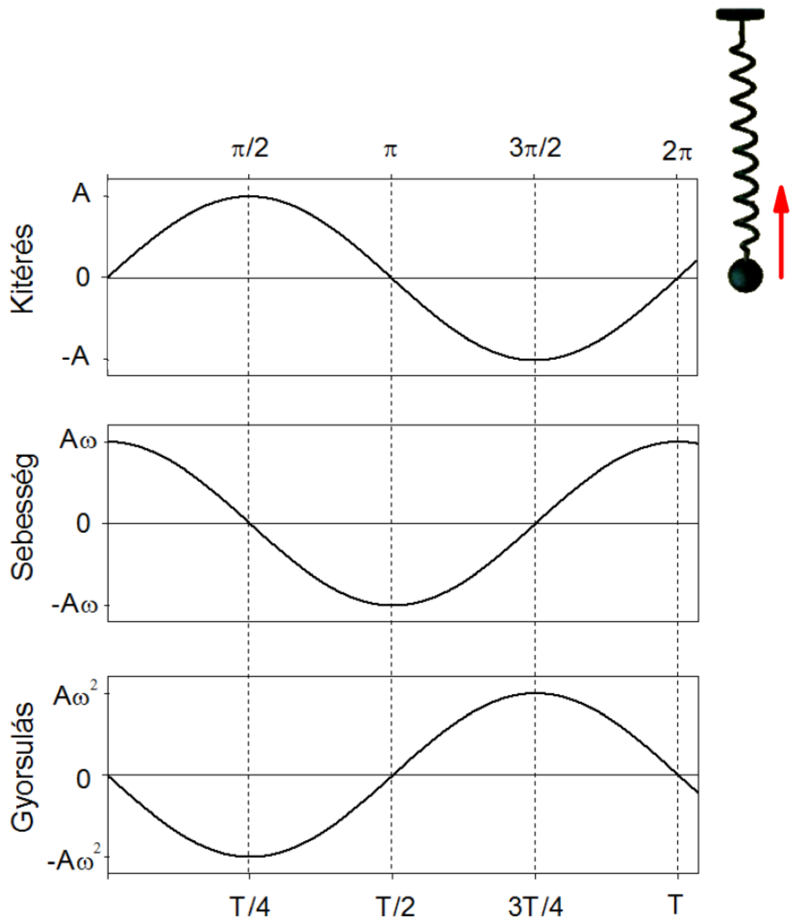
Vissza >>>

D22. A rugóra akasztott test mozgása

A rúgóra akasztott test mozgásának részletes leírása több okból is nagyon fontos. Egyrészt, mert itt mutatható meg, hogy a rugóerő mellett megjelenő állandó erő megfelelő koordinátarendszer-választással „kitranszformálható” a mozgásegyenletből, másrészt, mert a részletes leírás során tapasztalatokat szerezhetnek a tanulók, hogy hogyan kell figyelembe venni a kezdeti feltételeket és miként befolyásolják a létrejövő mozgást.

A mozgást érdemes az alábbi lépésekre bontva analizálni:

1) Határozzuk meg a D rugóállandójú rugóra akasztott m tömegű testre ható erőket, és mutassuk meg, hogy amennyiben a koordinátarendszer kezdőpontját a test egyensúlyi helyzetében vesszük fel, akkor az egyensúlyi helyzetből y kitéréssel kimozdított testre ható erők eredője $F_e = -Dy$!



A testre az mg nehézségi erő és a rugóerő hat. Az ábrán bejelöltük a rugóra akasztott test egyensúlyi helyzetét. Ebben a helyzetben a testre ható erők eredője zérus, így a rugó megnyúlása ebben a helyzetben már $y_0 = mg/D$. Amikor a test az egyensúlyi helyzetből az y kitérésűbe kerül, akkor a rugó megnyúlása $y + y_0$, így az erők eredője:

$$F_e = mg - D(y + y_0)\,,$$

mely az egyensúlyi helyzetre vonatkozó összefüggés felhasználásával az

$$F_e = -Dy$$

alakra egyszerűsödik.

2) Írjuk fel a mozgásegyenletet, és helyettesítsük be a harmonikus rezgőmozgás kitérés – és gyorsulás – idő függvényét! Határozzuk meg a körfrekvencia és a dinamikai adatok közötti összefüggést!

A mozgásegyenlet:

$$ma = -Dy\,.$$

Beírva a megfelelő kinematikai függvényeket:

$$-mA\omega^2 \sin(\omega t + \alpha_0) = -DA \sin(\omega t + \alpha_0)\,.$$

Innen a körfrekvencia és a rezgésidő rendre:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \quad \text{és} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

3) Írjuk fel a rezgés $y(t)$, a $v(t)$ és az $a(t)$ kinematikai jellemzőit, ha testet

a) a nyugalmi helyzetből s illetve $-s$ távolsággal felfelé illetve lefelé mozdítva lökés nélkül elengedjük
b) a testet a nyugalmi helyzetből kis lökéssel lefelé ill. felfelé indítjuk. (A kis lökés azt jelenti, hogy a testet meghatározott v_0 nagyságú sebességgel indítjuk.)
c) a testet a nyugalmi helyzetből s távolsággal lefelé mozdítva kis lökéssel lefelé indítjuk.

Először tisztáznunk kell a tanulókkal, hogy a mozgásegyenletből még a gyorsulás pontos értékét sem kapjuk meg, a mozgásegyenlet csak a mozgás jellegét, a harmonikus függvény szerinti időbeli változást mutatja meg. Minden kinematikai jellemző időfüggésében marad két határozatlan állandó (A és α_0), amit az szab meg, hogy hogyan indul a mozgás. ($A > 0$). A pontos kitérés-, sebesség- és gyorsulás-idő függvényt csak akkor adhatjuk meg, ha megmondjuk, hogy a kezdőpillanatban hol volt és milyen sebességgel mozgott a test.

A feladatok megoldása tehát:

a) A kezdeti feltételek szerint:

$s = A \sin \alpha_0$,	illetve	$-s = A \sin \alpha_0$,
$0 = A\omega \cos \alpha_0$,	illetve	$0 = A\omega\cos \alpha_0$,

ahonnan

$\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, illetve $\alpha_0 = -\frac{\pi}{2}$,

valamint

$A = s$, illetve $A = s$.

Így a keresett függvények:

$y(t) = s \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = s \cdot \cos \omega t$, illetve $y(t) = s \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -s \cdot \cos \omega t$

$v(t) = s \cdot \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -s \cdot \omega \sin \omega t$, illetve $v(t) = s \cdot \omega \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = s \cdot \omega \sin \omega t$

$a(t) = s \cdot \omega^2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -s \cdot \omega^2 \cos \omega t$, illetve $a(t) = s \cdot \omega^2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = s \cdot \omega^2 \cos \omega t$

b) A kezdeti feltételek szerint:

$0 = A \sin \alpha_0$, illetve $0 = A \sin \alpha_0$,

$v_0 = A\omega \cos \alpha_0$, illetve $v_0 = -A\, \omega \cos \alpha_0$,

ahonnan

$\alpha_0 = 0$, illetve $\alpha_0 = \pi$,

$A = \frac{v_0}{\omega}$, illetve $A = \frac{v_0}{\omega}$.

Így a keresett függvények:

$y(t) = \frac{v_0}{\omega} \cdot \sin \omega t$, illetve $y(t) = \frac{v_0}{\omega} \cdot \sin(\omega t + \pi) = -\frac{v_0}{\omega} \cdot \sin \omega t$,

$v(t) = v_0 \cos \omega t$, illetve $v(t) = v_0 \cos(\omega t + \pi) = -v_0 \cos \omega t$,

$a(t) = -v_0 \omega \sin \omega t$, illetve $a(t) = -v_0 \omega \sin(\omega t + \pi) = v_0 \omega \sin \omega t$.

c) Ez a feladatrész a legnehezebb, mert a kezdeti feltételeket megadó egyenletek egyike sem oldható meg közvetlenül.

$$s = A \sin \alpha_0$$

$$v_0 = A\omega \cos \alpha_0$$

Osszuk le a körfrekvenciával a második egyenletet, majd emeljük négyzetre és adjuk össze az egyenleteket. Azt kapjuk, hogy

$$A^2 = s^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2$$

A kezdőfázist megadó szög pedig az első és a második egyenlet hányadosaként adódó

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{s\omega}{v_0}$$

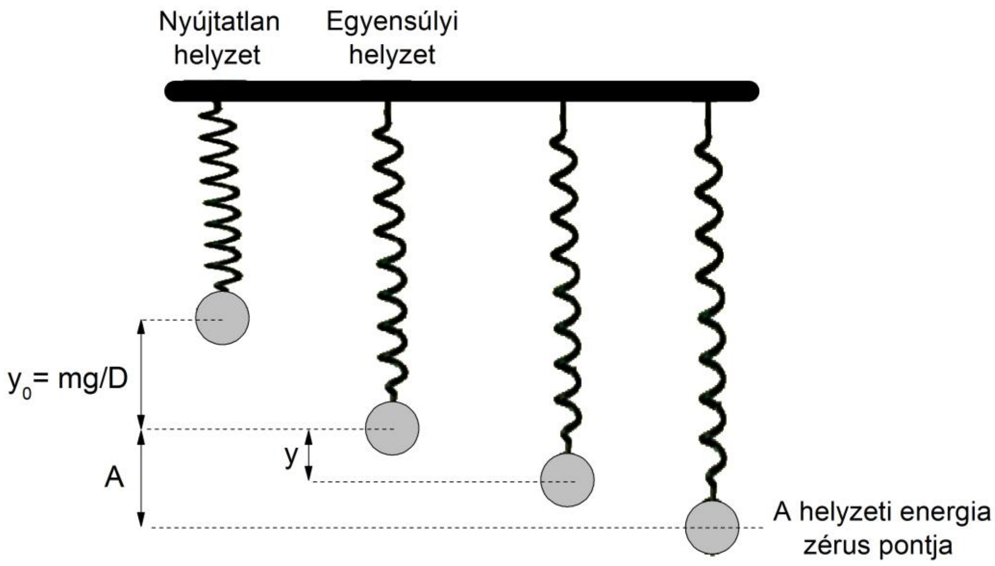
összefüggésből adódik.

Az általános megoldás előtt ezt a feladatrészt érdemes konkrét adatokkal is megoldani.

Megjegyzés:

A rugóra akasztott test mozgásával kapcsolatban érdemes megbeszélni a húzó-nyomó rugó kérdését. A fizika szertárakban található rugók általában csak húzóerőt képesek kifejteni. Így a rugóra akasztott test rezgésének amplitúdója nem lehet nagyobb, mint a rugónak az egyensúlyi helyzetben mért megnyúlása! Amennyiben nagyobb lenne, akkor a felfelé mozgó test a rugó nyújtatlan helyzeténél magasabbra kerülne, azaz a rugónak össze kellene nyomódnia. A közönséges csavarrugók esetén azonban ilyenkor a rugó meglazul, erőtörvénye megváltozik. Ha ezt a problémát el akarjuk kerülni, akkor tisztán számításos feladatokban definiálhatjuk az ideálisan viselkedő „húzó-nyomó" rugót, amelynek erőtörvénye összenyomásra is ugyanolyan, mint húzásra.

4) Határozzuk meg a rugóra akasztott test rugalmas, helyzeti és kinetikus energiájának összegét a rezgés tetszőleges pillanatában, és mutassuk meg, hogy az energiaösszeg állandó. Legyen a nehézségi erőtérben a helyzeti energia zéruspontja a rezgő test legalsó helyzetében. Mutassuk meg, hogy ekkor az összenergia megegyezik a rezgés legalsó pontjában vett rugóenergiával.



Válasszuk a jelöléseket az ábrának megfelelően! Tetszőleges y kitérésű pontban a rugóban tárolt energia $\frac{1}{2}D(y+y_0)^2$, a nehézségi erőtérben a helyzeti energia, $mg(A-y)$, a kinetikus energia $\frac{1}{2}mv^2$. A három energia összege:

$$E=\frac{1}{2}Dy^2+Dyy_0+\frac{1}{2}Dy_0^2+mgA-mgy+\frac{1}{2}mv^2$$

Figyelembe véve, hogy $mg=Dy_0$ és az egyensúlyi helyzettől mért kitérés – idő függvény

$$y = A\sin(\omega t + \alpha_0)\,,$$

a sebesség – idő függvény pedig

$$v = A\omega\cos(\omega t + \alpha_0)\,,$$

alakú, egyszerű trigonometrikus műveletekkel és az $m\omega^2 = D$ összefüggéssel kimutatható, hogy az összenergia kifejezésben

$$\frac{1}{2}Dy^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}DA^2\,,$$

továbbá

$$Dyy_0 - mgy = 0\,.$$

Az összenergia tehát

$$E = \frac{1}{2}DA^2 + \frac{1}{2}Dy_0^2 + mgA = \frac{1}{2}D(A + y_0)^2\,,$$

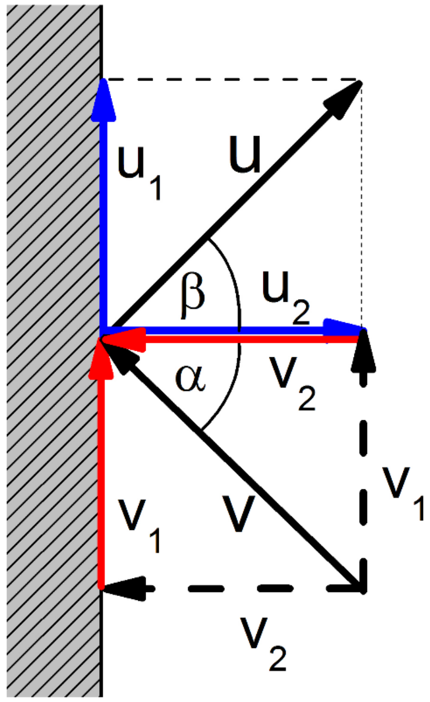
ami valóban a test mozgásának legalsó pontjában vett rugóenergiával egyezik meg.

Gyakorlásképpen érdemes ezt a számítást a helyzeti energia zéruspontjának más helyre választásával is elvégezni.

Vissza >>>

D23. Rugalmas ütközés fallal

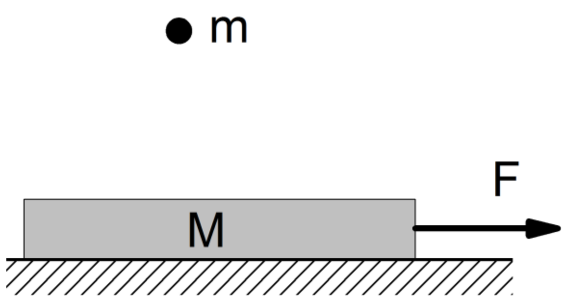
A fal „végtelen" nagy tömegű testnek tekinthető és a kísérleti tapasztalatok szerint a fallal rugalmasan ütköző test sebességének (így impulzusának is) a falra merőleges összetevője előjelet vált. Eszerint a sebesség-összetevő nagysága nem változik, iránya azonban az ütközés előttivel ellentétes lesz.



Az ábra mutatja a fallal ütköző test sebességének változását. A sebességváltozásból következően a test impulzusa $-2m\boldsymbol{v_2}$-vel változik az ütközés során, következésképpen a fal ugyanekkora erőlökést gyakorol a testre. Az erőlökés a kísérleti tapasztalat alapján az ütközés lefolyásától és a fal és a test közötti kölcsönhatás idejétől függetlenül mindig ugyanakkora. A fallal való ütközésre vonatkozó ismereteket használhatjuk a következő feladat megoldásakor.

Feladat:

Az ábrának megfelelően vízszintes síkon fekvő M tömegű hasábot F erővel, v sebességgel egyenletesen húzunk. A hasábra h magasságból m tömegű golyót ejtünk. A test a hasábbal pillanatszerűen és rugalmasan ütközik. Mennyivel változik a hasáb sebessége?



Ha a hasáb F erő hatására egyenletesen mozog, akkor a hasáb és a talaj között súrlódási erőnek kell fellépni, valamint a $(\mu M g)$ súrlódási erőnek és F erőnek azonos nagyságúnak kell lenniük ($F = \mu M g$). A hasábra $w = \sqrt{2gh}$ sebességgel érkező golyó a rugalmas ütközés következtében ugyanekkora sebességgel pattan vissza így lefelé mutató $2mw$ erőlökést gyakorol a hasábra. Tegyük fel, hogy az erőlökés rövid Δt ideig tartott. Ekkor a hasábra ható nyomóerő $2mw/\Delta t$ -vel nő, és emiatt a súrlódási erő is megnövekszik $2\mu mw/\Delta t$ -vel. Ez a súrlódási erő növekmény lassítja a hasábot. A $2\mu mw$ súrlódási erőlökés pedig megegyezik a hasáb impulzusának csökkenésével, azaz a hasáb sebessége $2\mu mw/M$ -vel csökken.

A feladat és a hozzá hasonlóak nemcsak a fizikai tartalma miatt érdekesek! Sokat segíthetnek a matematikában is a határérték fogalom kialakításakor. A számítások természetes módon mutatják, hogy a „végtelen kicsiny” ideig ható „végtelen nagy” erőhatás eredménye véges impulzusváltozás lehet.

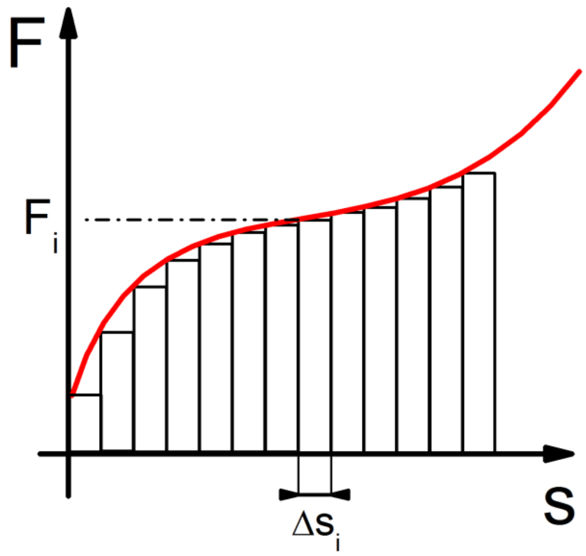
Vissza >>>

D24. A munka általános fogalmához vezető út

Az általános iskolában a munka fogalmát állandó erő és egyenes vonalú mozgás esetére vezetjük be, valamint feltételezzük, hogy az elmozdulás és az erő azonos irányú. Ebből kiindulva kell az általános és a középiskolai évek alatt fokozatosan és a fogalom tudatos, apró egymásra épülő változtatásával a munka általános, végül vonalintegrálra vezető definíciójáig eljutnunk. A definíciót nem technikai részletességgel, hanem a fogalmilag szükséges elemek megadásával kell fokozatosan kiterjesztenünk. A legáltalánosabb, lényegében a vonalintegrál fogalom alapjait (de semmiképpen sem az integrálási szabályokat) megadó közelítő összegek meghatározására gyakran nem is a mechanikában, hanem az elektromos és mágneses tér által végzett munka meghatározásakor érdemes sort keríteni.

Az egymásra épülő gondolatsor a következő lehet:

1) Foglalkozzunk először csak egyenes vonalú pályával, és az erő legyen párhuzamos az elmozdulással. Engedjük meg azonban, hogy az erő helyről helyre változzék a pálya mentén. Az általános iskolai definíció kézenfekvő általánosítása úgy történhet, hogy a pályát olyan szakaszokra osztjuk, amelyekben az erő nagysága már állandónak tekinthető.



A kicsiny szakaszokra vonatkozóan értelmezzük a $\delta W = F\Delta s$ elemi munkát, a teljes elmozdulásra vett munka pedig értelemszerűen legyen az elemi munkák összege. Az összegzést célszerű grafikusan reprezentálni, de jobb osztályokban használhatjuk a szumma jellel felírt algebrai összegezési formulát is

$$W = \sum_i \delta W_i = \sum_i F_i \Delta s_i \,,$$

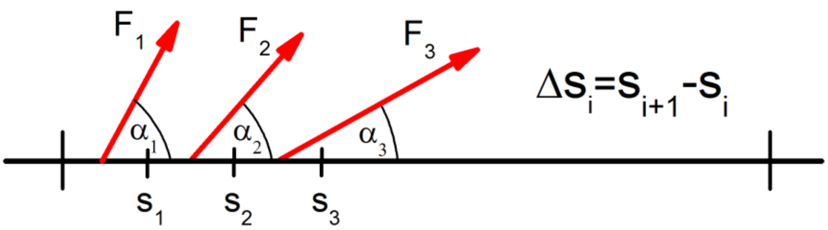
ekkor azonban az indexek és a szimbólum jelentését pontosan el kell magyarázni (Δs_i a pálya kicsiny i-ik szakaszának F_i pedig az erő ezen a szakaszon állandónak tekinthető nagysága) és a jel alkalmazását érdemes gyakorolni is a tanulókkal. Természetesen ez az összeg változhat annak függvényében, hogy az adott pályaszakaszt hogyan osztottuk fel. Amennyiben időnk engedi, akkor ismert erőfüggvények esetén érdemes megvizsgálni, hogy a felosztás változtatása (finomítása) hogyan befolyásolja az eredményt.

Az összegezés eredményét egyértelművé tevő

$$W = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_i F_i \Delta s_i = \int_0^s F ds$$

matematikai definícióig azonban csak a legritkább esetben, például speciális matematika tagozatos osztályokban érdemes eljutni.

2) Az általánosítás következő és talán legnehezebb lépése az, amikor az erő nem párhuzamos az elmozdulással. Foglalkozzunk azzal az esettel, amikor az egyenes vonalú pálya mentén az erő iránya is változhat. A későbbiek során hasznosnak bizonyul, ha ilyen esetben a munkavégzésben csak az erőnek az elmozdulással párhuzamos összetevőjét vesszük figyelembe.



Így az elemi munkát a

$$\delta W_i = F_i \Delta s_i cos\alpha_i$$

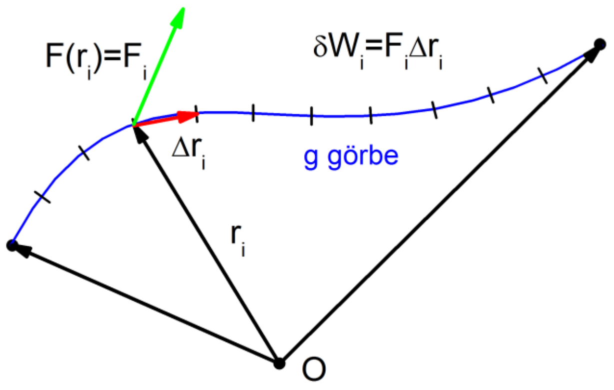
szorzattal adjuk meg. A teljes munkavégzés pedig

$$W = \int_0^s F_i cos\alpha_i \, ds_i \, .$$

Az elemi munka az erő és az elemi elmozdulás skaláris szorzataként is kifejezhető, ha az elemi elmozdulást olyan vektorként kezeljük, amelynek nagysága a kicsiny elmozdulás hossza, iránya pedig az elmozdulás iránya. Ezt felhasználva $\delta W_i = \mathbf{F}_i \cdot \Delta\mathbf{r}_i$, ahol $|\Delta \boldsymbol{r}_i| \approx \Delta s_i$, a teljes munka pedig

$$W = \int_0^s \boldsymbol{F} \, d\boldsymbol{r} \, .$$

3) Az utóbbi definíciót könnyen általánosíthatjuk tetszőleges görbe vonalú pályára. Osszuk fel a pályát kicsiny ívdarabokra és az egyes íveket helyettesítsük az ívdarab kezdőpontjából a végpontjába mutató elmozdulás vektorral



A munka definíciója szerint a $W = \sum_{(g\ görbe)} \mathbf{F}_i \cdot \Delta\mathbf{r}_i = \sum_{(g\ görbe)} F_i \Delta s_i \cos\alpha_i$ összeggel fejezhető ki, ahol α_i a pálya i-ik szakszán fellépő $\mathbf{F}_i$ erő és a (kicsiny) i-ik szakasz kezdőpontjából végpontjába mutató elmozdulás vektor által bezárt szög. A pályát olyan kicsiny szakaszokra kell osztani, hogy a szakaszok mentén az erő jó közelítéssel állandó legyen, azaz sem nagysága sem iránya ne változzék, továbbá teljesüljön a $|\Delta \boldsymbol{r}_i| \approx \Delta s_i$ közelítés is.

A görbe mentén vett munkának fenti definíciója lényegében egy számítási utasítás, ami leírva nagyon bonyolultnak tűnhet. Megfelelő előkészítés után, jó ábrával illusztrálva a számítási utasítás világos logikájú és érthető. Eddig juthatunk el a jó képességű középiskolai osztályokban!

4) Azonnal látható és egyszerű példákkal illusztrálható azonban, hogy a munka kiszámítására adott utasítás különböző felosztások mellett különböző eredményre vezet. Matematikailag csak akkor juthatunk egyértelmű eredményre, ha a felosztást végtelen kicsiny intervallumokig finomítjuk és a munkát a

$$W = \lim_{\Delta\mathbf{r}_i \to 0} \sum_{(g\ görbe)} \mathbf{F}_i \cdot \Delta\mathbf{r}_i$$

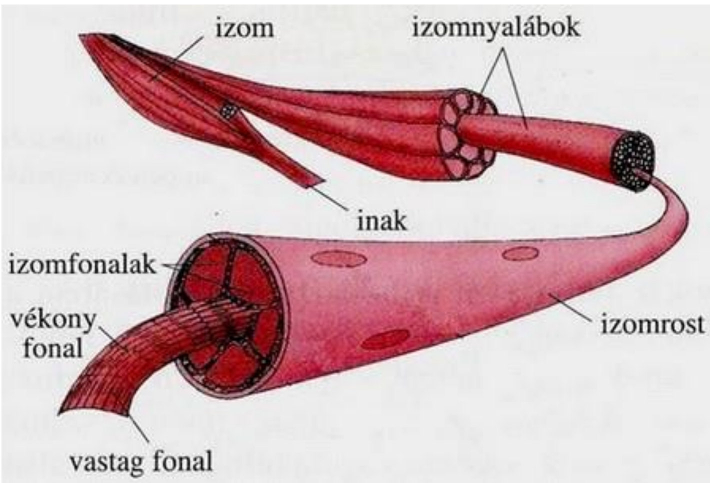
határértékkel azonosítjuk. Ettől kezdve matematikai technikákkal kellene foglalkoznunk, s annak középiskolai szinten nincs értelme. Elegendő, ha kimondjuk, hogy megfelelő finomságú felosztások mellett a felosztás változtatása már csak „hibán belüli" változást okoz az összegben.

Vissza >>>

D25. Miért fáradunk el, ha nehéz tárgyat tartunk? Az izommunka mechanizmusa

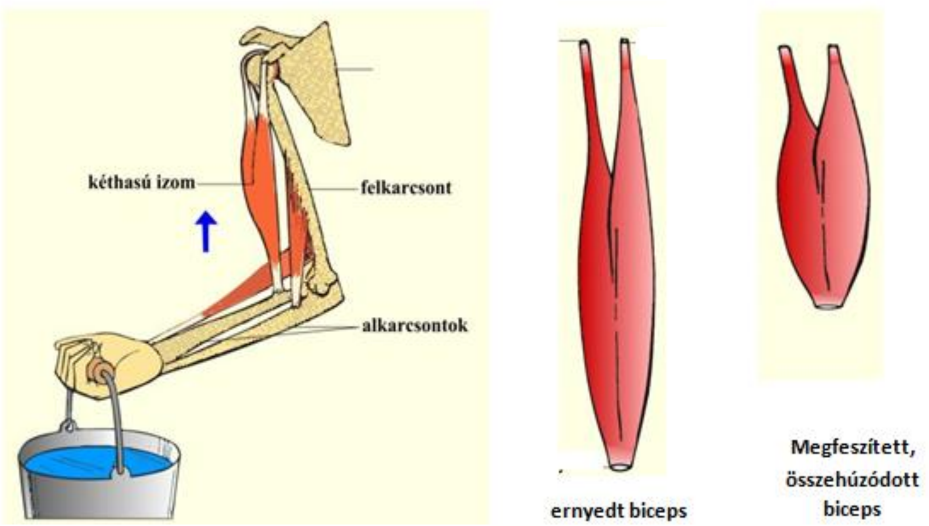
Diákjaink már az iskolai fizikatanulás megkezdése előtt valamilyen szinten értik, és használják a munka fogalmát. Legtöbbjük számára a munka az erőkifejtéssel és a fáradsággal kapcsolatban értelmezhető. A mechanikában definiált fizika mennyiség, a munkavégzés az esetek többségében jól összeegyeztethető a korábbi hétköznapi tartalommal, vannak azonban olyan köznapi esetek, amelyek során a fizikai fogalom és az érzeteken alapuló tapasztalat ellentmondásba kerül. Ilyen eset például, hogy amikor nehéz csomagot cipelünk egyenletes tempóban, vízszintes úton, akkor természetesen elfáradunk, de a mechanikában tanultak alapján munkavégzésünk zérus, hiszen a terhet függőleges erővel tartjuk, miközben vízszintesen visszük, az erő és az elmozdulás merőleges egymásra. A másik hasonló példa, még problematikusabbnak tűnik: nehéz hátizsákkal vállunkon egyhelyben állva is elfáradunk, pedig nem végzünk munkát. Diákjaink fogalomrendszerében a fáradságérzéshez gyakran egyértelműen kapcsolódik a munkavégzés, így amikor a fáradtság pusztán erőkifejtés (és nem munkavégzés) miatt alakul ki, akkor a tapasztalat és fizikai fogalom ellentmondásba kerül. A tanulók úgy könyvelik el magukban, hogy a fizika kicsit érthetetlen elméleti világ, aminek a köznapi élethez nem sok köze van. Kétségtelen, hogy a klasszikus mechanika alapján a fenti hétköznapi példákban a fáradtságérzet a fizika munkafogalma alapján közvetlenül nem magyarázható, azonban egy kis biofizikai kiegészítéssel, az izmok működési mechanizmusának vizsgálatával megérthetjük a fáradtságérzet energetikai hátterét és kapcsolatát az erőkifejtéssel.

Az emberi erőt kifejtő vázizmok többszörösen összetett szerkezetűek. Az adott mozgás-funkciót ellátó izmokat hosszában egymás mellé rendeződött, vékony erekkel behálózott hártyával elválasztott izomnyalábok építik fel. A nyalábok ugyancsak hosszában rendeződött izomrostokból állnak. Érdekes, hogy a gerincesek izomszerkezete igen hasonló, az izomrostok keresztmetszete gyakorlatilag egyforma, 1 cm^2 izomkeresztmetszetre 10^{10} rost esik. Az izomrostokon belül ugyancsak hosszirányban rendezve helyezkednek el azok a fehérjemolekulák, amelyek ingerület hatására egymásra húzódnak és ezzel megrövidítik az izomrostokat.

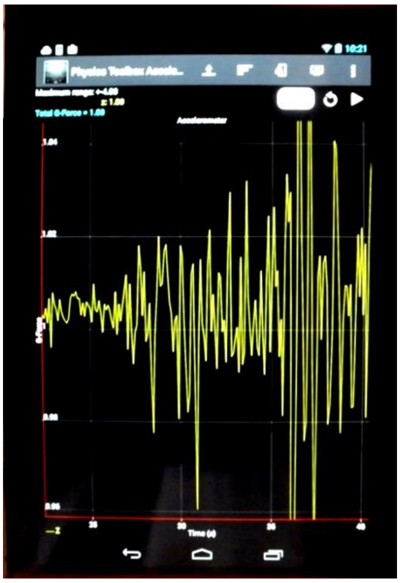


Az izomrostok összehúzódása külső húzóerővel megállítható, az ehhez szükséges erő méri az „izomrost-erőt”. Az izomerő attól függ, hogy mennyi rost alkotja az izmot. Mivel a rostok keresztmetszete állandó, az izomrostok száma és így az izom ereje az izom keresztmetszetétől függ. Kitartó edzéssel az izom keresztmetszete, azaz az izomrostok száma növelhető. A tudomány tehát alátámasztja azt a hétköznapi szemléletet, hogy a fejlett izomzattal rendelkező emberek nagy erőkifejtésre képesek. Ez akkor is igaz, ha tudjuk, hogy még nagy erőkifejtéskor is csak az izomrostok egy része van aktív, azaz összehúzódott állapotban. Az összes izomrost egyszerre csak a tetanuszos izomgörcsben húzódik össze. A gyorsan „kifáradó” izmok ellazulva relaxálódnak, és szerepüket más, addig ernyedt állapotú, de most összehúzódó rostok veszik át. A külső erőhatás kifejtése során az egymást folyamatosan váltogatva megfeszülő izomrostok minden összeghúzódása a mechanikai szemlélet szerint is az erő irányában történő elmozdulással, azaz munkavégzéssel jár. Ez a munka azonban azonnal disszipálódik, az erőt kifejtő izmok és az izom környezetének belső energiáját növeli (nehéz teher tartásakor kimelegszünk és megizzadunk), nem konvertálódik sem kinetikus, sem helyzeti energiává. Az izomrostok munkavégzése során kémiai energia alakul át munkavégzéssé, a kémiai energiakészletek fogyatkozását érezzük fáradságnak. A pihenés ideje alatt a kémia energiaraktárak feltöltődnek.

Az izomműködéssel kapcsolatban elmondottak igazolására egyszerű kísérletet is végezhetünk. Tartsunk behajlított alkarral vízzel teli vödröt! A vödör súlyát a kéthasú karhajlító izom (biceps) megfeszülő izomrostjai egyensúlyozzák. A vödröt tartó kar emelőként működő csontvázszerkezetét és rajta a karhajlító izmot, illetve a súlyerőt kiegyensúlyozó biceps ernyedt és összehúzódott állapotát az ábra mutatja.



A messziről mozdulatlannak tűnő vödör valójában függőleges irányban finoman le-fel mozog. Az izom fáradásával az aktív rostok váltakozásának finom szabályzása egyre nehezebbé válik, ezért az izomerő változása miatt a vödör mozgása növekszik. A vödör mozgását egyértelműen kimutathatjuk gyorsulásmérő szenzorral rendelkező okostelefonra, vagy Tablet-gépre telepített szoftver segítségével. A fotó a mérést mutatja. A vödörre fektetett deszkára műanyag szigetelőszalaggal érzékeny gyorsulásmérő szenzorral rendelkező táblagépet rögzítettük. A függőleges irányú gyorsulásingadozásokat a képernyőn megjelenített grafikon mutatja. A fűrészfogszerű gyorsulásváltozásokat a megfeszülő és elernyedő izomrostok mozgása okozza, ami az alkar emelőszerkezete miatt felnagyítva jelentkezik. A vödörbe különböző mennyiségű vizet töltve érzékelhető, hogy kisebb terhelésnél az izomműködés egyenletesebb, nagy terheléseknél szaggatottabb. Az izom fáradásával a mozgás egyre koordinálatlanabbá válik és a kilengések nőnek.



A fenti magyarázatra mind a mechanikai, mind a hőtani tanulmányok során érdemes visszatérni, hogy az izmok erőkifejtésekor végzett mikroszkopikus munkavégzéshez ne kapcsolódjanak további tévképzetek. Az izomerő mikromechanizmusa mellett érdemes néhány más erő hátterében álló folyamatokat is megvizsgálni.

Amikor nehéz terhet egyensúlyozunk, akkor az erőkifejtés módjától függetlenül a terhet egyensúlyozó erő tipikus kényszererő, hiszen pontosan ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú, mint a teherre ható nehézségi erő.

Hasonlítsuk össze a nehéz teher tartásához szükséges kényszererő mögött húzódó mechanizmusokat a következő szituációkban:

a) a vödröt tartó kéz,

b) a kar alakjához hasonló derékszögű szögvasra akasztott vödör,

c) forgó dobra csévét fémszalag, amelynek egyik végén lóg a vödör. A dob csúszik a szalagon, a terhet a súrlódási erő tartja (azonos a Leybold-féle Joule kísérlet berendezésével).

Az izomerő esetén, mint már láttuk, a rendezetlen váltakozással megfeszülő izomrostok szolgáltatják a tartóerőt, az izmok fáradása miatt az erő csak rövid ideig marad állandó.

A b) esetben a tartóerőt a szögvas kicsiny deformálódása miatt fellépő rugalmas erők szolgáltatják. Tapasztalataink szerint a szögvasban változások nem zajlanak, a rugalmas erőhatás hosszú ideig biztosítja az állandó kényszererőt. (Hosszú idő után azonban megtörténhet, hogy a szögvas anyaga is „elfárad” és a tartó a teher súlya alatt lehajlik, majd eltörik.)

A c) esetben a dobra csévélt szalag és a dob közötti csúszó súrlódási erő tartja a terhet. A súrlódási erő fenntartásához a dobot folyamatosan forgatni kell. A forgatáshoz energiát kell felhasználni, ami átalakul a súrlódási erő munkájává és azonnal disszipálódik, melegíti a dobot, a fémszalagot, és szétszóródik a környezetben.

Az a) és c) esetben a kényszererő háttérmechanizmusa abban hasonlít egymásra, hogy az erő fenntartása mindkét esetben energiafogyasztással jár és ez az energia azonnal hővé alakul. A két erő összehasonlításával rámutathatunk arra, hogy a fáradság érzeteinkhez kötött fogalom, amely döntően az energiafogyasztáshoz társul. A fáradság és a fáradtságérzet fogalmát azonban nem visszük át az élettelen tárgyak energiafogyasztással járó erőkifejtési folyamataira.

Fontos leszögeznünk azt is, hogy a mechanikai folyamatok leírásához nem szükséges a kényszererők mikromechanizmusának vizsgálata és annak eldöntése, hogy a kényszererő energiafogyasztással jár-e vagy nem.

A termodinamika I. főtételének alkalmazásakor azonban már ez a kérdés is fontos lehet, ha az erő fenntartásakor rendezett energia alakul hővé, akkor az erőt kifejtő test és környezetének entrópiája nő.

Vissza >>>

D26. A munkatétel általános igazolása

Az állandó erő esetén alkalmazott megfogalmazást egyszerűen általánosíthatjuk arra az esetre, ha az erő változik. Bontsuk ugyanis olyan kis szakaszokra a vizsgált folyamatot, amelynek elemi lépéseiben az eredő erő állandónak tekinthető. Legyen az i-ik elemi lépésben az eredő erő $\mathbf{F}_i$ és az elemi elmozdulás $\Delta\mathbf{r}_i$. Az ilyen elemi folyamatokban a munkatétel a korábbi bizonyítás szerint a

$$\delta W_i = \boldsymbol{F}_i \cdot \Delta\boldsymbol{r}_i = \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_i^2 - \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_{i-1}^2$$

alakban érvényes. A teljes munkát az elemi munkák összegeként kaphatjuk, tehát:

$$W = \sum_i \delta W_i = \sum_i \left(\frac{1}{2}m\mathbf{v}_i^2 - \frac{1}{2}m\mathbf{v}_i^2\right) = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_v^2 - \frac{1}{2}m\mathbf{v}_0^2 \,.$$

Az összegzéskor a bal oldalon az eredő erő munkáját, a jobb oldalon pedig a végső és a kezdeti kinetikus energia különbségét kapjuk, hiszen az egymást követő elemi folyamatokban minden elemi folyamat végsebessége a következőnek a kezdősebessége, így ezek az energiák az összeg egymást követő tagjaiban a folyamat befejezésekor és a kezdetekor meglévő energia kivételével kiejtik egymást.

Vissza (Dinamika 3.2.3.) >>>

Vissza (Dinamika 3.2.4.) >>>

D27. A munkatétel és a mechanikai energiamegmaradás törvényének kapcsolata

A munkatétel teljesen általános eszközt ad kezünkbe, hogy az erők, a kezdeti sebesség és a mozgás pályájának ismeretében a test kinetikus energiáját, így sebességét meghatározzuk. (A tétel a feladatmegoldásnak is egyik leghatékonyabb eszköze.)

Írjuk fel teljesen általánosan például az A pontból a B pontba, adott görbe mentén eljutó test mozgására a munkatételt, ha a mozgás az F erő hatására jön létre.

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W\ ,$$

ahol v_B és v_A a test sebességének a pálya végpontjában illetve kezdőpontjában felvett sebességét jelöli.

A rugóerő, a nehézségi erő és a gravitációs erő példáján már láttuk, hogy mivel ezek az erők potenciálosak a munkatétel alapján energiamegmaradási tétel mondható ki az általuk létrehozott mozgásokra.

Tegyük fel, hogy az erő potenciálos, azaz a munkavégzés csak a mozgás pályájának kezdő és végpontjától függ. Ekkor potenciális energia rendelhető hozzá, és az erő munkája kifejezhető a potenciális energia megváltozásával:

$$E_{kinB} - E_{kinA} = E_{potA} - E_{potB}\ ,$$

ahol E_{potA} és E_{potB} rendre az F erőhöz rendelt potenciális energia értéke a pálya kezdő, illetve végpontjában. (Ha az erő a nehézségi erő, akkor a helyzeti energia a test h magasságával $E = mgh$, ha a rugóerő, akkor a rugó s megnyúlásával $E = \frac{1}{2}Ds^2$ alakban fejezhető ki.) Rendezzük át a kapott összefüggést úgy, hogy rendre a kezdő és végpontbeli mennyiségek kerüljenek az egyenlet egyik illetve másik oldalára:

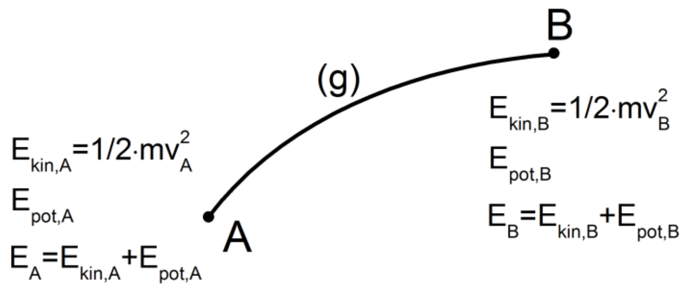
$$E_{kinB} + E_{kinpotB} = E_{kinA} + E_{potA}\ .$$

Az összefüggés azt jelenti, hogy a kinetikus és potenciális energia összege állandó a mozgás során, hiszen a pályának sem kezdő, sem végpontját nem tünteti ki semmi. A kinetikus és potenciális energia összege a test teljes $E_{mech} = E_{kin} + E_{pot}$ mechanikai energiáját adja, így kimondhatjuk, hogy a mozgás során a mechanikai energia megmarad.

Ez a mechanikai energiamegmaradás tétele!

Amennyiben a mozgást létrehozó erők között több potenciálos erő is van, akkor a test mechanikai energiájában többféle potenciális energia is szerepelhet. Ilyenkor is igaz azonban, hogy a test teljes mechanikai energiája megmarad, konzerválódik. Emiatt a potenciálos erőket szokás konzervatív erőknek is nevezni.

Ha az erők között potenciálos és nem potenciálos erők is szerepelnek, akkor a munkatételt a teljes mechanikai energiával is kifejezhetjük. A korábbi jelöléseket felhasználva és a nem potenciálos erők munkáját W_{np}-vel jelölve írjuk fel a munkatételt az A pontból a B pontba a (g) görbe mentén haladó testre. Mivel nempotenciálos erők is hat, a munka meghatározásához most szükséges a mozgás pályájának ismerete is. A nempotenciálos erő helyett használhatjuk a súrlódási erő, vagy súrlódás típusú erő megfogalmazást is, hiszen a középiskolában nempotenciálos erőként csak a súrlódási és a közegellenállási erő jöhet szóba.



A munkatétel:

$$E_{kinB} - E_{kinA} = W_{pot} + W_{np} \,.$$

A potenciálos erők munkáját természetesen most is kifejezhetjük a potenciális energiával (a pálya pontos ismerete ezt nem zavarja). Írjuk be a tételbe a megfelelő potenciális energiákat és rendezzük át úgy az összefüggést, hogy a jobb oldalon csak W_{np} maradjon. Azt kapjuk, hogy

$$(E_{kinB} + E_{potB}) - (E_{kinA} + E_{potA}) = W_{np} \,,$$

$$E_B - E_A = W_{np} \,,$$

azaz a nempotenciálos erők munkája megegyezik a test teljes mechanikai energiájának megváltozásával.

A tételnek ez az alakja fontos következtetésekre vezet a mechanikai energiák megmaradásával és az általános energiamegmaradási tétellel kapcsolatban. Ha figyelembe vesszük, hogy W_{np} a súrlódási típusú erők munkájával azonosítható, és a valóságos mozgások során mindig fellép ilyen erő, akkor látható, hogy a valóságos mozgások során a test mechanikai energiája csökken.

A feladatmegoldást megkönnyíti, ha a munkatétel kicsit átfogalmazva az

$$E_A = E_B + |W_{np}|$$

alakra hozzuk, és úgy interpretáljuk, hogy a mozgó test kezdeti energiája a végső energiát és a súrlódás során elvesző energiát biztosítja.

Megjegyzések:

1. Már a mechanikai energiamegmaradás és a munkatétel kapcsán megbeszélhetjük, hogy a mechanikai energia veszteséget az okozza, hogy a súrlódás miatt hő fejlődik.

2. Az általános iskolai ismeretekre támaszkodva beszélhetünk a hőmozgásról, s szemléletesen elfogadhatjuk, hogy a kinetikus energia a test rendezett mozgásával kapcsolatos, és nem számítjuk bele a hőmozgás energiáját. A súrlódásos folyamatokban mechanikai energia (a rendezett energia) a rendezetlen mozgás energiájába megy át.
3. Előre bocsáthatjuk, hogy az erők közé nem mechanikai természetű potenciálos (elektromos, mágneses stb.) erők is bekerülhetnek. A munkatétel továbbra is változatlan alakú marad, csak a disszipáció (hővé alakulás) nem a test mechanikai, hanem összenergiáját csökkenti. Azt, hogy milyen energiafajtákat kell figyelembe venni, mindig a konkrét probléma szabja meg.

Az energiamegmaradás és a munkatétel kapcsán ismét nagyon általános fogalmakat és általánosan megfogalmazott törvényeket használtunk! Ezt az absztrakciós szintet nem minden tanulócsoport igényli és bírja el. A fenti gondolatmenetek helyettesíthetők megfelelően választott feladatsorokkal, ahol csak konkrét erőfajtákkal és a hozzájuk rendelt konkrét energiafüggvényekkel kell dolgozni.

Vissza >>>

D28. Feladatsor a munkatételhez

A feladatsor az egyszerűtől a bonyolult felé haladva mutatja be a munkatétel alkalmazását:

1. Feladat

Vízszintes asztalon v_0 kezdősebességgel ellökünk egy m tömegű testet. A súrlódási együttható μ. Mekkora úton áll meg?

A feladat a dinamika alaptörvényével és a munkatétellel is megoldható. Most válasszuk az utóbbit. A munkatételt felírva:

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -\mu mgs\,,$$

ahonnan

$$s = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Az egyszerű feladat megoldásának kiinduló összefüggését azért érdemes a bal és jobboldalon is mínusz előjellel felírni, hogy kifejezzük a kinetikus energia megváltozására vonatkozó „vég mínusz kezdet” szabályt, és azt, hogy a súrlódási erő munkája negatív. (Természetesen a negatív előjeleknek ezt a használatát ne kényszerítsük rá diákjainkra a későbbiek során!)

2. Feladat

A h magasságból leejtett test v sebességgel érkezett a talajra. Mekkora munkát végzett a közegellenállási erő?

A testre csak a nehézségi erő és a közegellenállási erő hat, tehát a munkatétel:

$$\Delta E_{kin} = W_{neh} + W_{közeg}$$

A nehézségi erő munkája kifejezhető a potenciális energia megváltozásával, így az egyenlet érdemes a munkatétel teljes mechanikai energiával kifejezett $E_B - E_A = W_{np}$ alakjával felírni. Most az A pont az ejtés helye, a B pedig a talaj. Eszerint

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgh = W_{közeg}$$

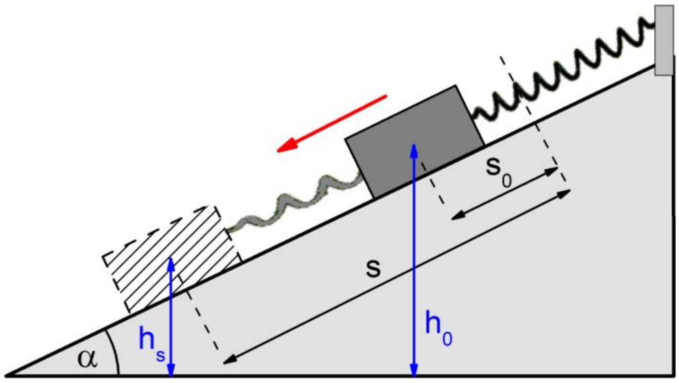
Észre kell vennünk továbbá, hogy a közegellenállási erő munkája negatív, ezért csak olyan talajra érkezési sebesség fogadható el kezdeti adatként, amelyre ez a feltétel teljesül. Az egyenlet fizikai tartalmát legkönnyebben úgy olvashatjuk ki, ha a formulát az

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \left|W_{közeg}\right|$$

alakra hozzuk, ami mutatja, hogy a helyzeti energia csökkenése a kinetikus energia növekedését és a közegellenállási erő munkáját fedezi.

3. Feladat

Az ábrán látható módon az α hajlásszögű lejtőn rugóhoz kötött m tömegű test mozoghat. A rugót s_0 –lal megnyújtva a testet v_0 kezdősebességgel lefelé lökjük a lejtőn. Mekkora sebességgel érkezik a test abba a pontba, ahol a rugó megnyúlása s. A rugóállandó D és a μ csúszási súrlódási együttható megegyezik a tapadási súrlódási együtthatóval.



A test a rugóerő, a nehézségi erő, a súrlódási erő és a lejtő által, a lejtőre merőleges irányban kifejtett kényszererő hatása eredőjének hatására mozog. Írjuk fel a munkatételt. Mivel a kényszererő munkája zérus, a tételben csak a rugóerő, a nehézségi erő és a súrlódási erő munkája szerepel:

$$\Delta E_{kin} = W_{neh} + W_{rugó} + W_{súrl} \,.$$

Mivel a nehézségi erő és a rugóerő potenciálos, az általuk végzett munka kifejezhető a helyzeti és a rugóenergia segítségével, és a munkatétel felírható a test mechanikai energiájának megváltozásával is. Jelöljük a mozgás kezdetéhez tartozó mennyiségeket 0 a végéhez tartozókat pedig s indexszel. A munkatétel ezzel az

$$E_s - E_0 = W_{súrl}$$

alakot ölti, ahol $E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 + \frac{1}{2}Ds_0^2$ és $E_s = \frac{1}{2}mv_s^2 + mgh_s + \frac{1}{2}Ds^2$. A súrlódási munka pedig $W_{súrl} = -\mu mgs$.

Beírva ezeket az összefüggéseket a munkatételbe és kifejezve a végpontbeli kinetikus energiát, azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2}mv_s^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0 + \frac{1}{2}Ds_0^2 - mgh_s - \frac{1}{2}Ds^2 - \mu mgs$$

Ebből a sebesség már meghatározható. Természetesen most is fennáll az a követelmény, hogy a végső mozgási energia nem lehet negatív, s ez feltételt szab a kiinduló adatokra.

Az egyenletek formális alkalmazása helyett végiggondolhatjuk a feladat energetikáját úgy is, hogy megvizsgáljuk, milyen energiák csökkennek és melyek növekednek a mozgás során, s így rájöhetünk, hogy a helyzeti és a mozgási energia csökkenése fedezi a rugóenergia növekedését és a súrlódási munkát.

Vissza >>>

IV. PONTRENDSZEREK MECHANIKÁJA

Bevezetés

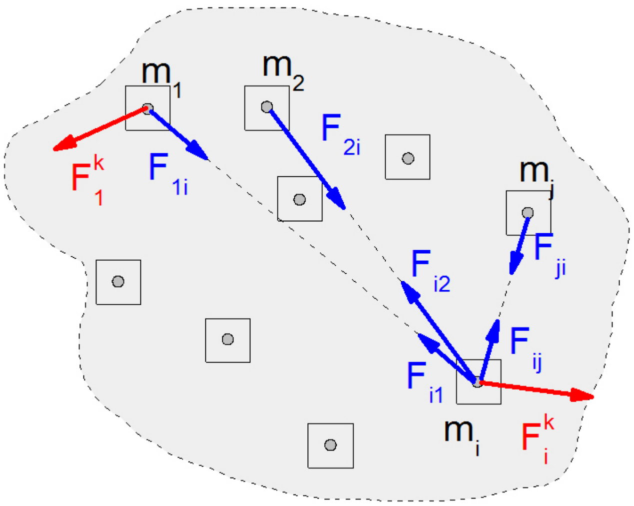
A középiskolai fizika tanulmányokat hagyományosan pont-mechanikával kezdjük. A mozgó testeket tömegpontokkal modellezzük, azaz egész tömegüket egy pontba koncentráljuk (ebben az egyetlen pontban támad minden erő, ami a testre hat) és a test kiterjedésétől eltekintünk. A kinematikában ez a nyilvánvaló egyszerűsítés (modellezés) megengedhető, ha a mozgás tartományához képest a test mérete elhanyagolható. Ha például az a kérdés, hogy a 17 m hosszú 95 km/h átlagsebességű kamion mennyi idő alatt ér le Budapestről Szegedre (170 km távolság), az autó méreteivel nem kell foglalkoznunk, a gépkocsit tekinthetjük pontszerűnek, hiszen 4 nagyságrend a méretek közötti különbség. Ha azonban ugyanezt a kamiont szembeforgalomban akarjuk megelőzni, nem tekinthetünk el a szerelvény méretétől. (Az utóbbi „speciális" kérdéseket általában csak jó képességű érdeklődő osztályokban tárgyaljuk.) A dinamika törvényei a tömegpontokra vonatkozóan a legegyszerűbbek. Egy-egy különálló test haladó mozgását vizsgáljuk, különböző erők hatása alatt. Természetesen tömegpontokkal nem lehet kísérletezni, ezért a kísérleti bevezetés, vagy az ellenőrző mérések során gondosan kell eljárnunk, hogy az elméleti modell és a kísérlet összhangban legyen. Amikor például a tapadási súrlódást vizsgáljuk változó hajlásszögű lejtőn, többnyire téglatestet fektetünk a lejtőre, amit egy kritikus lejtőszögig megtart a tapadási súrlódás. Az erővektorokat (köztük a súrlódási erőt is, amiről tanítjuk, hogy a felületek mentén hat, a tégla középpontjába rajzoljuk be és így írjuk fel az egyensúly feltételét. Kísérletezés közben gondosan ügyelünk azonban arra, hogy a téglát fekve, és ne állítva helyezzük a lejtőre, hiszen a második esetben a tégla előbb ledől, mint megcsúszik, a ledőlés magyarázatához pedig már nem elegendőek a pontmechanika közelítései. Fontos tehát hogy az elméleti jelentőségű pontmechanikától a kiterjedt testek, illetve folytonos közegek mechanikája irányába továbblépjünk.

Egyszerű pontrendszerek

Az első lépést ebben az irányban az egyenként még pontszerűnek tekinthető, és egymással kapcsolatban lévő, együtt mozgó testek rendszere jelenti. Ide tartoznak a kötéllel, rugóval, rúddal összekötött, néhány (tömegpontnak tekinthető) testből álló *egyszerű pontrendszerek*. Az egyszerű pontrendszerek mozgásának leírása történhet az egyes tömegpontokra felírt mozgásegyenletek és a tömegpontok közti kényszerkapcsolatokat kifejező egyenletek rendszerével. A gyakorlatban ennél sokszor egyszerűbb a newtoni törvényrendszerből adódó dinamikai tételek alkalmazása. A pontdinamikában megismert tételek (impulzustétel, munkatétel és a mechanikai energiamegmaradás tétele), a pontrendszerek esetén újabb tételekkel (tömegközéppont-tétel, impulzusmomentum-tétel), és zárt rendszerek esetén új megmaradási tételekkel (tömegközéppont megmaradás-tétele, impulzusmomentum megmaradásának tétele) egészülnek ki. (Az impulzusmomentum tétel természetesen már a pontdinamikában bevezethető, középiskolában azonban didaktikai okból csak a pontrendszerre vonatkozóan, elsősorban a merev test mozgásának leírásakor érdemes kimondani, mert korábban bevezetve, az impulzusmomentum fogalma felesleges ballaszt lenne, az amúgy is sok új fogalom definiálását és megértését igénylő newtoni törvényrendszerben.)

A kiterjedt test, mint pontrendszer

A környezetünkben lévő kiterjedt szilárd testek nagyon nagyszámú, egymással kölcsönhatásban (kötésben) lévő atomi részecskéből épülnek fel, ezért elvileg akár pontrendszerként is felfoghatók. Természetesen ez nem azt jelenti, hogy a kiterjedt test mozgásának leírására az atomi tömegpontokra írnánk fel a 10^{23} nagyságrendű egyenletből álló mozgásegyenletet és a közöttük fennálló kényszerkapcsolatokat. A klasszikus mechanikában a kiterjedt testeket folytonos tömegeloszlású kontinuumnak tekintjük, amit a test sűrűségeloszlása és alakja jellemez. A kiterjedt test pontrendszer-megközelítése természetesen így is használható. A testen belül m_i tömegű kicsiny homogén tartományokat jelölhetünk ki és a továbbiakban úgy tekinthetjük, hogy a testet az ezekből a tartományokból álló pontrendszer alkotja. Az így kijelölt tömeg-elemekre hathatnak *külső erők* (amelyek nem a pontrendszerhez tartotó testektől származnak), és felléphetnek közöttük *belső erők*, amelyek a pontrendszer elemei közti kölcsönhatásokból származnak.



1. ábra. Sematikus pontrendszer. Az ábrán néhány belső (kék) és külső erőt (piros) is jelöltünk az indexek érthetőségének kedvéért.

Ha külső erők nem hatnak, vagy a külső erők eredője zérus, akkor a pontrendszer zárt. A zárt pontrendszerre vonatkozóan a Newton-törvények alapján kimondható az összimpulzus megmaradásának tétele és a vele egyenértékű tömegközéppont megmaradási tétel, továbbá belátható, hogy a rendszer impulzusmomentuma is állandó.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy a munkatételből külső erők hiánya esetén sem következik általánosan a kinetikus energia megmaradása, mert a belső erők munkája általában nem zérus, illetve a belső erők között lehetnek nem potenciálos (nem konzervatív) erők.

Alakállandóság szempontjából beszélünk „merev” testekről, rugalmasan deformálható és képlékeny anyagú testekről. Merev test esetén a test alakja és tömegeloszlása (szigorúan véve tetszőleges két pontjának távolsága) mozgás közben sem változik meg. (Természetesen ez a valóságban soha nem teljesül tökéletesen, a közelítés annál jobb, minél erősebbek a belső kötések és minél kisebbek a külső erőhatások.) A testek rugalmas alakváltozása olyan esetekben következik be, amikor a külső erőhatások már elegendően nagyok ahhoz, hogy megfeszítsék a test belső kötéseit. Mivel a belső kötéstávolságok kicsit megváltoznak, a test makroszkopikus méretei is változnak. A test rugalmas alakváltozásáról beszélünk, ha a belső kötések rendszere (a szomszédos pontok geometriai elrendeződése) lényegileg nem változik meg, és a külső hatás megszűntével visszaáll a test korábbi egyensúlyi állapota, alakja.

A középiskolában a merev testek mozgásának és a rugalmas testek sztatikus deformációjának csak legegyszerűbb eseteit tudjuk tárgyalni.

Merev testek esetén a tengelyezett test forgásával, illetve a forgó és a haladó mozgást összekapcsoló síkmozgással (a kerék gördülésének) értelmezésével foglalkozunk. A rugalmas testek alakváltozásai közül a deformáció két alaptípusát, a rugalmas hosszváltozást és a nyírást érdemes röviden megtárgyalni.

A merev testek és a jelentős alakváltozást nem szenvedő kiterjedt testek mozgását általános esetben két mozgásforma eredőjeként értelmezzük. Az egyik mozgásösszetevő a tömegközéppont transzlációs mozgása, a másik a test forgása. A transzlációs mozgás, a tömegközéppont definiálása, majd a tömegközéppont-tétel megfogalmazása után, az anyagi pont mozgásához hasonlóan írható le. A forgás a transzlációs mozgásra vonatkozóakhoz fogalmilag hasonló mozgásegyenlettel és dinamikai tételekkel írható le. A középiskolában a forgómozgás legegyszerűbb esetével a tengelyezett merev test forgásával foglalkozunk. A transzlációs mozgás és a forgás összekapcsolására a kerék gördülése az egyszerű példa.

Megjegyzés:

- A kérdéskör általános leírása bonyolult. A merev testek kinematikájában megmutatható, hogy a test bármely pontjának mozgása tetszőlegesen választott pont haladó mozgásának és e pont körüli forgásnak a szuperpozíciójával megadható. A tömegközéppont azért kitüntetett, mert a dinamikai egyenletek ebben az esetben egyszerűbbek. Kimutatható ugyanis, hogy a tömegközéppont körüli forgás leírásakor a tehetetlenségi erők forgatónyomatékát nem kell figyelembe venni, mert összegük zérus.
- A középiskolában, ebben a témában többnyire csak szimmetrikus testek speciális mozgását tanulmányozzuk. Megállapításainkat ezekre a mozgásokra tesszük, s ha kell, általánosítjuk. A merev test kinematikájának és dinamikájának általános leírása megtalálható (*Tasnádi-Skrapits-Bérces: Mechanika I. c. könyvben*.)

1. A pontrendszer témakörének tantervi beillesztése

A pontrendszer mozgása az alapozó szintű fizikatanításnak (ált. iskola, kis-gimnázium) nem témája. A témakör, beleértve a merev test forgását és a kiterjedt testek rugalmas deformációinak leírását is, a korábbi évtizedek gimnáziumi tantervében hangsúlyosan szerepelt és viszonylag gyakran megjelent a közös érettség-felvételi dolgozatok feladatai között is. Az ezredforduló után, a fizika óraszámok lecsökkentésekor a témakör kikerült a tantervekből és az érettségi vizsga követelményrendszeréből. A legutóbbi tantervi változtatások során néhány rész, elsősorban a gyakorlati vonatkozásokat kiemelve, visszakerült a tananyagba.

A középiskolai fizikatanítás általános szabálya szerint itt is fontos, hogy a tanár a kerettantervi tartalmakat az osztály képességei és igényei alapján, szükség szerint redukálva és egyszerűsítve, máskor bővítve, kiegészítve dolgozza fel. A feldolgozható tananyagnak a tanulók képességein és motiváltságán túl kétségtelenül határt szab a rendelkezésre álló órakeret is, ami azonban kellő érdeklődés esetén tehetséggondozó foglalkozásokkal, szakkör beindításával bővíthető.

Az aktuális tantervi szabályozás szerint az egyszerű pontrendszerek haladó mozgásának tárgyalására és a pontrendszerre vonatkozó megmaradási tételek feldolgozására a gimnázium 9. évfolyamán kerül sor. A fizikából alapszintű ismereteket nyújtó általános gimnáziumi osztályokban a két testből álló legegyszerűbb pontrendszer esetén mutatunk példát a mozgásegyenletekkel történő leírásra, két test esetére bizonyítjuk be a pontrendszerre vonatkozó tételeket és ebből általánosítva alkalmazzuk őket. Feldolgozásra ajánljuk például a korábbiakban Newton II. törvénye kapcsán már tárgyalt Atwood-gép (D5 melléklet) bemutatását és megtárgyalását, (ezzel a dinamika alapegyenletének ismétlésére is mód nyílik). Speciális pontrendszer-témaként, kísérletbemutatással egybekötve érdemes tárgyalni az ütközéseket. Minimál-program esetén ez a pontszerű testek egyenes menti ütközésén nem megy túl. A jelenségkört sínen futó kiskocsik ütköztetésével vizsgáljuk. Kísérleti tapasztalatok alapján mondjuk ki zárt pontrendszerre vonatkozóan az impulzusmegmaradás törvényét, amit tökéletesen rugalmas ütközés esetén a mechanikai energiamegmaradás törvényével egészítünk ki. Sínen futó kiskocsik ütközését rögzítő videófelvétel kiértékelésével bemutatható a pontrendszerekre vonatkozó tömegközéppont-tétel is. Érdeklődő, jó képességű, vagy emelt óraszámú osztályokban a tárgyalást korongok síkbeli ferde ütközésével egészítjük ki, ahol az impulzusmegmaradás törvényét vektorkomponensekre alkalmazzuk. (Az utóbbi esetben azonban rá kell mutatnunk, hogy a ferde ütközési feladat általános megoldásához tökéletesen rugalmas esetben sem elegendőek az impulzus és a kinetikus energia megmaradására vonatkozó összefüggések. Az ilyen mozgások csak az ütközéskor fellépő erőhatások pontos ismeretében írhatók le általánosan.) A kísérleti alátámasztás pénzérmék, vagy gombfoci-korongok ütköztetésével akár tanulókísérlet is lehet.

A témakör gyakorlati jelentőségének bemutatására az ütközéses közlekedési balesetek megtárgyalását, és a biztonsági felszerelések működésének értelmezését ajánljuk. A kinematika fejezetben már említett „Tracker” számítógépe mozgáskiértékelő program segítségével az interneten könnyen található autós töréstesztek videói is kiértékelhetők.

A pontrendszerekhez kapcsolódó érdekes téma a rakétameghajtás fizikájának megértése. A valóságos rakéták tárgyalása előtt kísérleti projektmunka keretében vizsgálhatjuk a vízzel és sűrített levegővel működő PET-palack rakéta „kilövését”.

Emelt szintű osztályokban a nagyobb óraszám lehetőséget ad a pontrendszerre vonatkozó tételek alkalmazásának bemutatására feladatok megoldásán, kísérletek elemzésén keresztül. Természetesen emelt szintű osztályban is ajánlott az autós ütközések vagy a rakéta-fizika fakultatív projektfeladatként történő feldolgozása.

A forgatónyomaték fogalmával és hozzá kapcsolódóan az egyszerű gépek egyensúlyi működésével már a 7-8. évfolyam megismerkedtek a diákok. A középiskola feladata a merev testek egyensúlyához kapcsolva a tanult ismeretek felfrissítése.

A forgómozgás és a síkmozgás tárgyalása az érettségire történő felkészítés része. Az emelt szintű osztályokban a 12. évfolyam kerettantervében szerepel. Kisebb óraszámú általános osztályokban nem tantervi anyag, az érettségi vizsgára készülőknek a 11-12. évfolyamos fakultatív órák során kell tanári irányítással feldolgozniuk a témakört.

2. Egyszerű pontrendszer mozgásának leírása

A pontrendszerek mozgásának leírásához az alapot a dinamika alaptörvénye adja. A törvény tetszőleges anyagi pontra, illetve testek önkényesen választott kicsiny (pontszerű) részére felírható, s ha ismerjük a rendszer tagjaira ható erőket, akkor minden pont mozgását külön-külön meghatározhatjuk. A pontrendszer elemei azonban általában nem függetlenek egymástól, a közöttük lévő kapcsolatokra kísérleti tapasztalatokon alapuló feltevésekkel élünk. (Pl. a testeket összekötő kötél megnyúlása kicsi – tehát a kötelet nyújthatatlannak tekintjük.) Ezek a feltevések a pontrendszer tagjainak mozgására vonatkozó kényszerfeltételekben jelennek meg. Ha a tanítást egyszerű példákkal kezdjük, akkor a diákok számára a kényszerfeltételek természetesen adódnak, és könnyen érthetőek lesznek bonyolultabb esetekben is.

2.1.A pontrendszer mozgásának leírása mozgásegyenletekkel

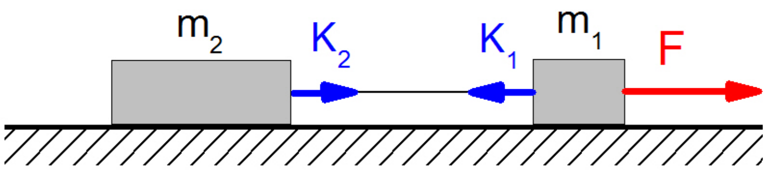
Írjuk fel a rendszer minden tagjára a mozgásegyenletet. A mozgásegyenlet felírásánál a tömegpontra ható minden erőt, a külső és a belső erőket egyaránt figyelembe kell venni. A pontrendszer i-edik elemére általános alakban felírt mozgásegyenlet:

$$m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{F}_i^k + \sum_j \mathbf{F}_{ij},$$

ahol m_i az adott test tömege, $\mathbf{a}_i$ a gyorsulása, $\mathbf{F}_i^k$ a rá ható külső erő (vagy erők eredője), és $\sum_j \mathbf{F}_{ij}$ a rá ható belső erők összege. Az $\mathbf{F}_{ij}$ kifejezésben az első index azt jelzi, hogy melyik tömegpontra hat, a második, hogy a rendszer melyik másik tömegpontjától származik az erő.

A pontrendszer lényege, hogy a rendszert alkotó testek mozgása nem független egymástól. Ezt az erőkre vonatkozó, általában a hatás – ellenhatás törvényéből adódó összefüggésekkel, illetve a rendszer geometriájára vonatkozó, „kényszerfeltételekkel” fejezzük ki. A mozgásegyenletek és a kényszer-egyenletek általában megoldható egyenletrendszert alkotnak, vannak azonban olyan esetek is, például a statikában, amikor az egyenletrendszer határozatlan, a kényszererők nem adhatók meg egyértelműen.

Természetesen a középiskolában a legegyszerűbb konkrét esetektől indulva, különböző jellegű kényszerkapcsolatokat bemutató feladatokon keresztül juthatunk el a fenti általános megfogalmazáshoz. A tárgyalást a legegyszerűbb pontrendszerrel célszerű kezdeni. Ez elhanyagolható súrlódású vízszintes lapon fekvő két ismert tömegű (m_1 és m_2) test, amelyet súlytalannak tekintett, nem nyúló kötél kapcsol össze. Az első testet *F* erővel húzzuk. (A 9. évfolyamon a diákok többsége absztrakciós szintjének jobban megfelel, ha a feladatban szereplő mennyiségeknek konkrét számértéket adunk, és az eredményeket is ugyanígy, számértékkel és mértékegységgel várjuk el.) A feladatnak megfelelő összeállítást, a megoldáshoz szükséges erők berajzolásával az ábra mutatja.



2. ábra. Legegyszerűbb pontrendszer vázlatos rajza.

Kérdések: *Hogyan mozog a második test? Mekkora erő feszíti a két testet összekötő kötelet?*

(A kérdések megfogalmazása lényeges. Ügyetlen kérdés esetén (pl. *Hogyan mozognak a testek?*) az értelmes gyerekek, átlátva a kényszerkapcsolatot egyetlen lépésben adják meg a megoldást, feleslegesnek és értelmetlennek tartva a mozgásegyenlet tömegpontonként történő felírását.)

A megoldás lényegét jelentő két mozgásegyenlet és a kényszeregyenletek általános alakban:

$$1)\ F - K_1 = m_1 \cdot a_1$$

$$2)\ K_2 = m_2 \cdot a_2$$

$$\blacksquare\ K_2 = -K_1$$

$$\blacksquare\ a_1 = a_2$$

Az utolsó egyenlet magyarázatra szorul! A két testet nyújthatatlan kötél kapcsolja össze, ezért távolságuk mindig ugyanakkora. Ha egyenletes gyorsulással mozognak, akkor ugyanannyi idő alatt mindkettőnek ugyanannyi utat kell megtenni. Zérus kezdősebességről indulva, ez azt jelenti, hogy gyorsulásuknak meg kell egyeznie. A finom gondolatmenet megértetése nem felesleges, későbbi nehezebb kényszerfeltételek esetén jól kamatoztatható.

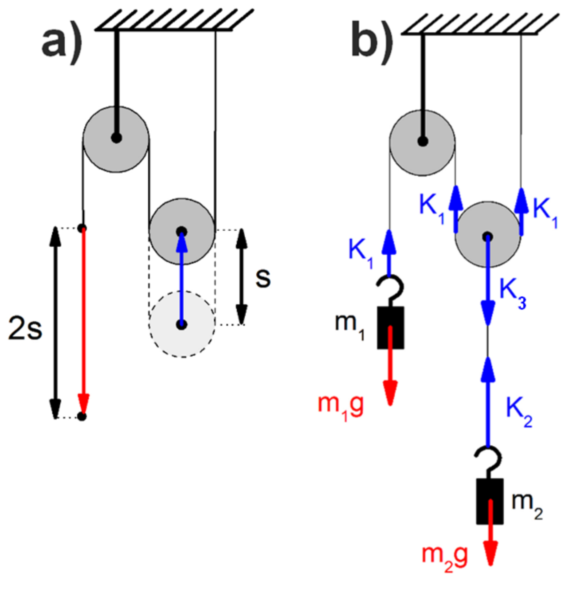
A következőkben, a fokozatosság elvét alkalmazva, a feladatot kicsit nehezíthetjük a súrlódási erő figyelembevételével és azzal, hogy a két hasáb esetén eltérő súrlódást tételezünk fel. Ezzel ismét a két testre külön-külön felírt mozgásegyenlet szükségességére utalunk.

Az egyszerű feladatnak sokféle változata van, amelyek a pontrendszerre vonatkozó egyenletek felírásának gyakorlása mellett a dinamikai ismeretek tartalmi elmélyítését is szolgálhatják. A következő átfogalmazás a tehetetlen tömeg és a merev testben fellépő belső erők mélyebb megértését segíti.

A 25. ábrán látható módon elhanyagolható súrlódású vízszintes lapon fekvő $m_1 > m_2$ tömegű testet súlytalannak tekinthető, F_0 szakítószilárdságú, nem nyúló kötél kapcsol össze. Melyik testnél fogva és legalább mekkora vízszintes erővel kell gyorsítani a rendszert, hogy a két test közötti fonal elszakadjon? Feladatmegoldásban gyakorlott osztály könnyen eljut a megoldáshoz, a pontrendszerekkel való foglalkozás kezdetén azonban érdemes a feladatot megkettőzni, és a kisebb és a nagyobb test felől húzva is megoldani. Az $m_1 \gg m_2$ eset diszkutálásával rámutathatunk arra, hogy a kötelet szinte lehetetlen elszakítani akkor, ha a rendszert a nagyobbik felől húzva gyorsítjuk, mert ha a kisebb test tömege nagyon kicsi, akkor rendkívül nagy gyorsulást kell létrehoznunk. A kis test felől húzva pedig a fonal könnyen elszakad. (A feladat extrém esetét szemlélteti a vasúti kocsihoz cérnaszállal kötött gyufás skatulya példája.)

Ezután jöhetnek a közismert „csigás” pontrendszerek. Egyetlen súlytalan csigából és két tömegpontból álló rendszer esetén az erők előjelezése, egy álló és egy mozgó csigából álló rendszer esetén a gyorsulások közti kényszerkapcsolat felírása az újdonság. A következőkben csak a bonyolultabb, mozgó csigára felírható mozgásegyenleteket és kényszerfeltételeket részletezzük.

Mozgó csigára m_2 tömegű testet rögzítünk. A mozgó csigát tartó fonál egyik felét fixen rögzítjük, a másikat állócsigán keresztül egy m_1 tömegű testhez kötjük. Határozzuk meg az egyes testek gyorsulását, valamint a kötelet feszítő erő nagyságát! (A csigák tömegét, valamint a súrlódást hanyagoljuk el, a fonalat tekintsük nyújthatatlannak!) A mozgó csiga esetén a kötélhossz állandósága jelenti a geometriai kényszert, amiből a gyorsulások között fennálló kapcsolatra a kötélszárak elmozdulás miatti változásának összehasonlításával juthatunk el.



3. ábra. (a) A mozgó csiga elmozdulása fele akkora, mint az álló csigán átvetett szabad végének elmozdulása. (b) Vázlatrajz a mozgó „csigás” feladathoz

A kötélhossz állandóságából egyszerűen megállapítható, hogy a mozgó csigán lógó test elmozdulása Δt idő alatt feleakkora, mint a csigákon átvetett kötél szabad végén lógó testé. Ebből pedig következik, hogy a testek $\bar{v} = \Delta s/\Delta t$ átlagsebessége, illetve pillanatnyi sebessége hasonló arányt mutat, csakúgy, mint a sebességváltozásokból származó gyorsulások is.

Válasszuk pozitívnak a lefelé mutató irányt! A tömegpontokra felírható a mozgásegyenletek és kényszerfeltételek:

$$1)\ m_1 a_1 = m_1 g - K_1\ ,$$

$$2)\ m_2 a_2 = m_2 g - K_2$$

$$\blacksquare\ 2a_1 = -a_2$$

$$\blacksquare - 2K_1 = -K_2 = K_3$$

Az utolsó kényszerfeltétel a mozgó csiga elhanyagolható tömege miatt írható fel.

A felírt négy egyenlet alapján a rendszer mozgása leírható.

(A kötélerők indexelése itt formálisnak tűnik, mégis fontos. A forgómozgás tárgyalása után a feladat a tömeggel rendelkező csiga forgásával gazdagítható, Ebben az esetben azonban a két kötélerő különböző, eredő forgatónyomatékuk biztosítja a csiga szöggyorsulását.)

Megjegyezés:

A 9. évfolyamon nehéznek és bonyolultnak számító elméleti leírás könnyítésére a csigás feladatokat érdemes kísérletekkel illusztrálni, a kiszámított végeredményt méréssel igazolni. Ilyen feladat lehet a korábbiakban már tárgyalt Atwood-féle ejtőgéppel végzett mérés (A probléma lényegileg egy állócsigás feladatnak felel meg, azzal a kis különbséggel, hogy a csigán átvetett kötél két végén lógó tömegek részekből állnak, így az egyik oldalról áthelyezhetők a másikra, a mozgás gyorsulása, esetleg iránya is változik, miközben a csigán lógó össztömeg értéke állandó marad.)

2.2. Pontrendszer mozgásának leírása megmaradási tételekkel

A pontrendszer mozgása a newtoni mozgásegyenletekkel (a pontrendszer tagjai közti kényszerkapcsolatok figyelembevételével) teljes általánosságban leírható. A sokszor bonyolult és nehézkes számítások helyett azonban gyakran egyszerűbben is eredményhez juthatunk, ha a pontdinamikában már megismert módon a Newton-törvényeken alapuló, belőlük levezethető dinamikai tételeket (impulzustételt, munkatételt) a pontrendszerek esetén is kimondjuk és alkalmazzuk a feladatmegoldásban. Az alapóraszámban tanuló gimnáziumi osztályokban a pontrendszerre vonatkozó dinamikai tételeket közismert jelenségeket felidézve, levezetés nélkül mondjuk ki, majd kísérletek bemutatásával szemléltetjük és néhány egyszerű feladatban alkalmazzuk. Az emelt szintű osztályokban egyszerű jól kiválasztott konkrét esetekre vonatkozóan számítással, levezetéssel és kísérletekkel alapozzuk meg a tételek általános érvényű kimondását. A tételek az alkalmazásokon keresztül kapnak lényegi értelmezést és igazolást.

A következőkben a pontrendszerre vonatkozó tételek „emelt szintű” levezetése és a tételek szóbeli megfogalmazása után bemutatjuk, hogy néhány egyszerű feladat megtárgyalásán keresztül miként illusztrálható a tételek alkalmazhatósága.

2.2.1. Az impulzus-tétel, impulzusmegmaradás-tétele

Pontrendszer impulzusán a rendszert alkotó tömegpontok impulzusainak vektori összegét értjük:

$$\mathbf{p} = \sum_{\mathrm{i}} \mathbf{p}_{\mathrm{i}}$$

Egyetlen tömegpont impulzusának megváltozását a pontdinamikában tárgyalt impulzus-tétel szerint a tömegpontra ható erők erőlökésének vektori összege határozza meg:

$$\Delta\mathbf{p}_{\mathrm{i}} = \mathbf{F}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\Delta t + \textstyle\sum_{\mathrm{j}} \mathbf{F}_{\mathrm{ij}}\,\Delta t,$$

ahol $\mathbf{F}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$ a kiválasztott i-dik tömegpontra ható külső erők eredője, $\sum_j \mathbf{F}_{\mathrm{ij}}$ az i. tömegpontra ható, a pontrendszer többi tagjaitól származó (belső) erők eredője, Δt a kölcsönhatások időtartama.

Az egész rendszerre összegezve az impulzus változásokat, a

$$\Delta\mathbf{p} = \sum_{\mathrm{i}} \Delta\mathbf{p}_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathbf{F}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\Delta t + \sum_{\mathrm{i,j}} \mathbf{F}_{\mathrm{ij}}\,\Delta t$$

összefüggést kapjuk. A jobb oldali kettős összegben az $\mathbf{F}_{ij}, \mathbf{F}_{ji}$ belső erők párokba rendezhetők. Ezek az erők a hatás-ellenhatás elvének értelmében megegyező nagyságú, de ellentétes irányú erők, így vektori összegük $\boldsymbol{0}$. Ennek megfelelően az előbbi egyenlet a

$$\frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \sum_{\mathrm{i}} \mathbf{F}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}$$

alakra egyszerűsödik.

Az impulzustétel kimondja: A pontrendszer impulzusát csak külső erők tudják megváltoztatni, a belső erők nem játszanak szerepet benne. A pontrendszer impulzusának egységnyi időre jutó megváltozása a rendszerre ható külső erők eredőjével egyenlő.

Ebből a megállapításból azonnal következik az impulzusmegmaradás elve, miszerint zárt rendszer esetén a pontrendszer összimpulzusa állandó. Fontos hangsúlyozni, hogy az egyes tömegpontok lendülete változhat, csupán vektori összegük állandó.

Az impulzus-törvény alkalmazását konkrét feladat megoldásával mutathatjuk be. Alapszinten tanuló osztályokban a konkrét probléma lehet például a 2.1. pontban részletezett első feladat, amit azzal az új kérdéssel egészítünk ki, hogy mekkora a rendszer sebessége 1 másodperccel az indulást követően?

A kérdés természetesen egyszerűen megválaszolható a mozgásegyenletek felírásán alapuló korábbi megoldást alapul véve. A rendszer gyorsulásának értékét (a) ismerve a keresett sebesség: $v = a \cdot \Delta t$. Természetesen az egysoros megoldáshoz szükség volt a korábbi nem is olyan egyszerű számításokra is.

Az impulzustétel segítségével a kérdezett sebesség az előzetes eredmények nélkül is egyetlen sorban felírható. A tétel kimondja, hogy a pontrendszer összimpulzusát a rendszerre ható külső erők eredőjének és hatásidejének szorzata változtatja meg. Feladatunkban a súrlódást első lépésben elhanyagoltuk, a külső erő tehát F. Az impulzustételt leíró egyenlet:

$$F \cdot \Delta t = (m_1 + m_2)\Delta v \;\rightarrow\; \Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m_1 + m_2}.$$

Esetünkben természetesen a sebesség megváltozása megegyezik magával a végsebességgel. Az impulzustétel alkalmazásával tehát több esetben megspórolható a mozgásegyenletek felírása és a gyorsulás meghatározása.

Megjegyzés:

A tétel alkalmazása csak állandó erő esetén ilyen egyszerű! Ha az erő nem állandó, akkor a fenti egyenlet csak kicsiny elemi időtartamokra írható fel, és a teljes impulzusváltozás az erőlökések összegezésével kapható meg.

A következő feladattal azt mutathatjuk be, hogy az impulzustétel, illetve zárt rendszer esetén az impulzusmegmaradás tétele akkor is alkalmazható, ha mozgásegyenletek felírásához sincs elég ismeretünk.

Feladat: *Az m_1 tömegű személy m_2 tömegű, lapos, súrlódás nélkül mozgó kocsi egyik végén áll. Mekkora lesz a rendszer tagjainak sebessége, miután a személy átsétál az eredetileg álló kocsi másik végére és ott ismét megáll?*

A rendszer lendülete kezdetben zérus, és külső erők hiányában mindvégig állandó. Következésképpen, amikor a személy ismét megáll, a kocsi is megáll és a teljes rendszer nyugalomba kerül.

Az általános gondolatmenet mellett érdemes a feladatot a mozgás részleteit is figyelembe véve megoldani. Legyen a személy földhöz viszonyított sebessége v_1, amikor megindul a kocsin. Ekkor igaz az impulzusmegmaradást kifejező

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

összefüggés, ahol v_2 a kocsi sebessége. Tehát

$$v_2 = -\frac{m_1 v_1}{m_2}.$$

A személy megindulásakor tehát a kocsi is megindul, de a személyével ellentétes irányú sebességgel. Ha a személy megáll, az azt jelenti, hogy sebessége megegyezik a kocsi sebességével (közös sebesség legyen v), így

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v = 0\,,$$

Ami csak akkor lehet igaz, ha $v = 0$.

Az impulzus-tétel és az impulzusmegmaradás tétele sok egyszerű kísérlettel szemléltethető, és számos köznapi tapasztalatra kínál egyszerű fizikai értelmezést. A középiskolában ezek közül néhánynak a bemutatása szemléletformáló, mert rámutat a fizikai ismeretek gyakorlati hasznosságára. A következő linkek ehhez ajánlanak segítséget

A pontrendszerek dinamikájára vonatkozó kísérletek, Fizikai Kísérletek Gyűjteménye I. III fejezet.

http://metal.elte.hu/~phexp/tart/tt_prd.htm

Emelt szintű érettségi mérési feladat: *A lendületmegmaradás törvényének egyszerű kísérleti igazolása. Dinamikus tömegmérés*

Részletek >>>

Emelt szintű érettségi mérési feladat: *Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával*

Részletek >>>

2.2.2. A tömegközéppont fogalma és a tömegközéppont-tétel

A tömegközéppont fogalma

A tömegközéppont fogalma azt az egyszerűsítő törekvést fejezi ki, hogy szeretnénk a pontrendszer mozgását egyetlen pont mozgásával leírni. A fogalom bevezetését egyszerű kísérlettel kezdhetjük. Dobjuk el a táblai szivacsot, úgy, hogy jól láthatóan a ferde hajítás ívelt parabola-pályáján mozogjon! A ferde hajítást minden diák jól érzékeli, annak ellenére, hogy a szivacs nemcsak haladó mozgást végez a hajítási pályán, hanem az esetek többségében bonyolult térbeli forgást is. Egyértelmű, hogy a szivacsnak van olyan pontja, ami pontosan a hajítási pályán mozog. Nyilvánvaló, hogy a szivacs mozgását ez a pont reprezentálja legjobban. Ezt, a kiterjedt test mozgását legjobban meghatározó pontot nevezzük tömegközéppontnak. Célunk az lehet, hogy ennek a pontnak a helyét a testhez viszonyítva határozzuk meg.

Legegyszerűbb, de nagyon gyakran csak a diákokat elriasztó üres fogalomra vezet, ha a tömegközéppontot az

$$\boldsymbol{r}_{TKP} = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}$$

általános definícióval adjuk meg. Az általános definíció alkalmazás szintű megértéséhez a tapasztalat szerint még a jobb képességű osztályoknak is hosszabb gyakorlásra van szüksége. Az általános tantervű osztályokban pedig ahol gyakorlásra nem jut idő, az egyszerű feladatok is szinte megközelíthetetlenné válnak, ha megoldásukhoz az általános definíciót akarjuk felhasználni. Az általános definíciót és következményeit a következő melléklet mutatja.

A tömegközéppont általános definíciója

Részletek >>>

A tömegközéppont fogalmát pontos definíció nélkül intuitív módon is elkezdhetjük kialakítani.

Az általános tantervű osztályokban célszerű csak homogén és szimmetrikus testekre vonatkozó feladatokkal foglalkozni, és a tömegközéppontot intuitív módon az ilyen testek könnyen kijelölhető geometriai középpontjával azonosítani. Már itt érdemes rámutatni, hogy a tömegközéppont geometriai konstrukció, s még az sem szükséges, hogy hozzátartozzon a testhez, amelyet reprezentál. (Gondoljunk például arra, hogy a gyűrű geometriai középpontjában nincsen tömeg.) A pontosabb fogalomalkotáshoz felhasználhatjuk, hogy a homogén testek tömegközéppontja megegyezik a testek geometriájából ismert súlypontjával amelynek fogalmával és meghatározásának módszerével a diákok már 7-8. évfolyamon megismerkednek.

A súlypont és a tömegközéppont hallgatólagos azonosításával tetszőleges test tömegközéppontját kísérleti úton meghatározhatjuk. Amikor a tanulók már viszonylag biztosan bánnak a fogalmakkal, akkor rámutathatunk, hogy a súlypont definíciója és kísérleti meghatározása a homogénnek tekinthető nehézségi erőtérben történik, a tömegközéppont azonban az erőhatásoktól függetlenül csak a test tömegeloszlásának geometriájától függ, és a testhez képest mindig ugyanott van. Amennyiben azonban a súlypont helyét a nehézségi erőtérben kísérletileg meghatározzuk és a testhez képest megjelöljük, akkor ez a pont megegyezik a test tömegközéppontjával. Kisebb hibát követünk el, ha tanulóink nincsenek pontosan tisztában a súlypont és a tömegközéppont közötti fogalmi különbséggel, mintha semmit sem tudnak a tömegközéppontról.

Az intuitív fogalmat tovább fejlesztve, az eldobott szivaccsal végzett kísérletre támaszkodva a tömegközépponttól, azt várjuk, hogy a test mozgását a lehető legpontosabban mutassa. Elvárható tehát, hogy olyan pont legyen, amelyhez hozzárendelhető a test teljes impulzusa, azaz amelynek sebességét a test (pontrendszer) $M = \sum_i m_i$ össztömegével megszorozva a test összimpulzusát kapjuk:

$$\mathbf{v}_{TKP} = \frac{\mathbf{p}}{M} = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{M} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i}$$

Megjegyzés:

Természetesen ha a tanítást a $\boldsymbol{r}_{TKP} = \frac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}$ összefüggéssel indítottuk, akkor ez levezethető a definícióból.

A középiskolában bemutatható kísérletek értelmezéséhez, a feladatok megoldásához többnyire elegendőek a fenti ismeretek. Látni fogjuk, hogy gyakran nincsen szükség a tömegközéppont koordinátáinak pontos meghatározására, elegendő a tömegközéppont helyének geometriai szemlélet alapján történő kijelölése, és annak felhasználása, hogy a tömegközéppont egyetlen anyagi pontként hordozza a rendszer összimpulzusát.

Ez elegendő a tömegközéppont tétel kimondásához is. Az impulzustétel szerint tetszőleges pontrendszer összimpulzusának változása megegyezik a rendszerre ható külső erők eredőjével:

$$\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \sum_i \mathbf{F}_i^k$$

Az egyenlet baloldalát megszorozva és el is osztva a rendszer M össztömegével, azt kapjuk, hogy:

$$M \frac{\Delta \frac{\mathbf{p}}{M}}{\Delta t} = \sum_i \mathbf{F}_i^k$$

Az összefüggést a tömegközéppont sebességének definíciójával az

$$M \frac{\Delta \mathbf{v}_{TKP}}{\Delta t} = \sum_i \mathbf{F}_i^k$$

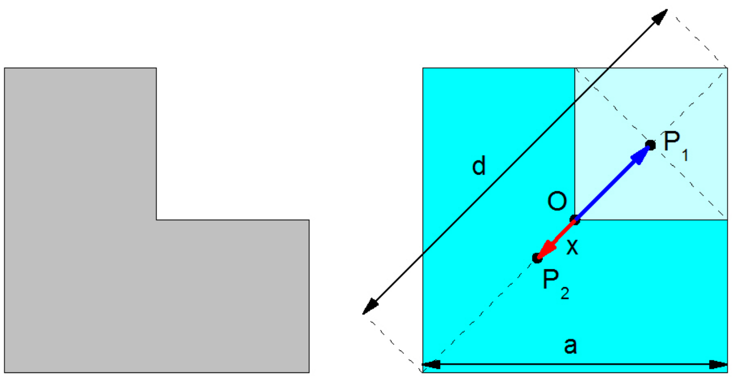
alakra hozhatjuk, ami azt jelenti, hogy a rendszert egyetlen ponttal, a tömegközépponttal helyettesíthetjük. Az impulzustétellel egyenértékű tömegközéppont tétel szerint:

A tömegközéppont úgy mozog, mintha benne a rendszer teljes tömege lenne egyesítve, és rá a külső erők eredője hatna.

Hangsúlyoznunk kell természetesen, hogy a tömegközéppont mozgásának ismeretéből nem következtethetünk a rendszer tagjainak mozgására.

Szemléltető kísérlet a tömegközéppont (súlypont meghatározására)

Az a élhosszúságú d vastagságú lemez sarkából kivágunk - a rajzon látható módon - egy $a/2$ oldalú négyzetet darabot. - *Határozzuk meg az így kialakult idom tömegközéppontját számítással, majd kísérleti módszerrel is!*



4. ábra. A szemléltető feladatban szereplő L alakú idom. A bal oldali rajz a megoldás értelmezéséhez szükséges jelöléseket mutatja.

Megoldás

A kivágott négyzet területe a teljes négyzet területének éppen negyed része. Mivel a kartonlap vastagsága mindenütt azonos, a kartonpapír tetszőleges darabjának tömege arányos a lap területével. Tekintsük egységnyinek a kivágott darab tömegét. A maradék lap tömege ekkor 3 egység.

Egészítsük ki a lapot a kivágott negyed darabbal teljes négyzetté. A teljes négyzet tömegközéppontja szimmetria okból a négyzet O középpontjában van. A kiegészítő négyzeté hasonló okból saját P_1 középpontjába esik. A háromszoros területű egyenlőszárú L alakú síkidom P_2 tömegközéppontja a szimmetria miatt az OP_1 egyenesre, a négyzetek átlójára esik. Tudjuk, hogy az $\overline{OP_1}$ szakasz hossza a teljes négyzet $d = a\sqrt{2}$ hosszúságú átlójának negyede.

Jelöljük x-szel az OP_2 távolságot, azaz az L alakú test tömegközéppontjának a teljes négyzet középpontjától mért távolságát.

A kis négyzet és az L alakú test tömegét rendre a P_1 és P_2 pontban egyesítve, a két tömegpontból álló rendszer tömegközéppontjának az O pontba kell esni. Így, fennáll, hogy

$$3x = \frac{d}{4},$$

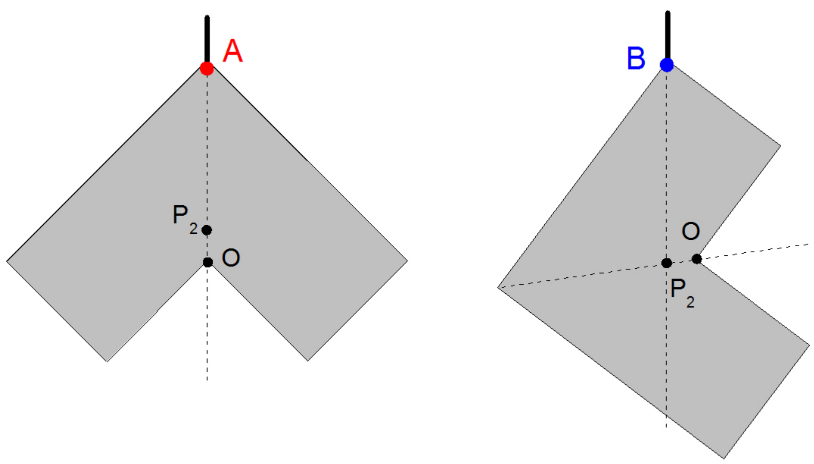
azaz

$$x = \frac{d}{12},$$

vagyis az L alakú idom tömegközéppontja az O ponttól a négyzet átlójának 1/12-ed résznyi távolságban az átló mentén.

Kísérleti ellenőrzés

Függesszünk fel cérnaszálon az L alakú lapot az A pontnál fogva és jelöljük be a lapon a felfüggesztő szál egyenesét. Végezzük el ezt a C pontban felfüggesztett lappal is. A két egyenes a lap két súlyvonala, metszéspontjuk megadja a tömegközéppont helyét.



5. ábra. Súlypont meghatározása különböző felfüggesztési pontok alapján.

Megjegyzések:

- Természetesen a lapot tetszőleges helyen felfüggeszthetjük, a fonal egyenese kijelöli az idom egy súlyvonalát. Két súlyvonal metszéspontja mindig ugyanazt a pontot, a test súlypontját jelöli ki.
- Ha a lap szimmetriáját kihasználjuk, azaz észrevesszük, hogy a tömegközéppontnak az OP_1 egyenesére kell esni, akkor elegendő egyetlen felfüggesztett helyzetben kijelölni a súlyvonalat. A tömegközéppont a súlyvonal és az OP_1 egyenes metszéspontja lesz.
- Eljárásunkat ellenőrizhetjük, ha a lapot vízszintes helyzetben, a tömegközéppontjában tűheggyel támasztjuk alá. A lapnak egyensúlyban kell maradnia.

A tömegközéppont megmaradásának tétele

Az impulzusmegmaradás tétel szerint, amennyiben a pontrendszerre ható külső erők eredője zérus, akkor a rendszer összimpulzusa a mozgás során álladó. A tételből azonnal következik, hogy ebben az esetben a tömegközéppont sebessége is állandó marad, hiszen a tömegközéppont sebessége a rendszer összimpulzusának és össztömegének a hányadosa:

$$\mathbf{v}_{TKP} = \frac{\mathbf{p}}{M} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i}$$

A tételt érdemes többféleképpen is megfogalmazni, hogy a tanulók az alkalmazás során a leginkább megfelelő formát választhassák.

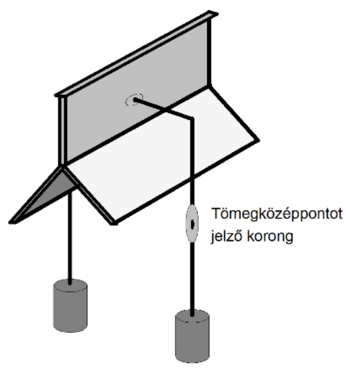
Fogalmazhatunk úgy is, hogy zárt rendszer esetén a tömegközéppont impulzusa nem változik, azaz zárt rendszer tömegközéppontjának sebessége állandó. Különleges eset, amikor a tömegközéppont sebessége zérus, mert akkor a tömegközéppont helye változatlan marad a rendszer mozgása során. Ezt emeli ki a tétel következő megfogalmazása:

Zárt pontrendszerre érvényes az impulzusmegmaradással egyenértékű tömegközéppont-megmaradási tétel. Eszerint: *zárt rendszer tömegközéppontja nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.*

A tétel pontos megértését egyszerű kísérletekkel és feladatokkal érdemes segíteni.

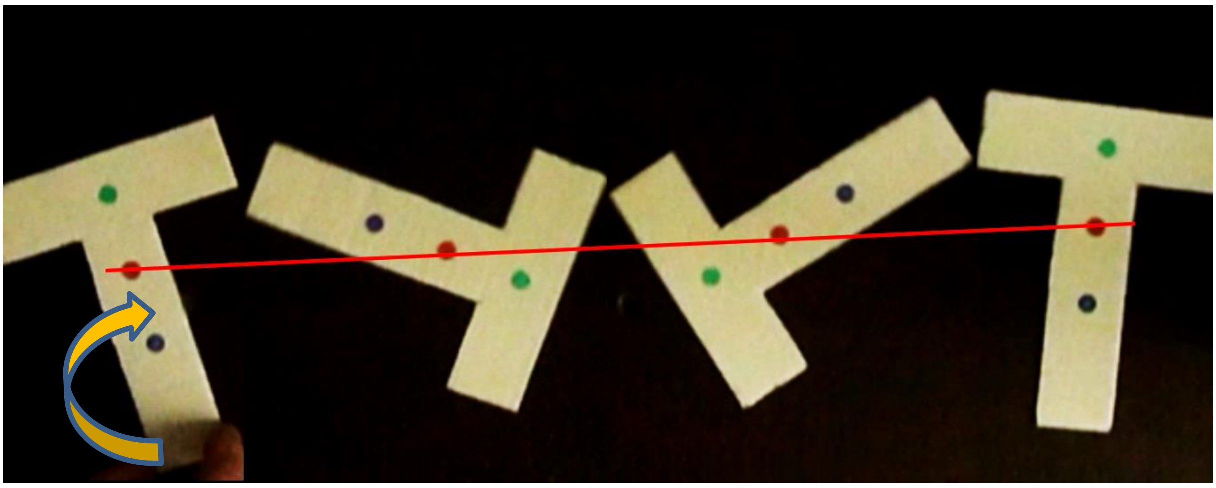
Szemléltető kísérletek

a) A tömegközéppont-megmaradása jól bemutatható, vízszintes légpárnás sínpályán futó kocsival. A légpárnás sínre illeszkedő “kocsira” alulról kettős rúdingát függesztünk, az ábrán látható módon. (Az ingák tömege legyen összemérhető a kocsi tömegével, de ne terhelje annyira a kocsi, hogy a légpárna ne működjön!) Az inga rúdján színes papírkorong felragasztásával jelöljük meg a tömegközéppont magasságát! A sín vízszintes helyzetében a magára hagyott kocsi nyugalomban marad. Fogjuk meg egyik kezünkkel a kocsit, a másikkal térítsük ki az ingát és hagyjuk magára a rendszert!



A kocsi az inga lengéséve ellentétes fázisban ide-oda mozog (a rendszer összimpulzusa mindvégig zérus). A kocsi és az inga mozgása ellenére a tömegközéppontot jelölő korong helye nem változik.

b) A tömegközéppont-megmaradás tétele nagyon jól szemléltethető légpárnás asztalon meglökött és magára hagyott különböző alakú lapok mozgásakor is. A mozgásról készült fotósorozat, strobokép vagy videofilm kiértékelése meggyőzően bizonyítja, hogy a meglökött test tömegközéppontja, a test forgásától függetlenül egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A 6. ábrán bemutatott stroboszkópos fotó légpárnás asztalon meglökött ’T’ alakú test forogva-haladó mozgásáról készült. (A ’T’ szára és teteje egyforma méretű. A két rész tömegközéppontját külön-külön a kék és a zöld folt jelöli. A teljes rendszer tömegközéppontja a kék és zöld pontok távolságának felezőpontja, amit piros pont jelöl.) A mozgásról egyenlő időközönként készített sorozatfelvételen jól látszik, hogy a test bonyolult mozgása ellenére a tömegközéppont egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.



6. ábra. ’T’ alakú test mozgása légpárnás asztalon.

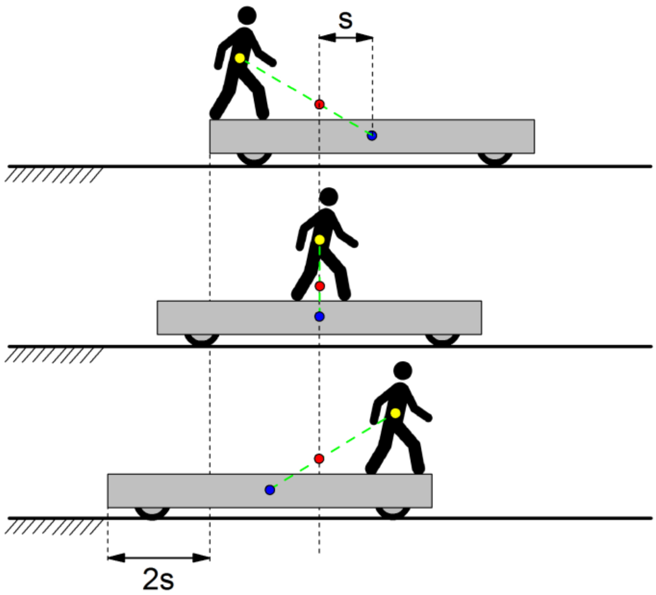
Feladat az impulzusmegmaradás és tömegközéppont-megmaradás tételének alkalmazására

Az impulzus- és tömegközéppont megmaradást illusztrálandó érdemes visszatérni az impulzusmegmaradás törvényével már megoldott kiskocsis feladatra, érdemes azonban további a rendszer tagjainak elmozdulására vonatkozó kérdést is felvetni.

Az m_1 tömegű személy m_2 tömegű, lapos, súrlódás nélkül mozgó kocsi egyik végén áll. Mekkora lesz a rendszer tagjainak sebessége, miután a személy átsétál a kocsi másik végére és ott ismét megáll? Mennyivel mozdult el ezalatt a személy és a kiskocsi a nyugvó koordinátarendszerben?

A feladat első részét az impulzusmegmaradás tételével már megoldottuk, ezért használjuk most a tömegközéppont megmaradás tételét.

Mivel kezdetben a tömegközéppont nyugalomban van, az átgyalogolás alatt is nyugalomban kell maradnia. A 7. ábrán piros pont jelöli a tömegközéppontot. Jelöljük ennek a pontnak a kocsi középpontjától mért vízszintes irányú távolságát s-sel. Ez a hossz a tömegek ismeretében egyszerűen meghatározható. Mikor a személy az egyik oldalról a másikra megy át, akkor egyszerűen látható, hogy a kocsihoz képest a tömegközéppont teljes elmozdulása $2s$. Ennyivel kell elmozdulnia a kiskocsinak ellenkező irányban, hogy a tömegközéppont helyben maradhasson. A mozgó személy elmozdulása a nyugvó rendszerben ennek megfelelően L-2s. Vegyük észre, hogy az elmozdulás nem függ az átkelés sebességétől.



7. ábra. Könnyen mozgó kocsi elmozdulása a rajta sétáló személy mozgása miatt

2.2.3. Munkatétel és a mechanikai energiamegmaradás tétele pontrendszer esetén

A pontrendszer mozgási energiája az egyes tömegpontok mozgási energiáinak összege.

$$E_m = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \, .$$

Minden tömegpontra felírva a munkatételt és összeadva az egyenleteket azt kapjuk, hogy a pontrendszer mozgási energiájának megváltozása a külső ($W_{külső}$) és belső erők ($W_{belső}$) rendszeren végzett munkájának összegével egyenlő

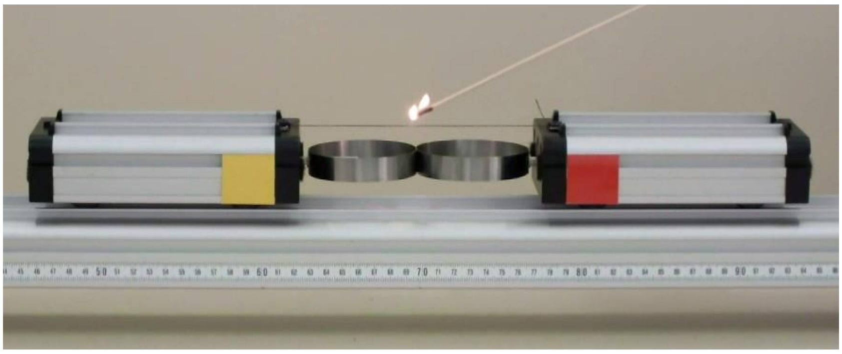
$$\Delta E_m = W_{külső} + W_{belső} \, .$$

A munkatétel tanítása során hangsúlyoznunk kell, hogy a rendszer kinetikus energiáját a külső és a belső erők munkája egyaránt megváltoztatja. Ez lényeges eltérés a pontrendszerre vonatkozó másik két tételtől, ahol a belső erők nem játszanak szerepet.

Itt nagyon fontos annak kiemelése is, hogy a pontrendszer kinetikus energiájának megváltozása nem az erők eredőjének munkájával, hanem az erők egymástól függetlenül kiszámított munkájának összegével egyenlő. Ez annak a következménye, hogy a rendszerre ható erők a rendszer különböző pontjaiban támadnak és a rendszer pontjainak elmozdulása, amelyen az ott támadó erők munkája történik, nem azonos.

Illusztráló kísérlet

Két könnyen futó kiskocsi közé helyezzünk összenyomott laprugót! (A rugót összenyomott állapotban cérnával összekötve rögzítjük) A cérnát elégetve oldjuk fel a rugót (8. ábra)!



8. ábra. Összenyomott laprugóval egymáshoz rögzített kiskocsik.

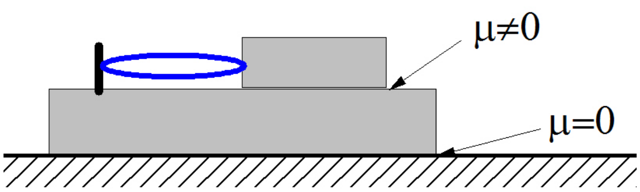
A rugóerő a két kocsi között ható belső erő, ami ellenkező irányba löki szét a kocsikat. A rugóerő munkája mindkét kocsinak kinetikus energiát ad. A rendszer összenergiája a két kocsi energiájának összege.

A kísérlet bemutatása során érdemes felidézni a zárt rendszerre érvényes impulzusmegmaradás törvényt és azt is alkalmazni a kísérletre. (Kezdeti állapotban a rendszer összimpulzusa zérus. Mivel az impulzus vektormennyiség a két ellentétes irányban szétlökött kocsi impulzusának összege továbbra is zérus marad.) A diákoknak érdemes ismételten hangsúlyozni, hogy a kinetikus energia négyzetes sebességfüggése miatt a kinetikus energiában nincs szerepe a sebességek irányának.

A mechanikai energiamegmaradás tétele

Amennyiben az anyagi pont esetén a mechanikai energia megmaradását több erő esetén is kellő részletességgel tanulmányoztuk, akkor a diákok már az előző illusztratív példával kapcsolatban is felvetik, hogy a rugó energiájának és a kocsik kinetikus energiájának összege a mozgás során állandó. Általánosan azt mondhatjuk, hogy amennyiben mind a külső mind a belső erők potenciálosak, akkor az anyagi ponthoz hasonló módon felírhatjuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét.

Érdemes legalább kvalitatív szinten megtárgyalni olyan feladatot, amelyben a rendszer kinetikus energiáját belső erők disszipálják. Ilyen feladat lehet például a következő: Vízszintes súrlódásmentes alapon (légpárna) M, és azon m tömegű test van. A m tömegű testhez húzó nyomó rugó csatlakozik, amelynek végét a M tömegű testhez rögzítettük. A m és M tömegű test között a súrlódási együttható nem zérus. A rugót megnyújtjuk, a rendszert nyugalomban tartjuk, majd elengedjük. Mi történik?



A rendszerre érvényes az impulzus és a tömegközéppont megmaradás törvénye, a mechanikai energiamegmaradás azonban nem. Amikor a rendszert magára hagyjuk, mindkét test rezgésbe jön a közös tömegközéppont körül. Az egymáson csúszó testek között fellépő súrlódási erő miatt azonban a rezgések amplitúdója egyre csökken, s végül, amikor a súrlódási munka nagysága megegyezik a megnyújtott rugó kezdeti rugalmas energiájával, akkor a rendszer nyugalomba kerül. A két test olyan helyzetben marad, hogy tömegközéppontjuk a kiindulási pillanatbeli helyen rögzül.

2.3 Ütközések

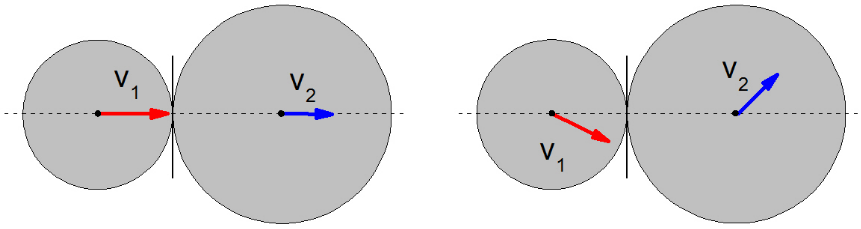
Alapfogalmak

Rugalmas és rugalmatlan ütközés

Ütközésről akkor beszélünk, ha két test között rövid idejű mechanikai kölcsönhatás lép fel úgy, hogy az egyéb erőhatások elhanyagolhatóak. Az ütközések általában gyorsan végbemennek, ezért sokszor pillanatszerűnek tekintjük őket. A valóságban az ütközés összetett folyamat, ami jól bemutatható kör alakúra hajlított laza laprugóval felszerelt kiskocsik ütköztetése során. Az ütközési folyamat két részből áll. Az első szakaszban az ütköző testek deformálódnak, amit jól mutat a kör alakúra hajlított laprugók benyomódása. A deformálódás során mindkét kocsi sebessége változik. A maximális deformáció pillanatában a két test sebessége megegyezik. Rugalmas ütközés esetén ezután következik az ütközés második szakasza, amikor a rugók visszanyerik eredeti alakjukat és eközben ismét erővel hatnak egymásra. Ha a deformáció során fellépő belső erők tökéletesen rugalmasak, az ütközés során a rendszer mechanikai energiája megmarad. Ha a belső erők disszipatívak, az ütközés második szakasza csak részben zajlik le, de akár el is maradhat. Ez utóbbi esetben az ütköző testek együtt, közös sebességgel mozognak tovább, ilyenkor tökéletesen rugalmatlan ütközésről beszélünk. A rugalmatlan ütközésben az ütköző testek kezdeti kinetikus energiájának jelentős része disszipálódik, a testek belső energiájává alakul. A gyakorlatban tökéletesen rugalmas ütközések nincsenek, mechanikai energiaveszteség mindig fellép, de lehetnek olyan esetek, amikor a veszteség elhanyagolható. Az ütközések rugalmasságát az ún. „ütközési szám” jellemzi. Az ütközési szám az ütközés előtti és az ütközés utáni impulzusok hányadosa.

Centrális ütközés

Feltételezve, hogy ütközéskor a két test pontszerűen érintkezik (kicsi a deformáció), definiálhatjuk az ütközési normálist, mint az érintkezési felületre állított merőlegest (9. ábrán szaggatott vonallal jelöltük). Centrálisnak nevezzük azokat az ütközéseket, amelyekben az ütközési normális átmegy mindkét test tömegközéppontján. Középiskolában lényegében csak centrális ütközések tárgyalhatók. Ezek között kitüntetett szerepe van az egyenes ütközésnek, amelyben a sebességvektorok az ütközési normálissal párhuzamosak.



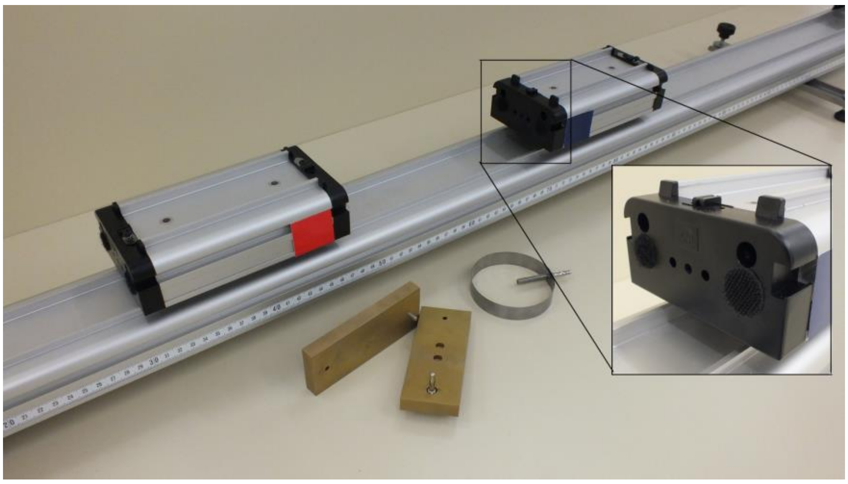
9. ábra. Centrális ütközések. Bal oldalon egyenes ütközés, jobb oldalon egy általános eset látható.

2.3.1. Egyenes ütközés

Jegyzetünk dinamika részének 1.2.2. fejezetében részletesen foglalkoztunk az erő fogalmának kiskocsik ütközése során fellépő párkölcsönhatásokra alapozott bevezetésével. Ha a dinamika tárgyalása során ezt az utat választottuk, a tanulók számára már ismert, hogy az egyenes ütközés során fellépő a párkölcsönhatás során a rendszer összimpulzusa megmarad. Ha az erő fogalmát statikus erőmérésre alapozva vezettük be, akkor az ütköző testek párkölcsönhatását az egyszerű pontrendszerekre érvényes tételek alkalmazási példájaként tárgyaljuk.

Egyenes ütközések kísérleti vizsgálata sínen futó kiskocsikkal

Egyenes ütközés kísérletileg egyszerűen sínpályán mozgó kiskocsik segítségével mutatható be. Ilyen készletek a tanszer kereskedelemben beszerezhetők. A két kiskocsi közé rugalmas ütköző vagy tépőzár rögzíthető, a kocsik tömege súlyok ráhelyezésével változtatható (lásd 10. ábra).



10. ábra. Összeállítás ütközési kísérletekhez.

A sínen mozgó két kiskocsi, ha a súrlódás elhanyagolható, olyan pontrendszert alkot, amelyben csak belső erők hatnak, így alkalmazható a lendületmegmaradás tétele.

Helyezzünk a két kiskocsira rugalmas ütközőt és lökjük őket egymásnak. Ekkor a tapasztalat szerint mechanikai energiaveszteség nem lép fel. Az ütközés előtti (v_1, v_2) és utáni (u_1, u_2) sebességekkel felírható - a lendületmegmaradást és az energiamegmaradást kifejező egyenlet:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \,,$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \,,$$

ahol m_1 és m_2 a testek tömegét jelöli. A két egyenlet alapján az ütközés utáni sebességek kiszámíthatóak. Azokat az ütközéseket, amelyekben mechanikai energiaveszteség nem lép fel tökéletesen rugalmasnak nevezzük.

A két kiskocsi közé tépőzárat helyezve azt tapasztaljuk, hogy a testek az ütközést követően összetapadva, közös sebességgel (v_k) haladnak tovább. Természetesen az impulzus-megmaradás ebben az esetben is érvényes, tehát felírhatjuk, hogy

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k \,,$$

A kezdősebességek ismeretében a közös sebesség kiszámítható. Azokat az ütközéseket, amelyek után a testek közös sebességgel folytatják az útjukat, tökéletesen rugalmatlannak nevezzük. Megjegyezzük, hogy a mechanikai energiaveszteség ebben az esetben maximális.

Az ütközések bemutatása akkor a leghatékonyabb, ha kísérlettel ellenőrizhetőek a kiszámított, ütközés utáni sebességek. Ez alapvetően nem egyszerű feladat, de manapság könnyen megvalósítható számítógép segítségével. Elvégezhető fénykapus méréssel, videófelvétel kiértékelésével (Tracker), de „in situ" kísérletezéssel összekapcsolt webkamera alapú mérőszoftverrel (WebCam) is.

Ütközési kísérletek WebCam mérő programmal (D7)

Részletek >>>

Az órai kísérletezést nem pótolja, de jól kiegészíti, ha az ütközések fizikáját számítógépes szimulációk készítésével illetve kész programok alkalmazásával is vizsgáljuk.

Ütközések vizsgálata mozgás-szimulációs programmal

Részletek >>>

Az iskolai ütközéses kísérletek értelmezésére használt fizikai fogalmak és törvények, a köznapi ütközéses jelenségekre is alkalmazhatók. Mivel a 9. évfolyamon a diákok többsége már tervezgeti, hogy hamarosan autóvezetői vizsgát tesz, a közlekedési ütközések fizikai tárgyalása érdekli a tanulókat. Alkalmi tanári előadásként, a diákok aktív részvételére építő szakköri foglalkozásokon, esetleg projektmunka keretében érdemes foglalkozni az autós ütközések fizikájával.

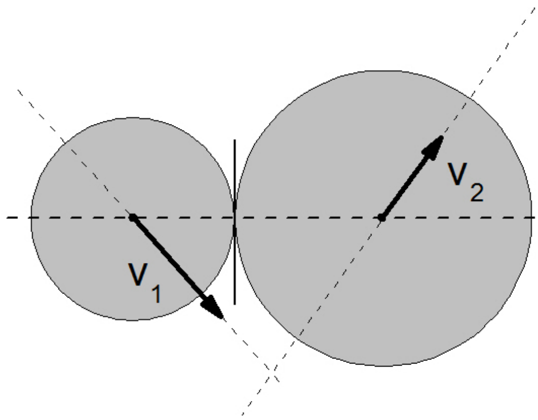
Ütközéses balesetek a közlekedésben (Szakköri feldolgozás javasolt anyaga)

Részletek >>>

2.3.2. Ferde ütközés

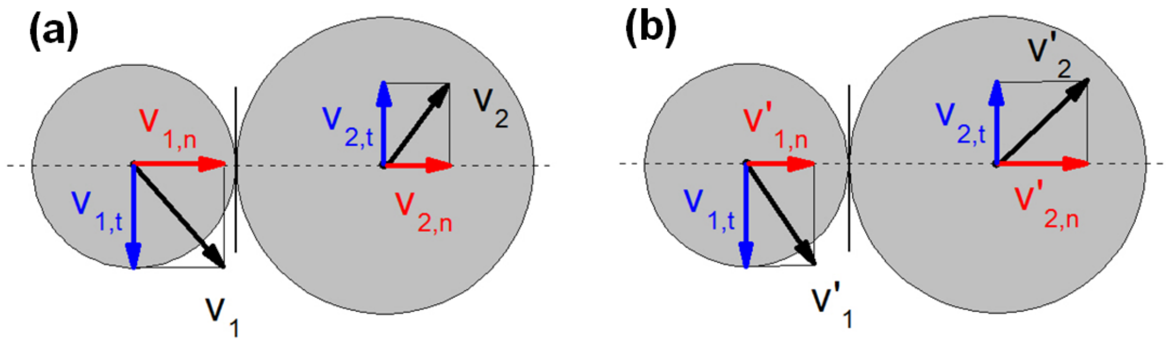
A ferde ütközések általános tárgyalása nem egyszerű, a középiskola lehetőségeit meghaladja. A gimnáziumban a ferde ütközés néhány egyszerű esetével, kiegészítő vagy szakköri anyagként foglalkozhatunk. Szorítkozzunk a centrális, tökéletesen rugalmas és súrlódás nélküli ütközésekre!

A 11. ábra két korong centrális ferde ütközését szemlélteti. A rajzon jelöltük a két test ütközés előtti sebességvektorát ($\mathbf{v_1}, \mathbf{v_2}$), továbbá szaggatott vonallal a testek ütközés előtti mozgásának pályáját, valamint a tömegközéppontokat összekötő egyenest, amelynek helyzete igazolja, hogy az ütközés centrális. Berajzoltuk továbbá az ütközési normálist.



11. ábra. Két különböző méretű korong centrális, ferde ütközése. A ábrán jelölve vannak az ütközés előtti sebességek.

A rugalmas és súrlódás nélküli ütközés értelmezéséhez a két test ütközés előtti sebességvektorát az ütközési normális irányába eső, és arra merőleges (érintő, tangenciális irányú) komponensre érdemes felbontani. Mivel a két korong között súrlódás nincs, mindkettőjük tangenciális sebessége változatlan marad az ütközés után is. A normális irányú sebességkomponensek pedig az egyenes irányú rugalmas ütközésre érvényes impulzusmegmaradás és energiamegmaradás törvény szerint változnak az ütközés során. A 12a. ábra az ütközés előtti pillanatban, a 12b ábra az ütközés utáni pillanatban mutatja a megváltozott sebesség-összetevőket és az belőlük adódó eredő sebességeket.



12. ábra. Sebesség vektorok felbontása a) ütközés előtt b.) ütközés után

Amennyiben a korongok tömege egyenlő, akkor a korábban már megoldott centrális és egyenes ütközésre vonatkozó feladat eredménye szerint a korongok normális irányú sebessége az ütközés után felcserélődik. Következésképpen, ha ütközés előtt az egyik korong állt, akkor az elpattanás után a korongok egymásra merőleges sebességgel mozognak. (A mozgó korong ütközési normálisra merőleges sebessége megmarad, az erre merőleges ütközési normálisba eső sebességet pedig átadja a másik korongnak.)
A ferde ütközés egymásnak pöckölt pénzérmékkel, vagy gombfocikorongokkal tanulókísérletként is vizsgálható. Az ütközésről okos telefonnal készített videofelvétel kiértékelhető. A kiértékeléshez jól használhatók a számítógépes mozgáskiértékelő szoftverek (Tracker, LabCam)

Korongok ferde ütközésének vizsgálata WebCam mérő programmal

Részletek >>>

3. Merev test, mint pontrendszer

A merev test mozgásának általános leírása középiskolai szinten nem tárgyalható. Legáltalánosabb szinten is csak a síkmozgás leírásáig érdemes eljutni.

Emiatt a szokásos, kinematika, dinamika sorrendet megfordítva, érdemes az általános iskolai ismeretekre támaszkodva a statikával kezdeni. Ezután a mozgás leírását indítsuk a tengely körüli forgással. A forgómozgás alaptörvényét célszerű kísérlettel alátámasztva, önálló törvényként bevezetni, majd ennek alapján már kiemelni a haladó mozgással való analógiákat. Speciális tantervű osztályokban megmutatható, hogy a forgómozgás alapegyenlete akár a dinamika alaptörvényéből, vagy akár a munkatétel alapján levezethető.

Amennyiben lehetőségünk van rá, ezután foglalkozhatunk a merev test síkmozgásával, amelynél már fontos a kinematikai leírás is.

Megjegyzés:

A merev testek általános mozgása nagyon sok látványos kísérlettel illusztrálható. Különösen a forgózsámolyos és pörgettyűs kísérletek népszerűek, természettudományos játszóházakban is gyakran találkozhatunk velük. A kísérletek magyarázata azonban nem egyszerű. Semmiképpen sem akarunk senkit sem elriasztani ezeknek a kísérleteknek a bemutatásától. Többnyire azonban érdemes megmaradni a tapasztalatok regisztrálásánál és a jelenség magyarázatára nem kell feltétlen törekednünk.

3.1. Merev test sztatikája

Az általános iskolában a diákok az egyszerű gépek tanulmányozása kapcsán már foglalkoztak kiterjedt merev testek egyensúlyával. Ismert az erővektor támadáspontjának, hatásvonalának, illetve az erők eredőjének fogalma, a szöget bezáró erők eredőjének megszerkesztése az erő forgató hatása, és a forgatónyomaték értelmezése. A középiskola ezeket az ismereteket egészíti ki, rendszerezi, és gyakorlati vonatkozású példákon alkalmazza.

A pontmechanikában a testre ható erők magától értetődően ugyanabban a pontban hatnak. A szöget bezáró erők eredője paralelogramma módszerrel néhány lépésben megszerkeszthető, ha az erőket kettesével csoportosítva összegezzük, majd ezt az eljárást a párok eredőjére addig alkalmazzuk, míg egyetlen eredőt kapunk. A pontszerű testek egyensúlyának magától értetődő feltétele, hogy a testre ható erők eredője zérus.

Kiterjedt testek esetén erőhatás a test tetszőleges pontjában felléphet. Bár a középiskolában csak olyan esetekkel foglalkozunk, ahol az erőrendszer egy síkba esik, a probléma így is sokkal összetettebb, mint egyetlen pontszerű test esetén. A test adott pontjában ható erőnek általános esetben egyszerre van forgató és gyorsító hatása. Ha a merev test szabadon mozoghat, az egyensúlynak kettős feltétele van, feltétel, hogy a testre ható erők vektori eredője zérus legyen ($\sum \mathbf{F} = 0$), továbbá, hogy az erők forgatónyomatékainak tetszőleges pontra vonatkoztatott előjeles összege is zérust adjon ($\sum \mathrm{M} = 0$). Kiterjedt testre ható erőrendszer esetén az egyszerűnek tűnő egyensúlyi feltételek konkrét esetekre vonatkozó alkalmazása egy sor részprobléma megtárgyalását kívánja. Ilyen például a párhuzamos hatásvonalú erők eredőjének meghatározása, a forgatónyomatékok viszonyítási pontjának kiválasztása, az erőpár jellemzése, a testre ható erők rendszerének redukálása egyetlen eredő erőre és egy erőpárra, stb. Természetesen a szaktanár megítélésére van bízva, hogy adott osztályban ezekből mennyit emel be a törzsanyagba, és mit tekint fakultatív feladatnak.

Tengelyezett merev test esetén a rögzített tengely megakadályozza, hogy a test elmozduljon helyéről, csak a tengely körüli forgást teszi lehetővé. Általános esetben a tengely nem a tömegközépponton halad át. Ilyenkor a tengely a tömegközéppont körpályán tartásához szükséges erőt biztosítja. Amennyiben a tömegközéppont a tengelyben van, akkor a tengely által kifejtett erő a testre ható többi erő eredőjével azonos nagyságú és ellentétes irányú. Ebben az esetben a tengely kényszererő kifejtésével biztosítja, az $\sum \mathbf{F} = 0$ feltétel teljesülését. A tengelyezett merev test egyensúlya szempontjából tehát a $\sum \mathrm{M} = 0$ feltétel teljesülése a meghatározó.

A kiterjedt testek sztatikájának tárgyalása során a törvények illusztrálásában, és a problémamegoldás segítésében is egyaránt fontos, szemléletformáló szerepe van mind a tanári, mind a tanulói kísérletezésnek.

WWW

Merev testek egyensúlya, Fizikai Kísérletek Gyűjteménye IV.1.

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/szt/d1s1.htm

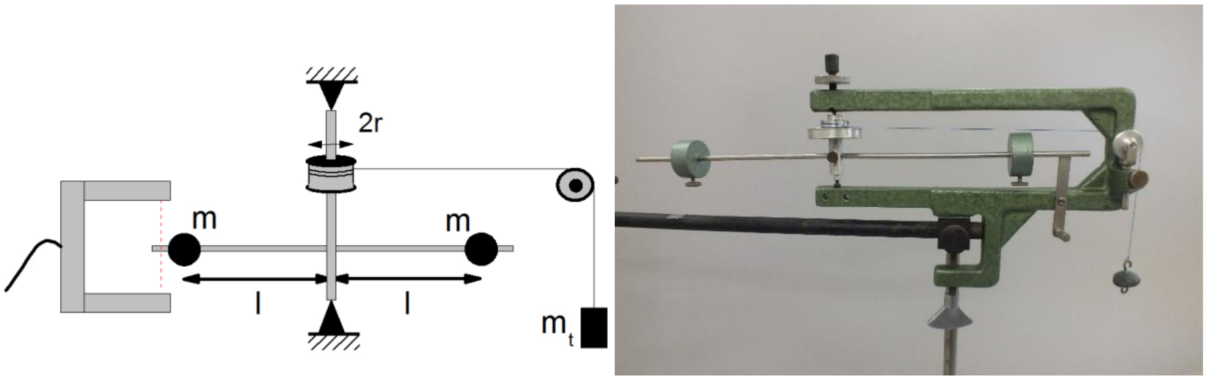
Emelt szintű érettségi mérési feladat: *Súlymérés*

Részletek >>>

3.2. Merev test forgása rögzített tengely körül

A középiskolában a forgómozgás legegyszerűbb esetével a tengelyezett merev test forgásával foglalkozunk.

A mozgás jellemzőit egyszerű demonstrációs eszközzel mérhetjük. A kísérleti összeállítás lényegét bemutató rajzot, és a legtöbb iskolai szertárban megtalálható eszköz fotóját a 13. ábra mutatja.



13. ábra. Rögzített tengely körüli forgómozgás vizsgálatára alkalmas taneszköz sematikus ábrája és fotója.

A függőleges állású, tűcsapágyazott tengelyre r sugarú cérnaorsó és könnyű keresztrúd csatlakozik. A keresztrúdon két nagyobb tömegű, de pontszerűnek tekinthető test rögzíthető a tengelytől tetszőleges távolságban. A cérnaorsóra tekert majd csigán átvetett zsineg függőlegesen lógó végét a ráakasztott kis test húzza. A fonálban ébredő K kötélerő az r sugarú orsóra és így a tengelyre és a keresztrúdon lévő tömegekre is $M = K \cdot r$ forgató nyomatékot fejt ki. Ha a tengely rögzítését feloldjuk, a rendszer forgásba jön. A forgás jól érzékelhetően gyorsul, miközben a zsineget húzó tömeg süllyed. A keresztrúd szögelfordulásának időfüggését fénykapu segítségével, számítógéppel mérhetjük. A fénykapu szárait úgy kell elhelyezni, hogy a forgó keresztrúd vége félperiódusonként megszakítsa a fényutat. A számítógépes mérés igazolja, hogy az állandó forgatónyomaték hatására létrejövő forgás egyenletesen gyorsuló, a szögelfordulás az idő négyzetével, a szögsebesség az idővel arányosan nő.

(A mérés számítógépes felszerelés nélkül is elvégezhető. A fonálon süllyedő tömeg út – idő mérésből meghatározható gyorsulása ugyanis pillanatról pillanatra megegyezik a keresztrúddal együtt forgó cérnaorsó kerületi gyorsulásával.)

3.2.1. A forgómozgás alapegyenlete

A kísérletet a fonálra akasztott különböző tömegekkel megismételve, jól érzékelhető, hogy a forgatónyomaték változásának hatására a forgás szöggyorsulása is megváltozik. A kísérlet pontos és elvileg tiszta kiértékeléséhez a fonalerőt kellene mérni (természetesen a mozgásnak olyan szakaszán, amikor a fonalerő már állandó). Közelítő mérésben azonban megelégedhetünk azzal, hogy a fonal végére olyan kicsiny testeket akasztunk, amelyek a nehézségi gyorsuláshoz képest csak kis gyorsulással forgatják a rendszert. Ilyenkor eltekinthetünk attól, hogy a kísérletben, a fonalerő kisebb, mint a fonalra akasztott test súlya. (A mérésben ekkor a kicsiny erőhatások miatt a súrlódási erő okozhat gondot.) A fonalat húzó test tömegét változtatva, és a számítógépes mérést rendre megismételve jó közelítéssel kimérhető a forgató nyomaték ($M \approx m_t g \cdot r$) és a β szög-gyorsulás arányossága:

$$M \sim \beta$$

A forgatónyomaték (mint a forgásállapotot megváltoztató ok, és a szöggyorsulás, mint okozat arányossága alapvető hasonlóságot mutat a dinamika alaptörvényével, amelyet haladó mozgásra mondtunk ki. Adott forgatónyomaték mellett a forgás szöggyorsulását a rendszer forgási tehetetlensége határozza meg. A forgási tehetetlenség mértékeként bevezetjük a *tehetetlenségi nyomaték* (Θ) fogalmát. Ezzel a forgómozgás alapegyenlete az

$$M = \Theta\beta$$

Általános esetben a testre egyidejűleg több erő is forgatónyomatékkal hathat. A test szöggyorsulása ekkor a nyomatékok eredőjével (algebrai összegével) arányos. A rögzített tengely körül forgó merev test mozgásának általános alapegyenlete

$$\sum_i M_i = \Theta\beta \ .$$

A tétel kimondása után a forgó testet és a fonalra akasztott tömeget pontrendszerként kezelve felírhatjuk a mozgásegyenleteket és a kísérletet már nagyobb gyorsulások mellett elvégezve verifikáló mérésként alkalmazhatjuk a forgómozgás alaptörvényének igazolására. (Hasonlóképpen, az Atwood kísérlethez, amellyel a pontrendszerek tárgyalása után a dinamika alaptörvényét igazolhatjuk.)

3.2.2. Tehetetlenségi nyomaték

Az egyszerű kísérleti összeállítás segítségével megbizonyosodhatunk arról is, hogy Θ értéke a keresztrúdra helyezett tömegek nagyságától és tengelytől mért távolságától függ. Adott tömegekkel végezzünk el két kísérletet! Az egyik esetben a tömegek tengelytől mért távolsága legyen kétszerese a másik kísérletben beállított távolságnak! A mérési eredmény szerint a szöggyorsulás a nagyobb távolság esetén kb. negyede a feleakkora távolság esetén mérhető értéknek. Ha a tengelytől mért távolságot nem változtatjuk, de a keresztrúdon lévő tömegek nagyságát megduplázzuk, a szöggyorsulás értéke felére csökken. Ennek alapján elfogadható a közlés, hogy minden tömegpont a tömegével egyenes, a tengelytől való távolsággal négyzetes arányban járul hozzá a pontrendszer tehetetlenségi nyomatékához, azaz

$$\Theta = \sum_i m_i l_i^2$$

ahol m_i a rendszer i-dik tömegpontjának tömege, l_i a tömegpont tengelytől mért távolsága.

A tehetetlenségi nyomaték bevezetése a mozgásegyenlet alapján

Matematikai érdeklődésű tanulócsoportokban a kísérleti összeállításnak megfelelő, két tömegpontból álló rendszer tehetetlenségi nyomatékát elméleti úton is meghatározhatjuk. Ehhez tekintsük a tengelytől l távolságban gyorsuló körmozgást végző tömegpontot! A tömegpont a kerületi gyorsulását, (ami kifejezhető a forgás β szöggyorsulásával és a tömegpont tengelytől mért l távolságával is) a dinamika alaptörvénye szerint, az érintő irányú erő (F) biztosítja:

$$F = ma = ml\beta$$

Az érintő irányú F erőt a keresztrúd fejti a testre. Az F nagysága úgy aránylik a fonálban ható K kötélerőhöz, mint a cérnaorsó r sugara az m tömeg tengelytől mért l távolságához, azaz

$$\frac{F}{K} = \frac{r}{l} \rightarrow F = \frac{Kr}{l}$$

A F kifejezését behelyettesítve a mozgásegyenletbe

$$F = \frac{K \cdot r}{l} = ml\beta ,$$

adódik, amit átendezve a következő összefüggésre jutunk:

$$K \cdot r = ml^2\beta .$$

A $K \cdot r = M$ a testre kifejtett erőnek a forgástengelyre gyakorolt forgatónyomatéka Ezt felhasználva azt kapjuk, hogy

$$M = ml^2\beta$$

Az egyenlet megadja, egyetlen, a tengelytől l távolságra lévő pontszerű m tömeg esetén a rendszerre ható M forgatónyomaték és a forgás β szöggyorsulása közti kapcsolatot. A forgási tehetetlenség egyetlen tömegpont esetén az ml^2 mennyiséggel adható meg. Kísérleti rendszerünk két egyforma, a tengelytől azonos távolságra lévő tömegpontból áll, ezért a tehetetlenségi nyomaték értéke az előbbi érték kétszerese, azaz

$$\Theta = 2ml^2 \, .$$

Az egyszerű konkrét példán kapott eredmény jól megfelel a tehetetlenségi nyomaték általános esetre közölt $\Theta = \sum m_i \, l_i^2$ definíciós összefüggésének.

A tehetetlenségi nyomaték a definícióból következően nem pusztán a test tömegétől, hanem tengelyhez képest vett tömegeloszlásától is függ, azaz értéke ugyanazon test esetén is különböző, ha a test és a forgástengely relatív helyzete különböző.

A tehetetlenségi nyomaték értéke általános esetben méréssel határozható meg, illetve a test geometriájának, alakjának, sűrűségeloszlásának és a forgástengely relatív helyzetének ismeretében számítógépes módszerekkel kiszámítható. Szabályos geometriájú, homogén sűrűségű merev testek esetén, ha a forgástengely egyben szimmetriatengely is (pl. gömb, rúd, tégla, kúp, stb.) a tehetetlenségi nyomaték többnyire egyszerű integrál kiszámítására vezethető vissza (ami középiskolai szinten nem követelmény). A középiskolai gyakorlatban előforduló szabályos testek tehetetlenségi nyomatékai táblázatokban összefoglalva megtalálható.

3.2.3. Impulzusmomentum, impulzusmomentum-tétel

A haladó mozgást végző tömegpont mozgásállapotát a $p = mv$ impulzus (lendület) jellemzi. A rögzített tengely körül forgó test mozgásállapotának jellemzésére szolgáló fizikai mennyiség az

$$N = \Theta\omega$$

összefüggéssel definiált impulzusmomentum (perdület). A perdület előjeles mennyiség, pozitív, ha a test forgása ellentétes az óramutató járásával, negatív, ha megegyezik vele.

Megjegyzés:

> Az impulzusmomentum vektormennyiség. A fenti definícióval megadott mennyiség a tengely körül forgó test impulzusmomentum vektorának a rögzített tengely irányába eső komponense. Amennyiben a tengely a tömegközépponton megy át és a test szimmetrikus a forgástengelyre vonatkozóan, akkor teljes impulzusmomentuma a tengely irányába mutat. Középiskolában többnyire ezzel az esettel foglalkozunk.

A rögzített tengely körül forgó merev test mozgásegyenletének formai átalakításával (ahogyan ezt a haladó mozgás esetében is megtettük) a mozgásállapot változásának dinamikai értelmezését adó összefüggésre jutunk.

$$M = \Theta\beta = \Theta\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow M\Delta t = \Theta\Delta\omega = \Delta N$$

Eszerint a forgó merev test impulzusmomentumát a testre hosszabb-rövidebb ideig ható külső erő forgatónyomatéka változtatja meg. Az impulzusmomentum (perdület) megváltozásának mértékét (ΔN) a forgatónyomaték és a hatásidő szorzata határozza meg.

Az $M\Delta t = \Delta N$ összefüggés a merev test forgásállapotának megváltozását értelmezésére alkalmas *impulzusmomentum-tétel* (perdület-tétel).

Az impulzusmomentum-megmaradásának tétele

Ha tengelyezett forgó merev testre nem hat forgatónyomaték, vagy a forgatónyomatékok összege zérus, akkor a rendszer impulzusmomentuma állandó. Ez az impulzusmomentum megmaradásának tétele

Érdemes megvizsgálni, hogy az impulzusmegmaradás és az impulzusmomentum megmaradás feltételei miben különböznek egymástól, valamint azt, hogy lehetséges-e, hogy a két megmaradási tétel közül csak egyik teljesüljön.

Foglalkozzunk először azzal az esettel, amikor forgó test szimmetrikus (a szimmetria a tömegeloszlás szimmetriáját is jelenti) a forgástengelyre, azaz tömegközéppontja is a tengelyben van. Ekkor a tömegközéppont nem mozog, tehát a testre ható külső erők eredője zérus. Amennyiben a testet valamilyen irányban húzzuk, akkor a tengely kényszerereje automatikusan biztosítja, hogy az erők eredője zérus legyen. A rendszer zárt, hiszen az erők eredője zérus. Ha a forgatónyomatékok eredője is zérus, akkor a test egyenletesen forog, vagy nyugalomban van. Ha a tengelyre vonatkoztatott forgatónyomatékok eredője nem zérus, akkor a test gyorsulva forog. Az impulzusmegmaradást biztosító zárt rendszer követelménye tehát megengedi, hogy az impulzusmomentum változzék.

Tegyük fel, hogy a forgó test tömegközéppontja nem esik a tengelyre. Tételezzük fel továbbá, hogy a testre ható forgatónyomatékok eredője zérus a tengelyre vonatkozóan. Ebben az esetben a test impulzusnyomatéka állandó, emiatt forgásának szögsebessége is az. Nem lehet azonban állandó a test impulzusa, hiszen a tömegközéppont körpályán mozog. A tengely által kifejtett erő mindig olyan lesz, hogy a külső erők eredője éppen biztosítsa a körpályán tartáshoz szükséges erőt. A zárt rendszer fogalma tehát elbonyolódik, szinte különállóan érdemes impulzus és impulzusmomentum szempontjából vett zártságról beszélni.

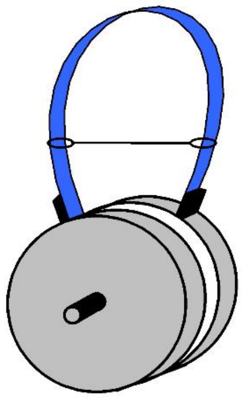
Az impulzusmomentum szempontjából zárt a rendszer, ha a rá ható külső erők forgatónyomatékának összege zérus. Ez abban az esetben is igaz marad, ha a vizsgált rendszer közös tengelyen lévő több testből áll, amelyek egymástól függetlenül is elfordulhatnak a tengely körül.

A rendszer tagjai közt működhetnek olyan belső erők, amelyek forgató hatást gyakorolnak a rendszer tagjaira. Ilyenkor a belső részek perdülete külön-külön változhat, de a rendszer eredő perdülete (külső erőtől származó forgatónyomaték híján) nem változik meg.

Egyszerű kísérleti szemléltetés

A perdület-megmaradás tételét illusztráló egyszerű kísérleti eszközt a rajz mutatja. Közös tengelyen egymástól függetlenül és könnyen forgó két azonos sugarú és tömegű korong van. Mindét korongon kis kitámasztó pöcök szolgál arra, hogy egy meghajlított és ilyen állapotban fonallal megfeszített állapotban rögzített laprugó két végét megtámassza.

Égessük el a laprugót megfeszítve tartó fonalat! A kiegyenesedő acéllap által kifejtett belső erő nyomatéka mindkét tárcsát forgásba hozza. A két tárcsa forgási sebességének nagysága szemmel láthatóan megegyezik, de forgásirányuk éppen ellentétes. A kísérlet illusztrálja, hogy a belső forgatónyomatékok hatása ellenére a rendszer eredő perdülete nem változik, a két tárcsa ellentétes értelmű és azonos nagyságú perdületének eredője (algebrai összege) hasonlóan zérus, mint kezdeti állapotban, amikor egyik tárcsa sem forgott.



A perdületmegmaradás tétele több hasonlóan szemléletes kísérlettel igazolható. Ezek közt az egyik legkedveltebb a forgózsámolyon végezhető interaktív kísérlet sorozat.

Forgózsámolyos kísérletek

Részletek >>>

3.2.4. A forgó test energiája

Térjünk vissza ismét a forgómozgás bevezetésénél használt kísérleti összeállításhoz! A függőleges tengely körül súlytalan keresztrúdon rögzített két tömegpontnak a rendszer ω szögsebességű forgásakor mozgási energiája van.

A rendszer forgásakor mindkét tömegpont l sugarú körpályán mozog $v = l\omega$ kerületi sebességgel. A tömegpontok kinetikus energiája:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}ml^2\omega^2$$

A forgó test kinetikus energiája a két pont kinetikus energiájának összege:

$$E_{forg} = 2\frac{1}{2}ml^2\omega^2 = \frac{1}{2}\Theta\omega^2,$$

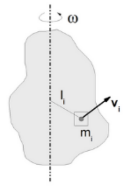
ahol a formula végső alakjának felírásában felhasználtuk, a kísérleti összeállítás korábban kiszámított tehetetlenségi nyomatékát ($\Theta = 2ml^2$).
Ez az eredmény általánosítható, a Θ tehetetlenségi nyomatékú ω szögsebességgel forgó rendszer forgási kinetikus vagy rövidebben forgási energiája

$$E_{forg} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2.$$

Az általános képlet könnyen igazolható.

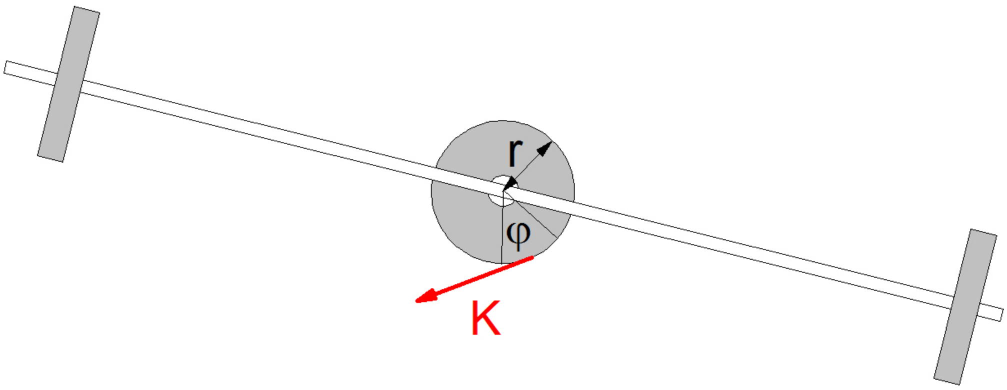
Merev test forgási energiája

Részletek >>>



A forgómozgás alapegyenletének származtatása a munkatétellel

A tengelyezett merev test elforgatása során a forgatónyomatékot biztosító erő munkát végez. E munka meghatározásához érdemes ismételten visszatérni a már használt kísérleti összeállításhoz. A keresztrúdon lévő pontszerű tömegeket a cérnaorsóról letekeredő zsinórban ébredő K kötélerő nyomatéka hozza forgásba. A kísérleti összeállítás felülnézetét a 14. ábra mutatja.



14. ábra. Rögzített tengely körüli forgómozgás vizsgálatára alkalmas taneszköz (lásd 13.ábra) sematikus, felülnézeti képe.

A K kötélerő a cérnaorsó φ szögnyi elforgatása során $s = r\varphi$ úton végez munkát. A munkavégzés tehát

$$W = K \cdot s = K \cdot r \cdot \varphi = M \cdot \varphi$$

Általánosítva kimondhatjuk, hogy a tengely körül forgatható merev testre ható erők munkáját, a test φ szöggel történő elfordulása esetén, az adott tengelyre vonatkoztatott eredő forgatónyomaték és az elfordulás szögének szorzata adja.

Ez a munka, a munkatétel értelmében a rendszer kinetikus, jelen esetben a forgási energiáját változtatja meg:

$$M \cdot \varphi = \frac{1}{2}\Theta(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Amennyiben a forgatónyomaték állandó, akkor a munkatételből egyszerűen adódik a forgómozgás alapegyenlete is.

Alakítsuk át az eredményt az $\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 + \omega_1)$ azonosság, valamint az egyenletes körmozgásra vonatkozó $\omega_2 - \omega_1 = \beta\Delta t$ és $\varphi = \frac{\omega_2+\omega_1}{2}\Delta t$ összefüggés felhasználásával. Beírva ezeket a munkatételt kifejező egyenletbe, azt kapjuk, hogy

$$M\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\Delta t = \frac{1}{2}\Theta(\omega_2 + \omega_1)\beta\Delta t,$$

amiből azonnal látható, hogy

$$M = \Theta\beta\,.$$

A mechanikai energiamegmaradás tételének érvényesülése

A munkatételt érdemes átgondolni a teljes kísérleti összeállításra, mint összetett pontrendszerre vonatkozóan is. Az összetett pontrendszer tagja az imént tárgyalt forgó rendszeren túl a kötél szabad végén lógó m_1 tömegű test is. Ez a forgórész φ szögnyi elfordulása során a dobról letekeredő kötélhosszal megegyező $y = r\varphi$ távolsággal kerül lejjebb és v_1 sebességről v_2 sebességre gyorsul fel. A magasság megváltozása során a testen rendszer szempontjából külső erőnek minősülő $m_1 g$ nehézségi erő és a vele szemben ható K kötélerő, mint belső erő végez munkát. A munkatételt a fonalra akasztott testre alkalmazva:

$$mg \cdot r\varphi - K \cdot r\varphi = \frac{1}{2}m_1(v_2^2 - v_1^2).$$

Figyelembe véve, hogy $K \cdot r\varphi = M\varphi$, adódik

$$m_1 g \cdot r\varphi = \frac{1}{2}\Theta(\omega_2^2 - \omega_1^2) + \frac{1}{2}m_1(v_2^2 - v_1^2).$$

Mivel a nehézségi erő munkája a test helyzeti energiájának csökkenésével azonos, eredményünk a teljes rendszerre vonatkozóan a mechanikai energiamegmaradást fejezi ki.

3.2.5 A forgómozgás és a haladó mozgás fogalomrendszerének analógiája

A merev test forgásának tárgyalása során folyamatosan utaltunk a haladó- illetve a forgómozgást leíró fogalom és törvény-rendszer párhuzamára. Ennek hangsúlyozása különösen a forgás tárgyalásakor fontos. A szoros párhuzam megkönnyíti a forgással kapcsolatos törvények megtanulását és alkalmazását. A párhuzam hangsúlyozására jól alkalmazható például az alábbi táblázatos forma. A táblázat a kinematikai és dinamikai leírás mennyiségeit és összefüggéseit tartalmazza.

	EGYENES VONALÚ MOZGÁS	FORGÁS (rögzített tengely körül)
	Elmozdulás Δs	Szögelfordulás $\Delta \alpha$
	Sebesség $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$	Szögsebesség $\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$
	Gyorsulás $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Szöggyorsulás $\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Egyenletes mozgás (forgás)	$s = vt$	$\alpha = \omega t$
Egyenletesen változó mozgás (forgás)	$s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$	$\alpha = \omega_0 t + \frac{\beta}{2} t^2$
Mozgásállapotot megváltoztató külső ok	Külső erő (eredő erő) F	Külső erő forgatónyomatéka M
A tehetetlenség mértéke	Tehetetlen tömeg m	Tehetetlenségi nyomaték $\Theta = \sum m_i l_i^2$
A mozgásállapotot dinamikailag leíró mennyiség	Impulzus (mozgásmennyiség) $I = mv$	Perdület (forgásmennyiség) $\mathrm{N} = \Theta\omega$
Mozgásegyenlet (állandó m, illetve Θ esetén)	$F = \frac{\Delta I}{\Delta t}$, $F = ma$	$M = \frac{\Delta N}{\Delta t}$, $M = \Theta\beta$
Munka	$\Delta W = F\Delta s$	$\Delta \mathrm{W} = \mathrm{M}\Delta\alpha$
Energia	Mozgási energia $E_m = \frac{1}{2} m v^2$	Forgási energia $E_f = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$
Munkatétel	$\Delta W = \Delta E_m$	$\Delta W = \Delta E_f$

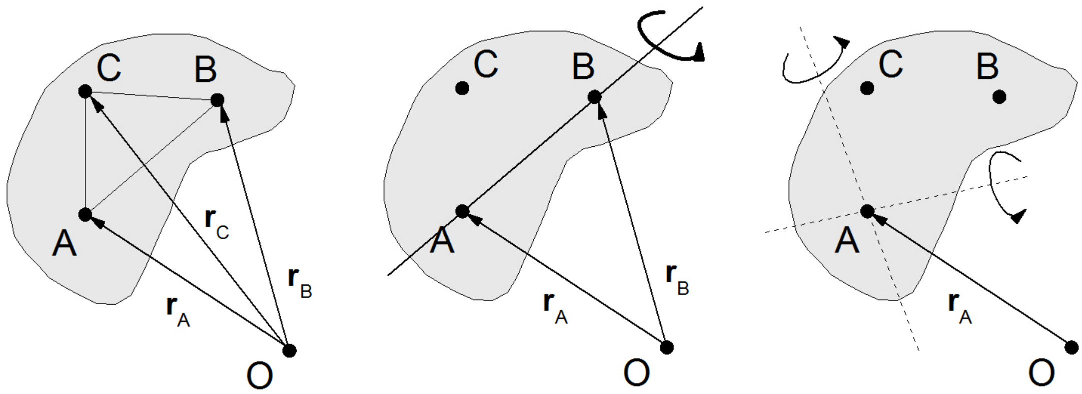
A haladó mozgás leírásakor kiemelt hangsúlyt fektetünk a vektor és skalár mennyiségek megkülönböztetésére. A forgómozgás esetén mivel a középiskolában döntően a rögzített tengelyen forgó merev testtel foglakozunk, a forgómozgással kapcsolatos vektormennyiségeknek, a szögsebesség, a szöggyorsulás, az impulzusmomentum és a forgatónyomaték vektornak csak tengelyirányú komponense jelenik meg, amit irányított skalárként kezelünk. A diákok számára legtöbb esetben meg sem kell említenünk, hogy vektorok komponenseivel dolgozunk, a problémák felvetése magától értetődővé teszi, az egyszerűbb leírást.

A haladó és forgómozgás táblázatos összehasonlítása azonban alkalom lehet arra, hogy a haladó mozgásoknál szereplő vektormennyiségek forgómozgásbeli megfelelőinek vektor jellegéről beszéljünk. A tárgyalt egyszerű esetben ezeknek a vektoroknak az állása a tengelyével egyezik meg, irányukat pedig a szögsebesség-vektorhoz hasonlóan a forgásirányhoz szabhatjuk. Az ω-vektor iránya akkor pozitív, ha a vektor hegyének irányából visszanézve a forgás iránya az óramutató járásával ellentétes.

3.3. Merev test általános mozgása

A merev testek mozgásának leírásakor célunk az, hogy a tanulókat eljuttassuk annak felismeréséhez, hogy a merev testek mozgása mindig összetehető haladó és forgó mozgásból. Ezt legtöbbször elegendő egyszerű síkmozgásra vonatkozó példák bemutatásával, szemlélet alapján elfogadtatni. Igényesebb osztályokban azonban egyszerű szemléletes bizonyítékkal is szolgálhatunk.

A merev test helyzete a test három pontjának megadásával pontosan rögzíthető. (Ezzel a merev test minden pontját rögzítjük, mert tetszőleges más pont helyzetét megszabja a pontnak az adott három ponttól mért távolsága.) Legyen a három pont A, B és C. Oldjuk fel sorban a pontok rögzítését. Ha csak az A és B pont nem mozoghat, akkor a merev test a két ponton átmenő tengely körül forgó mozgást végezhet. Amennyiben csak az A pont rögzített, akkor a test csak az A pont körül fordulhat el, de a forgás tengelye pillanatról pillanatra változhat.



15. ábra. Merev test három pontját rögzítve a test nem mozgatható. Két pont rögzítése esetén a két ponton átmenő tengely körül foroghat. Egy pont fixálása esetén a ponton átmenő bármely tengely mentén elforgatható.

A merev test mozgásának általános leírása természetes módon adódik, ha az A pont rögzítését is feloldjuk és a mozgást a mozgások függetlenségének elve alapján az A pont transzlációjának és az A pont körüli forgásnak a szuperpozíciójával adjuk meg.

Megjegyzés:

Az A pontot ilyenkor *vezetési pontnak* nevezzük. Természetesen az A pont sebessége, az A ponton átmenő pillanatnyi forgástengely iránya és a tengely körüli szögsebesség pillanatról pillanatra változhat. Így a mozgást elemi (nagyon kicsiny) elmozdulások és elfordulások egymásutánjából tehetjük össze. A gondolatmenetből, azonnal következik, hogy a vezetési pont kiválasztására vonatkozóan semmilyen feltételt nem kell tennünk. Kulcsfontosságú azonban, hogy adott mozgás esetén a merev test forgásához egyértelműen rendelhető szögsebesség, azaz a merev test adott pillanatbeli szögsebessége (szögsebesség vektora) független attól, hogy melyik pontot választottuk vezetési pontként. Az elmondottak a tanári háttértudás részét alkotják. Emelt szinten fizikát tanuló osztályokban azonban egyszerű közlésként elmondható. (Az általános szögsebesség fogalom és a vektoriális szorzás ismeretében bizonyítása viszonylag egyszerűen megadható.)

A merev test pillanatnyi forgásának szögsebessége független a vezetési ponttól

Részletek >>>

A haladó mozgást meghatározó A pontként általában a tömegközéppontot választjuk. Ezt a merev test dinamikai leírása diktálja. A dinamikai leírás a tömegközéppont tétel és a tömegközéppont körüli forgás leírásával tehető meg egyszerűen, de ugyanilyen alkalmas lehet az is, ha a merev test az adott pillanatban. tiszta forgó mozgást végez, mert ekkor a mozgás dinamikai leírásához elegendő az adott tengely körüli forgás leírása. A forgómozgás követése azonban általában nem tehető meg a tengely körüli forgásra talált $M = \Theta\beta$ alapegyenlet felírásával, hanem az impulzusmomentum tétel általános, vektoriális alakját kellene használni. (A kérdéskör pontos feldolgozása megtalálható Tasnádi, Bérces Skrapits. *Mechanika I.* egyetemi tankönyvben)

A középiskolai tanításban a merev test általános mozgásának leírásával nem foglalkozhatunk. (Amellett, hogy a szögsebesség és a forgatónyomaték vektorként való értelmezése kellene hozzá, a tehetetlenségi nyomaték sem lenne elegendő a forgás leírásához, tárgyalni kellene a tehetetlenségi tenzor fogalmát is. A fogalmak megértéséhez matematikából a vektoriális szorzás és a lineáris vektor-vektor függvények (tenzorok) alkalmazás szintű ismerete szükséges. Ez még a fizikára és matematikára specializálódott osztályok lehetőségein is túl mutat.)

A síkmozgás, mint látni fogjuk, hordozza a merev test általános mozgásának fontosabb sajátosságait ugyanakkor nagyon szemléletesen, bizonyítás nélkül elfogadhatók a mozgás kinematikájának és dinamikájának leírására szolgáló tételek.

3.3.1 Merev test síkmozgása

Síkmozgásról akkor beszélünk, ha a merev test pontjai meghatározott, a térben rögzített síkkal párhuzamos síkokban mozognak. Ezt legegyszerűbben a lejtőn legördülő henger példáján keresztül képzelhetjük el. A hengert gondolatban tengelyére merőleges síkokkal felszeletelve megállapíthatjuk, hogy a kapott körlapok síkjában fekvő pontok a mozgás során mindig ugyanabban a síkban maradnak. Nyilvánvaló hogy a merev test, mint egész ebben az esetben úgy mozog, mint a rögzített síkkal párhuzamos bármelyik síkmetszete.

3.3.2. A síkmozgás kinematikája

A kinematikai leírásban, mint látni fogjuk, a merev test pontjainak lényegében csak a sebességét adjuk meg, a pontok elmozdulásának és pályagörbéjének meghatározásával, nem foglalkozunk.

A merev test általános mozgására alkalmazott gondolatmenet a síkmozgásra is egyszerűen alkalmazható. A síkmozgás két egyszerű esetét, már tárgyaltuk. Az egyik a tiszta transzláció, amikor, a test minden pontja ugyanazzal a sebességgel mozog, és ez a sebesség mindig ugyanabban a síkban marad, a másik a rögzített tengely körüli forgás. A mozgások függetlenségének elvére hivatkozva ez a kétféle mozgás szuperponálható. A két mozgás szuperpozíciója síkmozgást eredményez, ha a sebességvektor mindig ugyanabban a síkban marad és a forgástengely merőleges erre a síkra.

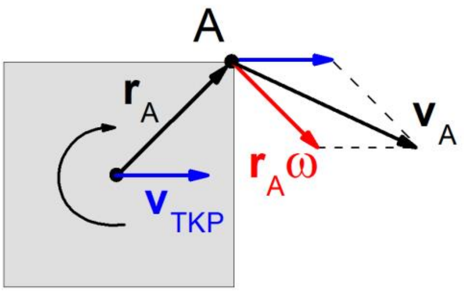
Megjegyzés:

Most is igaz az általános tétel, hogy a test bármely pontja választható vezetési pontként, mert a forgás szögsebessége bármely pont körül ugyanakkora.

A tömegközéppont mozgása és a tömegközéppont körüli forgás

A merev test összimpulzusát a tömegközéppont hordozza, így a transzlációs mozgás a dinamikai leírás szerint természetes módon köthető a tömegközépponthoz, erre kell szuperponálni a tömegközéppont körüli forgást. A merev test tetszőleges pontjának sebessége megadható, ha a tömegközéppont sebességéhez hozzáadjuk a tömegközéppont körüli forgásból származó sebességet.

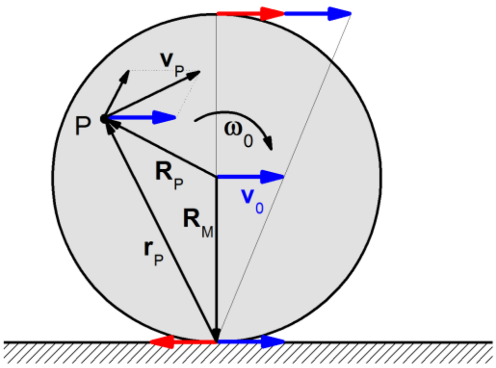
A sebességek összeadása, amint a 16. ábra mutatja, grafikusan könnyen érthetővé tehető.



16. ábra. Merev test tetszőleges pontjának sebessége felbontható a tömegközéppont sebességének és az akörüli forgás kerületi sebességének összegére.

A pontok sebességének algebrai meghatározása nem egyszerű, de középiskolai szinten általában nem is szükséges.

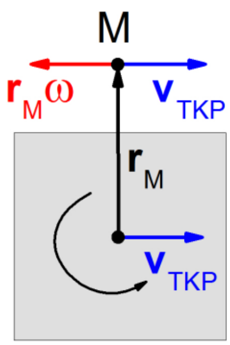
A test (tömegközéppont) haladó mozgása és a forgómozgás kinematikailag általában egymástól teljesen független lehet. (A legegyszerűbb példa erre az, amikor a tömegközéppont egyenletesen halad és a forgás is egyenletes szögsebességgel történik.) Gyakori azonban, hogy a haladó és a forgó mozgás között kényszerfeltételek teremtenek kapcsolatot. Így a gyakorlati alkalmazások szempontjából fontos, felületen guruló kerék esetén a leggyakoribb kényszerfeltétel a „*tiszta gördülés*". Ebben az esetben a keréknek a síkkal érintkező pontja minden pillanatban zérus sebességű. Ez a pont tehát egyben ún. „momentán centrum" is. A 17. ábra korong mozgása esetén mutatja, hogy a korong pontjainak sebessége ebben az esetben hogyan adható meg a tömegközéppont transzlációjával, és a tömegközéppont körüli tiszta forgással.



17. ábra. Tiszta gördüléskor a korong pontjainak sebessége.

A momentán centrum

Hasonlóképpen egyszerűen megadható tetszőleges pont sebessége, ha van olyan pont, amelynek sebessége az adott pillanatban nulla. A merev test mozgása ebben a pillanatban a zérus sebességű ponton átmenő tengely körüli tiszta forgás. A zérus sebességű pontot, amely körül a forgás történik momentán centrumnak nevezzük. (Azonnal látható, hogy momentán centrum mindig létezik, hiszen ha a tömegközéppont sebességét és a tömegközéppont körüli forgás szögsebességét ismerjük, akkor a tömegközéppontra merőleges egyenesen mindig van olyan pont amelyre $v_{TKP} = r_M\omega$, ami természetesen nem feltétlenül a merev testen belül van)



18. ábra. Momentán centrum

Megjegyzések:

- A sebességek ismeretében a merev test pontjainak elmozdulása is megadható és a pontok pályája is felrajzolható. A pályagörbék azonban általában nagyon bonyolultak, megrajzolásuknak középiskolai szinten legfeljebb speciális példákban és egyszerű esetekben van értelme.
- A merev test síkmozgása nemcsak a tömegközéppont haladó mozgásának és a tömegközéppont körüli forgásnak a szuperpozíciójával írható le. A mozgás tetszőleges pont haladó és az akörüli forgással is megadható. Ez annak a következménye, hogy a forgás szögsebessége tetszőleges pont körül ugyanakkora. A tömegközéppont kitüntetett szerepét az indokolja, hogy használatával a dinamikai és energetikai leírás sokkal egyszerűbbé válik.
- A merev test síkmozgásának leírásakor a geometriai mozgásokat kezelhetjük úgy is mintha az egész sík mozogna a testtel együtt. Ez érthetővé teszi, hogy olyan pontok mozgásáról is beszélünk, amellyel alkalmasint nem tartoznak a testhez.

3.3.3. A síkmozgás dinamikája

Amennyiben a merev test síkmozgást végez, akkor a rá ható erők eredőjének a mozgás síkjába kell esni, és a forgatónyomatékok csak a mozgás síkjára merőleges tengely körül hathatnak.

Ennek megfelelően a síkmozgást végző testre a tömegközéppont mozgását leíró

$$\mathbf{F}_e^{(k)} = ma_{TKP}$$

egyenletet, és a forgómozgás

$$M_e^{(k)} = \Theta_{TKP}\beta$$

egyenletét kell felírni. A haladó és forgó mozgást összekapcsoló kényszerfeltétel híján az egyenletek egymástól függetlenül megoldhatók. Kényszerfeltétel esetén a gyorsulás és a szöggyorsulás között összefüggés van, ami a két egyenletet összecsatolja.

Megjegyzések:

- A síkmozgás általános tárgyalásakor mindenképpen érdemes kitérni arra, hogy a forgómozgás alapegyenletének felírásakor nem inerciarendszert használunk, hiszen a tömegközéppont gyorsuló mozgást is végezhet. Ebben az esetben a tehetetlenségi erők forgatónyomatékát is figyelembe kellene venni. A tehetetlenségi erők azonban a nehézségi erőhöz hasonlóan tömegerők, így forgatónyomatékuk a tömegközéppontra vonatkozóan zérus.
- A merev test mozgásának kinematikai leírása során megállapítottuk, hogy a síkmozgás mindig megadható egymást követő elemi forgásokkal, vagyis ekkor a mozgás minden pillanatban tiszta forgásnak tekinthető. Ez a mozgás dinamikailag minden pillanatban a forgómozgás alapegyenletével írható le. A síkmozgás tárgyalható tehát tiszta forgásként

is, azonban a forgástengely folytonos változása ennek a szemléletnek az alkalmazását megnehezíti.

- Mivel a momentán centrum és a tömegközéppont körül a forgás szögsebessége és szöggyorsulása ugyanakkora, a tömegközéppontra vonatkozóan felírt mozgásegyenlet mellé a pillanatnyi forgástengelyre felírt forgómozgási egyenlet is hozzávehető. Ilyenkor azonban méginkább ügyelnünk kell arra, hogy a momentán centrum, bár sebessége zérus, általában gyorsulhat. Emiatt a rá vonatkozóan a forgómozgás alapegyenlete csak akkor írható fel a tehetetlenségi erők figyelembevétele nélkül, ha a momentán centrum gyorsulása miatt fellépő tehetetlenségi erők eredője átmegy a tömegközépponton.

A fenti meglehetősen elméletinek tűnő tárgyalás jól érthetővé tehetők a következő egyszerű példa megtárgyalásával.

Példa a merev test síkmozgására: henger legördülése lejtőn

Feladat:

Az α hajlásszögű lejtőn m tömegű, R sugarú tömör henger csúszásmentesen gördül lefelé.

- Mekkora gyorsulással mozog a henger tömegközéppontja?
- Legalább mekkora μ_0 nyugalmi súrlódási együttható esetén teljesül a tiszta gördülés feltétele?

Megoldás:

A 19. ábrán látható koordinátarendszerben írjuk fel komponensenként a tömegközéppont tételt, kihasználva, hogy a lejtőre merőleges gyorsulás zérus:

$$ma_{TKP} = mg\sin\alpha - S\,,$$

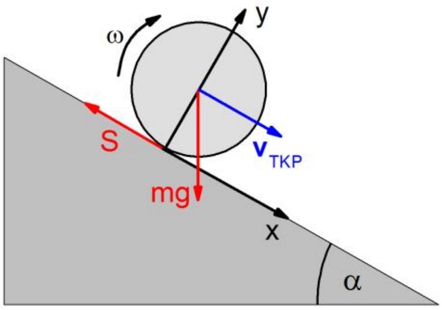
$$0 = N - mg\cos\alpha\,,$$

valamint a forgó mozgásra alapegyenletét a tömegközéppontra vonatkoztatva:

$$\Theta_{TKP}\beta = SR\,.$$

A tiszta gördülés feltétele, szerint a henger lejtővel érintkező pontjának sebessége zérus legyen a lejtőhöz képest:

$$v_{TKP} = R\omega.$$



19. ábra. Lejtőn leguruló tömör henger.

Ebből az is következik, hogy a tömegközéppont gyorsulása és a henger alsó pontjának kerületi gyorsulása is egyenlő:

$$a_{TKP} - R\beta = 0\,.$$

A második mozgásegyenletből azonnal adódik, hogy a kényszererő a nehézségi erő lejtőre merőleges komponensével egyenlő: $N = mg\cos\alpha$. Fejezzük ki a kényszerfeltételből β-t, és helyettesítsük be az x tengely menti mozgásegyenletbe. A kapott egyenletből S-et kifejezve és visszaírva a mozgásegyenletbe a gyorsulásra

$$a_{TKP} = \frac{1}{1 + \frac{\Theta_{TKP}}{mR^2}} g\sin\alpha\,.$$

Hengerre $\Theta_{TKP} = 1/2mR^2$, így a lejtő menti gyorsulásra $a_{TKP} = 2/3g\sin\alpha$, a súrlódási erőre az $S = 1/3mg\sin\alpha$ eredmény adódik. A tapadási súrlódási erő maximumánál S mindig kisebb, tehát:

$$S = \frac{1}{3}mg\sin\alpha \le S_{max} = \mu_0 mg\cos\alpha\,,$$

amiből a henger csúszásmentes gördülésének feltételére a $\mathrm{tg}\alpha \le 3\mu_0$ egyenlőtlenség adódik.

A gyorsulásra kapott összefüggés tetszőleges szimmetrikus alakzat (cső, vékonyfalú üres henger, gömb) lejtő menti gördülésekor létrejövő gyorsulás meghatározására alkalmas, Θ_{TKP}-be kell helyére kell a megfelelő test tehetetlenségi nyomatékát beírni. Például a vékonyfalú üres henger gyorsulása tiszta gördüléskor

$$a_{cs} = g\sin\frac{\alpha}{2}\,.$$

Az eredmény szép kísérleti illusztrációja a „hengerek versenye”, amellyel bemutatható, hogy adott magasságból egyszerre induló tömör és üres henger közül a tömör „megelőzi” az üreset, ha mindkét henger csúszásmentesen gördül.

A feladat megoldható úgy is, hogy a forgómozgás alapegyenletét a pillanatnyi forgástengelyre vonatkozóan írjuk fel. A henger gördülésekor a pillanatnyi forgástengelyt a henger és a lejtő egyenesének érintkezési pontja jelöli ki. A forgó mozgás alapegyenlete a pillanatnyi forgástengelyre vonatkozóan.

$$\Theta_M \beta_M = \left(\frac{1}{2}mR^2 + mR^2\right)\beta_M = mgR\sin\alpha\,.$$

Innen a tömegközéppont $a = R\beta_M$ gyorsulására az előző megoldással megegyező $a = 2/3g\sin\alpha$ eredmény adódik.

A síkmozgás igazi iskolapéldája a gördülő kerék, amit a gyakorlati alkalmazások sokasága tesz igazán fontossá. A gyakorlati példák részletes tárgyalására a tanórákon kevés az idő, de szakköri témaként jól feldolgozható például az autózás számos kérdése.

Négy keréken az indulástól a megállásig - az autózás fizikája (szakköri feldolgozás javasolt anyaga)

Részletek >>>

3.3.4. A síkmozgást végző merev test kinetikus energiája.

A kinetikus energia meghatározásakor síkmozgást végző kiterjedt test esetén is elegendő a mozgás síkjába eső sík-lap alakú testek energiáját meghatározni, amint a dinamikai egyenletek felírásakor is lényegében sík lappal helyettesítettük a mozgó testet. Ezt azért tehetjük meg, mert a merev test pontjainak a mozgás síkjára merőleges irányú elhelyezkedése nem befolyásolja a mozgást. A tanulók ezt a táblai rajzok alapján minden további nélkül elfogadják, így többnyire még indokolnunk sem kell az egyszerűsítést. Amennyiben mégis szükséges valamilyen alátámasztás, akkor a legalkalmasabb érvnek azt tűnik, hogy a testet belelapíthatjuk a mozgás síkjába, és a síklap ezt a lapítás során keletkező sűrűséget hordozza. Általában szimmetrikus és homogén testek mozgásával foglalkozunk, amelyek esetén a lapítás sem a szimmetrián, sem a homogenitáson nem változtat.

A merev test kinetikus energiája tömegpontjai mozgási energiájának összegével egyenlő:

$$E_{kin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2$$

A tanulók természetesnek érzik és még a bizonyítás igénye sem merül fel bennük, ha a kinetikus energiát is a mozgás felbontásának megfelelően a tömegközépponthoz rendelt transzlációból származó kinetikus energia és a tömegközéppont körüli forgási energia összegére bontva a

$$E_{kin} = \frac{1}{2} M v_{TKP}^2 + \frac{1}{2}\,\theta_{TKP}\omega^2$$

képlettel adjuk meg. Az összefüggés annyira természetesen adódik, hogy tanári közlésként még nem speciális tantervű osztályokban is felhasználható. Az összefüggés a síkmozgásos feladatok munkatétellel történő megoldásában nagyon jól használható.

A kinetikus energia két tagra bontásával akkor támadhat problémánk, ha utánagondolunk, hogy amennyiben a mozgási energiát a definíciót adó összegezéssel akarnánk kiszámítani, akkor a két tag már nem is adódna annyira nyilvánvalóan.

Természetesen használható a momentán centrum körüli tiszta forgás alapján meghatározott

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\theta_M \omega^2$$

összefüggés is.

A síkmozgást végző merev test kinetikus energiájának meghatározása összegezéssel

Részletek >>>

Emelt szintű érettségi mérési feladat: *A lejtőn leguruló golyó energiáinak vizsgálata*

Részletek >>>

Pontrendszerek mechanikája mellékletek

P1. A lendületmegmaradás törvényének egyszerű kísérleti igazolása. Dinamikus tömegmérés

Feladat:

Igazolja méréssel a lendületmegmaradás törvényét összenyomott rugó által szétlökött két ismert tömegű golyó esetén.

Alkalmazza a leírt kísérleti módszert ismeretlen tömegű golyó tömegének meghatározására.

Szükséges eszközök:

Két különböző méretű, megadott tömegű golyó, egy ismeretlen tömegű golyó, 20-30 cm magas fa oszlop, 2 db műanyagtálca, benne 1-2 cm magasságban száraz homok, körbehajlított acél laprugó (pl. órarugó), cérna, gyufa

A mérés leírása

A kör alakú laprugót nyomja össze és így kösse össze cérnával, majd fektesse a fahasáb tetejére! A két ismert tömegű golyót helyezze két oldalról az összenyomott rugó mellé úgy, hogy a golyók a rugó két oldalán lévő homorulatokba illeszkedjenek! A homokos tálcákat tegye a fahasáb mellé az asztalra, majd égesse el a rugót rögzítő fonalat! A szabaddá váló rugó szétlöki a golyókat. A golyók vízszintes hajítást végezve a két tálcára esnek és a becsapódás helyén megragadnak a homokban.

A kísérlet fázisait a fotók mutatják.

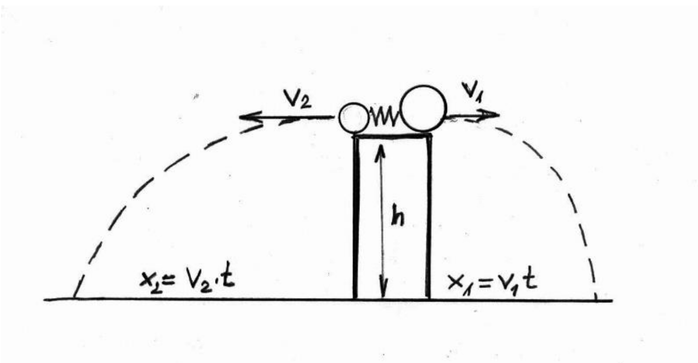
- *A megadott tömegű golyók vízszintes elmozdulását lemérve igazolja a lendületmegmaradás törvényét!*
  Egyszerű levezetéssel mutassa be, hogy a becsapódási távolságok aránya a tömegek reciprok-arányával egyezik meg! (Ábrázolja grafikusan az összetartozó becsapódási távolságértékeket és mutassa meg, hogy a mérési pontokra illesztett, az origóból indított egyenes meredeksége a tömegek reciprokarányával egyezik meg!
- *Ismételje meg a kísérletet úgy, hogy az egyik ismert tömegű golyót az ismeretlenre cseréli! A mérés alapján határozza meg az ismeretlen golyó tömegét!*
  Végezzen ismét 3-4 mérést és az adatokat ábrázolja, az illesztett egyenes meredekségét lemérve határozza meg az ismeretlen golyó tömegét!

Megoldás

A mérési feladat elvileg nagyon egyszerű. A gyakorlatban megnehezíti, hogy a rugó előfeszítésének, a magasságnak, és a tálcák elhelyezésének illetve a golyók tömegének épp megfelelőnek kell lennie, hogy a golyók a homokba essenek. Az alkalmas beállítás néhány próba-kísérlettel tapasztalható ki.

A lendületmegmaradás igazolása

A sikeres kísérletet esetén mérjük le az ismert tömegű golyók becsapódási távolságát a homokban és határozzuk a vízszintes hajítás magasságát is! A mérés szerint a kisebb golyó messzebb a nagyobb közelebb csapódik be a homokba.



A rugó által szétlökött golyók mozgása vízszintes hajítás. Itt a mozgásösszetevők függetlenségének elve szerint a vízszintes sebességkomponens nem változik, a, függőleges sebesség-összetevő pedig a szabadesésnek megfelelő gyorsulással nő. A vízszintes irányú elmozdulás mértékét a vízszintes kezdősebesség és a mozgás t ideje szabja meg. Ez utóbbi időtartam a hajítás magasságától függ, h magasság esetén

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

A golyók becsapódási távolságát (x_1, x_2) lemérve következtethetünk a vízszintes sebességek nagyságára

$$v_1 = \frac{x_1}{t}, \dots, v_2 = \frac{x_2}{t}$$

A sebességet a golyó tömegével megszorozva számszerűsíthetjük mindkét golyó lendületét. A két érték közel egyenlő. A kis eltérést a golyók véges kiterjedése, a hosszúságmérések pontatlansága, illetve az a súrlódás, okozza, ami addig hat, amíg a szétlökött golyók a levegőbe nem kerülnek.

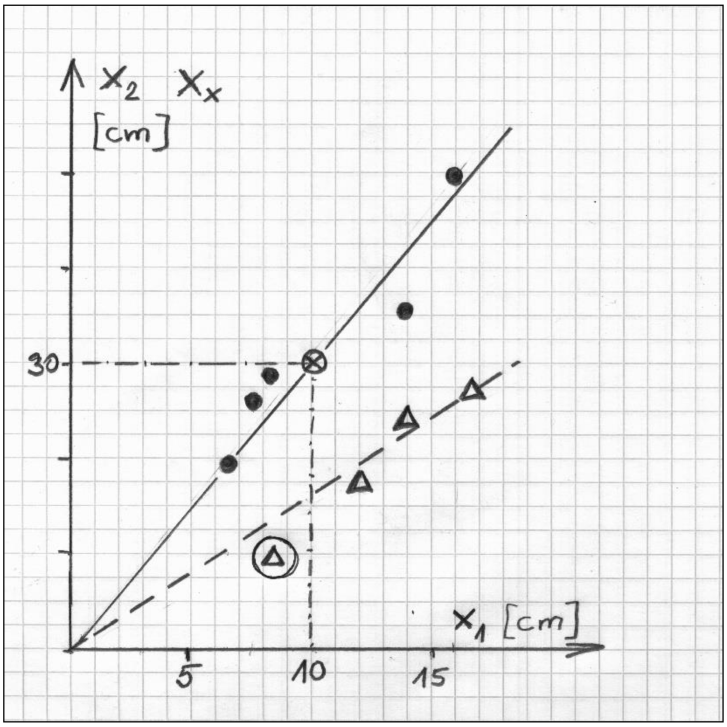
Többször ismételve a kísérletet, pontosíthatjuk az eredményt. Mivel a rugó összenyomása minden kísérletben kicsit különbözőre sikerül, a lendületmegmaradás törvényét célszerűen a tömegek és a sebességek (illetve a sebességgel arányos becsapódási távolságok) fordított arányával igazolni. A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$m_1 v_1 = m_2 v_2,$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{x_2}{x_1}.$$

Az általunk elvégzett kísérletsorozatban két tömörgumi labdát használtunk, tömegarányuk $\frac{m_1}{m_2} = 3$. Az ötször ismételt kísérletben mért becsapódási távolságokat a táblázat tartalmazza.

x_1(cm)	6,5	7,5	8	14	16
x_2(cm)	19,5	26	29	35	50



A mért x_2 értékeket x_1 függvényében ábrázoltuk. Mivel a lendületmegmaradás szerint a távolságok aránya a tömegek fordított arányával megegyező, az grafikonra folytonos vonallal felrajzoltuk a 3 meredekségű egyenest. A fekete körrel jelölt mérési pontok elfogadható szinten illeszkednek az egyenesre, azaz a kísérlet igazolja a lendületmegmaradást.

Az ismeretlen tömeg meghatározása

A feladat második részében a szétlökéses kísérletet megismételjük úgy, hogy az egyik ismert tömegű golyót kicseréljük az ismeretlenre. A keresett tömeg a lendületmegmaradásból kiindulva az ismert tömeg és a mért becsapódási távolságok alapján kiszámítható:

$$m_x = \frac{x_1}{x_x} m_1$$

Természetesen most is pontosabb eredményt kapunk, ha nem csak egyetlen kísérlet eredményéből számolunk. A fentiekben leírtakhoz hasonlóan most is méréssorozatot végeztünk. A korábbi grafikonra felrajzoltuk az ismeretlen tömegű golyó becsapódási távolságának értékeit (x_x) az ismert m_1 tömegű golyó ($m_1 = 65g$) becsapódási távolságának függvényében. A pontokra illesztett szaggatott egyenes meredeksége a golyók reciprok tömegarányát adja. Leolvassuk tehát a grafikon meredekségét, reciprokát vesszük, majd szorozzuk az ismert tömeg értékével. Grafikonunk meredeksége mintegy fele a korábbi egyenes meredekségének ($\text{tg}\alpha_x = 1{,}5$) Az ismeretlen golyó tömege tehát

$$m_x = \frac{x_1}{1{,}5} m_1 \approx 43 \text{ g}\,.$$

A tömegmérés hibáját egyszerűen becsülhetjük, ha a pontokra legjobban illeszkedő egyenes meredekségéből kapott tömeg értékét összehasonlítjuk az egyenesről kissé lelógó pont adataiból közvetlenül számított tömeg nagyságával. A mellékelt grafikonon bekarikázott alsó pont koordinátáival számolva ($x_x = 9{,}5, x_1 = 8{,}5$) a keresett tömeg értékére 58 g adódik. Ez a kb. 30%-os eltérést jelent az illesztéssel kapott értéktől, az egyes mérések hibáját tehát ±30% -ra becsülhetjük.

Figyelmeztetés:

A mérési feladat megoldása során számolni kell az ismételt kísérletek időigényével. Ha a rendelkezésre álló idő kevés, a méréssorozat grafikus kiértékelésén alapuló pontosabb eljárást legfeljebb az egyik esetben végezzük el, a felelet során megemlítve, hogy több idő esetén hasonló módon járnánk el a másik esetben is.

Vissza >>>

P2. Tapadókorongos játékpisztoly-lövedék sebességének mérése ballisztikus ingával

Feladat:

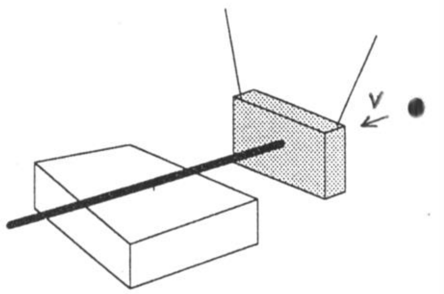
Ballisztikus inga segítségével határozza meg a játékpisztoly-lövedék sebességet! Ehhez mérje meg, hogy a lövést, majd a rugalmatlan ütközést követően mennyire lendül hátra az inga a rátapadt lövedékkel, és mekkora együttes lengésidejük!

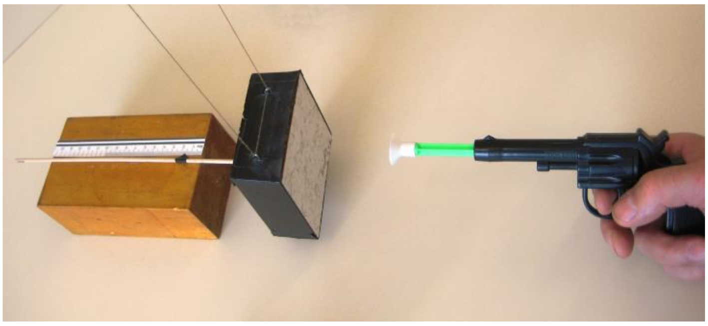
Szükséges eszközök:

Tapadókorongos műanyag játék-pisztoly (a lövedék tömege adott), ismert tömegű, fényes felületű vastag bútorlapból készült inga, hosszú zsineggel bifilárisan állványra felfüggesztve, hurkapálca ráragasztott vékony szigetelőszalag csíkkal az elmozdulás méréséhez, megfelelő magasságú támasz (fahasáb), amin a hurkapálca akadálytalanul elcsúszhat, és amelyre mm-es beosztású papír mérőszalagot ragaszthatunk, stopper.

A mérés leírása:

A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.





A bifilárisan felfüggesztett inga mögé néhány cm távolságba rakja le a támaszt, és erre fektesse a hurkapálcát úgy, hogy az hátulról éppen érintse az ingatest középpontját. A játékpisztollyal előről, az inga lapjára merőlegesen lőjön, a hasáb közepét (tömegközéppont) megcélozva. (A célzáskor a pisztolyt tartsa távolabb az ingától, mint a tapadókorongos lövedék szára!) Jó célzás esetén a tapadókorong megtapad az ingán, és az inga hátralendül anélkül, hogy közben billegne.

- *Mérje le, mennyire tolta hátra a kilendülő ingatest a hurkapálcát a támaszon! A mérést ismételje meg háromszor, az átlaggal számoljon a továbbiakban!*
- *Stopperrel mérje meg az inga 10 lengésének idejét (a rátapadt lövedékkel együtt) és határozza meg a lengésidőt!*
- *A lengésidő és a maximális kilendülés mért értékeinek felhasználásával határozza meg a harmonikus lengés maximális sebességét! (A csekély mértékben kilendülő inga mozgása harmonikus rezgőmozgásnak tekinthető.)*

- *A rugalmatlan ütközésre érvényes lendületmegmaradás-törvényt felhasználva számítsa ki a tapadókorongos lövedék sebességét az ütközés előtt!*

Megoldás

A méréshez 4 cm vastagságú, 8,5 x 10 cm homlokfelületű bútorlapot függesztettünk fel ingaként, lemért tömege $M = 229\ g$. A játékpisztoly-lövedék tömege $m_{lövedék} = 3{,}9\ g$.

A pisztolyból kilőtt tapadókorongos lövedék rátapadt az ingatestre és hátrafelé kilendítette azt. Három megismételt kísérletben mértük az inga kilendülésének vízszintes távolságát, a kilendülés átlagértéke $A = 4{,}4\ cm$.

Az ingát a rátapadt lövedékkel kitérítve mértük 10 lengés összidejét, amiből a lengésidőre $T = 7{,}7 s$ adódott.

Az ingatest és a rátapadó lövedék ütközése rugalmatlan, az ütközés után a testek közös sebességgel mozognak tovább. Mivel az ütközés előtt az inga az egyensúlyi helyzetben nyugalomban volt, az ütközés utáni közös sebesség a lengés maximális sebessége. Az inga-mozgás vízszintes vetületét harmonikus rezgéssel közelítve a maximális sebesség értéke

$$v_{max} = A\omega \ ,$$

ahol A a lengés amplitúdója (az inga maximális vízszintes kitérése, aminek értékét mértük), ω a lengés körfrekvenciája ($\omega = \frac{2\pi}{T}$, ahol T az inga mért lengésideje).

Fentebb közölt mérési adataink felhasználásával az ütközés után hátralendülő inga és lövedék közös sebessége

$$v_{max} = A\omega = \frac{2\pi A}{T} = \frac{6{,}28\ \cdot\ 4{,}4}{7{,}7} = 3{,}59\frac{cm}{s}$$

A rugalmatlan ütközésre érvényes lendületmegmaradási törvény értelmében az ütköző testek ütközés előtti lendületösszege megegyezik az ütközés utáni lendülettel, azaz

$$v_{lövedék} \cdot m_{lövedék} = (M + m_{lövedék}) \cdot v_{max}$$

Innen a lövedék ütközés előtti sebességét kifejezve

$$v_{lövedék} = \frac{(M + m_{lövedék}) \cdot v_{max}}{m_{lövedék}} = 2{,}14\ \frac{m}{s}$$

Vissza >>>

P3. A tömegközéppont

Pontrendszer tömegközéppontján az

$$\mathbf{r}_{TKP} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}$$

helyvektorú pontot értjük. A tömegközéppont helyvektora tehát a pontrendszer helyvektorainak tömegekkel súlyozott átlaga. Ebből a kifejezésből kiindulva meghatározhatjuk a tömegközéppont sebességét és gyorsulását.

A sebesség:

$$\mathbf{v}_{TKP} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{TKP}}{\Delta t} = \frac{\Delta(\frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i})}{\Delta t} = \frac{\sum_i m_i \frac{\Delta \mathbf{r}_i}{\Delta t}}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i}.$$

A tömegközéppont sebességvektora tehát a pontrendszer sebességvektorainak tömegekkel súlyozott átlaga.

A gyorsulás:

$$\mathbf{a}_{TKP} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}_{TKP}}{\Delta t} = \frac{\Delta(\frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i})}{\Delta t} = \frac{\sum_i m_i \frac{\Delta \mathbf{v}_i}{\Delta t}}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{\sum_i m_i}$$

A tömegközéppont gyorsulásvektora tehát a pontrendszer gyorsulásvektorainak tömegekkel súlyozott átlaga.

Ebből a kifejezésből egyetlen lépéssel eljuthatunk a tömegközéppont tételhez:

Az impulzustétel értelmében

$$\sum_i m_i \frac{\Delta \mathbf{v}_i}{\Delta t} = \sum_i \mathbf{F}_i^k .$$

Felhasználva ezt, és bevezetve a $M = \sum_i m_i$ jelölést, azt kapjuk, hogy

$$M \cdot \mathbf{a}_{TKP} = \sum_i \mathbf{F}_i^k ,$$

azaz a tömegközéppont gyorsulását csupán a külső erők határozzák meg. Ezt az összefüggést nevezzük *tömegközéppont tételnek*. Szemléletesen jól értelmezhető jelentése: *A pontrendszer tömegközéppontja úgy mozog, mintha a rendszer össztömegét ott egyesítenénk és rá a pontrendszerre ható összes külső erő eredője hatna.*

A tömegközéppontra vonatkozó fenti összefüggések levezetése az itt közölt formában még a matematikailag jól képzett osztályokban is kétes kimenetelű. A bizonyítás elvégzése előtt érdemes a levezetést két pontból álló rendszer esetén részletesen megmutatni.

Megjegyzés:

A tömegközéppont tanításával még az egyetemi fizika kollégiumokban is az egyik legnagyobb probléma, hogy a szokásos definíció első pillantásra teljesen légből kapottnak tűnik.

Indokoltabb (bár a számítások kissé nehezebbek), ha kísérleti motiváció alapján abból indulunk ki, hogy a tömegközépponttól elvárjuk, hogy hordozza a pontrendszer összimpulzusát. Ekkor a tömegközéppont definíció szerint olyan pont, amelynek sebessége

$$\mathbf{v}_{TKP} = \frac{\mathbf{p}}{M} = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{M} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i}$$

Ebből a definícióból visszafelé következtetve (integrálva) juthatunk a tömegközéppont helyvektorához:

$$\mathbf{v}_{TKP} = \frac{1}{M}\frac{\Delta \mathbf{r}_{TKP}}{\Delta t} = \frac{\sum_i m_i \frac{\Delta \mathbf{r}_i}{\Delta t}}{\sum_i m_i}$$

amiből, enyhe matematikai következetlenséggel kiolvasható, hogy

$$\mathbf{r}_{TKP} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i}$$

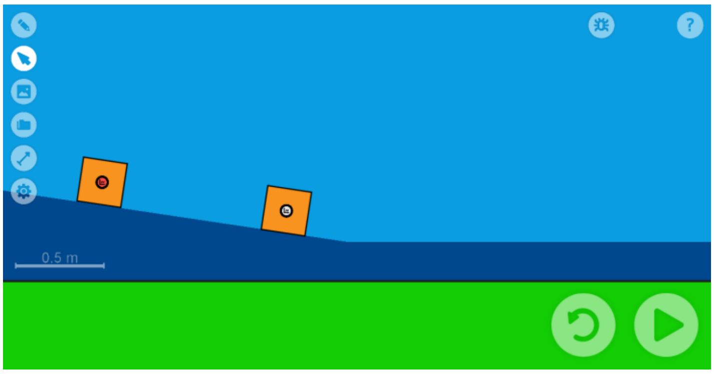
Vissza >>>

P4. Ütközések vizsgálata mozgás-szimulációs programmal

Ingyenes mozgás-szimulációs programok az internetről nagy választékban letölthetők. Segítségükkel különböző ütközési szituációk szimulálhatók, valamint kvalitatív szinten is értelmezhetőek. A következőkben a „FIZIKA” nevű szoftverrel mutatunk példát. Ütközés előtti paramétereket a szimulációból vesszük. A szimulációt az elméleti megoldás után, ellenőrzésként használjuk. A program használatáról részletesen olvashat a M4 mellékletben

a) Tökéletesen rugalmas ütközés

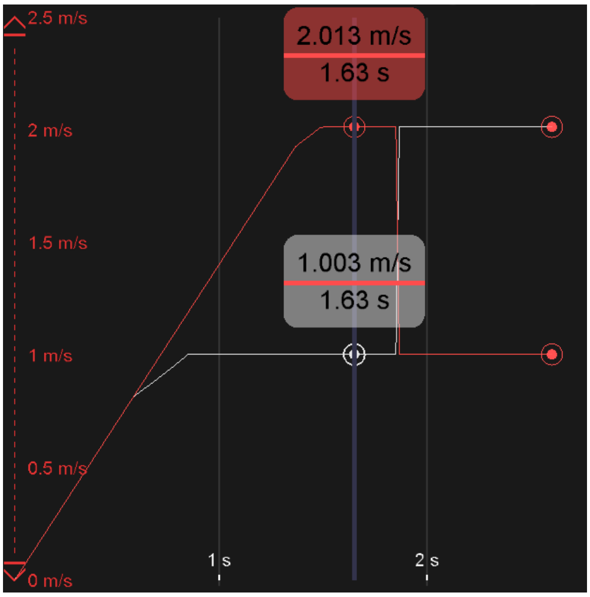
A szimulációban két kocka alakú testtel kísérletezünk. A két kocka tömege azonos (1 kg). Mindkét kocka rugalmasságát 100 %-ra, a rögzített pálya súrlódását zérusra állítottuk be. A két kocka egy lejtő különböző magasságú pontjairól indul, így a lejtőről leérve a vízszintes talajon elért sebességük különböző. A szimuláció kezdeti képernyőképe a következő ábrán látható.



Mindkét kockára a vízszintes sebesség-összetevő mérésére beállított szenzort helyeztünk. A program elindításakor mindkét kocka a lejtőn lecsúszva sebességet nyer, a magasabbról induló sebessége nagyobb, így nekiütközik az első kockának. Az ütközés következtében mindkét test mozgásállapota megváltozik, a két kocka sebességet „cserél”.

A szimuláció kvalitatív feldolgozása

Indítsuk el a szimulációs programot, majd a két kocka ütközése után állítsuk le! Hívjuk be a kockák sebességének időfüggését bemutató grafikont! Olvassuk le a testek állandó sebességét az ütközés előtt. A leolvasott értékek az ábrán láthatóak.



Tökéletesen rugalmas ütközés során az ütköző testek sebessége megváltozik, de két test ütközés előtti impulzus-összege, és mozgási energia összege megegyezik az ütközés utáni impulzusok és kinetikus energiák összegével. Azaz:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \,,$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \,,$$

ahol v_1 és v_2 a két test ütközés előtti sebességét, u_1 és u_2 az ütközés utáni sebességét, m_1 és m_2 a kockák tömegét jelenti, az indexek a kockák sorrendjére utalnak. A grafikonról mért értékek behelyettesítése után, a mértékegységek elhagyásával kétismeretlenes egyenletrendszert kapunk:

$$3{,}016 = 1 \cdot u_1 + 1 \cdot u_2 \,,$$

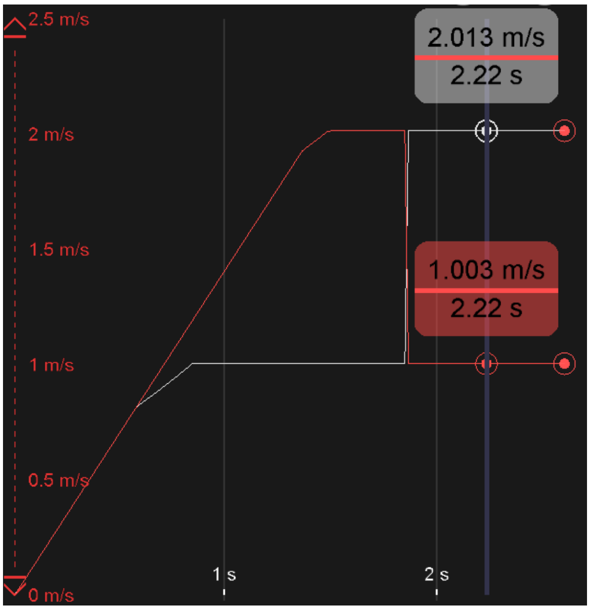
$$2{,}529 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot u_1^2 + 1 \cdot u_2^2$$

Az egyenletrendszerből az ütközés utáni sebességek:

$$u_1 \;=\; 2{,}013 \frac{m}{s},$$

$$u_2 \;=\; 1{,}003 \frac{m}{s}.$$

Hívjuk be a kockák sebességének időfüggését bemutató grafikont! Olvassuk le a kockák állandó sebességét az ütközés után! (A képernyőt a leolvasott értékekkel az ábrák mutatják.)



A szimuláció eredménye megegyezik a számított eredményekkel.

Tökéletesen rugalmatlan ütközés

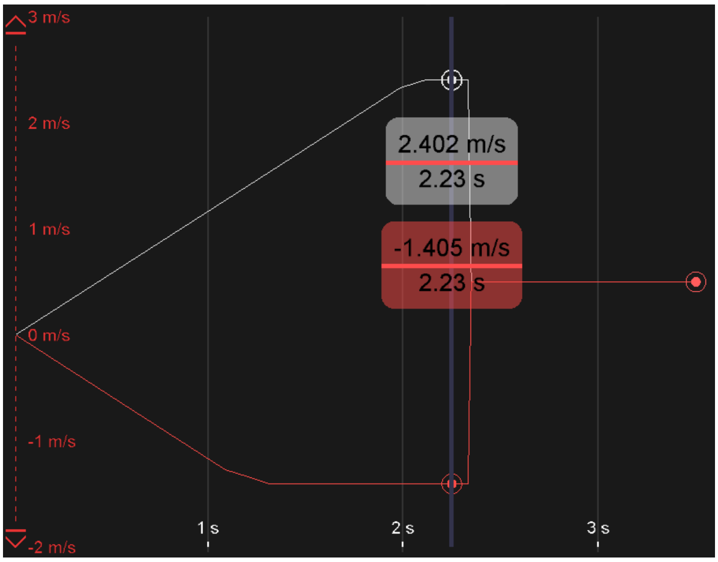
Rövid ismertetés:

A szimulációban két kocka alakú testtel kísérletezünk. Mindkét kocka tömege 1 kg, rugalmasságukat 0 %-ra, a rögzített pálya súrlódását zérusra állítottuk be. Az ütköző testeket vízszintes, súrlódás nélküli pálya két ellentétes végén lévő lejtőről, különböző magasságból indulnak. Ellenkező irányú és nagyságú sebességgel ütköznek össze.

Mindkét kockára a vízszintes sebesség-összetevő mérésére beállított szenzort helyeztünk. Az ütközés következtében mindkét test mozgásállapota megváltozik, a két test közös sebességgel, „összetapadva” halad tovább.

Megoldás:

Indítsuk el a szimulációs programot, majd a két kocka ütközése után állítsuk le! Hívjuk be a kockák sebességének időfüggését bemutató grafikont! Olvassuk le a testek állandó sebességét az ütközés előtt. A leolvasott értékek az ábrán láthatóak.



Oldjuk meg számolással a feladatot!

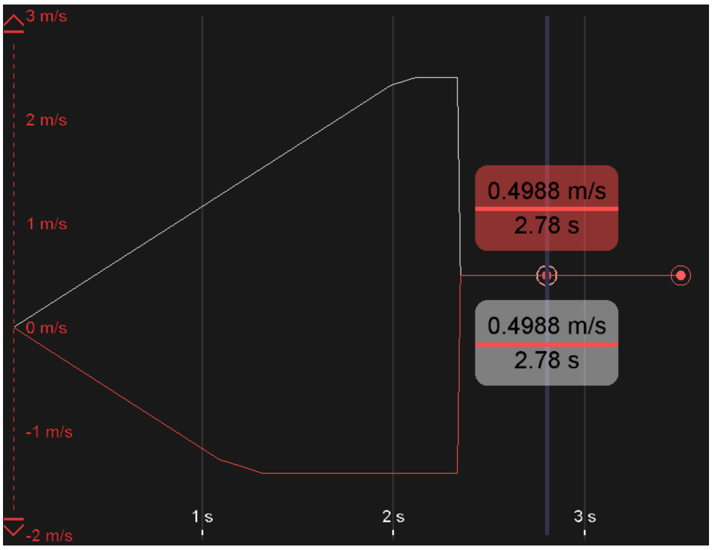
Tökéletesen rugalmatlan ütközés során az ütköző testek sebessége megváltozik, de két test ütközés előtti impulzus-összege megegyezik az ütközés utáni impulzusok összegével, valamint az ütközést követően közös sebességgel haladnak tovább. Azaz:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k \,,$$

ahol v_1 és v_2 a két test ütközés előtti sebességét, m_1 és m_2 a kockák tömegét jelenti, az indexek a kockák sorrendjére utalnak, v_k az ütközés utáni közös sebességet jelöli. A grafikonról mért értékek behelyettesítésével a közös sebesség:

$$v_k = 0{,}4985 \frac{m}{s}.$$

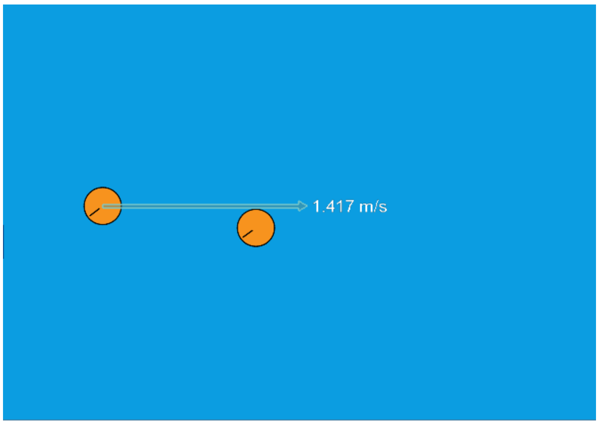
Hívjuk be a kockák sebességének időfüggését bemutató grafikont! Olvassuk le a kockák állandó sebességét az ütközés után! (A képernyőt a leolvasott értékekkel az ábrák mutatják.)

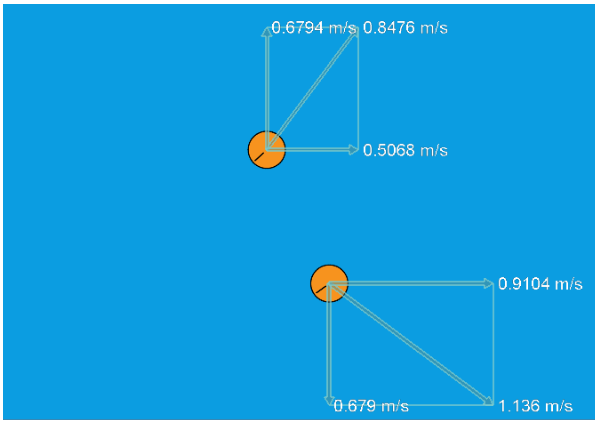


A szimuláció eredménye nagyon jó egyezést mutat a számított eredményekkel.

Tökéletesen rugalmas ferde ütközés

A szimulációban hozzunk létre két azonos méretű és tömegű kör alakú testet, a bal alsó képen látható módon. A testek rugalmasságát állítsuk 100%-ra és kapcsoljuk ki a nehézségi erőteret. Ekkor a szimulációt elindítva a testek a légtérben, nyugalomban állnak. Adjunk vízszintes irányú kezdősebességet az egyik golyónak és ütköztessük ferdén a másik testtel.





A felső ábrapár mutatja az ütközés előtti és utáni sebességeket, valamint azoknak x és y irányú összetevőjét is. A program szögmérő eszközével egyszerűen ellenőrizhető, hogy az ütközés utáni sebességek egymásra merőlegesek. A sebességek x és y irányú felbontásából az is látható, hogy az ütközés során az impulzus mindkét irányban megmarad. Ütközés előtt nincs y irányú impulzusa a rendszernek, hiszen a bal oldali testnek csak x irányú sebessége van. Ütközést követően a két (egyenlő tömegű) test, ellenkező előjelű sebességre tesz szert, így összegük továbbra is 0. Vízszintes irányban az ütközés után mindkét test pozitív irányú sebességre tesz szert. melyek összege megegyezik a bal oldali test kezdeti 1.417 m/s sebességével.

Vissza >>>

P5. Ütközéses balesetek a közlekedésben (Szakköri feldolgozás javasolt anyaga)

„…gépkocsijával áttért az úttest bal oldalára, ott összeütközött egy tehergépkocsival, majd nekicsúszott egy személygépkocsinak. A gépkocsivezető a kórházba szállítás közben belehalt sérüléseibe."

„Frontálisan ütközött a Mélyépítő Vállalat munkásokat szállító bérautóbusza és a Volán helyi autóbuszjárata: A baleset következtében hárman súlyos, tizenhárman pedig könnyű sérülést szenvedtek."

Ilyen és hasonló tragikus baleseti tudósításokat nap mint nap olvashatunk a napilapok hírrovataiban. A szomorú hírek mögött sokszor az emberi felelőtlenség, sokszor műszaki hiba, esetenként pedig csak a „vak véletlen” rejlik. Gyakran még a véletlen balesetek is megelőzhetők vagy súlyosságukban enyhíthetők lennének, ha a volán mögött ülők kissé óvatosabban, lassabban vezetnének. A balesetek fizikájának elemzésével rámutathatunk azokra az okokra, amelyek ezt indokolják.

A következőkben néhány „leckébe” szervezve ajánlunk tanításban felhasználható anyagot szakköri, esetleg tanórai feldolgozásra. A leckék néhány órányi tömbként, de egyenként, vagy csak egyes részeiket kiemelve is tárgyalhatók. A balesetek fizikája bonyolult, ezért megbeszélésüket érdemes mindig kvalitatív gondolatmenetekkel kezdeni, s rájuk építve következhetnek az egyszerű, sok elhanyagolást tartalmazó becslések.

A teljes egység feldolgozása előtt rövid tesztet ajánlunk a tanulók előzetes tudásának felmérésére.

Bevezető teszt

Milyen anyagból célszerű a gépkocsik karosszériáját készíteni, hogy ütközéskor a legnagyobb védelmet biztosítsa a vezető számára?

A. Nagyon merev, kemény lemezből

B. Viszonylag nagymértékben és képlékenyen deformálódó anyagból

C. Nagyon rugalmas, az eredeti alakját ütközés után mindig visszanyerő anyagból

D. Könnyen törő anyagból

Ugyanakkora sebesség mellett melyik ütközés a legveszélyesebb?

A. Személyautó kőfalnak rohan

B. Személyautó vele azonos tömegű álló gépkocsinak ütközik

C. Személyautó szembejövő, vele azonos sebességű teherautóval ütközik

D. Személyautó frontálisan ütközik a vele azonos tömegű és sebességű másik személyautóval

Mi történik az ütközéses baleset során a biztonsági övvel?

A. Az öv igen erős anyagból készül, az ütközés során nem deformálódik

B. Az öv rugalmas anyagból készül, ütközés során deformálódik, majd visszanyeri eredeti alakját.

C. Az ütközéskor a biztonsági öv maradandó alakváltozást szenved és tönkremegy, többé nem használható

D. A biztonsági öv maradandóan deformálódik ugyan, de rövidebbre állítva két-három alkalommal még újra használható.

Mikor veszélyesebb az ütközéses baleset,

A. ha nagyon rövid ideig tart és tökéletesen rugalmas?

B. ha nagyon rövid ideig tart és tökéletesen rugalmatlan?

C. Az ütközés annál veszélyesebb, minél hosszabb ideig tart.

D. Az ütközés idejének semmi szerepe sincsen az ütközés veszélyességében

1. lecke

Miért sérül meg a vezető?

A balesetek súlyosságát főképp a balesetet szenvedő emberre ható erők nagysága szabja meg. Természetesen nem mindegy, hogy milyen testrészek sérülnek, de ez bizonyos értelemben szerencse kérdése. Az azonban egyértelmű, hogy ha a fellépő erőhatások nagyok, a súlyos sérülés veszélye is igen nagy.

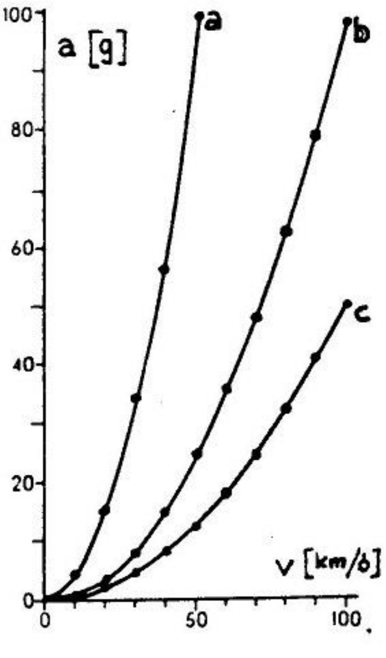
Az ütközés következtében fellépő eredő F erőt az $F = ma$ összefüggésből határozhatjuk meg, ahol m a mozgó test tömege, a pedig a gyorsulása. Természetesen a lokális erőhatások között lehet az eredő erőnél nagyobb erő is, azonban az ütközések rövid időtartama miatt az eredő erő jó becslést ad a balesetbeli terhelésre. Mivel az eredő erő arányos a test tömegével, adott tömegű ember esetén az erő csak a gyorsulástól (azaz az egységnyi időre jutó sebességváltozástól) függ. Gyorsulási egységként az űrhajózásban megszokott módon célszerű a g nehézségi gyorsulást választani. A g egységekben mért gyorsulásnak szemléletes jelentése van. Ha például egy ember $2g$ gyorsulással mozog, akkor a rá ható eredő erő éppen nyugalmi állapotban mért súlyának a kétszerese. Így a g egységekben mért gyorsulás a mozgó test súlyában, mint egységben adja meg a testre ható eredő erőt.

Az út menti fának, vagy korlátnak ütköző gépkocsi és a benne ülők sebessége a baleset során gyakorlatilag nullára csökken, így a sebességváltozás az ütközés előtti sebességgel egyenlő. Az erő tehát kisebb lesz; ha lassabban mozgó test ütközik. Másrészt az erő nagysága a sebességváltozás időtartamától is függ: a gyorsulás és így az erő is annál nagyobb, minél hirtelenebb a sebességváltozás. Adott sebességű ütközés esetén a lassulás (tehát az erőhatás is) az ütközési idő növelésével csökkenthető.

Az ütközési idő nagyságrendje a kísérleti tapasztalatok szerint *0,05-0,3 s*. A kérdésre később még visszatérünk, bevezetésül azonban a probléma bonyolultságának érzékeltetésére foglalkozzunk egy fiktív példával!

Tekintsünk először nyugvó akadályba ütköző járművet és az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy az ütközés során a lassulás egyenletes, azaz a lassuló testre állandó erő hat. (Ez természetesen nem igaz, nagyságrendi becslésekre azonban tökéletesen alkalmas.)

A d távolságon a megállásig egyenletesen lassuló test átlagsebessége $v/2$, tehát a megállásig eltelő ütközési idő: $2d/v$. Így a lassulásra: $a = v^2/2d$ adódik. Adott ütközési sebesség esetén tehát a lassulás a d ütközési hosszból, azaz abból a távolságból határozható meg, amelyet a test a megállásig megtesz. Becsüljük meg néhány valós baleseti helyzetben ezt a távolságot! Tegyük fel, hogy a v sebességgel haladó személygépkocsi megcsúszik, és az út menti vasbeton oszlopnak rohan. Gondoljuk végig, hogy mi történik a gépkocsivezetővel az ütközés során. Foglalkozzunk először azzal az esettel, amikor a gépkocsivezető nem használta a biztonsági övet, s az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy az ütközés pillanatában a gépkocsi szinte azonnal megállt. (Ez a feltevés semmiképpen sem reális, ezért később még visszatérünk rá.) A bekötetlen vezető, tehetetlensége miatt, az ütközés után változatlan sebességgel folytatja útját, s a műszerfalnak, illetőleg a kormánynak ütközve megáll. Az ütközési távolság becslése ebben az esetben a legnehezebb, hiszen tulajdonképpen a műszerfalnak vágódó test benyomódásával egyenlő. Tegyük fel, hogy a gépkocsivezető mellkasával ütközik például a kormánynak, s durva becslésként tekintsük a mellkas deformálódását, tehát az ütközési hosszat *10* cm-nek. (Ez valószínűleg már a bordák összeroppanását jelentené, most azonban, csak az erőhatások megközelítő kiszámításával foglalkozunk, s a biológiai következmények hátborzongató leírásától eltekintünk.) A valóságban egyébként ennél kissé bonyolultabb a helyzet, mert ha a volánban megkapaszkodó vezető megmerevíti karjait, akkor egy kartörés árán esetleg meghosszabbíthatja az ütközési utat.



A szemléletesség kedvéért az ábrán a *10* centiméteres ütközési hosszhoz tartozó lassulásokat grafikusan is ábrázoltuk az ütközési sebesség függvényében (*a.* görbe). Látható, hogy már *20* km/óra sebesség fölött óriási, *10g* feletti gyorsulások lépnek fel. Ezeket a gyorsulásokat legfeljebb a speciálisan kiképzett űrhajósok szervezete képes elviselni! A *b.* jelű görbe a biztonsági öv, a *c.* jelű pedig a karosszéria deformációjának hatását mutatja a gyorsulásra.

A biztonsági öv életmentő szerepe

A jól beállított biztonsági övnek kettős szerepe van: az elsődleges az, hogy megóvja az autóban ülőt, hogy kirepüljön a kocsiból. Ennek a veszélye kisebb termetű utas, vagy a hátsó ülésen utazó gyerekeknél akár az első szélvédőt betörve is reális. A kocsiból kirepülő utast bemutató kísérletekről, amiket falnak ütköztetett valódi autóval és próbababukkal végeztek, a videó megosztó portálokon több tanulságos és megdöbbentő klip is található.

(http://www.youtube.com/watch?v=orDM8tCn9pY&feature=related)

A biztonsági öv másik, nem kevésbé fontos feladata, hogy az ütközés pillanatától kezdve fékezze az utas mozgását. A jól beállított öv azonnal megfeszül, és képlékenyen deformálódni kezd, amint a tehetetlenség miatt nekifeszülő test nyomását érzi. A képlékenyen nyúló öv állandó erővel fékezi az embert, amíg az bele nem ütközik a közben felfúvódó légzsákba. A korszerű automata biztonsági övek a normálisan haladó gépkocsiban alig akadályozzák a bekötött személyek természetes mozgását, hírtelen előrebukáskor azonban azonnal megfeszülnek. Nagyon lényeges, hogy a biztonsági öv nem rugalmasan, hanem maradandó alakváltozással, képlékenyen nyúlik: Ez akadályozza meg ugyanis, hogy az öv a már lefékezett vezetőt csúzliként visszalője az ülésbe!

Az övvel bekötött vezető számára az ütközési hossz jelentősen megnő! Az ütközési hosszat ebben az esetben a vezető mellkasa és a kormány közötti, nagyjából *40* cm-es távolsággal közelíthetjük. Az ekkor fellépő gyorsulásokat az előző oldalon látható grafikon *b.* görbéje mutatja. Természetesen az ütközési hossz fenti becslése is csak közelítés. (Kis sebességű ütközéseknél az öv nem nyúlik *40* cm-t, nagy sebességű ütközéskor pedig a vezető teste még jelentős sebességgel vágódik a műszerfalnak.) A nyert adatok azonban tájékoztató becslésként elfogadhatók.

A biztonsági öv által kifejtett erőt a munkatétel segítségével is megbecsülhetjük. Tegyük fel, hogy az öv a vezető sebességét a kezdősebesség harmadára csökkentette!

A vezető kinetikus energiájának csökkenését a biztonsági öv által kifejtett erőnek az öv megnyúlásán, mint elmozduláson végzett munkája emészti fel, azaz:

$$\frac{1}{2}m(v_1^2 - v_2^2) = Fd$$

Számoljunk a következő adatokkal:

$$v_1 = 64\frac{km}{h} = 17{,}8\frac{m}{s}, \qquad v_2 = 2\frac{m}{s}, \qquad d = 1{,}5\,m, \qquad m = 70\,kg.$$

A d paraméter értékét az öv plasztikus megnyúlása (kb. 0,5 m) és a karosszéria deformációja (kb. 1 m) alapján becsültük. Az erőhatás így

$$F = \frac{mv^2}{2d} = 6608\ \mathrm{N}\,.$$

A vezető átlagos gyorsulása:

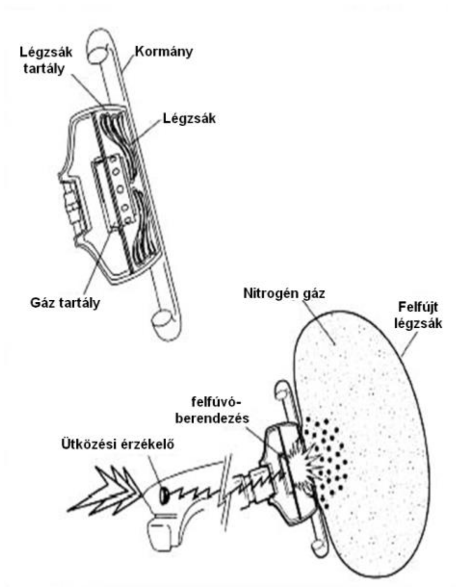
$$a = \frac{F}{m} = 94{,}5\frac{\mathrm{m}}{s^2} \approx 9{,}5\boldsymbol{g}\,.$$

Ekkora gyorsulást a szervezet elvisel, de természetesen az erő által terhelt testfelületen maradhatnak sérülések, ahogyan azt egy balesetet szenvedő ember mellkasáról készült kórházi fotó is mutatja.

A légzsák

Az első ülések előtti légzsákok a legtöbb autóban beépített tartozékok. A kocsi hirtelen, abnormális lassulását érzékelő biztonsági elektronika hatására a kormányoszlopból, és a vezető melletti ülés előtti műszerfalból 0,07 másodperc alatt felfúvódó ballon pattan ki, hogy megakadályozza, hogy a biztonsági övvel fékezett vezető és utas feje előre bukva a merev kormánynak, műszerfalnak vagy a szélvédőnek csapódjon. A légzsákkal szemben fontos követelmény, hogy ne csak a felfújódása legyen kellően gyors, de időben le is eresszen, hogy az arccal beleeső, esetleg eszméletét vesztő utasok levegőt kaphassanak.

A biztonsági szempontokra adó nagy autógyárak a legújabb kocsikban már oldallégzsákokat is elhelyeznek, hogy ezzel a karosszériának csapódás sérüléseit enyhítsék.



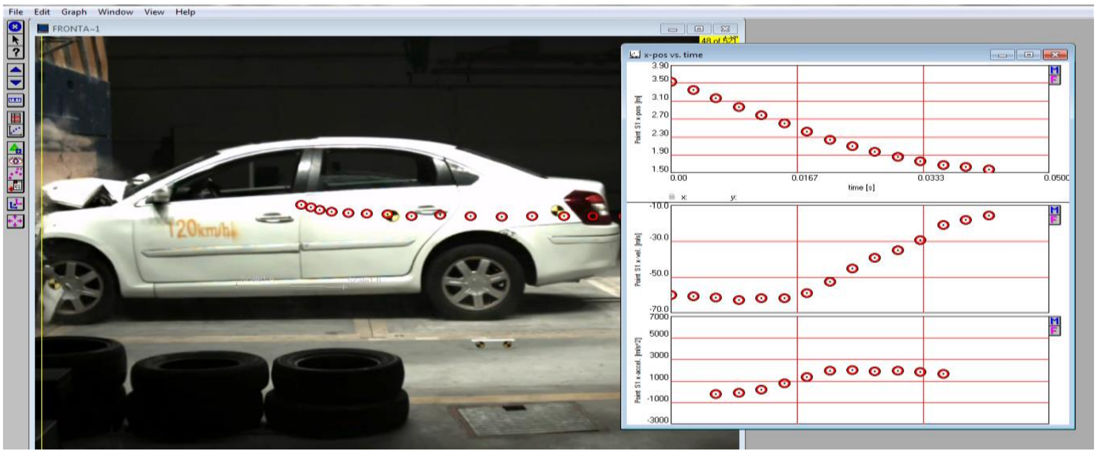
A biztonsági öv és a légzsák működését az ütközési tesztek során vizsgálják, és az így készített klippek a videomegosztó portálokon megtekinthetők.

Segít-e a karosszéria deformálódása?

Az előzőekben úgy számoltunk, mintha a gépkocsi karosszériája az ütközés során nem deformálódna. A valóság az, amint azt sok autós már nyilván bosszankodva észlelte, hogy a kocsiszekrény már viszonylag kis ütközési sebességeknél is benyomódik. Ez a deformáció adott esetben életet menthet! A biztonsági karosszériával szemben kettős az elvárás: Fontos hogy a kocsiszekrény utastere kellően merev legyen, hogy ütközéskor ne deformálódjon és így védje a benne ülő utasokat Ezzel szemben a karosszéria első és hátsó részének képlékenyen deformálhatónak kell maradnia. Ezzel az ütközés energiájának tetemes részét felemészti és megnöveli utat és az időt ami alatt az utasok sebességét a biztonsági övvel fékezni lehet.

Ha a kocsi orrának benyomódását 40 cm-nek vesszük, akkor az ütközési hossz durván becsülve *80 cm* lesz. (A becslés kis sebességeknél pontatlan. Az ennek megfelelő gyorsulásokat a melléklet második oldalán található grafikon *c.* jelzésű görbéje mutatja. Az ütközési hossz növekedése jelentősen csökkentette a lassulás értékét. Ez a mechanizmus azonban csak akkor működik hatékonyan, ha az ütközés során a deformáció valóban egyenletesen és a gépkocsit erőteljesen lassítva megy végbe. Erősen korrodált lemez vagy például a régebbi Trabant-ok gyenge műanyag karosszériája nem jelent hatékony védelmet a vezető számára!

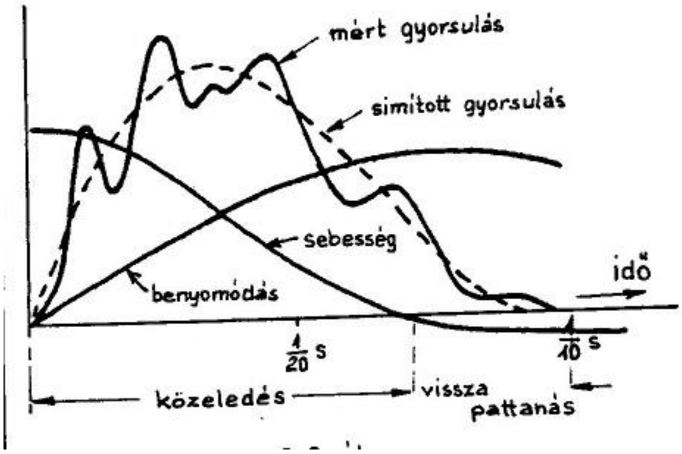
Nagyon tanulságos a töréstesztekről készült videoklipek kiértékelése mozgáselemző számítógépes program (Videopoint, Tracker) segítségével- Az ábra extrém sebességgel (210 km/h) ütköztetett autó töréstesztjét mutatja



Az ütköző autó sebessége $v \approx -60\ m/s \approx -210\ km/h$. Ütközési idő: 0,025 s. A karosszéria összenyomódása kb.1 m. A kocsi átlagos lassulás $a = 2000 m/s^2 \approx 200g$

Mi történik a valóságban?

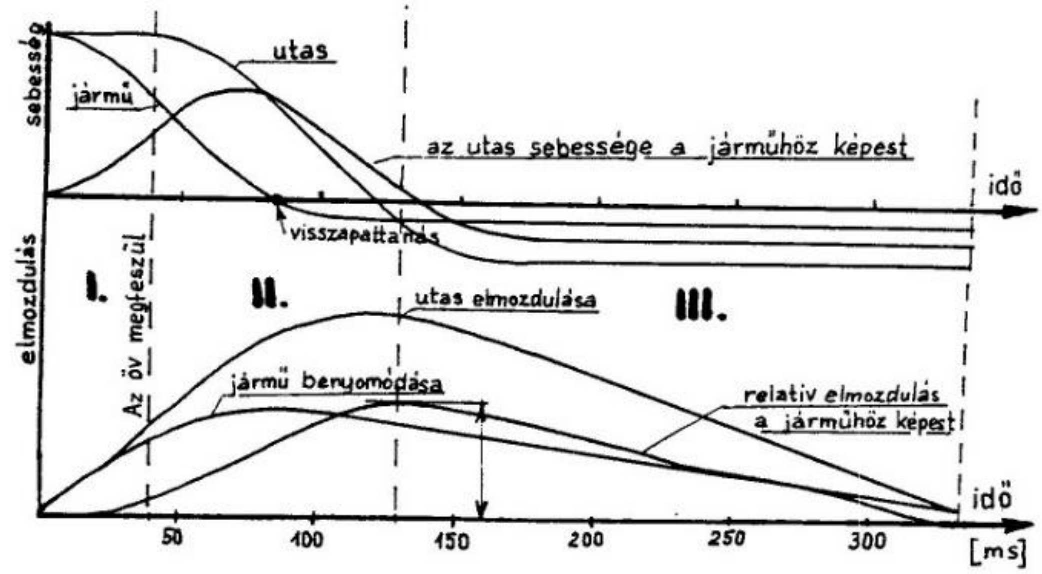
Az egyszerű példákból látható, hogy a komplex ütközési folyamatban döntőek lehetnek a karosszéria és a biztonsági öv tulajdonságai. A karosszéria azonban igen bonyolult rendszer rugalmas illetve képlékeny viselkedése elméleti úton nem állapítható meg. Ezért a nagy autógyárak szabványosított módon *48* km/h illetve 64 km/h sebességgel szilárd falnak ütköztetve vizsgálják a gépkocsik viselkedését és az utastérben elhelyezett bábuk helyzetének és sebességének változását. A tapasztalat azt mutatja, hogy a kapott grafikonok jellege hasonló.



A falnak ütköző gépkocsi sebesség – idő, lassulás – idő és benyomódás – idő grafikonja látható. Szembeötlő, hogy a lassulás erősen ingadozik! Ennek nyilvánvalóan az az oka, hogy a karosszéria felépítése nem homogén. Leolvasható továbbá az is, hogy az ütközés döntő része néhány század másodperc alatt lezajlik, valamint az, hogy a folyamat végén a karosszéria csekély rugalmas visszaalakulása miatt a gépkocsi kissé elpattan a faltól.

A kísérletileg felvett grafikonok alapján az egyes gépkocsitípusokra jellemző simított menetű gyorsulás-, sebesség- és benyomódás függvények határozhatók meg, s ezek segítségével számítógépes eljárással bonyolult ütközési folyamatok (pl. két gépkocsi frontális ütközése) is szimulálhatók.

A gépkocsikra vonatkozó vizsgálatokat természetesen ki kell egészíteni az utas mozgására vonatkozó mérésekkel is. A szilárd falba ütköző gépkocsi sebessége és az utastérben elhelyezett bábu mozgására jellemző paraméterek alakulását mutatja az idő függvényében. Az ábrán a kísérletileg felvett görbék helyett már a simított grafikonok láthatók.



A grafikonokról leolvasható a biztonsági öv hatása. Megállapítható, hogy az ütközés első három század ($3 \cdot 10^{-2}$) másodpercében a gépkocsi elveszíti sebességének mintegy harmadát, az utas sebessége azonban változatlan marad. Ekkor kezd megfeszülni és nyúlni a biztonsági öv. Az utas azonban még hosszú ideig (természetesen ez az idő csak az ütközés időtartamához viszonyított időskálán hosszú) a gépkocsinál nagyobb sebességgel mozog. Emiatt az utas a járműben is előre mozdul. Ahhoz, hogy az utast a biztonsági öv hatékonyan megvédhesse, az szükséges, hogy az utastérben erre az elmozdulásra megfelelő szabad tér legyen.

Az ábra mutatja, hogy a biztonsági öv működésének talán legfontosabb hatása az, hogy az utas lelassításának idejét a jármű ütközési idejéhez képest gyakorlatilag megtízszerezi!

2. lecke

Az ütközési folyamat mennyiségi jellemzése

Az ütközési folyamat jobban áttekinthető és matematikailag is egzaktul követhető leírásához juthatunk, ha a kísérletileg felvett görbéket néhány jellegzetes paraméter alapján, egyszerű függvényekkel közelítjük. Foglalkozzunk először a gépkocsival!

A kísérleti eredmények szerint a jármű a faltól kissé elpattan. Az ütközésnek igen fontos jellemzője, hogy a folyamat mennyire rugalmas. A rugalmasság mértékeként az ún. ütközési számot (k) használják. Az ütközési szám fizikai tartalmát a következőképpen érthetjük meg: Bontsuk két részre az ütközési folyamatot. Az első rész tartson addig, amíg a gépkocsi súlypontjának sebessége zérus nem lesz. Közelítsük F-állandó erővel a fal által a kocsira kifejtett erőt és τ-val a mozgás e szakaszának időtartamát. Ekkor

$$F\tau = \Delta I_1 = -mv_0 \,,$$

ahol m a gépkocsi tömege, v_0 pedig a kezdeti sebessége. Az ütközés második szakaszában a gépkocsi visszapattan, és a jármű ellentétes irányú impulzushoz jut. Írjuk fel erre a szakaszra is az impulzustételt, most F' állandó erővel közelítve a fellépő erőhatást:

$$F'(t_0 - \tau) = \Delta I_2 = mv\,,$$

ahol t_0 az ütközés teljes időtartamát, v pedig a visszapattanás sebességét jelenti.

A folyamat rugalmassága a benyomódást és visszapattanást okozó erőlökés k arányával jellemezhető, azaz

$$k = \frac{F'(t_0 - \tau)}{F\tau} = -\frac{v}{v_0}$$

Nyilvánvaló, hogy tökéletesen rugalmas ütközés esetén (amikor az első szakaszban bekövetkező deformáció tökéletesen visszaalakul) $k = 1$. Tökéletesen rugalmatlan esetben a második szakasz nem is létezik, vagyis $k = 0$.

Az ütközési szám segítségével egyszerűen kifejezhető az ütközés során disszipált $\Delta E/E_0$ energiahányad:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{\left(\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv^2\right)}{\frac{1}{2}mv_0^2} = 1 - k^2\,.$$

Vegyük észre, hogy az ütközési szám nemcsak a jármű és a fal anyagi tulajdonságaitól, hanem az ütközés v_0 kezdősebességétől is függ. (Ezért is szabványosították az ütközési kísérletek során a kezdősebességet.) Ha ugyanis a kezdősebesség nő, akkor a jármű egyre jobban deformálódik, s az ütközés mindinkább a tökéletesen rugalmatlan határesethez tart. Ennek figyelembevétele azonban már magasabb matematikai ismereteket igényel.

Az utas mozgása

A grafikon mutatja, hogy rövid τ_0 ideig az utast semmi sem lassítja, majd ezután a lassulás jó közelítéssel állandó. Ez elvileg is érthető, hiszen a képlékenyen nyúló öv által kifejtett erő állandónak tekinthető. Ha ezt a modellt használjuk, akkor az övben ébredő rugalmas feszültségeket elhanyagoljuk. Ha az autóban van elegendő szabad tér, akkor az utas mozgását lényegében csak a biztonsági öv befolyásolja. Ha az övben ébredő erő F_0 és az utas tömege m_u, akkor az utas lassulása

$$a_u = \frac{F_0}{m_u}$$

Ennek megfelelően a sebessége a

$$v_u = v_0 - a_u(t - \tau_0)\,,$$

elmozdulása pedig az

$$s_u = v_0 t - \frac{a_u}{2}(t - \tau_0)^2$$

összefüggés szerint változik, ahol τ_0 az ütközés kezdetétől az öv megfeszüléséig eltelt időt jelenti. Ezek az összefüggések addig érvényesek, amíg az utas sebessége egyenlővé nem válik a gépkocsiéval, azután ugyanis a két test már együtt mozog. (Az öv rugalmasságának figyelembe vétele kissé módosítaná ezt a képet, mert ekkor az utas visszafelé mozgása gyorsabb lenne, mint a gépkocsié.) A fentiek alapján mind a jármű, mind az utas mozgása egyszerű függvényekkel jellemezhető. Ezek alapján néhány egyszerű tervezési szabály is megállapítható. Nyilvánvalóan arra kell törekedni, hogy az utas lassulása a lehető legkisebb legyen. Ezért olyan biztonsági övet kell alkalmazni, amely nagyon kis időkéséssel megfeszül és az utastérben meglévő szabad teret jól kihasználva nyúlik meg. Ugyancsak hasznos, ha a gépkocsi karosszériája úgy deformálódik, hogy ezáltal az ütközési idő meghosszabbodjék.

Érdemes megjegyezni, hogy mind a kocsiszekrénynek, mind a biztonsági övnek bizonyos határig rugalmasan kell viselkednie. Felesleges költséget jelentene ugyanis, ha már kisebb koccanások vagy erős fékezés hatására is deformálódna a kocsiszekrény, illetve megnyúlna a biztonsági öv.

A frontális ütközés

A frontális ütközés rendkívül veszélyes, csaknem mindig halálos kimenetelű baleset, és mindig a „kicsik" számára súlyosabb. A nagy tömegű teherautó vagy autóbusz szinte elsöpri a szembe jövő személyautót! Így az ütközés rövid ideje alatt a személyautó nemcsak elveszíti eredeti sebességét, hanem még ellentétes irányú sebességet is nyer. Tegyük fel például, hogy az $m = 10\ t$ tömegű tehergépkocsi $m = 1\ t$ tömegű személygépkocsival ütközik. Anélkül, hogy az ütközési folyamatot részleteznénk, határozzuk meg a gépkocsik lassulásának arányát! Mivel az ütközés során a két gépkocsira ható erő a hatás-ellenhatástörvény értelmében egyenlő, lassulásuk aránya megegyezik a tömegek arányának reciprokával, azaz

$$\frac{a_t}{a_{sz}} = \frac{m}{M} = \frac{1}{10}.$$

Ez azt jelenti, hogy a személyautó utasai sokszorosan nagyobb veszélyben vannak, mint a teherautó utasai.

A biztonsági öv hatásának elemzéséhez a frontális ütközéskor, már pontosabb leírásra van szükségünk, ez azonban visszavezethető az előzőekben tárgyalt, fallal való ütközésre. Vizsgáljuk az ütközést a két gépkocsi közös tömegközéppontjához rögzített koordináta-rendszerben. Mivel az ütközés során csak belső erők hatnak, a tömegközéppont sebessége nem változik, tehát zérus marad. Ebben a koordináta-rendszerben a két gépkocsi saját tömegközéppontja éppen a teherautó s_t és a személyautó s_{sz} deformációjának összegével közeledik egymáshoz. A közös tömegközépponthoz képest azonban az egyes tömegközéppontok elmozdulása nem egyezik meg a megfelelő karosszériák behorpadásával! A tömegközéppont-tétel értelmében a teherautó tömegközéppontja

$$z_t = \frac{m(s_t + s_{sz})}{m + M}$$

a személyautóé pedig

$$z_{sz} = \frac{M(s_t + s_{sz})}{m + M}$$

távolsággal mozdul el.

Az egyes autók deformálódása pontosan ugyanúgy zajlana le, mint a valóságban, ha a járművek közös tömegközéppontjába egy falat képzelnénk és karosszériáik deformálódását z_t-re, illetve z_{sz}-re módosítanánk, ütközési sebességként pedig a tömegközépponthoz képest adódó

$$w_t = \frac{m(v_t + v_{sz})}{m + M}$$

illetve

$$w_{sz} = \frac{M(v_t + v_{sz})}{m + M}$$

sebességet használnánk.

Apróság-e a koccanás?

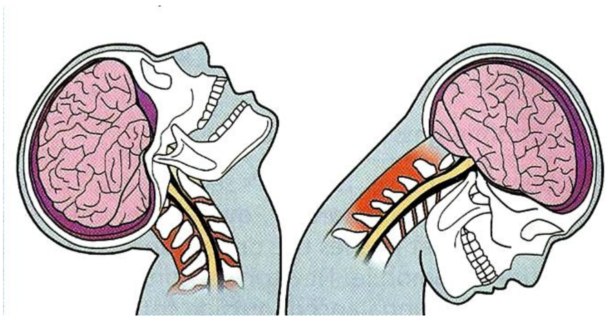
A járművek ütközése szinte kifogyhatatlanul szolgáltatja a bonyolultabbnál bonyolultabb mechanikai problémákat. Befejezésül apróságnak tűnő és mégis gyakran komoly sérülést okozó helyzettel foglalkozunk.

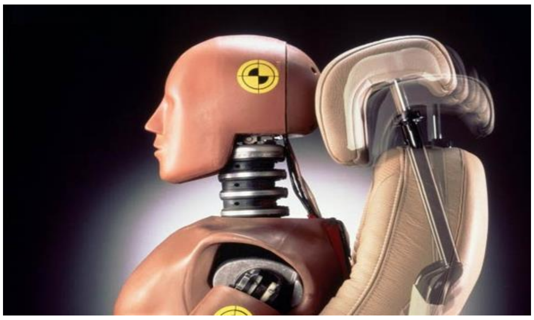
Nem ritka baleset, hogy piros lámpánál álló autóba viszonylag kis sebességgel beleszalad a mögötte haladó. A látszólag jelentéktelen koccanás következménye gyakran agyrázkódás. Az álló autó vezetőjét a hátulról jövő lökés váratlanul éri, s míg testét az ütés a gépkocsival együtt gyorsítja, feje a tehetetlenség következtében hátracsuklik. (Ezt akadályozhatja meg a fejtámasz!) Természetesen ezután a megfeszülő nyakizomzat vagy az ülés támlája a fejet is az autó sebességére gyorsítja, ez a gyorsítás azonban rendkívül rövid úton történik. Ha a meglökött autó *5* km/h sebességgel lódul előre, s a fej gyorsítása *5* cm-es úton következik be, a gyorsulás *1,9 g*. Ha az autó *10* km/h sebességgel indul meg, ez az érték már *7,6 g, 20* km/h induló sebesség esetén pedig *30 g*. Ez utóbbi eléri az ökölvívók fejének a legnagyobb ütések hatására bekövetkező gyorsulását. Egy ilyen koccanás tehát felér egy K. O.-val!

Hasonló baleset autópályán sem ritka. Itt rendszerint a hátul nagy sebességgel haladó autó a vezető figyelmetlensége miatt rohan bele az előtte szabályosan közlekedőbe. Ilyenkor a rendszerint nagyobb sebességkülönbség miatt a következmények is súlyosabbak.

A hátulról jövő ütközés következményeitől hatékony védelmet nyújt a gépkocsi üléseire szerelt, és jól beállított fejtámla. A fejtámla magasságát igazítsuk be úgy, hogy a teteje a fejtetővel azonos magasságban legyen, az ülés háttámlája ne legyen túlságosan hátradöntve, hogy a fejtámla minél közelebb legyen a fejhez, de lehetőleg érjen hozzá.

Az ábrák az ütközés hatására hátracsukló fej sematikus képét és a fej modelljét mutatja.





Biztonsági vizsgálatok és fejlesztések az autóiparban

Az ütközés hatását az autókra és a benne utazókra az autógyárak töréstesztekkel vizsgálják. A szabványos töréstesztben, mint már említettük, az autót 48 km/ó vagy 64 km/ó sebességgel betonfalnak ütköztetik. A töréstesztek során az utasokat próbababák helyettesítik. A próbababák méretei, testarányai, és tömegeloszlása az élő emberéihez hasonlóak. Az egyes testrészek a valósághoz hasonlóan elmozdulhatnak egymáshoz képest. A karosszéria különböző pontjain és a próbababák testrészein is sebesség és gyorsulásmérő érzékelőket szerelnek fel, és a kísérlet során az adatokat folyamatosan számítógépre rögzítik. Az ütközésről nagysebességű filmfelvételek is készülnek. A cél az, hogy az autók minél biztonságosabbak legyenek, azaz ütközés esetén is védjék az utasokat a sérülésektől.

Töréseteszt bábuval biztonsági eszközök nélkül, illetve biztonsági övvel és légzsákkal

(http://www.youtube.com/watch?v=d7iYZPp2zYY)

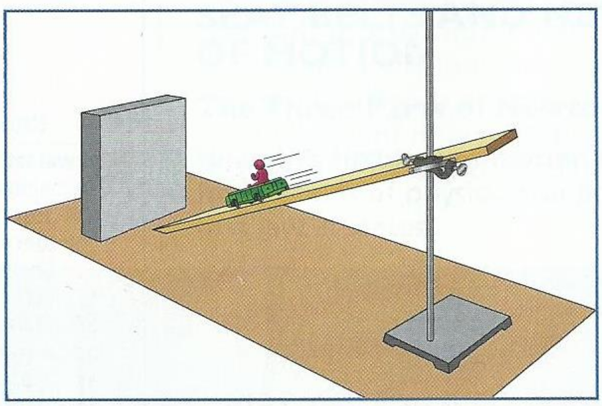
3. lecke

Egyszerű modellkísérletek az ütközéses balesetek szemléltetésére

Az ütközésekkel kapcsolatos balesetek közül több egyszerű játékautóval és agyagból vagy plasztilinből formázott bábuval demonstrálható.

Frontális ütközéskor, biztonsági öv nélkül a vezető kirepülhet az autóból

Könnyen guruló játék sportkocsiba ültessünk plasztilinből gyúrt bábút, majd a kocsit helyezzük lejtőre és engedjük leszaladni! A lejtű alján a vízszintesen helyezzünk egy téglát a kisautó útjába!

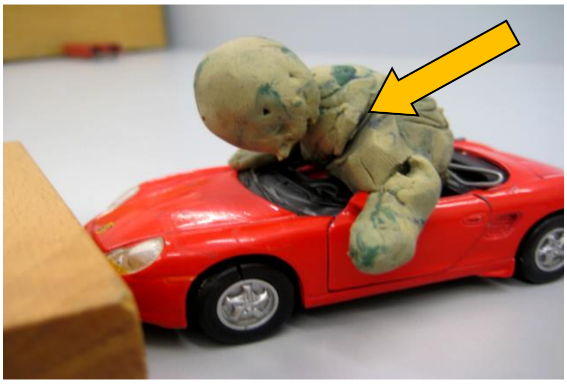


A téglának ütköző kisautó azonnal megáll, de a próbabábút nincs mi lefékezze, ezért kibukfencezik a kisautóból.

A biztonsági öv frontális ütközésnél megóvja az utast a kieséstől.

Ismételjük meg a kísérletet úgy, hogy a gyurmafigurát bekötéssel (biztonsági övvel) az autóhoz rögzítjük!

Kísérletezzünk különböző anyagú „biztonsági övvel” - vékony dróttal, gumiszalaggal, műanyag szigetelőszalaggal!



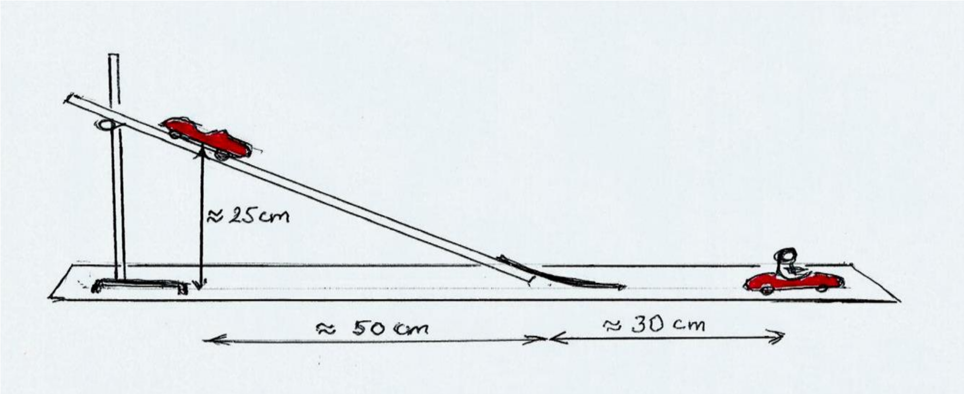
A biztonsági öv megóvja az utast a kiesésétől, de ha nem megfelelő anyagból készült súlyos sérüléseket okozhat.

Modell-kísérlet során a baba nem esett ki a kocsiból csak előrebukott, míg a vékony bekötő drót mélyen belevágott a testbe.

Ráfutásos baleset modellezése

A kísérlethez használt gyurmafigurát úgy készítsük el, hogy fejét a törzsre nyomott gyurmakorongra (nyak) helyezzük rá, kicsit dolgozzuk össze, és függőlegesen benyomott dróttal rögzítsük a fejet a nyakon keresztül a törzshöz! (A drót a gerincoszlop nyaki részét modellezi.) Ültessük a próbababát az autóba ülésbe! Az ülés támassza meg a törzset, de fejet és a nyakat ne!

A vízszintesen álló kocsinak hátulról ütköztessünk egy lejtőn leengedett másik kiskocsit! A kísérleti összeállítást az ábra mutatja.



A kísérlet eredményét a fotók szemléltetik. Jól látható, hogy ütközés után a nyak hátracsuklik.

Ismételjük meg a kísérletet, de előtte támasszuk meg a baba hátát és fejét fa lapocskával! A lapocska helyettesíti kísérletünkben a fejtámaszt. Ebben az esetben a baba sérülés nélkül „élte túl” a hátulról jövő ütközést (lásd következő ábra).

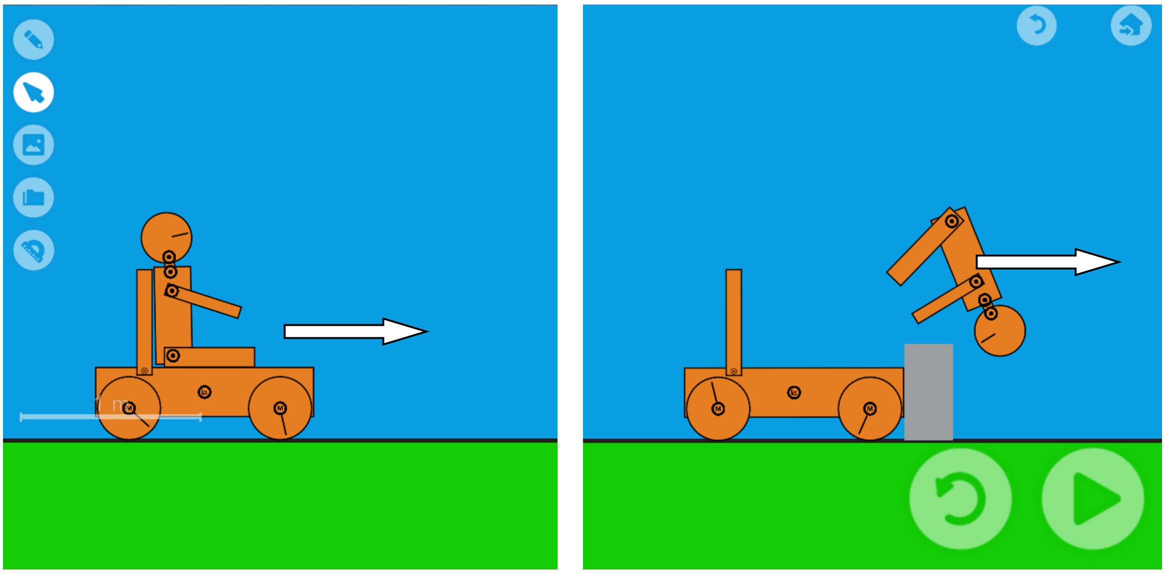
Ütközéses balesetek modellezése számítógépes mozgás-szimulációs programmal

A számítógépet kedvelő diákok mozgás-szimulációs programmal is szemléltethetik az ütközéses baleseteket, könnyedén változtatva az ütköző autók sebesség és tömegarányait, az ütközés rugalmatlanságának mértékét. A példaként bemutatott néhány fotón a FIZIKA mozgás-szimulációs programmal készített kísérleteket láthatók.

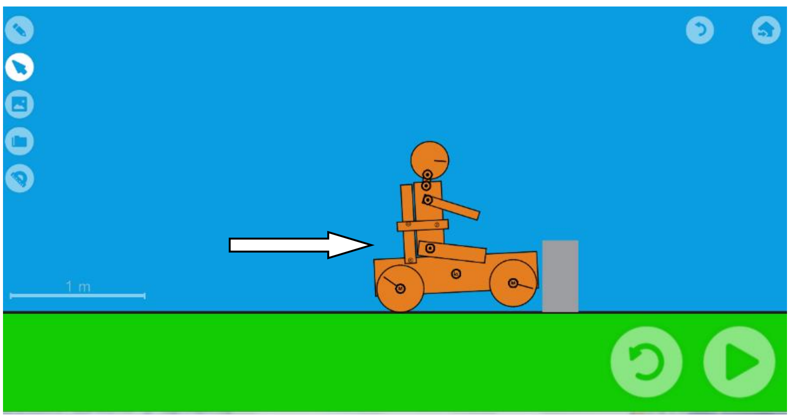
1) Frontálisan ütköző autó, biztonsági öv nélküli vezető

(Az illusztráló képen a szimuláció kiindulási pillanatát és az ütközés utánit egy képre vágtuk össze)

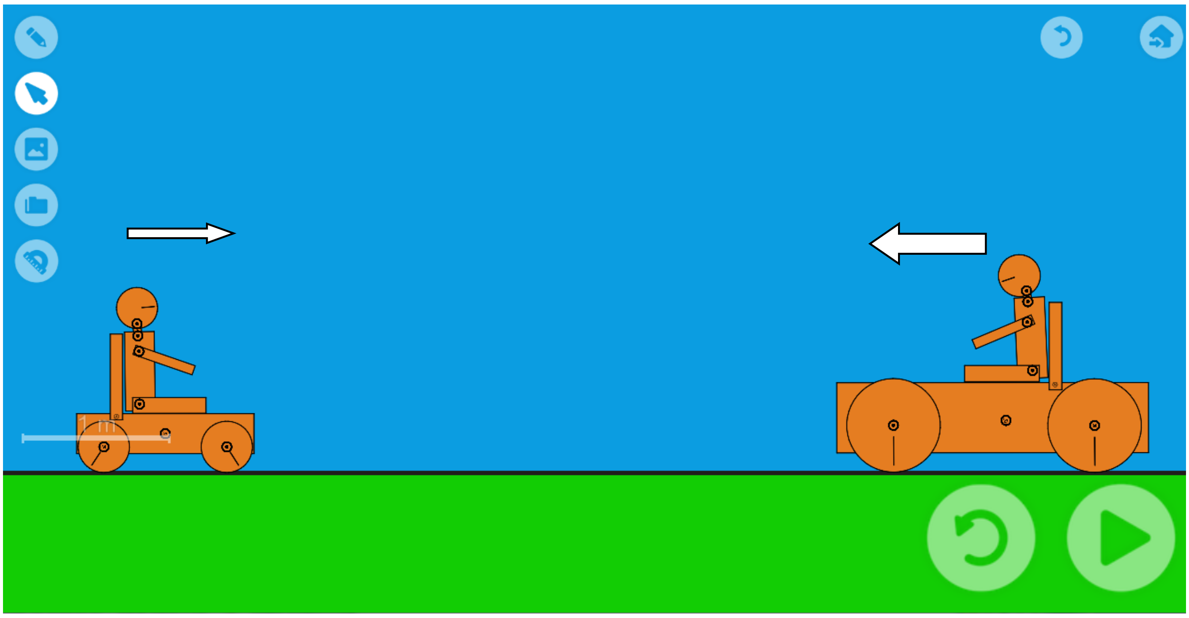
A program elindításakor a motorral meghajtott kerekű modell-autó elindul, majd frontálisan nekiütközik az útjába helyezett akadálynak. A programban változtatni lehet a meghajtó kerék fordulatszámát (ezzel a kocsi sebességét), az ütközés rugalmasságát, az akadály tömegét, illetve rögzítettségét. A beállított paraméterektől függően változik az ütközés kimenetele. Az ábrán bemutatott esetben az autó nagy sebességgel, rugalmatlanul ütközött a rögzített akadállyal. A próbababa az ütközéskor tehetetlensége miatt kirepült a kocsiból.

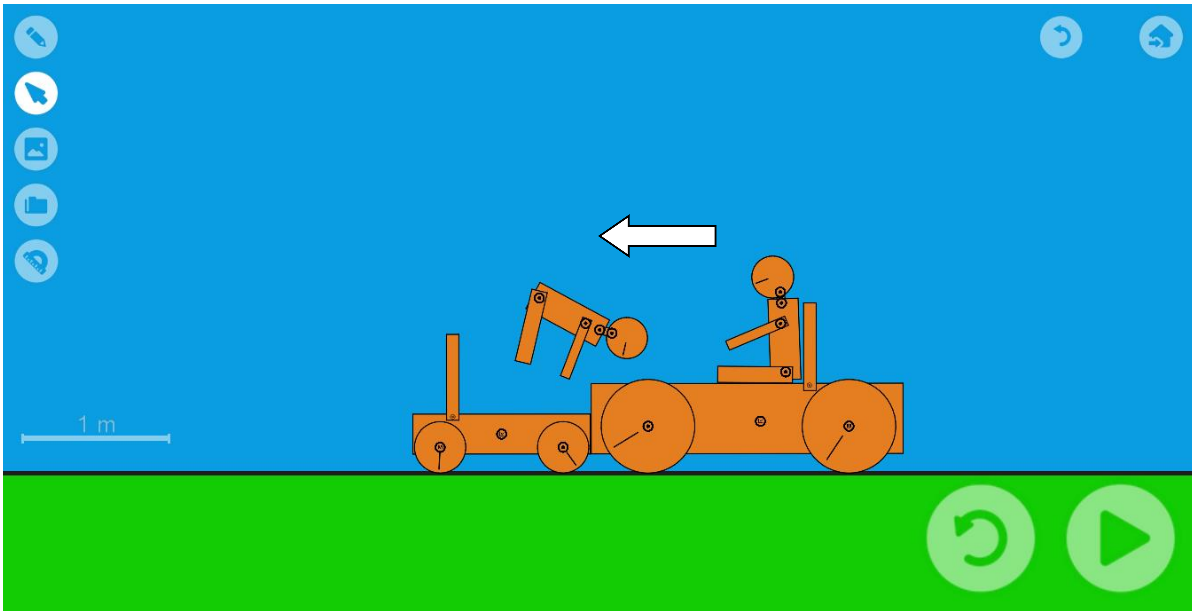


A megismételt kísérletben „biztonsági övvel rögzítettük a bábut az üléshez:



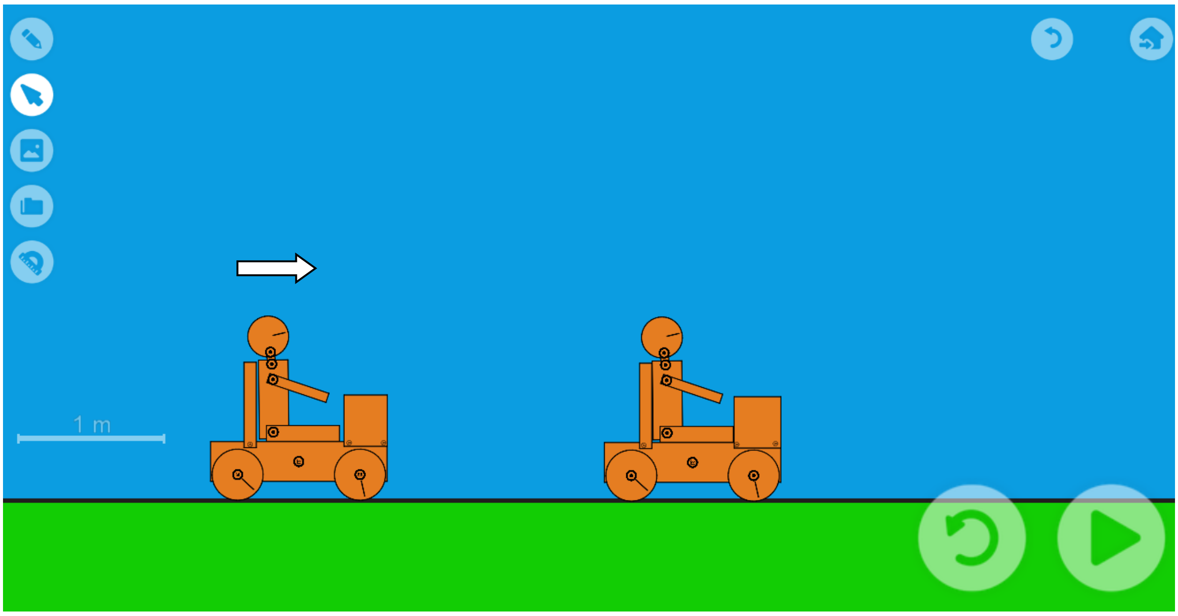
2) Két azonos sebességgel szemben haladó, de lényegesen különböző tömegű és motorerejű autó frontális ütközésének szimulációja. Egyik próbababát sem rögzíti biztonságai öv.

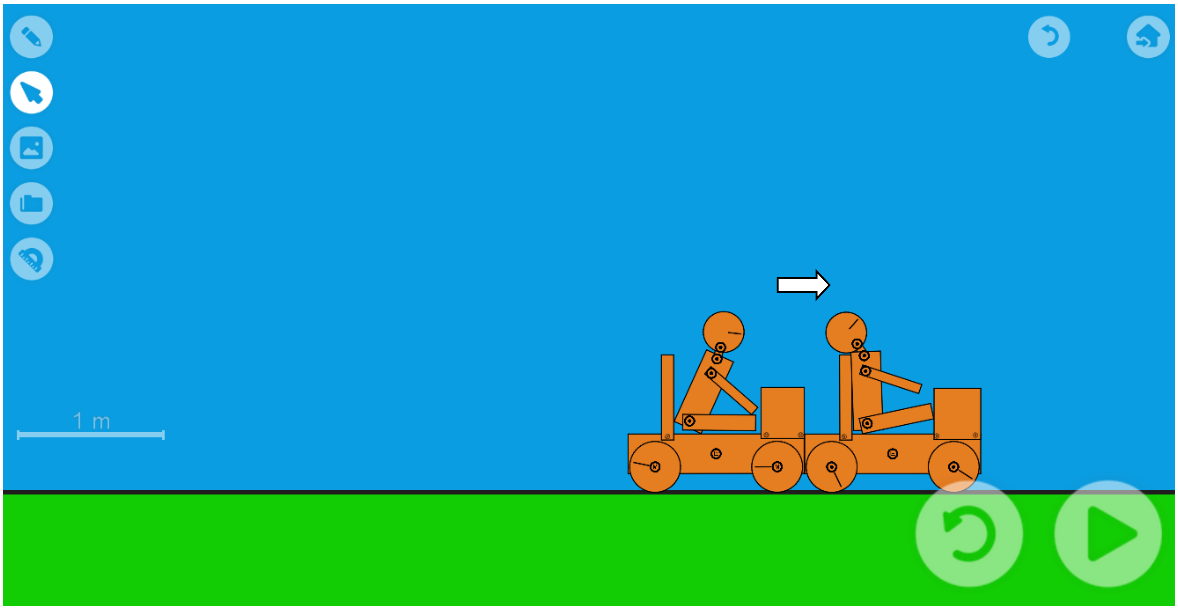




Ütközéskor a nagy terepjáró egyszerűen magával sodorja a beleütköző kis autót. A kisautó vezetője kirepül a kocsiból, a nagy kocsi vezetőjét meg sem billenti az ütközés.

3) Lámpánál várakozó autóba hátulról nem túl nagy sebességgel belefut egy másik kocsi. Egyik kocsiban sincs biztonsági felszerelés (biztonsági öv, fejtámla)





Az ütközéskor az első kocsi vezetőjének a feje támasz híján hátrabicsaklik (majd előre), a hátsó kocsi vezetője nekiesik a műszerfalnak.

A megismételt kísérletben az első kocsira fejtámlát helyeztünk. Az ütközéskor a fejtámla megóvta a vezetőt a nyaki sérüléstől

Ellenőrző feladatok

1. Mekkora átlagos erő hat arra a 60 kg tömegű emberre, akinek sebessége ütközés során 30 cm úton 60 km/h-ról zérusra csökken?

A. 27000 és 28000 N között

B. legfeljebb testsúlyának ötszöröse

C. több mint 40000 N

2. A 60 km/h sebességű gépkocsi utoléri a vele egyenlő tömegű 40 km/h sebességgel haladó 1t tömegű gépkocsit. Ütközéskor a két gépkocsi összeakad. Mekkora sebességgel haladnak tovább?

A. 45 km/h

B. 60 km/h

C. 15 km/h

3. Az előző feladatban az ütközés során mindkét autó 30 cm-rel nyomódik össze. Mekkora átlagos erő hatott a gépkocsikra az ütközés során?

A. 60000 N

B. 29000 N

C. 14000 N

4. Mekkora energia alakult hővé az előző ütközésben?

A. 17,4 kJ

B. 138,9 kJ

C. 5,6 kJ

5. Két 80 km/h sebességű gépkocsi frontálisan ütközik (m_1=600 kg, m_2=900 kg). Mekkora lesz a gépkocsik sebessége?

A. mindkettőé 16 km/h a nagyobb tömegű kocsi mozgásának irányában

B. a gépkocsik megállnak

C. a kisebbik 45 km/h, a kisebbik 30 km/h sebességgel mozog a nagyobbik eredeti mozgásirányában.

6. Mi történik, ha az előző feladatban leírt ütközésben a gépkocsik sebessége csak 20 km/h?

A. mindkettőé 4 km/h a nagyobb tömegű kocsi mozgásának irányában

B. a gépkocsik elpattannak egymástól, mindkettő mozgásiránya ellentétesre változik. A nagyobb tömegű 8,8 km/h, a kisebbik 23,2 km/h sebességgel mozog.

C. mindkét gépkocsi a nagyobbikénak eredeti haladási irányában mozog, a kisebbik 12,3 km/h, a nagyobbik 7,3 km/h sebességgel

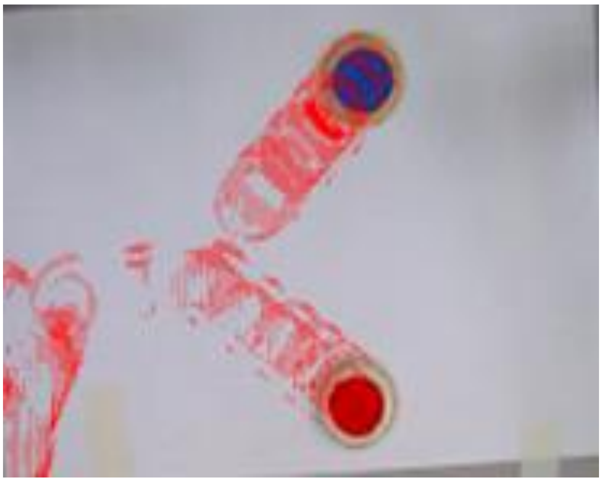
Vissza (Pontrendszerek mechanikája) >>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

P6. Korongok ferde ütközése

A Webcam Laboratory *„nyomjelzés”* opcióját használva készítsünk webkamerás felvételt két egyenlő tömegű, kékre és pirosra színezett gombfoci-korong ferde ütközéséről!

A kísérletet sima, világos felületű vízszintes lapon végezzük. A gombfoci-korongokat fessük be a világos alaplaptól jól különböző színekre, vagy ragasszunk rájuk színes papírlapot. A felvétel elkészítéséhez állítsuk be a kameránkat úgy, hogy felülről nézze az asztallapot, amin a korongokat ütköztetjük. Az egyik korongot –pl. a kéket helyezzük le a képmező közepére, a másikat (piros) 4-5 cm-nyire tőle! Indítsuk el a kamera felvételét majd pöcköljük meg határozottan a piros korongot úgy hogy az kissé oldalról (ferdén) ütközzön az álló kék korongnak! (Ferde ütközésről akkor beszélünk, ha az ütköző korong sebessége szöget zár be a két korong tömegközéppontját összekötő egyenessel.) A mozgó korongok nyomképe színes sávokban jelenik meg a felvétele. Ilyen nyomképet mutat a következő ábra.



A nyomképen követhető a korongok ütközése. Az ütközés előtt a kék korong nyugalomban volt és a neki pöckölt piros korong hozta mozgásba, miközben saját mozgása is megváltozott. Az ütközés után nem sokkal mindkét korong megállt a súrlódás hatására.

A képen végzett mérések alapján vizsgáljuk meg mennyire volt rugalmas a korongok ütközése!

Az ideálisan rugalmas ütközésekre érvényes a lendületmegmaradáson túl az energiamegmaradás is. A nyomkép alapján azt kell eldöntenünk, hogy a bemutatott ütközésre teljesül-e mindkét megmaradási törvény.

A nyomképen jól mérhető a korongok útja, az ütközéstől a megállásig, továbbá a két korong mozgásiránya által bezárt szög. A közölt nyomképen a két koron megállásig megtett útja szinte azonos ($s_1 = s_2$), a sebességvektorok szöge közel 90°.

Tekintsük a korongok mozgásának ütközés utáni szakaszát! Jelölje v_1 a piros korong és v_2 a kék korong sebességét! A munkatétel szerint a korongok kinetikus energiáját a súrlódási erő munkája emészti fel a fékúton. Azaz

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \mu mg \cdot s_1$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \mu mg \cdot s_2$$

Ebből következik, hogy a sebességek aránya a fékeződési utak arányának négyzetgyökével egyezik meg, tehát

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{s_1}{s_2}}$$

Mivel a felvételen látható fékutak egyenlők, a két korong sebességének a nagysága is azonos ($v_1 = v_2 = v_k$)

Az ütközés során teljesülnie kell a lendületmegmaradásnak, azaz a rendszer lendülete az ütközés előtt és után megegyezik. Ütközés előtt csak a piros korongnak van lendülete, (nagysága $I = mv_0$, iránya a korong ütközés előtti sebességének irányával azonos).

Ütközés után a két koron lendületének vektori eredője ettől nem különbözhet, iránya tehát a piros korong ütközés előtti nyomvonalába esik (lásd alsó ábra!). Mivel az ütközés után a két lendületvektor azonos nagyságú és merőleges irányú, eredőjük nagysága

$I = \sqrt{2} \cdot mv_k$, ami azonos a piros korong ütközés előtti lendületévek irányával.

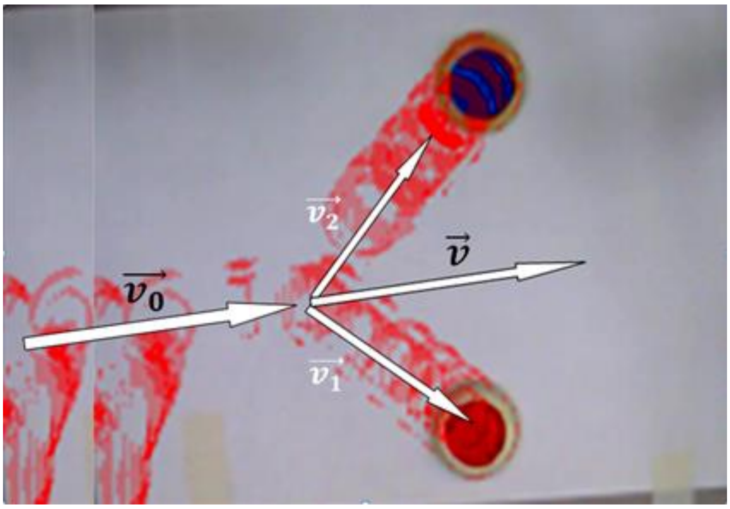
$$I = \sqrt{2} \cdot mv_k = mv_{\ 0}$$

Innen a piros korong ütközés előtti sebessége $v_0 = \sqrt{2} \cdot v_k$.

Feltételezve a mechanikai energiamegmaradást

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

Behelyettesítve a sebességekre kapott eredményeinket az egyenlőség teljesül. A gombfocikorongok ütközése tehát jó közelítéssel rugalmas.



Vissza >>>

P7. Súlymérés

Feladat:

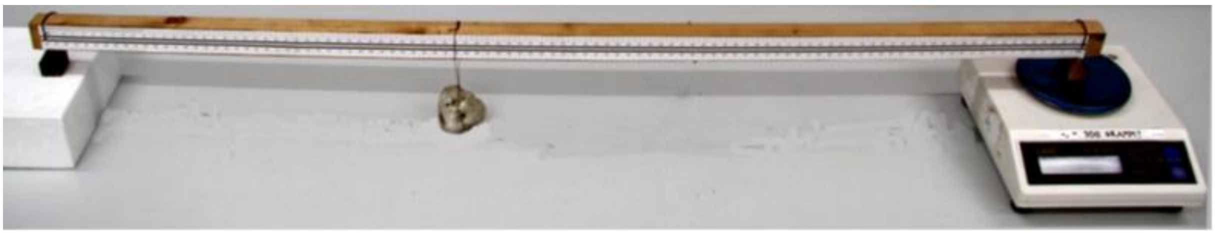
Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd (legalább) három különböző helyére, és mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól! Határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel egyensúlyban tartott végén! A mért hosszúság és erőadatokból határozza meg az ismeretlen test súlyát!

Szükséges eszközök:

Az 1 m hosszúságot kicsit meghaladó farúd, cm beosztású skálával (a rúd súlya a mérendő test súlyával összemérhető), mérleg (ajánlott a digitális asztali mérleg, de lehet levélmérleg vagy egyszerű rugós erőmérő is), akasztózsineggel ellátott, ismeretlen súlyú kődarab (a kő súlya kevéssel meghaladja a rendelkezésre álló mérleg/ erőmérő méréshatárát), méteres mérőszalag, támasztó ékek, (rugós erőmérő alkalmazása esetén Bunsen-állvány, zsinegek) Bunsen-állvány, támasztó ékek, zsinegek.

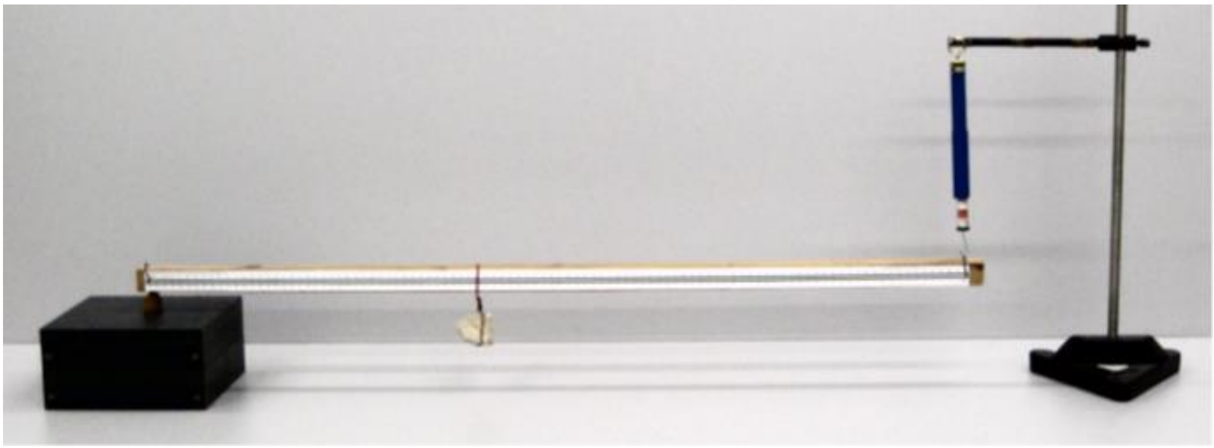
A kísérleti összeállítást két ajánlott változatát a fotók mutatják.

A.) változat:



A fa lécet (a képen 2x3 cm keresztmetszetű és 1 métert valamivel meghaladó hosszúságú) vízszintes helyzetben feltámasztjuk. A rúd egyik vége digitális asztali mérlegre helyezett ékre, a másik egy azonos magasságú ékre támaszkodik. A két alátámasztási pont távolsága 1m. A léc oldalára előzőleg méteres papír mérőszalagot ragasztottunk. A mérendő súlyú kődarab a rákötött hurokkal akasztható a lécre.

B.) változat:



A centiméterskálával ellátott léc egyik végét ékkel feltámasztjuk, a mérendő ködarab akasztó zsinegét a rúdra húzzuk, majd a rúd szabad végét, a feltámasztott végtől 1 m távolságban rugós erőmérőre akasztjuk. Az erőmérő megemelésével a rudat vízszintesig emeljük.

A mérés leírása:

Helyezze az ismeretlen súlyú testet a rúd legalább négy különböző helyére, mérje meg ezek távolságát az alátámasztástól, és határozza meg, hogy mekkora erő hat a rúd mérleggel (erőmérővel) egyensúlyban tartott végén!

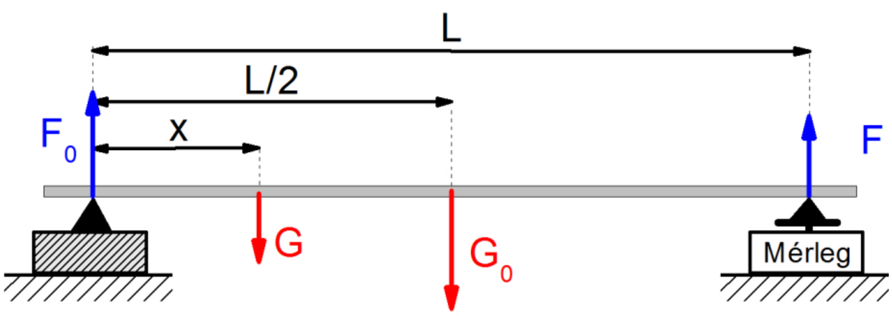
- *Készítsen a mérésről az erőket feltüntető értelmező rajzot!*
- *A mért hosszúság- és erőadatokból határozza meg az ismeretlen test súlyát!*

Megoldás

A mérés elvégzése előtt értelmezzük a feladatot!

A rúd vízszintes helyzetben egyensúlyban van, aminek feltétele, hogy a rá ható erők és forgatónyomatékok eredője zérus legyen.

A rúdra ható erőket, a támadási pontokba rajzolva az ábra mutatja. A Föld által a rúdra ható erő G_0, az ismeretlen test súlya, amivel a függesztő zsineg terheli a rudat G, a mérleg nyomóereje a rúdra F (ezt olvasható le a mérleg kijelzőjén), a másik támasz által kifejtett erő F_0.



A forgatónyomatékok felírásához válasszuk viszonyítási pontnak a mérleggel ellentétes alátámasztási pontot, és mérjük innen az erőkhöz tartozó erőkarok értékét! A mérleg által kifejtett tartóerő erőkarja így L, rúd saját súlyához tartozó erőkar értéke $L/2$, az ismeretlen G súlyú kő aktuális távolsága x.

A forgatónyomatékok egyensúlya a választott viszonyítási pontra:

$$Gx + G_0\frac{L}{2} - FL = 0$$

Innen G keresett értéke meghatározható.

Az A.) fotón látható összeállítással végzett mérés adatait az értéktáblázat mutatja.

x (m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8	0,9
F (N)	1,57	1,67	1,76	1,87	1,97	2,07	2,22	2.26	2,37

A mérés kiértékeléséhez a nyomatéki egyenletet célszerű a mért mennyiségek szerint rendezni. (A mérés független változója x, amelynek értékét a súly helyzetével tetszés szerint változtatjuk, a függő változó pedig a mérlegről leolvasható F)

$$F = \frac{G}{L}x + \frac{G_0}{2}$$

A mérési adatokat ábrázoljuk a felírt függvény szerint! A pontok az F tengelyt metsző egyenesre illeszkednek.

Olvassuk le a grafikon meredekségét!

Esetünkben $\mathrm{tg}\alpha = 0{,}96$. A

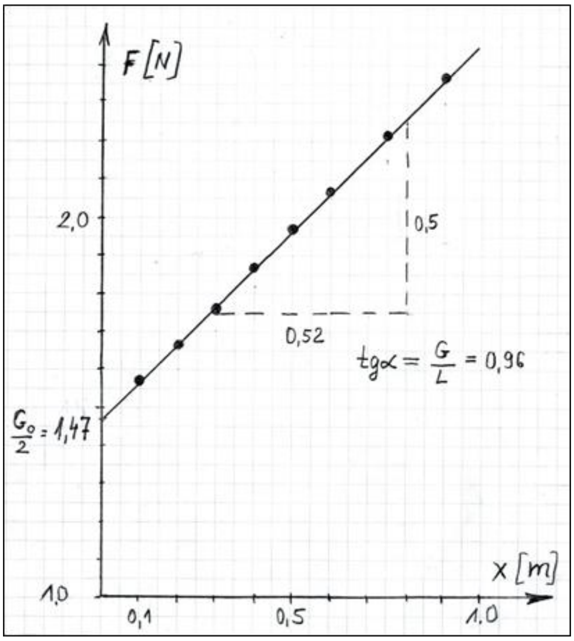
$$\frac{G}{L} = \mathrm{tg}\alpha$$

egyenletből határozzuk meg G értékét!

A bemutatott mérés esetén $G \approx 0{,}96$ N

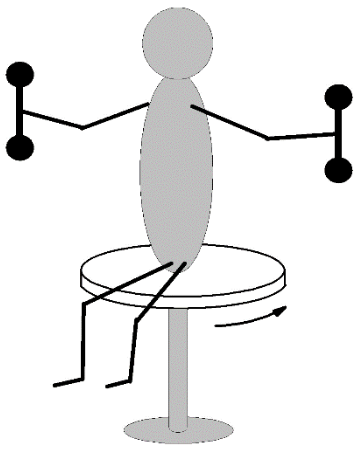
A grafikon tengelymetszete a rúd súlyának felét adja.

A rúd súlya tehát: $G_0 \approx 2{,}94$ N



Vissza >>>

P8. Az impulzusmomentum-megmaradás szemléltetése forgózsámolyos kísérletekkel



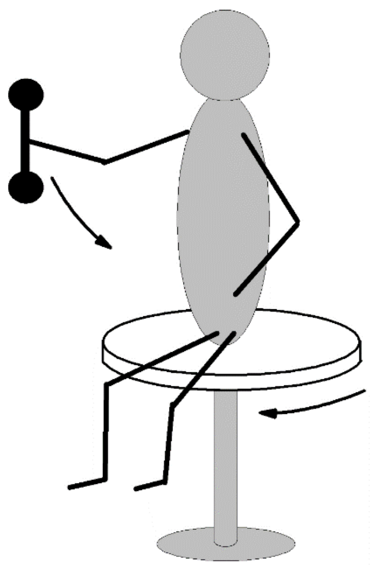
a) A kísérletező személy melle elé húzott karokkal, kezében egy-egy 2-5 kg-os súllyal üljön fel a forgózsámolyra! Segítőtársa hozza forgásba, és hagyja szabadon mozogni! Ha a zsámollyal együtt forgó kísérletező személy karjait a súlyzókkal együtt hirtelen kinyújtja, akkor forgása lelassul.

A jelenség a perdületmegmaradással magyarázható. Amikor a kísérletező karjait kinyújtva ω_1 szögsebességgel forog, tehetetlenségi nyomatéka Θ_1, perdülete $\Theta_1\omega_1$. Ha a kísérletező karjait a kezében tartott súlyzókkal kinyújtja, tehetetlenségi nyomatéka (Θ_2) megnő ($\Theta_2 > \Theta_1$). Mivel a rendszerre külső forgatónyomaték nem hat, a perdület nem változik, ezért a forgásnak lassulnia kell ($\omega_2 < \omega_1$).

Megjegyzések

- A kísérletező személyt balesetvédelmi okból mindig behúzott karral kell megpörgetni. Fordított esetben ugyanis a forgás a karok behúzásakor oly mértékben felgyorsulhat, hogy a kísérletező lerepül a zsámolyról.

- Ez a jelenség a műkorcsolya-bemutatókon is gyakran megfigyelhető (piruett). A sportoló kinyújtott karokkal kezd forogni a jégen, majd karjainak behúzásával forgási sebességét újabb külső lökés nélkül jelentősen felgyorsítja.

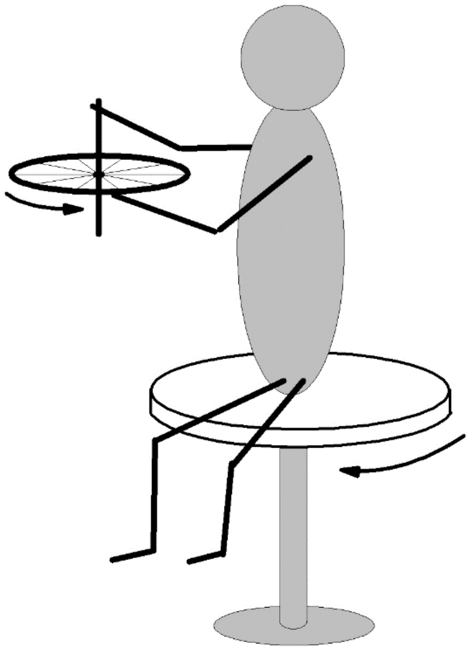


b) A forgózsámolyon ülő kísérletező oldalra kinyújtott kezében tartson súlyzót, majd azt vízszintes síkban, a kaszálás mozdulatához hasonlóan, köríven lendítse meg! A köríven mozgó súlyzóval egyidejűleg a forgózsámoly - a rajta ülővel együtt - ellenkező irányba elfordul, majd megáll. Húzza be tengelyirányba a kísérletező a karját, és szorosan a teste mellett vigye vissza a kiindulási helyzetbe, majd nyújtsa ki! A forgózsámoly alig fordul vissza.

Ismételje a kísérletező ezt a mozgásciklust addig, míg a zsámoly szakaszosan teljesen körbefordul! A kísérlet mutatja, hogy a változtatható tehetetlenségi nyomatékú testrendszer pusztán belső erőkkel is elfordítható. Folyamatos forgás természetesen nem hozható létre ily módon.

c) A forgózsámolyon ülő kísérletező kezébe adjon a segítőtárs egy kerékpárkereket! (A kerék kerületére a tehetetlenségi nyomaték megnövelésére célszerű körbehajlított ólomcsövet rögzíteni, és a biztonságos kísérletezés érdekében a tengelyt két fogantyúval ellátni.) A kísérletező a kerék tengelyét tartsa vízszintesen, ezáltal a kerék síkja függőleges helyzetű lesz! A segítőtárs forgassa meg a kereket, majd a zsámolyon ülő kísérletező fordítsa át a forgó kerék tengelyét függőleges helyzetbe! A zsámoly a vízszintes síkban forgó kerék forgási irányával ellentétesen forgásba jön. Ha a kísérletező 180º-kal átfordítja a kerék tengelyét (a kerék ellenkező irányba forog, mint az előbb), a zsámoly forgási iránya is megfordul.

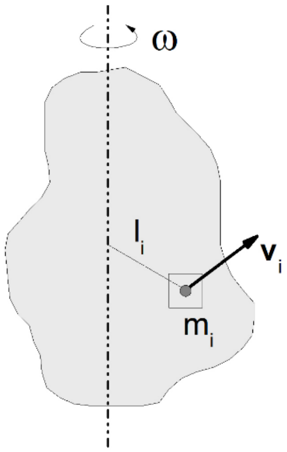
d) A kísérletező a forgózsámolyon ülve függőleges tengelyiránnyal tartsa egyik kezében a kerékpárkereket! A kiindulási állapotban sem a kerék, sem a zsámoly ne forogjon! A kísérletező hozza forgásba a kereket! A kerékpárkerékkel együtt a zsámoly is (a kísérletezővel együtt) forgásba jön, forgási iránya azonban a kerékével ellentétes lesz (lásd ábra).



A *b*), *c*), *d*) kísérletek magyarázatát az impulzusmomentum-megmaradás törvényéből kiindulva adhatjuk meg. A forgózsámoly a rajta ülő kísérletezővel és az általa tartott tárgyakkal (súlyzó, kerékpárkerék) a függőleges tengely körüli forgásra zárt rendszert alkot. Mindhárom kísérlet esetén a kiindulási állapotban a rendszer impulzusnyomatékának függőleges összetevője zérus. A kísérlet során ható külső erők az impulzusmomentum függőleges összetevőjét nem változtatják, így ha a rendszer egy része belső erők hatására forgásba jön, akkor a rendszer többi részeinek ellentétes irányban kell forogniuk.

Vissza >>>

P9. Tengely körül forgó merev test mozgási energiája



Az ω szögsebességgel forgó merev test pontjai a tengelyre merőleges síkokban körpályán mozognak.

Bontsuk a testet kicsiny részekre, és jelöljük a i. rész tömegét m_i -vel, tengelytől mért távolságát l_i -vel. Az i-edik, rész mozgási energiája

$$E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i (l_i \omega)^2 ,$$

A merev test forgási energiája az egyes részek mozgási energiájának összegével egyenlő, tehát:

$$E_k = \sum E_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i l_i^2 .$$

Az energia kifejezésben szereplő összeg a merev test tehetetlenségi nyomatéka, az adott tengelyre vonatkoztatva, így a forgási energia

$$E_k = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$

Vissza >>>

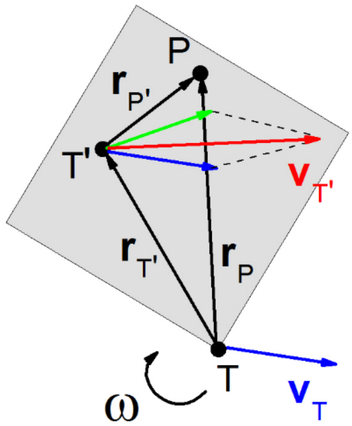
P10. A merev test pillanatnyi forgásának szögsebessége független a vezetési ponttól

A mozgás bonyolult és az általános leírás csak akkor lesz áttekinthető, ha bevezetjük a szögsebesség vektort, amellyel a merev test tetszőleges P pontjának sebessége

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_T + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P$$

alakban írható fel, ahol $\mathbf{v}_P$ a pont, $\mathbf{v}_T$ a vezetési pont sebessége, $\boldsymbol{\omega}$ a szögsebesség $\mathbf{r}_P$ pedig a vezetési pontból a P pontba mutató helyvektor. Ennek az összefüggésnek a segítségével belátható, hogy ha a merev test mozgásának transzlációs komponensét hordozó vezetési pontot megváltoztatjuk, akkor a P pont sebességét megadó összefüggésben csak a transzlációs sebesség és a helyvektor változik, a szögsebesség vektor azonban változatlan marad.

Az ábra jelöléseit használva írjuk fel a P pont sebességét a T és T' vezetési pont segítségével is, továbbá írjuk fel a T' vezetési pont sebességét a T vezetési ponttal:



$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_T + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P \ ,$$

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{T'} + \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}_{P'} \ ,$$

$$\mathbf{v}_{T'} = \mathbf{v}_T + \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}_{T'} \ ,$$

ahol az ábrának megfelelően $\mathbf{r}_{P'} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{T'}$ Behelyettesítve ezt, és a harmadik egyenletből $\mathbf{v}_{T'}$ értékét a második egyenletbe, az első egyenlet felhasználásával azt kapjuk, hogy

$$\mathbf{v}_T + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P = \mathbf{v}_T + \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}_{T'} + \boldsymbol{\omega}' \times (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{T'}) \ .$$

Ebből az egyszerűsítések elvégzése után az adódik, hogy

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P = \boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{r}_P \ .$$

Mivel az $\mathbf{r}_P$ pontra semmilyen feltételezést sem tettünk, ez csak akkor teljesülhet, ha

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}' \ .$$

A merev test pillanatnyi forgása (a forgás szögsebessége) tehát független a koordinátarendszer origójának megválasztásától.

Vissza >>>

P11. Négy keréken az indulástól a megállásig - az autózás fizikája (szakköri feldolgozás javasolt anyaga)

Hazánkban a felnőtt lakosság nagy részének van jogosítványa, ezért a gépkocsivezetés szinte közügy. „Hogyan vezessünk csúszós úton?" „Mekkora követési távolságot tartsunk?" Naponta kerülünk szembe ilyen és hasonló, a gépkocsivezetés technikájával és a gépkocsi működésével kapcsolatos kérdésekkel, gondokkal.

A gépkocsi mozgásával és működésével kapcsolatos kérdésekre a fizika törvényei alapján válaszolhatunk. A gépkocsi fizikája rengeteg viszonylag egyszerű és mégis izgalmas problémát rejt. Most néhány ilyen kérdéssel foglalkozunk.

I. LECKE: Az indulás

Bevezető teszt

1. *Induláskor milyen erő gyorsítja a gépkocsit?*
   A. A motor húzóereje
   B. A talaj és a kerekek közötti tapadási súrlódási erő
   C. A csúszási súrlódási erő
   D. Egyik sem

2. *Megálláskor milyen erő lassítja a gépkocsit?*
   A. A motor fékezőereje
   B. A talaj és a kerekek közötti tapadási súrlódási erő
   C. A csúszási súrlódási erő
   D. Egyik sem

3. *Mitől függ az autó kezdeti gyorsulása?*
   A. A motor teljesítményétől
   B. A talaj és a kerekek közötti tapadási súrlódási együtthatótól
   C. A és B től együtt
   D. A vezető ügyességétől

4. *Befolyásolja-e a légellenállás az induló gépkocsi gyorsulását?*
   A. Nem, mert a gépkocsik karosszériáját áramvonalasra tervezik
   B. Igen, mert abban a pillanatban, amikor az autónak sebessége lesz ellenszél keletkezik
   C. Nem, mert a légellenállás a sebesség négyzetétől függ, ezért az induláskor még elhanyagolható
   D. Erre a kérdésre csak a körülmények pontosabb ismeretében lehet válaszolni

5. *Mikor célszerű második sebességfokozatban elindulni?*
   A. Semmikor, mert a gépkocsi motorja lefullad
   B. Gyakorlott vezető mindig elindulhat így, egyébként nincs a módszernek sem előnye, sem hátránya
   C. Jeges úton célszerű, mert a kerekek nem pörögnek ki
   D. A kérdés csak további adatok ismeretében válaszolható meg

6. *Ugyanolyan tulajdonságú és teljesítményű motor, valamint azonos külső körülmények mellett az első vagy a hátsó kerék meghajtású gépkocsi induló gyorsulása a nagyobb?*
   A. A két gyorsulás pontosan ugyanakkora
   B. Az első kerék meghajtás mindig előnyösebb, az ilyen gépkocsik induló gyorsulása nagyobb
   C. Ha a gépkocsi súlypontja az első kerékhez van közelebb, akkor az elsőkerék meghajtású autó gyorsulása nagyobb, ha a súlypont a hátsó kerékhez van közelebb, akkor hátsókerék meghajtásúé nagyobb
   D. A kérdés megválaszolásához a súlypont helyét és a gyorsulás nagyságát is ismerni kellene

7. *Jeges úton induláskor kipörögnek a kocsi kerekei. Hogyan indítsunk?*
   A. Ne törődjünk a kerekek kipörgésével, a kocsi mindenképpen elindul a csúszó súrlódási erő hatására is
   B. Hirtelen adjunk erős gázt, majd vegyük le lábunkat a gázpedálról egy pillanatra. A gépkocsi ettől mozgásba jön és utána már kis gázzal tovább gyorsíthatjuk
   C. Kapcsoljunk kettes vagy esetleg hármas sebességfokozatba, és óvatos gázadással próbáljuk a kerekek kipörgése nélkül mozgásba hozni a gépkocsit
   D. Ha a kerekek már kipörögtek, akkor csak hosszabb várakozás után van esélyünk arra, hogy az újabb indításkor ez ne ismétlődjék meg.

Milyen erő viszi előre a gépkocsit? (Vagy pontosabban: milyen erő gyorsítja fel a gépkocsit?) Hajlamosak vagyunk rá, hogy rávágjuk: a motor húzóereje. Aztán egy kissé jobban utánagondolva a dolognak rájövünk, hogy olyasvalamit állítottunk, mint a nagyotmondó Münchhausen báró. A báró egy ízben lovastul belezuhant egy mocsárba. Nagyon erős és ötletes ember lévén, nem jött zavarba, könnyen segített magán: erősen a két combja közé szorította a lovat, majd jobb kezével megragadta saját sűrű haját, s egyetlen rántással lovastul kitépte magát az iszapból. A történeten jól mulatunk, hiszen a nevetségességig képtelen, mert pusztán belső erők hatására egyetlen test sem mozdulhat ki nyugalmi helyzetéből.

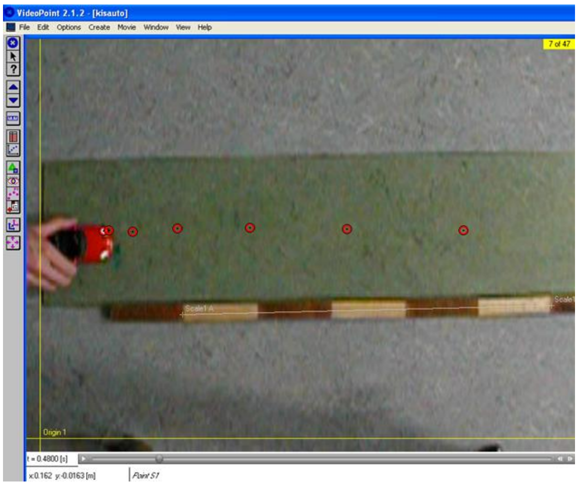
Elindulhat-e hát motorjával együtt a gépkocsi pusztán a motor által kifejtett erő hatására? Nyilvánvalóan nem. Ahhoz, hogy az autó elinduljon, külső erőre van szükség! Mindnyájan láttunk már homokos talajon vagy jeges úton indulással próbálkozó, küszködő autóst. Homokban, jégen a kerék „kipörög", de a kocsi csak csúszkál ide-oda és keveset mozdul előre A homokban kipörgő kerék hátrafelé szórja a homokot. Ez jelzi, hogy a kerék a talajra hátrafelé mutató erővel hat. A kölcsönhatás törvénye szerint a talaj a kerékre ellenkező irányú, azaz előre mutató erőt fejt ki. Az autót tehát induláskor a kerék és a talaj közt ható súrlódási erő, optimális esetben a tapadási súrlódási erő gyorsítja előre.

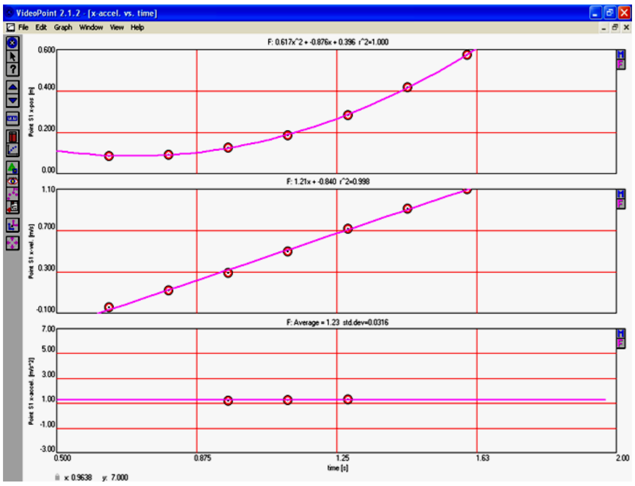
Modellkísérlet I.

Egyszerű játékautóval végzett modellkísérlet igazolja az elmondottakat. A fotón látható rugós játékautót lapos tálban megfagyasztott jégfelületre helyeztük. Az olvadó jég felületén a kerék nem tapadt kipörögött.

Modellkísérlet II.

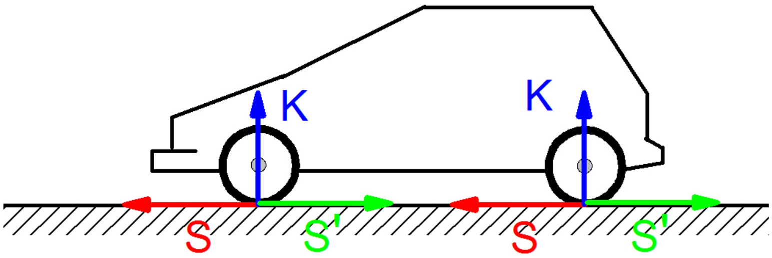
Készítsünk videofelvételt a rugós játékautó indulásáról, és mozgáskiértékelő számítógépes programmal határozzuk meg a kisautó gyorsulását! A fotó a kísérleti elrendezést felülnézeti kameraállásból mutatja. A kisautó pályája mentén elhelyezett méterrúd a számítógépes szoftver (VideoPoint) kalibrálására szolgál. A grafikonok a játékautó mozgását jellemző kinematikai függvényeket mutatják





A grafikonok igazolják, hogy az indulást követő rövid szakaszon a játékautó mozgása egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak tekinthető. A gyorsulás értéke $a = 1{,}23\ \mathrm{m/s^2}$.

Az indulásnak tehát az a feltétele, hogy a kerék gördüljön. Ehhez pedig az kell, hogy meg tudjon „kapaszkodni" a talajon, vagyis elég nagy legyen a súrlódás a talaj és a kerekek között. Ilyenkor a kerék a talajt hátrafelé nyomja, s a hatás-ellenhatás törvénye értelmében - a talaj és a kerék érintkezési pontjában - ezzel ellentétes irányú, azaz előre mutató erő ébred. Ez a súrlódási erő (S). Az ábra a négykerék-meghajtású autóra ható súrlódási erőket mutatja. Az S súrlódási erő a talajra, S' ellenereje pedig a kerékre hat.



Ez utóbbi gyorsítja az autót. Persze az autó motor nélkül sem indulhat el. Ám gyorsulást létrehozó, előre mutató erő csak akkor keletkezik, ha a kerék és a talaj között súrlódás lép fel. Végül is a motor forgatónyomatéka a súrlódási erőn keresztül „válik" vonóerővé. Természetesen fellépnek olyan erők is, amelyek akadályozzák a kocsi mozgását. Ezeket az erőket összefoglalóan menetellenállásnak (F_m) nevezzük.

Legegyszerűbb modellként tehát azt fogadhatjuk el, hogy a gépkocsi az előre mutató súrlódási és a menetellenállási erő eredőjének hatására gyorsul, azaz

$$a = \frac{S - F_m}{m}.$$

A gépkocsi indulása azonban ennél sokkal bonyolultabb folyamat.

II. lecke: A maximális gyorsulás

A gépkocsik jellegzetes adata, hogy mennyi idő alatt képesek elérni a 100 km/h sebességet. Érdemes ezt a kérdést is az induláskor ható erők függvényében megvizsgálni. A reális kép kialakításához érdemes röviden összefoglalni az autók mozgását döntően befolyásoló súrlódási erő tulajdonságait.

Megjegyzés: A súrlódási erővel kapcsolatos összefoglaló hossza természetesen attól függ, hogy a gépkocsizással kapcsolatos leckét hová iktatjuk be. Az itt következő emlékeztető teljesen ki is hagyható, ha az osztály tisztában van a súrlódási erő tulajdonságaival.

Emlékeztető ismétlés:

Ha az asztalra helyezett fahasábot erőmérő közbeiktatásával egyre nagyobb és nagyobb erővel húzzuk, akkor a hasáb egy ideig nyugalomban marad, majd hirtelen, gyorsulva megindul. A hasáb kimozdításához - tapasztaljuk - nagyobb erőt kell kifejtenünk, mint amekkorát a test állandó sebességű egyenletes mozgatásához. A kísérlet azt bizonyítja, hogy a nyugvó testre ható tapadási súrlódási erő nagysága mindig éppen akkora, mint amekkora a testre gyakorolt húzóerő. Ám a húzóerőt növelve a test csak meghatározott küszöbértékig marad nyugalomban. Ha a húzóerő ezt az értéket meghaladja, a test mozogni kezd, s a tapadási súrlódás helyett csúszási súrlódás lép fel. A csúszási súrlódási erő értéke azonban kisebb, mint a tapadási erő maximuma.

Kísérleti úton azt is megállapítottuk, hogy mind a tapadási erő maximuma, mind pedig a csúszási súrlódási erő a felületre merőleges nyomóerővel (K) arányos. Az arányossági tényező - a tapadási súrlódási együttható (μ_0) és a csúszási súrlódási együttható (μ) - a felületek anyagi minőségétől függ, s μ_0 általában nagyobb, mint μ. Korszerű, érdesített utakon a tapadási tényező 0,7*0,9* között van, egyes földutakon elérheti az *1,2-1,3* értéket is. Gépkocsinkkal könnyen és gyorsan akkor indulhatunk el, ha a kerekek a talajon nem csúsznak meg, vagyis: ha a keréknek a talajjal érintkező pontjának sebessége nulla. A keréknek, persze, pillanatról pillanatra más és más pontja érintkezik a talajjal. A nulla sebesség tehát azt jelenti, hogy a gépkocsi sebessége (v) éppen egyenlő a keréknek - a tengelye körüli forgásából adódó - kerületi sebességével. A talajjal érintkező pontban ez a két sebesség ellentétes irányú, és összegük nulla.

Minthogy a talajon levő pont nem mozog, a kerék és az út között tapadási súrlódási erő ébred. Ám abban a pillanatban, mihelyt a kerék az úton megcsúszik, a tapadási súrlódás helyett csúszási súrlódás lép fel, s a kerékre ható külső erő csökken.

A fenti közelítések a súrlódás jelenségének még reálisnak tekinthető legegyszerűbb modelljét alkotják. A gépjárműveknél fellépő súrlódás ennél sokkal bonyolultabb, s a gumigyárak tervezőmérnökei méréseken alapuló, a sebességtől, a gumik mintázatától és nyomásától is függő tapasztalati összefüggéseket használnak a súrlódási erő meghatározására.

A súrlódással kapcsolatban célszerű még egy igen veszélyes jelenségről, az ún. aquaplanningról, magyarul vízfilmen csúszásról is szólni. A vizes úton bekövetkező megcsúszás a gumiabroncsokkal, mintázatuk állapotával függ össze. A vizes úton haladó gépkocsi gumija csak akkor érintkezik közvetlenül az útfelülettel, ha a gumi felületi rovátkái képesek rá, hogy kiszorítsák a két felület közül a vizet. Ha a rovátkák nem elég mélyek, vagy ha a kocsi sebessége túlságosan nagy, a víz nem szorul ki a gumi alól, s a vékony vízfilmen a kocsi megcsúszik. Ha kopott a gumi, ez már *20-30* km/h sebességen is bekövetkezhet.

A menetellenállás

A tehetetlenség törvénye szerint a magára hagyott test megtartja sebességét. A vezetési tapasztalatok ezzel szemben azt mutatják, hogy amennyiben levesszük lábunkat a gázról, azaz a motor hatását kikapcsoljuk, a gépkocsi rohamosan lassul és megáll. Az autó sebességének fenntartásához a motornak erőt kell kifejtenie. A tapasztalat azt mutatja, hogy az autó mozgását a sebességétől függő külső erők fékezik. Ezek az erők a légellenállás és az ún. gördülési súrlódás. Mindkettő a sebességgel ellenkező irányban hat.

A légellenállás

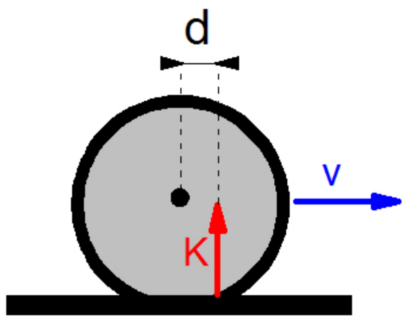
A légellenállást egyszerűen érzékelhetjük, ha kitesszük kezünket a gépkocsi nyitott ablakán. Kis sebességgel mozgó kocsi esetén kezünkön épp csak érezzük a menetszél nyomását, míg nagy sebesség mellett ez már sokkal jelentősebb. A mozgó autót fékező légellenállás értéke a sebesség négyzetével arányosan változik, de kisebb mértékben függ a karosszéria kialakításától is. Képletben:

$$F_L = \frac{1}{2} A\rho C v^2 \,,$$

ahol A a kocsi homlokfelületének területe, ρ levegő sűrűsége, v a sebesség és C a karosszéria kialakításától függő alaki tényező (C tipikus értéke átlagos személykocsikra 0,38- 0,5).

A gördülő súrlódás

A szabadon gördülő kerékre a talaj fékező nyomatékot gyakorol. Ez abból adódik, hogy a guruló kerék és alatta a talaj is kicsit benyomódik. Az aszimmetrikus alakváltozást az ábra mutatja.



A talaj által a v sebességű kerékre gyakorolt K kényszererő hatásvonala a deformáció miatt d távolságnyira előre tolódik.

A K erő $M = Kd$ nyomatékkal lassítja a kerék forgását. Ezt a nyomatékot egyensúlyozza ki a motor a kerék tengelyén ható F_R erő nyomatékával a kerék talajhoz tapadó pontjához képest a kerék R sugara. Így:

$$F_R R = Kd$$

Azaz a gördülő-súrlódási erő: $F_R = K\frac{d}{R}$, egyenesen arányos a kocsi súlyából a tengelyre eső K erővel és fordítottan a kerék sugarával. Mivel d értéke milliméter nagyságrendű, a gördülő súrlódás értéke csekély, így nagyobb sebességek esetén a közegellenállás hatása mellett el is hanyagolható.

A menetellenállásnak tehát vízszintes terepen haladva - lényegében két összetevője van; a gördülőellenállás és a légellenállás. A gördülő ellenállás hatása általában csekély, többnyire nem haladja meg a súrlódási erő 5 százalékát. Nagyobb, 50 km/h sebesség fölött ennél fontosabb szerepe van az autózásban a légellenállásnak *(F_L).*

Az elérhető legnagyobb gyorsulás

Ezek után már tisztázhatunk néhány kérdést az autó mozgásával kapcsolatosan. A gépkocsit induláskor a súrlódási erő gyorsítja. Ebből következik, hogy az elérhető legnagyobb gyorsulást főként az út és a gumi érdessége szabja meg. Az indulás pillanatában elérhető legnagyobb gyorsulást (a) jó közelítéssel ki is számíthatjuk. A dinamika alaptörvénye szerint:

$$\mu K = ma\,,$$

ahol K a meghajtott kerekek és a talaj között ébredő nyomóerő, m pedig a gépkocsi tömege.

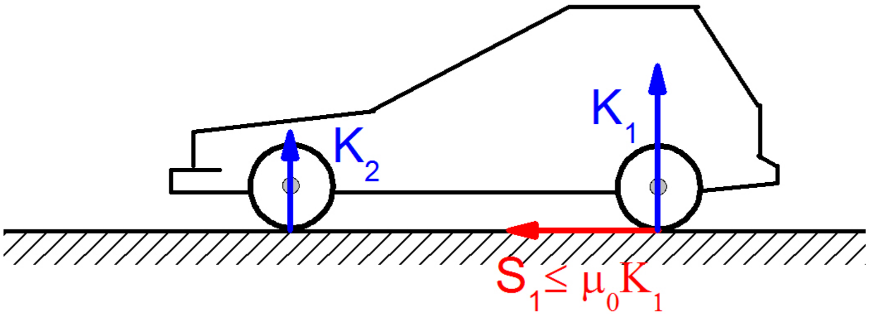
Ez a magyarázata annak, hogy nagy gázadással, „sportosan" indulva a kerekek olykor csikorgó hang kíséretében kipörögnek (az indulási gyorsulás ilyenkor, persze, az elvileg elérhetőnél kisebb, vagyis az indulás csak látványosan sietős, valójában nem gyors).

Négykerék-meghajtású gépkocsi esetén K értéke megegyezik a kocsi súlyával ($K = G = mg$), hiszen a négy keréken nyugszik a jármű egész tömege. Így megfelelő meghajtás esetén (erről később részletesen szólunk) a legnagyobb gyorsulás: $\mu_0 g$. Az érdesített aszfalton a súrlódási együttható értéke a 0,6-ot, sőt a 0,9-et is elérheti, ezért az ilyen úton a négykerékmeghajtású járművek 6-9 m/s^2 gyorsulással is indulhatnak. Ám a sebesség növekedtével rohamosan nő a gépkocsira ható légellenállás is, ezért az elérhető gyorsulás fokozatosan csökken. Ha egy szokványos karosszériájú, *1000* kg tömegű gépkocsi 100 km/h sebességgel halad, a gyorsulás csökkenése még nem túlságosan nagy, mindössze *0,5-0,6* m/s^2. Ez azt jelenti, hogy gépkocsinkat - ha az ellenállási erőkkel nem számolunk, és a motorban van elég „erő" - 0-ról *108* km/h sebességre körülbelül 5 másodperc alatt gyorsíthatnánk fel.

A városi forgalomban többnyire kétkerék-meghajtású autók közlekednek. Ezek gyorsulása már több körülménytől függ. Az ilyen járműveket is a meghajtott kerekekre ható súrlódási erő gyorsítja. A nem hajtott kerekeken a haladás irányával ellentétes irányú - s általában kicsiny - súrlódási erő ébred. Ha az autó súlya egyenletesen oszlik meg a négy keréken, a meghajtott kerekeken támadó nyomóerő éppen az autó súlyának felével egyenlő $K_1 = mg/2$, vagyis az elérhető legnagyobb gyorsulás a

$$\mu_0 \frac{mg}{2} = ma$$

egyenletből $\mu_0 g/2$-nek adódik. Kétkerék-meghajtású járművel tehát csak körülbelül félakkora gyorsulást érhetünk el, mint az imént említett négykerék-meghajtásúval. Ennél valamelyest nagyobb az olyan kocsinak a gyorsulása, amelynek a súlypontja közelebb van a meghajtott kerekekhez. A hátsó két kereket meghajtva kissé tovább nő a nyomóerő (K_1) értéke; az ilyen kocsi orra hirtelen - nagy gyorsulású - indításkor szinte felágaskodik, s ezért a kocsi súlya nagyrészt a hátsó kerekekre tevődik. (Ez annak a következménye, hogy a talajon ébredő súrlódási erő a járművet igyekszik súlypontja körül elforgatni, s az ellennyomatékot a hátsó kerekekre ható, megnövekedett nyomóerő biztosítja).



Mindezeket a hatásokat figyelembe véve a kétkerék-meghajtású autók legnagyobb indulási gyorsulása *3-3,5* m/s^2. Autónk - ezt a gyorsulást tartósnak gondolva - nyolc-tíz másodperc alatt érné el a *108* km/h sebességet. A gyorsulást, persze, ekkor is csökkenti a légellenállás.

Korlátozhatja-e a teljesítmény a maximális gyorsulást?

Az indulás pillanatában természetesen nem, de ahogyan a gépkocsi sebessége nő, még a menetellenállás teljes elhanyagolása mellett is egyre nagyobb teljesítményt kell kifejteni a motornak az egyenletes gyorsításhoz szükséges F erő kifejtéséhez. A középkategóriájú gépkocsik (Opel Astra, Renault) esetén az $P = Fv$ teljesítmény gyorsan eléri a gépkocsi motorjának maximális teljesítményét. Ezután a motor teljesítménye is korlátozza a vonóerőt: adott teljesítményen (P) a motor vonóereje legfeljebb

$$F = \frac{P}{v}$$

lehet, ahol v a jármű sebessége). Kis sebességen a motor még nagy vonóerőt fejthet ki, ám ahogyan nő a sebesség, egyre csökken a vonóerő.

Érdemes végiggondolni, hogy a menetellenállás elhanyagolása esetén hogyan változna az autó lehetséges maximális gyorsulása és sebessége, ha nem lenne teljesítmény korlát, illetve akkor, ha a motor mindig a maximális teljesítményt fejtené ki. (Természetesen általában egyik eset sem valósulhatna meg.) Legyen a talaj és a gumik közötti tapadási súrlódási együttható μ_0 a motor maximális teljesítménye pedig P_{max}. Tételezzük fel továbbá, hogy a meghajtott kerekeken $K = kmg$ nyomóerő hat.

Amennyiben a gépkocsit teljesítménykorlát nélkül gyorsíthatnánk, akkor gyorsulása állandó lenne és megegyezne a maximális súrlódási erőnek megfelelő $a_{max} = k\mu_0 g$ értékkel, ennek megfelelően a zérus kezdősebességgelről induló gépkocsi sebessége lineárisan, a megtett út pedig négyzetesen növekedne az idő függvényében.

A másik eset, amikor a gépkocsi mindig a maximális teljesítmény kihasználásával gyorsítana még érdekesebb.

A munkatétel alapján a gépkocsi sebessége a

$$P_{max}t = \frac{1}{2}mv^2$$

összefüggésből adódóan az idő négyzetgyökével arányosan növekedne:

$$v = \sqrt{\frac{2P_{max}}{m}}\sqrt{t}.$$

Beírva ezt a pillanatnyi teljesítményből az erőre adódó összefüggésbe:

$$F = \frac{P_{max}}{v} = \sqrt{\frac{P_{max}m}{2}}\frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Az erőfüggvényből a gyorsulásra

$$a = \sqrt{\frac{P_{max}}{2m}}\frac{1}{\sqrt{t}}$$

adódik. Mind az erő, mind a gyorsulás, az idő négyzetgyökével fordított arányban változik. (A gyorsulásból integrálással meghatározható a megtett út is: $s = \sqrt{\frac{2P_{max}}{m}}\sqrt{t}$.)

Természetesen ezek az eredmények alapvetően hibásak, mert a kezdőpillanatban ($t = 0$) az erőnek és a gyorsulásnak is végtelen nagy értéket kellene felvennie. Hasonlóképpen hibás az előző maximális súrlódási erőt kihasználó gyorsítás is, hiszen amikor az erő és a sebesség szorzata eléri a maximális teljesítményt, akkor a maximális gyorsulás már nem tartható fenn.

Az állandó erővel történő gyorsítás határsebessége:

$$v_h = \frac{P_{max}}{k\mu_0 mg}$$

Ezt a sebességet a gépkocsi a

$$t_h = \frac{P_{max}}{(k\mu_0 g)^2 m}$$

pillanatban éri el, innen gyorsulása az idő négyzetgyökével fordított arányban csökken. Felhasználva ezt, megadhatjuk a sebesség függvényt is. A gépkocsi t_h ideig maximális gyorsulással mozog, majd az állandó maximális teljesítménynek megfelelően az idő négyzetgyökével arányosan növeli sebességét. Bár a formula a gyorsítás kezdetére nem érvényes, a határsebesség elérése után biztosan alkalmazható. Így csak azt kell tennünk, hogy a t_h idő alatt elért sebességet levonjuk a t idő alatt elértből, azaz

$$v(t) = k\mu_0 g t_h + \sqrt{\frac{2P_{max}}{m}}\left(\sqrt{t} - \sqrt{t_h}\right) = \sqrt{\frac{2P_{max}}{m}}\sqrt{t} - \frac{P_{max}}{k\mu_0 mg}.$$

Ebből a függvényből becslést adhatunk, hogy az átlagosnak tekinthető 75 kW teljesítményű két kerék meghajtású ($k \approx 0{,}5$), 1000 kg tömegű gépkocsi mennyi idő alatt éri el a 108 km/ó sebességet, ha jól tapadó ($\mu_0 = 0.8$) úton halad. Érdemes meghatározni a határsebességet és a határsebesség elérésének idejét is. (A határsebesség eléréséhez 4,69 s szükséges, a határsebeség pedig 18,75 m/s.) A kérdéses sebesség tehát nem érhető el a maximálisan lehetséges gyorsulással. (Azzal 30/4= 7,5 s lenne szükséges) A teljesítmény korlátot figyelembe véve, pedig 16 s adódik.

A számítást érdemes a tanulók által ismert gépkocsik pontos adataival is elvégezni.

III. lecke: A megállás

A gyorsítás után foglalkozzunk a megállás kérdésével. Mekkora a jármű fékútja? Hogyan fékezzünk, hogy a legrövidebb úton állítsuk meg autónkat?

Ezek a kérdések minden kezdő és gyakorlott autóvezetőt foglalkoztatnak, s ez nem is véletlen, hiszen a váratlanul felbukkanó akadályok esetén a jó fékezés jelenti a baleset elkerülésének szinte egyetlen lehetőségét. Mégis a válaszok nagyon különbözőek. A következőkben ennek a sokféleségnek az okára kívánunk magyarázatot adni. Lássunk először egy meggyőző gondolatmenetet arra, hogy miért hibás az a vezető, aki teljes erővel a fékpedálra lépve, blokkolva fékez!

A kocsira lassításkor teljesen azonos jellegű erők hatnak, mint a gyorsításkor. A gépkocsit a talaj által kifejtett súrlódási erő fékezi, s ezért a lassulás legnagyobb értékét szintén az útviszonyok szabják meg. A fékút azonban általában sokkal rövidebb, mint amekkora úton az autó az adott sebességre felgyorsulhat, a fékezés ugyanis mindig a lehető legnagyobb súrlódási erővel történhet. Fékezéskor a motor teljesítménye a lassulás legnagyobb mértékét nem korlátozza. Ám a gépkocsi fékezéskor még jó útviszonyok közepette is könnyen megcsúszhat!

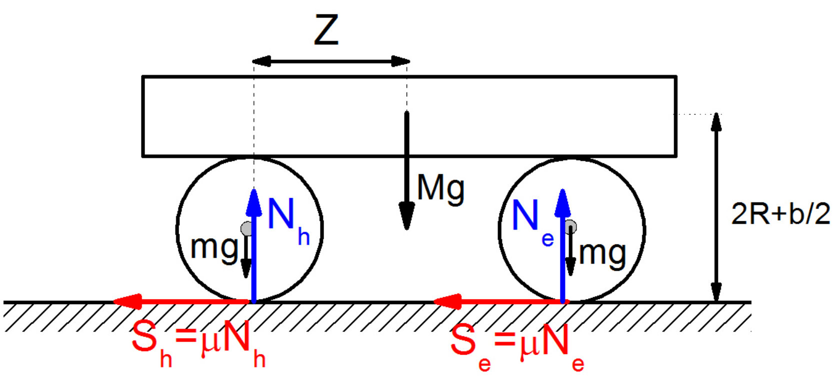
Mi is történik valójában, amikor rálépünk a fékpedálra? A fékrendszer hidraulikája rászorítja a fékpofákat a kerék belső peremére. A kerék és a fékbetét között támadó súrlódási erő lassítja a kerék forgását. Ahhoz, hogy a kerék továbbra is tisztán gördüljön, a gépkocsinak is lassulnia kell. Ilyenkor a fékezett kerekeknek a talajjal érintkező pontjaiban a haladás irányával ellentétes irányú tapadási súrlódási erő ébred, egészen addig, amíg a kocsi kerekei gördülnek. A kerekek forgása azonban nagyon hatásosan lassítható, s ezért könnyen bekövetkezhet, hogy a tapadás a kerekek haladó és forgó mozgását már nem képes gördüléssé összehangolni. Ilyenkor - minthogy a jármű haladási sebessége nagyobb, mint a kerekek gördülési sebessége - a kocsi megcsúszik. Az autót a megcsúszás pillanatától a csúszási súrlódási erő fékezi, s ez kisebb, mint a tapadási erő legnagyobb értéke. Ezért aztán megcsúszáskor a fékút jócskán megnő.

Ne fékezzünk tehát keményen, mert az ilyen, úgynevezett blokkoló fékezéskor a fékpofák a kerekek forgását hirtelen megállítják, s azok az úttesten csúszva fékeződnek le. A blokkoló fékezés aszfaltos úton igen „látványos", a sikoltva csúszó gumik hosszú féknyomot hagynak, de ez csak azt bizonyítja, hogy a vezető hatásosabban is fékezhetett volna! Rövidebb úton állhatunk meg, ha a kerekek a megcsúszás határán ugyan, de mindvégig gördülnek. Persze nagyon nehéz eltalálni a blokkolás határát! A modern gépkocsik nagy részét már felszerelték a blokollást megakadályozó ABS-szel (Anti Blocking System). Az ABS megakadályozza, hogy a kemény fékezés hatására a gépkocsi megcsússzon. Jellegzetes dübörgő hangja a blokkolás – gördülés - újra blokkolás következménye. Amikor először ülünk ABS-szel felszerelt gépkocsi volánja mögé, megdöbbenve tapasztalhatjuk, az ABS váratlan működésbe lépésekor, hogy már kissé nyálkás úton, is mennyire csökken a súrlódás, és korábban ezt mennyire nem vettük figyelembe fékezéskor.

A blokkoló fékezés azonban mégsem elsősorban a meghosszabbodó fékút miatt veszélyes, hanem sokkal inkább azért, mert ilyenkor a kocsi irányíthatatlanná válik. A megcsúszás pillanatától a súrlódási erő mindig a sebességgel ellentétes irányú, s ezen a kormány forgatásával nem tudunk változtatni: a jármű - irányát megtartva - csúszik tovább. Ahhoz, hogy uralmunkat visszanyerjük a kocsi fölött, a kerekeket ismét gördülésbe kell hozni. Ezt a fékerő csökkentésével érhetjük el. Azután már finom gázadással és a kormány forgatásával a kocsi mozgását megfelelő irányban állandósíthatjuk, stabilizálhatjuk, s óvatosan újra fékezhetünk. Ahhoz azonban, hogy veszélyhelyzetben a fékezés után a megcsúszó autót gázadással egyensúlyozzuk ki, nagyon nagy vezetési tapasztalat és higgadtság kell.

Megjegyezzük még, hogy a légellenállás hatásától eltekintünk. A légellenállási erő a fékezés kezdeti szakaszán, amikor a gépkocsi még nagy sebességgel mozog, segíti a fékezést. A sebesség csökkenésével azonban ez az effektus egyre inkább elhanyagolhatóvá válik.

A számítások és a kísérleti tapasztalat összevetése azt mutatja, hogy ez az elhanyagolás jogosnak tekinthető.



Járműmodellként használjuk az ábrán látható, négy korong alakú kerékből és a rajtuk elhelyezkedő téglatest formájú kocsiszekrényből álló modellt. Tételezzük fel, hogy a kerekek teljesen szimmetrikusan helyezkednek el a kocsiszekrényen, azaz nyugalmi állapotban a kerekek terhelése azonos. Legyen a kocsiszekrény tömege M, a kerekek tömege és tehetetlenségi nyomatéka rendre m és Θ. Az egyszerűség kedvéért tekintsük a kocsiszekrényt tömör téglatestnek, a kerekeket pedig korongoknak. A kerékfelfüggesztéseket tekintsük a kocsiszekrény részének, de tömegük legyen elhanyagolhatóan kicsiny. Az ábra a méretekre vonatkozó jelöléseket is mutatja.

A következőkben különböző fékezési módszerek mellett mutatjuk meg a fékezés hatását, feltételezve, hogy a tapadási, illetve csúszó súrlódási együttható μ_0, illetve μ és a légellenállás hatását mindig elhanyagolható.

A két leginkább eltérő fékezési változat az, amikor mind a négy kerék blokkol, s a gépkocsi „sikítva", vészfékezéssel áll meg, illetve, amikor a vezető csak annyira nyomja a fékpedált, hogy a kerekek éppen a megcsúszás határán, de még tisztán gördülnek.

A két szélső eset között még más lehetőségek is elképzelhetők, pl. az, hogy két kerék már blokkol és megcsúszik, a másik kettő pedig éppen a tiszta gördülés határán gurulva mozog. Sorban véve ezeket a lehetőségeket választ kaphatunk arra a kérdésre, hogy adott esetben milyen az optimális fékezési taktika.

Mekkora a fékút, ha mind a négy kerék blokkol?

A kerekek blokkolása akkor következik be, ha a vezető olyan erősen lép a fékpedálra, hogy a fékpofák a kerekek forgását megállítják. Ekkor az autó teljes (M + 4m) tömege merev testként együtt mozog, s a fékezés a kerekek és az úttest között fellépő csúszó súrlódás következménye. Ebből azonnal következik, hogy a lassulás ebben az esetben $a = \mu g$ a fékút pedig

$$s = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

A teljesség és a későbbi összehasonlítás kedvéért érdemes azonban részletesebben vizsgálni a fékezés közben fellépő erőhatásokat is. Az ábra jelöléseivel a mozgásegyenletek a következőképpen írhatók fel:

A tömegközéppont vízszintes mozgását a

$$2\mu N_h + 2\mu N_e = (M + 4m)a$$

függőlegeset pedig az

$$Mg + 4mg = 2N_h + 2N_e$$

egyenlet írja le.

A jármű nem forog a tömegközéppont körül, így felírható a nyomatékegyensúlyt kifejező

$$2\mu N_h + 2\mu N_e)I = (N_e - N_h)Z$$

egyenlet, ahol

$$I = r + \frac{M}{4M + m}(\frac{b}{2} + r)$$

a jármű súlypontjának a talaj szintjétől mért távolsága. Az egyenletekből természetesen ugyancsak az $a = \mu g$ eredmény adódik. Kiszámítható azonban az is, hogy mekkora (N_e és N_h) nyomóerővel hatnak a talajra az első és hátsó kerekek:

$$N_e = \frac{1}{4}(M + 4m)g\left(1 + \frac{2\mu I}{Z}\right)$$

$$N_e = \frac{1}{4}(M + 4m)g\left(1 - \frac{2\mu I}{Z}\right)$$

Az eredmény szemléletesen abból következik, hogy fékezéskor a gépkocsi „előrebukik", ezért az első kerekekre ható kényszererő megnő, a hátsókra ható pedig csökken.

Mekkora a fékút, ha mind a négy kerék tisztán gördül?

A kérdés feltevése ebben a formában nem egyértelmű, hiszen ez igen sokféle módon megvalósulhat. Foglalkozzunk először azzal az egyszerű esettel, amikor a fékerőt olymódon sikerül szabályozni, hogy mind a négy keréken a súrlódási erő legnagyobb lehetséges értéke lép fel. Ez a szabályozási feladat nem egyszerű, mert más fékerőt kell alkalmazni az első és hátsó kerekeken. Ennek oka az, hogy a gépkocsi - mint már megmutattuk - fékezés közben előrebukik és az első keréknél erősebben nyomja a talajt, mint a hátsónál. Az egyszerű hidraulikus fékeknél a fékerő mindenütt azonos, így a különböző fékerő beállításához még egyéb szabályozó mechanizmusokat kell beépíteni. Tételezzük fel azonban most azt, hogy sikerül megvalósítani mind a négy keréken a maximális hatékonyságú fékezést. Ekkor a bevezető elemi becslés szerint

$$a = \mu_0 g$$

lassulás érhető el, így a fékút

$$s = \frac{v^2}{2\mu_0 g}$$

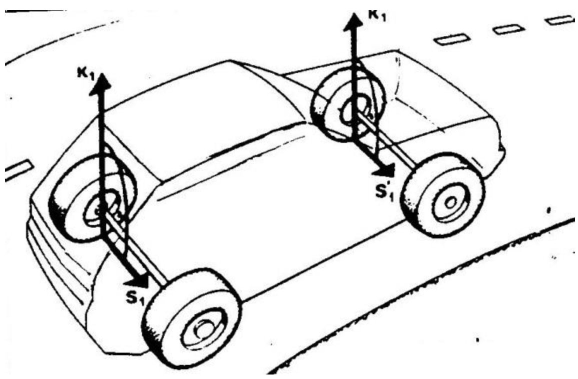
A járműmodell alapján a közbülső esetek is végigtárgyalhatók, az egyenletek felírását az olvasóra bízzuk.

IV lecke A kanyarban

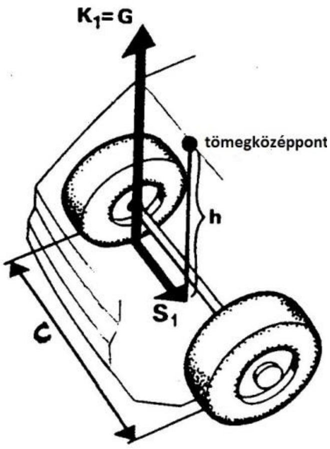
Az autóvezetőt alighanem a kanyarodás teszi legjobban próbára. Kanyarodáskor az autó sebességének iránya folyton változik, s ehhez éppúgy külső erőre van szükség, mint induláskor a sebesség növeléséhez, vagy fékezéskor a sebesség csökkentéséhez. Az R sugarú pályán v sebességgel haladó m tömegű gépkocsinak a pályán tartásához

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

erőre van szükség. Ezt az erőt is a kerekek és az úttest között ébredő tapadás szolgáltatja, ám ez az erő merőleges a sebesség irányára, azaz a kanyar körívének középpontja felé irányul. Ha ahhoz, hogy a jármű a pályán maradjon, nagyobb erő szükséges, mint amekkora a tapadási erő lehető legnagyobb értéke ($2\mu_0 mg$), akkor a kocsi kicsúszik a kanyarból. (Ebből adódik, hogy - egyenletes sebességgel számolva és az ellenállási erőket elhanyagolva - az R sugarú kanyart az autó legföljebb a $v = \sqrt{\mu_0 gR}$ összefüggésből számítható sebességgel veheti.



A kanyarban azonban nemcsak a kicsúszás, hanem a felborulás veszélye is fenyeget. Az ábrán a kanyarban haladó gépkocsira ható erők láthatók. A kerekeken támadó és a kanyar középpontja felé mutató tapadási súrlódási erő (S_1 és S'_1) a gépkocsit kifelé igyekszik billenteni. A sebességet növelve a kocsi egyre jobban a külső kerekekre nehezedik. A felborulás pillanatában pedig a kocsi teljes súlya a külső két keréken nyugszik ($K_1 + K'_1 = G$), s a belső kerekeken a nyomóerő és a súrlódási erő is nulla. A kocsi tehát csak akkor nem borul fel, ha a tapadási erőnek (S_1) a kocsi súlypontjára vonatkozó forgatónyomatéka kisebb, mint a nyomóerőnek (K_1) ugyancsak a súlypontra vonatkozó forgatónyomatéka



A

$$(K_1 + K'_1)\frac{c}{2} = (S_1 + S'_1)h\,,$$

valamint

$$K_1 + K'_1 = Mg\,,$$

$$S_1 + S'_1 = M\frac{v^2}{R}$$

egyenletekből az következik, hogy a kanyar a borulás veszélye nélkül legfeljebb

$$v' = \sqrt{\frac{gcR}{2h}}$$

sebességgel vehető. (Az összefüggésben g a nehézségi gyorsulás, c a nyomtáv fele, R a pálya sugara, h a súlypont magassága.) Összefüggésünk csak megközelítő értéket ad, mert feltételeztük, hogy a kocsiszekrény mereven kapcsolódik az alvázhoz; ha a rugós felfüggesztéseket is figyelembe vesszük, némileg más sebesség adódik.

A két sebességet összevetve érdekes következtetésre juthatunk. A megcsúszás sebessége

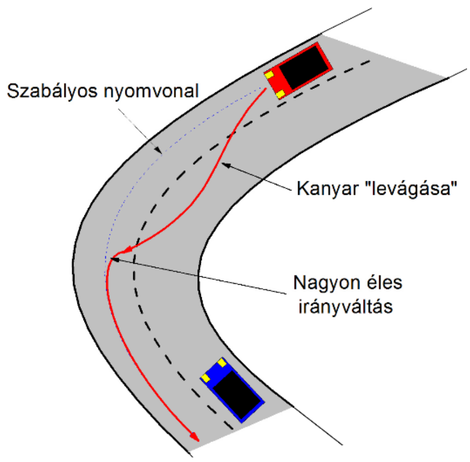
$$v = \sqrt{\mu_0 gR}\,,$$

kizárólag az útviszonyoktól és a gumik állapotától függ, ellenben a felborulás v' sebessége a kocsi felépítésének is függvénye. Ennek ismeretében pedig a gépkocsit úgy tervezhetik meg - s ez tervezési előírás is! -, hogy a megcsúszás sebessége mindig kisebb legyen, mint a borulási sebesség. Ezért aztán a felborulástól általában nem kell tartanunk. Ám egy magas építésű gépkocsival - ha a csomagtartóját nagyon megpakolják, s ezért a súlypontja túl magasra kerül, megtörténhet, hogy éles kanyarban nagy sebességgel haladva mégis felborul.

Vezetéstechnika kanyarban

Kanyarban a túl nagy sebesség életveszélyes! Különösen igaz ez az éles, nehezen belátható kanyarok esetén, vagy ahol vízátfolyás, páralecsapódás is gyakori. Általános szabály, hogy kanyar előtt a sebességet csökkenteni kell. A kanyarban kritikus helyzetben fékezni és gyorsítani egyaránt veszélyes! Kritikus helyzeten azt kell érteni, hogy az adott sebességnél a tapadási súrlódás a gumikon még épp biztosítja a kanyarodáshoz szükséges oldalirányú erőt, azaz a centripetális gyorsulást. Ha ebben az állapotban fékezünk, a maximális tapadási súrlódási erő iránya kifordul a sebességre merőleges irányból, így a középpont felé mutató összetevője kisebb lesz, így már nem lesz elegendő a kocsi körpályán tartásához, az autó kifarol. Gyorsításkor hasonló a helyzet, de ekkor a kocsi orra tér le az optimális nyomvonaltól. Kanyarban az egyedüli megengedett, a nagyon finom gázadás, ami a motorfék miatti fékeződést kompenzálja.

Gyorshajtók gyakori szabálytalansága, hogy a sebesség csökkentése helyett „levágják” a kanyart és így csökkentik annak görbületét. A manőver különösen rosszul belátható kanyarokban veszélyes. Ilyen életveszélyes helyzetet szemléltet a mellékelt ábra.

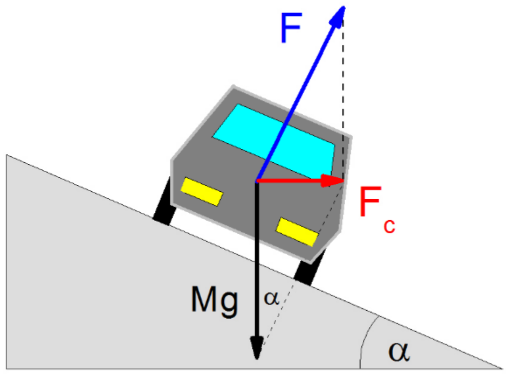


A kanyar belső oldalán szabályosan haladó kocsival szemben a külső sávban haladó autó „sportos” vezetője nagy sebességgel levágja az élesnek tűnő kanyart. Már a szemközt haladó sávjában jár, amikor észreveszi azt és visszarántja a kormányt a saját sávjába, ez azonban még élesebb irányváltást kíván, mint az eredeti kanyar.

Az a legbiztonságosabb tehát, ha a kanyarban egyenletes és nem túlságosan nagy sebességgel haladunk. Ez persze nem mindig követhető stratégia: ha például a kocsi a kanyarban megcsúszik és kormányozhatatlanná válik, kerekeit csak gázadással hozhatjuk ismét gördülésbe.

Döntött kanyar

A közlekedés gyorsítása érdekében a kanyarokat megdöntve építik meg. A görbület belső íve felé lejtő útpálya csökkenti (megváltoztatja) a súrlódás szerepét a kanyarban. Az ábra szemből mutatja a megemelt kanyarban haladó autót, és a ható erőket. Optimális esetben a centripetális erőt a nehézségi erő és a ferde úttestre merőleges nyomóerő eredője biztosítja. Ilyenkor



$$tg\alpha = \frac{Mv^2}{RMg} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{Rg \cdot tg\alpha}$$

Ha tehát a megfelelő sebességgel haladunk az emelt kanyarban, a kerekeken nem ébred oldalirányú súrlódás. Ha nagyobb sebességgel hajtunk a kanyar belső íve felé mutató oldalirányú súrlódás lép fel, és kipótolja a centripetális gyorsuláshoz szüksége erőt. Ha a sebesség kisebb az optimálisnál, a kocsi lefelé elcsúszna a lejtőn, de a most kifelé ható súrlódás segítségével marad ugyanabban a magasságban. A kanyar külső oldalának megemelése csökkenti, de teljesen nem szünteti meg a súrlódás szerepét a kocsi úttatásában.

Vissza (Pontrendszerek mechanikája) >>>

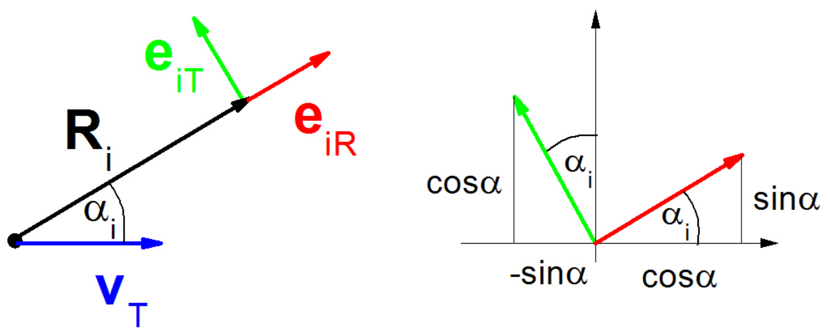
Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

P12. A síkmozgást végző merev test kinetikus energiájának meghatározása összegezéssel

A test tetszőleges pontjának sebességét, mint vezetési pontnak $\mathbf{v}_T$ sebességéből és a vezetési pont körüli forgásból adódó sebességből határozhatjuk meg. Ha pont körüli forgás szögsebessége ω és a test i-ik pontjának a vezetési ponttól vett helyvektora $\mathbf{R}_i(x_i, y_i)$, akkor ennek a pontnak a sebessége:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_T + R_i\omega\mathbf{e}_{iT}\ ,$$

ahol R_i az i-ik ponthoz vezető helyvektor hossza, $\mathbf{e}_{iT}$ pedig az $\mathbf{R}_i$ irányba mutató $\mathbf{e}_{iR}$ egységvektorra merőleges egységvektor, amely az $\mathbf{e}_{iR}$ egységvektorból a szögsebesség irányába vett elforgatással keletkezik. Ha az ábra jelöléseinek megfelelően az $\mathbf{e}_{iR}$ vektor koordinátái $\mathbf{e}_{iR}(\cos\alpha_i, \sin\alpha_i)$, akkor az $\mathbf{e}_{iT}$ vektor koordinátái $\mathbf{e}_{iT}(-\sin\alpha_i, \cos\alpha_i)$.



Ezzel a kinetikus energia az

$$E_{kin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i(\mathbf{v}_T + R_i\omega\mathbf{e}_{iT})^2$$

alakban írható fel. A mozgási energia speciális koordinátarendszerben könnyebben kiszámítható. Válasszunk olyan koordinátarendszert, amelynek x tengelye a $\mathbf{v}_T$ sebesség irányába mutat. Ekkor $\mathbf{v}_T(v_T, 0)$.

A kinetikus energia pedig a megfelelő koordináták felhasználásával:

$$E_{kin} = \sum_i \frac{1}{2} m_i\,[(v_T - R_i\omega\sin\alpha_i)^2 + (R_i\omega\cos\alpha_i)^2]$$

Elvégezve a négyzetre emelést és az összeget tagokra bontva azt kapjuk, hogy

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_T^2 + \sum_i m_i\,R_i\omega v_T\sin\alpha_i + \sum_i \frac{1}{2} m_i R_i^2\,\omega^2(\sin^2\alpha_i + \cos^2\alpha_i)$$

Az első tag éppen a test transzlációs kinetikus energiájával egyezik meg, a harmadikból $\frac{1}{2}\omega^2$-t kiemelve és felhasználva, hogy a zárójeles tag értéke 1, látható, hogy:

$$\sum_i \frac{1}{2} m_i R_1^2\, \omega^2 (\sin^2\alpha_i + \cos^2\alpha_i) = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_i \frac{1}{2} m_i R_1^2 = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$$

a testnek a vezetési pont körüli forgási energiája.

A második tagban azonban a forgás és a transzláció összekapcsolódik, kis átalakítással azonban érdekes eredményre juthatunk:

$$\sum_i m_i\, R_i \omega v_T \sin\alpha_i = \omega v_T \sum_i m_i\, R_i \sin\alpha_i$$

Az összegzés alatt éppen a test pontjai x koordinátáinak tömegekkel súlyozott összege szerepel, azaz

$$\sum_i m_i\, R_i \sin\alpha_i = M x_{TKP}$$

Koordinátarendszerünk origója a vezetési pont, amennyiben tehát vezetési pontként a tömegközéppontot választjuk, akkor a mozgási energia két független tagra, a tömegközéppont transzlációs kinetikus energiájára és a tömegközéppont körüli forgás energiájára esik szét.

Megjegyzés: A bizonyítás egyszerűbb lenne, a skaláris és a vektoriális szorzás definíciójának felhasználásával.

Vissza >>>

P13. A lejtőn leguruló golyó energiáinak vizsgálata

Feladat:

- Határozza meg, hogy milyen arányban alakul át a golyó lejtő tetején meglévő helyzeti energiája haladó mozgási energiává a lejtő alján!

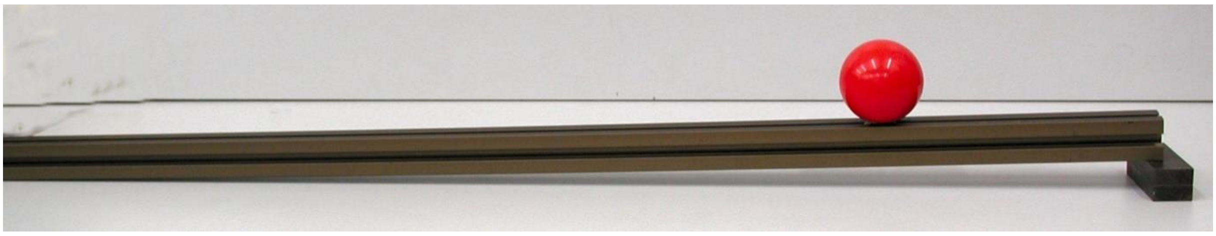
- Vizsgálja meg a keresett energia-arány és a lejtő meredekségének kapcsolatát!

- Értelmezze az eredményeket a mechanikai energiamegmaradás szempontjából!

Szükséges eszközök:

Kb. 1 m hosszú, állítható meredekségű lejtő (közepén vezető sínnel) golyó, mérőszalag, vonalzó, stopper.

Az ajánlott kísérleti összeállítást a fotó mutatja.



Lejtőként egyik végén alátámasztott 3x3 cm keresztmetszetű alu-profil sínt használtunk. (A speciális keresztmetszetű sín jól tartja alakját, egyenes, nem hajlik és eleve tartalmazza a golyót megvezető hornyot. Beszerezhető alumínium szakboltokban.) A lejtőn a vezető sín szélességéhez képest nagy átmérőjű tömör golyót (pl. biliárdgolyót) gurítunk.

A mérés leírása

A lemért magasságú lejtő tetejéről engedje szabadon gurulni a golyót és mérje az időt, amíg a golyó a lejtő aljára ér! A mérést többször megismételve határozza meg a golyó mozgási energiáját a lejtő alján!

Változtassa meg a lejtő meredekségét és ismételje meg a kísérletet! (A lejtő meredekségének növelésekor figyeljen arra, hogy a golyó megcsúszás nélkül gördüljön!)

- *Számolja ki, hogy a mérése alapján meghatározott mozgási energia hányad része a golyó helyzeti energia-változásának!*
- *Megismételt kísérlete alapján határozza meg, hogy milyen hatást gyakorol a lejtő meredeksége erre az arányra!*
- *Értelmezze az eredményeket a mechanikai energia megmaradásának szempontjából! (Vegye figyelembe, hogy a gördülő golyó forgásával is energiát tárol!)*

Megoldás

A lejtőn guruló golyó mozgása összetett. Miközben tömegközéppontja egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végez a lejtő hossza mentén, a golyó gyorsulva forog a tömegközéppont körül. A mérési feladat megoldásához elegendő a haladó mozgást tekinteni. (A forgás csak a mérés végeredményének értelmezése során lesz fontos.)

A lejtőn leguruló golyó helyzeti energiájának a változása

$$E_h = mg\Delta h\,,$$

ahol m a golyó tömegét, Δh a lejtő magasságának változását jelöli, ez utóbbi egyszerű hosszúságméréssel meghatározható.

A golyó haladó mozgásának energiája a lejtő alján

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2\,,$$

ahol a v a golyó tömegközéppontjának sebessége a lejtő alján. Felhasználva, hogy a golyó a lejtőn egyenletesen gyorsul, v kifejezhető egyszerűen mérhető hosszúság- és időadatokkal. Az L hosszúságú lejtőn a golyó a gyorsulással t ideig mozog, a mozgás útképlete

$$L = \frac{a}{2}t^2.$$

A lejtő alján a tömegközéppont végsebessége: $v = at.$

Az első egyenletből a értékét kifejezve és behelyettesítve a másodikba, a végsebesség értéke L és t mért értékeiből meghatározható:

$$v = \frac{2L}{t}$$

Jelöljük X-el a golyó kinetikus energiájának arányát a helyzeti energia változásához viszonyítva és használjuk fel a végsebességre kapott formulát! A feladatban kérdezett X arányt az

$$X = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh} = \frac{4L^2}{2ght^2}$$

képletből számíthatjuk ki, ha elvégezzük a kísérletet és L, h és t értékét megmérjük.

Mért adatok:

A lejtő hossza $L = 1\ m$,

A lejtő magassága (a sín egyik vét alátámasztó hasáb magassága): $h = 2{,}2$ cm $= 0{,}022$ m,

A leguruló golyómozgásának ideje (5 mérés átlaga): $t = 3,64$ s

A fentebb kapott képletet és a mért adatokat felhasználva

$$X = \frac{4L^2}{2ght^2} = 0{,}69 = 69\ \%$$

A lejtő meredekségének változtatásával - amíg a golyó tisztán gördül - az X arány nem változik.

Az eredmény értelmezése

Amint már említettük, a lejtőn guruló golyó mozgása összetett. Miközben tömegközéppontja egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végez a lejtő hossza mentén, a golyó gyorsulva forog a tömegközéppont körül. A gyorsuló forgást a golyó és a lejtő érintkezési pontján ható tapadási súrlódási erő forgatónyomatéka okozza. A guruló golyó kinetikus energiája szintén két részből tevődik össze: a haladó mozgás energiájából és a forgás energiájából. Ha a golyó nem csúszik meg a lejtőn - azt mondjuk „tisztán gördül” - akkor a forgás és a haladó mozgás közt szoros kapcsolat van. Ekkor a tömegközéppont pillanatnyi sebessége (v) és a középpont körüli forgás szögsebessége (ω) között fennáll a $v = R\omega$ összefüggés, ahol R a golyó sugara.

Vizsgáljuk energetikailag a golyó mozgását a lejtőn!

A lejtő tetejére helyezett golyónak $E_h = mgh$ helyzeti energiája van (a golyó tömegét m, a lejtő aljától mért magasságát h jelöli) Miközben a golyó legurul, helyzeti energiája csökken, haladómozgási- és forgási energiája nő. Mivel a golyó a lejtőn nem csúszik, súrlódási energiaveszteség nincs. (A golyó és a lejtő érintkezési pontján a lejtővel párhuzamosan felfelé hat a tapadási súrlódási erő, mivel a felületek nem csúsznak meg a tapadási súrlódási erő nem végez munkát.) Alkalmazzuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét a h magasságból leguruló golyóra! A golyó helyzeti energiájának csökkenése megegyezik a haladó- és forgómozgási energia összegével a lejtő alján, azaz

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\Theta\omega^2 .$$

A golyó $\frac{1}{2}\Theta\omega^2$ forgási energiája a forgási szögsebességtől (ω) és a golyó tehetetlenségi nyomatékától (Θ) függ. A tehetetlenségi nyomaték nagysága, m tömegű és R sugarú golyó esetén, $\Theta = \frac{2}{5}mR^2$. Ez utóbbi kifejezést, továbbá a tiszta gördülés esetén fennálló $v = R\omega$ összefüggést behelyettesítve az energiamegmaradási egyenletbe kapjuk:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mR^2\cdot\left(\frac{v}{R}\right)^2 .$$

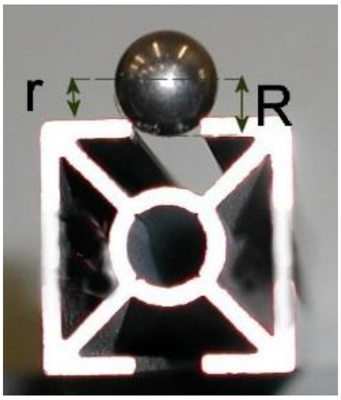
ahonnan

$$\frac{\frac{1}{2}mv^2}{mgh} = \frac{5}{7} \approx 70\% .$$

Az elméleti számítással és a méréssel kapott eredmények jól egyeznek.

Megjegyzés:

A mérési eredmény és az elméleti számítás jó egyezésének fontos feltétele, hogy a golyó csúszás nélkül tisztán gördüljön.



Az elméleti számítás során úgy számoltunk, hogy a golyó legalsó pontja érintkezik a lejtővel. Ez a kísérlet során csak akkor teljesül, ha a golyó méretéhez képest elhanyagolható a lejtőn lévő vezető sín szélessége. (A kísérletünk során ezért használtunk nagyméretű biliárd-golyót). Ha ugyanezen a sínen a szokásos kisméretű acél csapágygolyót gurítjuk, a golyó a két oldalán támaszkodik fel a sínre és a gördülés feltétele $v = r\omega$ (lásd ábra)

Vissza >>>

V. A MOZGÁSOK LEÍRÁSA GYORSULÓ KOORDINÁTA RENDSZERBEN

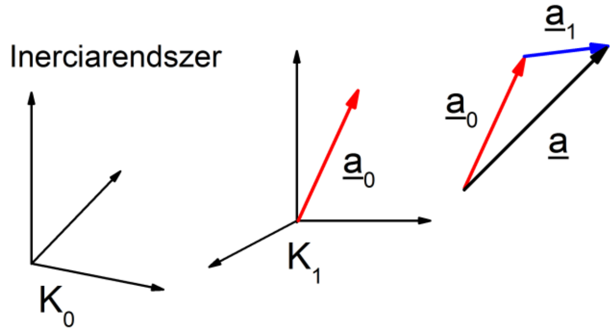
A Newton-törvények segítségével inerciarendszerhez viszonyítva írhatjuk le a testek mozgását. Sok esetben szükséges azonban, hogy a mozgás dinamikai leírását valamilyen gyorsuló koordinátarendszerhez képest végezzük el. Természetes pl., hogy földi körülmények között nem az állócsillagokhoz, hanem a Földhöz rögzített koordináta-rendszert használjuk. Hasonló módon, a vonaton utazó számára a vonathoz képest vett mozgások a fontosak, s így számára a vonattal együttmozgó koordináta-rendszer lehet a legmegfelelőbb. Érthető tehát, hogy gyakran érdemes gyorsuló koordinátarendszerhez képest megadni a mozgások dinamikai leírását.

A kérdés mégis a középiskolai mechanika tantervek egyik legneuralgikusabb pontja. A gyorsuló koordinátarendszerbeli, elsősorban forgó koordinátarendszerbeli leírásból a centrifugális erő a hétköznapi életbe is bekerült fogalom, s bizonytalan jelentés tartalma számtalan tévképzet kialakulását vonja maga után. Fogalmi megalapozása sokat segítene például a súly fogalom bevezetésében és a járművek mozgásának leírásakor is. A centrifugális erőnél talán még fontosabb lenne a Coriolis-erő megalapozott ismerete, mert a légkör és a tengerek nagy áramlásainak leírásában szinte nélkülözhetetlen. A fizika tantervek készítői azonban a gyorsuló koordinátarendszereket és a tehetetlenségi erőket az utóbbi évtizedekben túlságosan nehéznek ítélték a középiskolai diákok számára. Így a témakör, fontos alkalmazási lehetőségei ellenére rendre kimaradt a tananyagból.

A következőkben röviden bemutatjuk a gyorsuló koordinátarendszerek és a fontosabb tehetetlenségi erőknek egy lehetséges és a középiskolai ismeretekhez illesztett tárgyalását.

Előrebocsátjuk, hogy semmiféle új természeti törvényt nem állapítunk meg, a leírás alapjául továbbra is a Newton-törvények szolgálnak!

A mozgások gyorsuló koordináta-rendszerbeli leírásához elvileg legegyszerűbben a dinamika alaptörvényének inerciarendszerben felírt $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ alakjából pusztán matematikai átalakítás segítségével juthatunk el. A problémát, mint látni fogjuk, az egyenletek sajátos értelmezése okozza majd.



1. ábra. K_0 inerciarendszerhez képest $\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozgó K_1 koordináta rendszerben egy test gyorsulása.

Mozogjon a K_1 gyorsuló koordináta rendszer a K_0 inerciarendszerhez képest $\mathbf{a}_0$ gyorsulással és legyen a testnek a rendszerhez viszonyított gyorsulása $\mathbf{a}_1$ (1. ábra)! Ekkor a nyugvó rendszerből nézve a test gyorsulása

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1$$

azaz

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_0 + m\mathbf{a}_1$$

Az utóbbi egyenletből

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a}_0 = m\mathbf{a}_1 \,,$$

vagyis a gyorsuló rendszerhez képest vett gyorsulás meghatározásához az erők eredőjéből ki kell vonni az $m\mathbf{a}_0$ tagot.

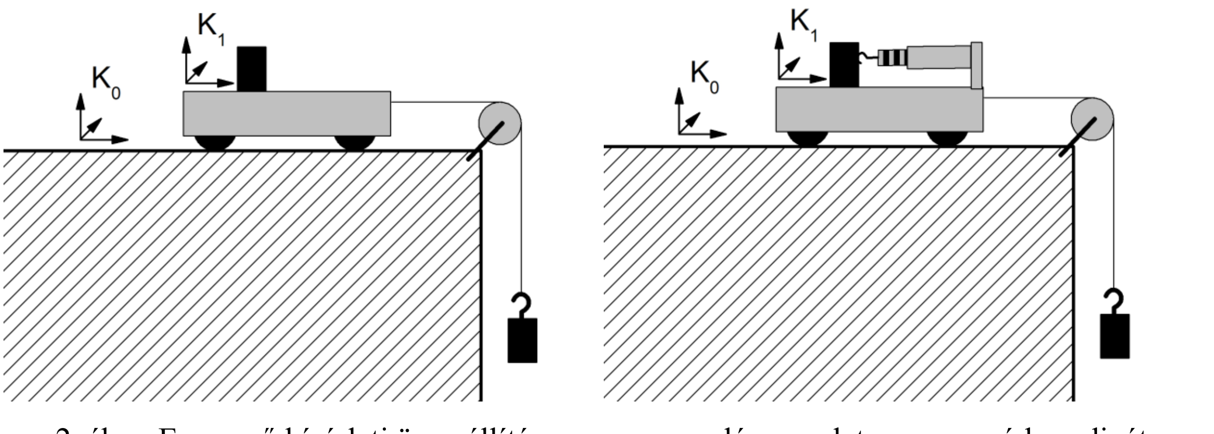
Ez a módszer azonban csak elvileg ilyen egyszerű! A gyorsuló koordináta-rendszer igen bonyolult mozgást végezhet (foroghat, gyorsulása időben változhat), s emiatt az $\mathbf{a}, \mathbf{a}_0, \mathbf{a}_1$ gyorsulások közötti általános összefüggés meghatározása matematikailag igen nehéz. Ezért a továbbiakban, csak az egyenletesen gyorsuló, ill. egyenletesen forgó rendszerek tárgyalására szorítkozunk.

1. A mozgás leírása egyenletesen gyorsuló koordinátarendszerben

A probléma felvetését célszerű egyszerű kísérletekkel illusztrálni.

Kísérletek

Készítsük el az ábrán látható összeállítást, és vizsgáljuk a kis kocsi mozgását az egyenletesen gyorsuló nagyobbik kocsihoz rögzített K_1 koordináta-rendszerben! Jelöljük a nagyobbik kocsi gyorsulását $\mathbf{a}_0$-lal!



2. ábra. Egyszerű kísérleti összeállítás egyenes vonalú egyenletesen mozgó koordináta rendszerre.

A kis kocsit először hagyjuk magára, majd erőmérő közbeiktatásával rögzítsük a nagy kocsihoz!

Az első kísérlet szerint a K_1 rendszerben a magára hagyott test $-\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozog.

A második kísérlet pedig azt mutatja, hogy ahhoz, hogy egy test a K_1 rendszerben nyugalomban maradjon, erő szükséges. Ha a kiskocsi kerekei könnyen forognak (a súrlódás kicsiny), akkor az erő nagysága – amint a dinamika alaptörvénye alapján várható is – jó közelítéssel $m\mathrm{a}_0$ ahol m a kis kocsi tömege.

Ezekből a tapasztalatokból azt a következtetést kell levonnunk, hogy a K_1 rendszerben a Newton- törvények nem érvényesek, hiszen a tapasztalat szerint

– a magára hagyott test gyorsul;

– a nyugalom fenntartásához erő szükséges.

A K_1 koordináta-rendszerben érvényes törvények kísérleti megállapításához további méréseket kellene végezni. Erre azonban nincs szükségünk, mert a bevezetésben említett, és a Newton-törvényekre épülő gondolatmenet egyszerűen végigkövethető. Mivel a K_1 rendszer $\mathbf{a}_0$ gyorsulása időben állandó, a dinamika alaptörvényét leíró egyenlet átrendezéséből adódó

$$\mathbf{F} - m\mathbf{a}_0 = m\mathbf{a}_1$$

egyenletben szereplő $-m\mathbf{a}_0$ tag állandó. A $-m\mathbf{a}_0$ korrekciót figyelembe véve a K_1 -beli megfigyelések azonnal értelmezhetők:

– ha a testre ható erők eredője zérus, akkor a fenti egyenletből következik, hogy $\mathbf{a}_1 = -\mathbf{a}_0$

– ahhoz, hogy $\mathbf{a}_1 = 0$ legyen, a $\mathbf{F} = m\mathbf{a}_0$ erőt kell kifejteni.

Az egyenletesen gyorsuló koordináta-rendszerbeli törvények megfogalmazásának szokásos módja, hogy a testre ható valódi erőket kiegészítjük a fiktív (tehát a valóságban nem létező)

$$\mathbf{F}_t = -m\mathbf{a}_0$$

ún. tehetetlenségi erővel. Ha a valódi (kölcsönhatásból származó) erőkhöz a tehetetlenségi erőt is hozzávesszük, akkor a dinamika alaptörvényét inerciarendszerekben és egyenletesen gyorsuló rendszerben is azonos módon fogalmazhatjuk meg. Nem szabad azonban megfeledkeznünk arról, hogy gyorsuló rendszerekben sem a tehetetlenség törvényének, sem a hatás–ellenhatás törvényének nincs értelme még a fenti kiegészítés után sem! Nincs értelme ugyanis a tehetetlenségi erők ellenerejét keresnünk, hiszen ez az erő nem kölcsönhatásból származik, és gyorsuló koordináta-rendszerben a magukra hagyott testek a tehetetlenségi erő hatására mindig gyorsulnak.

Az új törvényrendszer szokatlan, ezért feladatokon keresztül kell gyakoroltatnunk diákjainkkal azt, hogy a mozgás gyorsuló koordináta-rendszerbeli leírása csak szemléletbeli változást jelent az eddig megszokott inerciarendszerbeli leíráshoz képest. Minden feladat megoldható nyugvó rendszerbeli (inerciarendszerbeli) és gyorsuló koordináta-rendszerbeli szemlélettel is. Egyes esetekben, mint látni fogjuk, a megfelelő koordináta-rendszer felvétele egyszerűsítheti a megoldást. A gyorsuló koordinátarendszerek bevezetése során azonban célszerű a feladatokat mindkét koordináta-rendszer alkalmazásával megoldani.

Feladatok transzlációs gyorsuló rendszerbeli megoldásra

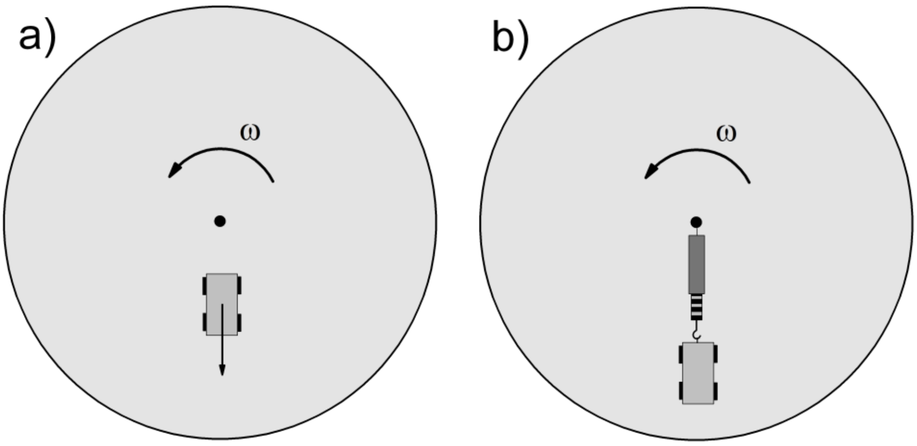
Részletek >>>

2. A mozgás leírása egyenletesen forgó rendszerben

2.1. A centrifugális erő

Indítsuk a leírást ismét illusztráló kísérlettel:

Helyezzünk forgatható korongra a 3a. ábrán látható módon könnyen gördülő kiskocsit, majd forgassuk meg a korongot állandó ω szögsebességgel! Ezután rugós erőmérővel rögzítsük a kiskocsit a koronghoz, majd forgassuk meg ismét egyenletes ω szögsebességgel a rendszert (3b. ábra)! Figyeljük meg mi történik, és azt, hogy mit mutat az erőmérő!



3. ábra. Centrifugális erő demonstrálása.

Az első kísérlet azt mutatja, hogy a forgó korongon magára hagyott kiskocsi sugárirányban elmozdul. A második kísérletben, ha a súrlódás elhanyagolható és az erőmérő sugárirányban helyezkedik el, akkor – amint ez a dinamika alaptörvénye alapján várható is –

$$F = mR\omega^2$$

erőt mérünk (m a kiskocsi tömege, R pedig a kocsi súlypontjának a tengelytől mért távolsága). A kísérleti tapasztalatok mutatják, hogy a Newton-törvények az egyenletesen forgó koordináta-rendszerben sem érvényesek a szokásos alakban, hiszen forgó rendszerben

- a magára hagyott test gyorsul;
- a testek nyugalomban tartásához erő szükséges.

Megfelelő tehetetlenségi erők bevezetésével azonban a dinamika alaptörvényének inerciarendszerben megszokott alakja most is fenntartható.

A második kísérletből adódik, hogy a sugár irányban kifelé mutató

$$F_{cf} = mR\omega^2$$

tehetetlenségi erőt kell bevezetni, hiszen ekkor teljesül, hogy a nyugvó testre ható erők eredője zérus. Az F_{cf} erőt centrifugális erőnek nevezzük.

A tehetetlenség törvénye és a hatás–ellenhatás törvénye az egyenletesen forgó koordinátarendszerben is értelmét veszíti. A tehetetlenségi erő (centrifugális erő) ellenereje ebben az esetben sem értelmezhető, s a magukra hagyott testek mozgásállapota is változik.

Megjegyzés:

> A centrifugális és centripetális erővel kapcsolatban igen sok félreértés él a köztudatban. A két erőt gyakran összetévesztik, mert nagyságuk azonos. Jegyezzük meg azonban, hogy a centrifugális erő fiktív erő, s csak forgó koordinátarendszerben beszélhetünk róla.

Az egyik leggyakoribb tévedés, hogy a centrifugális és centripetális erőt erő–ellenerő párnak tekintik. Ez durva hiba, hiszen a centrifugális erőnek – mint megállapítottuk – nem létezik ellenereje.

Pusztán a centrifugális erő bevezetésével csak a forgó rendszerhez képest nyugalomban lévő, ill. éppen induló testekre vonatkozó tapasztalatok értelmezhetők. A forgó rendszerbeli mozgások teljes leírása csak további tehetetlenségi erők bevezetésével tehető meg. Ezzel foglalkozunk a következő fejezetben.

A gyorsuló koordináta rendszerbeli szemlélet most is idegen a tanulók számára. Különösen a hétköznapi életben élénken élő centrifugális erő fogalom okozhat sok zavart. A fiktív erő bevezetésekor most is világossá kell tenni, hogy a gyorsuló koordinátarendszer bevezetése nélkül is megoldható minden feladat! Így ismét célszerű mindkét szemlélettel megoldott feladatokat is beiktatni tantervünkbe.

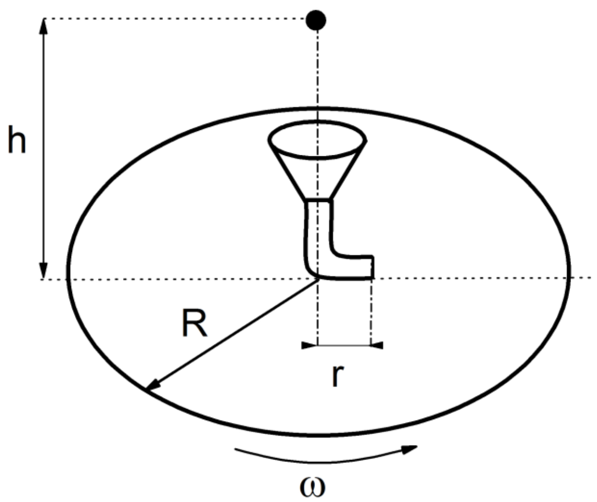
Feladatok forgó rendszerbeli megoldásra

Részletek >>>

2.2. A Coriolis-erő

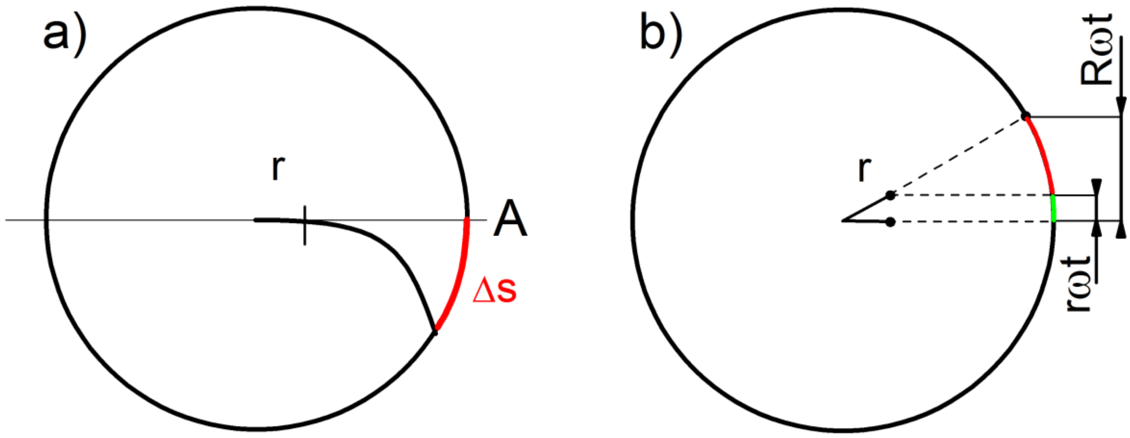
A forgó rendszerhez képest nem nyugvó testek esetén további tehetetlenségi erőt kell felvennünk. Végezzünk ismét megfigyeléseket!

Lemezjátszó korongjára rögzítsünk kormozott lemezt! A lemezre szereljünk fel az ábrán látható módon vízszintesre hajlított végű tölcsért! Forgassuk meg ω szögsebességgel a korongot, majd ejtsünk h magasságból golyót a tölcsérbe! Vizsgáljuk meg, milyen nyomot hagy a golyó a korongon!



4. ábra. A Coriolis-erő demonstrálása.

A kapott nyom mutatja, hogy a tölcsérből egy sugár irányban kilépő golyó a koronghoz képest görbe vonalú pályán mozog.



5. ábra. Forgó korongon, sugár irányban elindított golyó pályája.

Nyugvó koordináta-rendszerből a jelenség könnyen érthető, hiszen a korongon mozgó golyóra vízszintes irányban erő nem hat (a súrlódás elhanyagolható). Így a golyó a nyugvó rendszerhez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végez azzal a sebességgel, amellyel a cső száján kilépett. A kilépés sebességének sugárirányú összetevője az energiatétel értelmében

$$v = \sqrt{2gh}\,,$$

érintő irányú összetevője pedig megegyezik a koronggal együtt forgó cső végpontjának

$$v_r = r\omega$$

kerületi sebességével. A korong pontjainak kerületi sebessége azonban sugárirányban növekszik, így a kifelé haladó golyó alatt a korong egyre inkább elfordul.

A fentiek alapján az 5a. ábrán látható nyom a következőképpen magyarázható. A nyugvó koordináta-rendszerben egyenletesen mozgó golyó a korongon sugárirányban $R - r$ távolságot tesz meg, a mozgás tehát

$$t = \frac{R - r}{v}$$

ideig tart. Ezalatt a korong kerületi pontja

$$s_1 = R\omega t = R\omega\frac{R - r}{v},$$

a golyó pedig csak

$$s_2 = r\omega t = r\omega\frac{R - r}{v},$$

ívet fut be, vagyis a korong kerületére érve a golyó az eredeti irányhoz képest

$$\Delta s = s_1 - s_2 = (R - r)\frac{R - r}{v}\ \omega$$

távolsággal lemarad (5b. ábra). Ezt a távolságot jelöli ki az 5a. ábrán a Δs-sel jelölt szakasz is. A forgó rendszerbeli megfigyelő a golyó becsapódását nyilván a cső meghosszabbításában (A pont) várja. Ha a Newton II. törvényt továbbra is eredeti formájában akarjuk fenntartani, az eltérés értelmezésére újabb tehetetlenségi erőt kell bevezetnünk. (A centrifugális erő sugárirányú, így arra merőleges elmozdulást nem hozhat létre.)

A Δs lemaradást létrehozó erő becsléséhez tegyük fel a következőket. Legyen a mozgás $\frac{R-r}{v}$ ideje kicsi! Ekkor úgy tekinthetjük, hogy a Δs távolságot a golyó egyenletesen gyorsuló mozgással teszi meg. Az oldalirányú gyorsulást tehát a

$$\Delta s = \frac{a_c}{2}t^2$$

összefüggésből határozhatjuk meg. Behelyettesítve ide a Δs -re és t-re kapott formulákat, az

$$(R - r)\frac{R - r}{v}\ \omega = \frac{a_c}{2}\left(\frac{R - r}{v}\right)^2$$

egyenlethez jutunk, amiből egyszerűsítés és rendezés után az

$$a_c = 2v\omega$$

eredmény adódik.

Ebből már következik, hogy a lemaradás értelmezéséhez a forgó rendszerben az

$$F_c = 2mv\omega$$

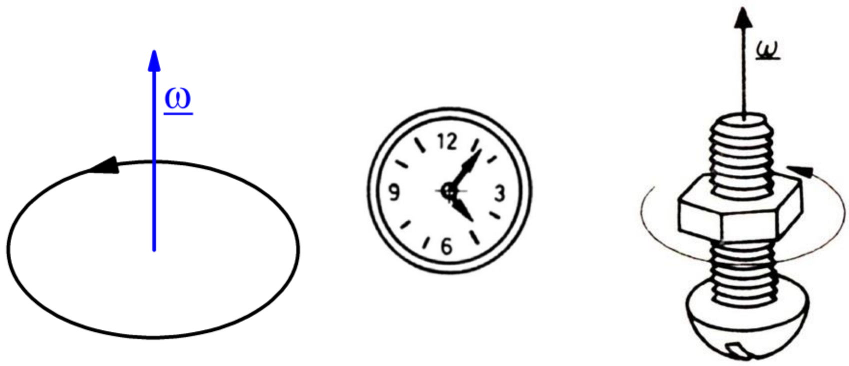
tehetetlenségi erőt kell bevezetni. Ezt az erőt nevezzük Coriolis-erőnek. A Coriolis-erő hatásvonala esetünkben a korong síkjába esik és merőleges a test koronghoz viszonyított sebességére. Iránya ellentétes a korong pontjainak sebességével.

A Coriolis-erőt speciális példa alapján értelmeztük. Általános értelmezéséhez ismerni kell szögsebesség vektor fogalmát és a vektoriális szorzat definícióját. A szögsebesség vektor bevezetésének csak akkor van értelme, ha a Föld forgásából adódó hatásokat is részletesen tárgyalni akarjuk.

A szögsebesség vektor

A szögsebesség vektort a forgástengelyhez és a forgásirányhoz igazítva a következőképpen definiáljuk:

A szögsebesség egyenese párhuzamos a rendszer forgástengelyével, iránya pedig olyan, hogy vele szembe nézve a forgás az óramutató járásával ellentétes irányban megy végbe. (6. ábra).



6. ábra. A szögsebesség vektor irányát szemléltető ábrák.

Másképpen ezt úgy is fogalmazhatjuk, hogy ha a koordináta-rendszer forgásával azonos irányban csavarunk egy jobbmenetes csavart, akkor a szögsebesség vektor éppen a csavar haladási irányába mutat (6. ábra).

Megjegyzés: A szögsebesség vektor bevezetésekor mindenképpen hívjuk fel a diákok figyelmét, hogy annak ellenére, hogy a szögsebesség vektormennyiség, a szögelfordulás csak akkor tekinthető annak, ha nagyon kicsiny. Azt, hogy a nagy szögelfordulások biztosan nem vektorok, azonnal megmutathatjuk azzal, hogy a Rubik kocka két különböző tengely körüli elforgatásának sorrendje nem cserélhető fel. Két vektor összegének azonban kommutatívnak kell lennie.

A Coriolis-erő általános esetben

A Coriolis-erő általános képletét nem részletezhető elméleti megfontolásokra hivatkozva egyszerű közléssel érdemes bevezetnünk. A Coriolis gyorsulás általános esetben az

$$\mathbf{a}_C = 2m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}) \,,$$

a Coriolis-erő pedig az

$$\mathbf{F}_C = m\mathbf{a}_C = 2m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega})$$

összefüggéssel határozható meg. Az összefüggés azonnal mutatja, hogy amennyiben a rendszer szögsebessége merőleges a test sebességére, akkor visszakapjuk a korábbi eredményeket. Az is látszik, hogy a forgástengellyel párhuzamosan mozgó testre Coriolis-erő nem hat. (Az **ω** és **v** vektorok által alkotott szög 0 vagy 180) Ennek megfelelően a Coriolis-erő nagyságát az

$$F_c = 2mv_{\perp}\omega$$

összefüggéssel is megadhatjuk. A formulában $v_{\perp}$ a mozgó test sebességének a forgástengelyre merőleges összetevőjét jelenti.

Feladatok a Coriolis-erőre

Részletek >>>

Megjegyzés:

Belátható, hogy az előzőekben speciális példákon bevezetett tehetetlenségi erők tetszőleges módon gyorsuló koordináta-rendszerben is fellépnek. Ha a koordinátarendszer szögsebessége is változik, akkor az eddigi tehetetlenségi erők mellett egy további fiktív erő bevezetésére is szükség van. Ezzel az esettel nem foglalkozunk.

3. Föld, mint forgó koordináta-rendszer

Földi körülmények között a mozgásokat legtermészetesebb a Földhöz rögzített koordináta-rendszerben leírni. Ez a rendszer az állócsillagokhoz rögzített koordinátarendszerben (azaz inerciarendszerben)

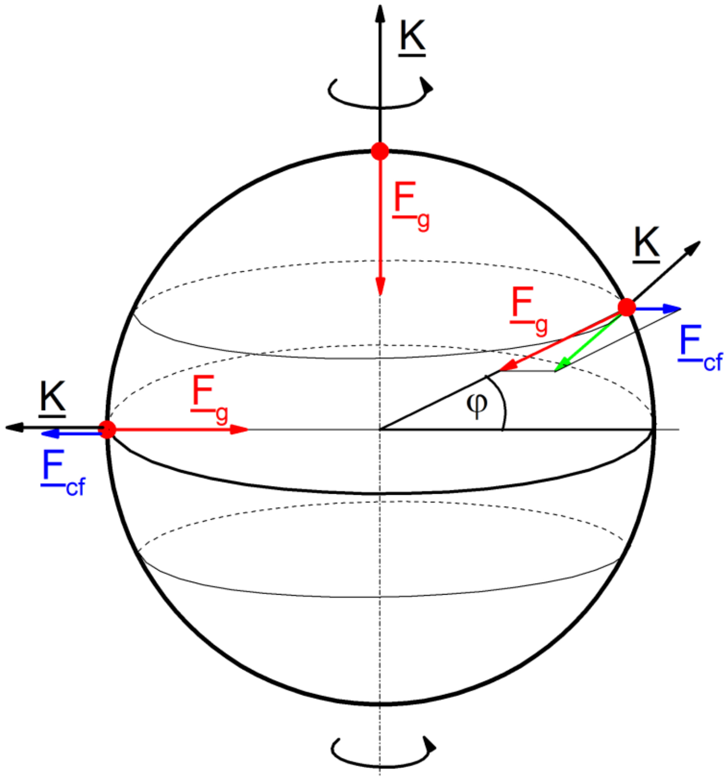
$$\omega = \frac{2\pi}{1\,nap} = \frac{2\pi}{86400}\frac{1}{s} = 7{,}27 \cdot 10^{-6}\,s^{-1}$$

szögsebességgel forog. A szögsebesség kicsi, így érthető, hogy a legtöbb esetben a Földhöz rögzített koordináta-rendszert inerciarendszernek tekintjük.

Érdemes azonban azokkal a viszonylag kicsiny effektusokkal is foglalkozni, amelyek a Földhöz rögzített koordináta-rendszerbeli megfigyelő számára csak tehetetlenségi erők segítségével magyarázhatók. (Látni fogjuk, hogy például a légköri és tengeri áramlások esetén a kicsinynek tűnő hatások nagyra növekedhetnek, és meghatározó jelentőségűvé válhatnak.

Foglalkozzunk először a Földhöz képest nyugvó testekkel! A Newton-törvény értelmében a nyugvó testekre ható erők eredője zérus, a valódi erőkhöz azonban most hozzá kell venni a tehetetlenségi erőket, ebben az esetben a centrifugális erőt is. Gondoljuk végig, hogy mit jelent ez a tökéletesen gömb alakúnak képzelt Föld különböző szélességi körei mentén elhelyezkedő testekre vonatkozóan! Az ábrán kiemeltük a földgömbnek egy hosszúsági kör mentén vett síkmetszetét. A Föld felszínén nyugvó testekre az F_g gravitációs erő, a talaj K kényszerereje és az F_{cf} centrifugális erő hat. A három erő egyensúlyt tart, tehát az ábráról leolvasható, hogy az egyensúlyi feltétel konkrét felírása a sarkokra vonatkozóan a legegyszerűbb, hiszen ott a centrifugális erő zérus, tehát a talaj által kifejtett erő nagysága:

$$K = f\frac{Mm}{R^2}.$$



7. ábra. Egy nyugvó testre ható (valódi és tehetetlenségi) erők a Föld különböző szélességi körei mentén.

Viszonylag egyszerű a helyzet az egyenlítő esetében is, mert az egyenlítőn elhelyezkedő testek esetén a három erő hatásvonala egybeesik, azaz

$$K = f\frac{Mm}{R^2} - mR\omega^2 = m\left(f\frac{M}{R^2} - R\omega^2\right).$$

Amennyiben a Coriolis-erőt elhanyagoljuk, akkor a földfelszín közelében magukra hagyott testek éppen az

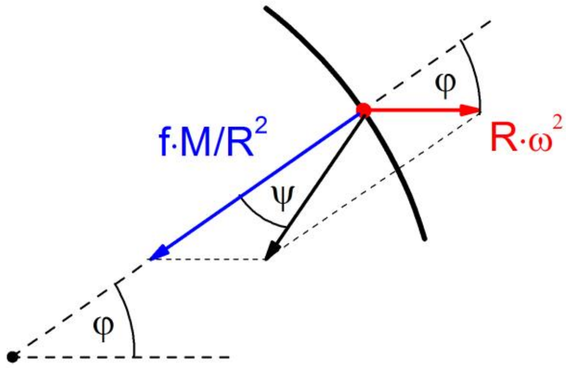
$$\mathbf{N} = \mathbf{F_g} + \mathbf{F_{cf}}$$

erő hatására esnek a föld felé, vagyis

$$\mathbf{F_g} + \mathbf{F_{cf}} = m\mathbf{g},$$

ahol $\boldsymbol{g}$ a nehézségi gyorsulás.

A Földhöz rögzített koordináta-rendszerben tehát egyszerűen meghatározhatjuk a nehézségi gyorsulásnak a földrajzi helyzettel bekövetkező változását. Ezt a változást tökéletes gömbnek képzelt Földön a földrajzi szélességgel változó centrifugális erő okozza. A nehézségi gyorsulás a sarkokon a legnagyobb $(9{,}832\frac{m}{s^2})$ az egyenlítőn a legkisebb $(9{,}780\frac{m}{s^2})$



8. ábra. Adott szélességi körön a nehézségi gyorsulás iránya.

Az 8. ábráról leolvasható, hogy a közbülső helyzetekben a nehézségi gyorsulás iránya is „kifordul" a Föld középpontja felé mutató irányból. A szögeltérés azonban olyan kicsi, hogy a nehézségi gyorsulás nagysága jól közelíthető a Föld középpontja felé mutató komponensével, vagyis:

$$g_\varphi = f\frac{M}{R^2} - R\omega^2\cos\varphi\,.$$

Ebből a sarkon mért

$$9{,}832\frac{m}{s^2} = f\frac{M}{R^2}$$

gyorsulás, valamint az

$$R\omega^2 = 3{,}4\cdot 10^{-2}\frac{m}{s^2}$$

érték felhasználásával nehézségi gyorsulásnak a szélességi körtől való függésére a

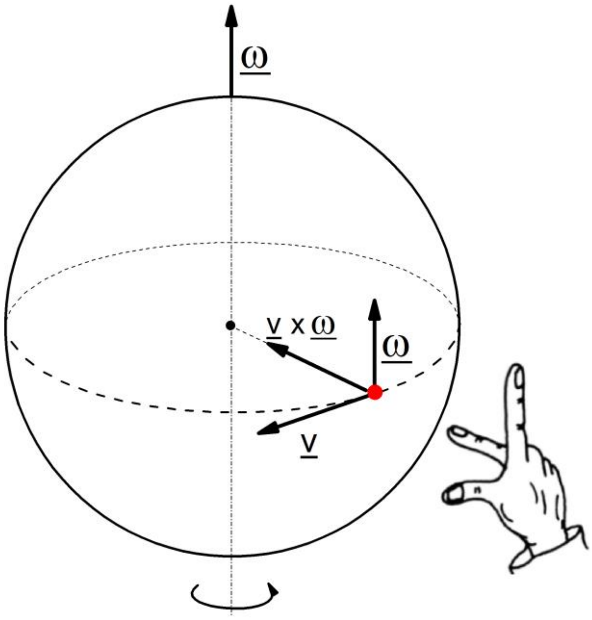
$$g_\varphi = (9{,}832 - 3{,}4\cdot 10^{-2}\cos\varphi)\ \frac{m}{s^2}$$

összefüggés adódik. A képletből az egyenlítői értékre $9{,}789\frac{m}{s^2}$ –t kapunk a mért $9{,}780\frac{m}{s^2}$ helyett. Ennek az az oka, hogy a Föld nem teljesen gömb alakú. Ezt az effektust is számításba veszi, és a mérési eredményekkel igen jó közelítéssel egyezik az alábbi formula:

$$g_\varphi = (9{,}832 - 5{,}2\cdot 10^{-2}\cos\varphi)\frac{m}{s^2}\,.$$

Sokkal bonyolultabbá válik a helyzet, ha a Coriolis-erő hatását sem hanyagoljuk el! A Coriolis-erő a test sebességétől is függ, így a mozgásegyenlet pontos megoldása nagyon bonyolult. Ezért a Coriolis-erő hatását néhány egyszerűbb speciális eset ismertetésével mutatjuk be.

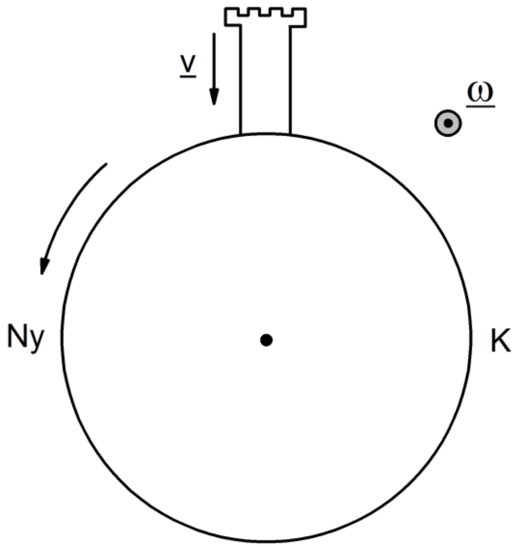
a) Az egyenlítő mentén kelet – nyugati irányban, sebességgel mozgó testek súlya a Coriolis-erő miatt növekszik.



9. ábra. Kelet – nyugati irányba mozgó testre ható Coriolis-erő.

A 9. ábra mutatja, hogy az egyenlítőn a Coriolis-erő irányát megadó vektoriális szorzat iránya a Föld középpontja felé mutat. A Coriolis-erő tehát „rászorítja” a testet a Föld felszínére.

b) A szabadon eső testek mozgásának iránya a Coriolis-erő hatására keleti irányban eltér a függőlegestől. A jelenség magyarázata a 10. ábra alapján adható meg. A 10. ábra a Föld egyenlítő menti metszetét mutatja az északi sarok irányából nézve, tehát a Föld forgásának szögsebesség vektora az ábra síkjából kifelé mutat. Ez azt jelenti, hogy az eső testre keleti irányba mutató Coriolis-erő hat.



10. ábra. A Föld egyenlítője mentén szabadon eső test.

A szabadon eső test tehát esés közben keleti irányban kissé eltér a függőleges iránytól.

Feladatok a Föld forgásának figyelembevételére

Részletek >>>

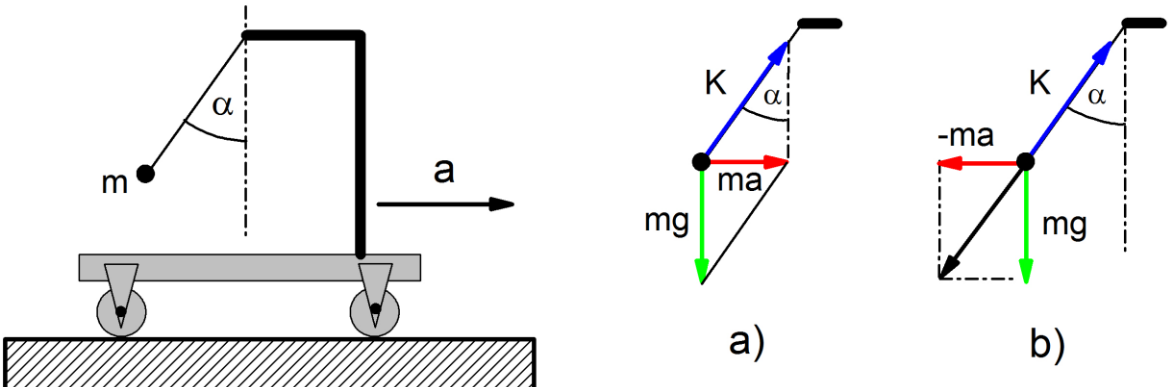
A Foucault-féle ingakísérlet

Részletek >>>

A mozgások leírása gyorsuló koordináta rendszerben mellékletek

Gy1. Gyakorló feladatok transzlációsan gyorsuló rendszerbeli megoldásra

1) Feladat: Állandó gyorsulással mozgó kocsin fonalingát helyezünk el. Határozzuk meg az inga fonalának függőlegessel alkotott szögét és a fonalerőt, ha az ingatest már felvette a kocsi gyorsulását (ábra)! Oldjuk meg a feladatot nyugvó- és gyorsuló koordinátarendszerben is!



a) Nyugvó koordináta-rendszerben a testre a nehézségi erő és a fonalerő hat. A két erő eredőjének hatására az ingatest vízszintes irányú gyorsulással mozog. Az a) ábra alapján

$$tg\alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}.$$

A kötélerő pedig

$$K = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2}$$

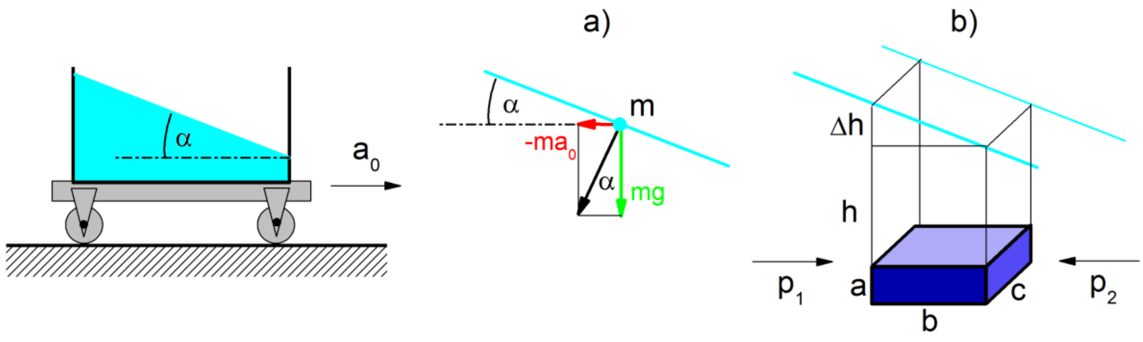
b) A kocsihoz rögzített koordináta-rendszerben a test nyugalomban van, tehát a rá ható erők eredője zérus. Most azonban az nehézségi és a kötélerő mellett figyelembe kell vennünk a $-m\mathbf{a}_0$ tehetetlenségi erőt is (b) ábra). Eredményül természetesen ismét

$$tg\alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}.$$

adódik.

A megoldásokból látható, hogy ebben az esetben a kétféle megoldás közül egyik sem jelent lényeges egyszerűsítést a másikhoz képest.

2) Feladat: Az $\mathbf{a}_0$ gyorsulással egyenletesen mozgó kis kocsira helyezzünk vízzel félig töltött üvegkádat! Milyen szöget alkot a vízfelszín a vízszintessel, ha a rendszer minden pontja $\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozog (ábra)? Oldjuk meg a feladatot nyugvó és $\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozgó koordináta-rendszerben is!



a) A kocsihoz rögzített koordináta-rendszerben a víz nyugszik. Válasszunk ki a vízfelszínén egy m tömegű részecskét! Erre a részecskére a nehézségi erő mellett a $-m\mathbf{a}_0$ tehetetlenségi erő is hat (a. ábra). Tudjuk, hogy a nyugvó vízfelszín merőleges a külső erők eredőjére. Mivel az ábrán α-val jelölt szögek egyenlők (merőleges szárú szögek), a keresett szög a

$$tg\alpha = \frac{ma_0}{mg} = \frac{a_0}{g}.$$

összefüggésből határozható meg.

b) Nyugvó koordináta-rendszerben a rendszer tagjai, így a vízrészecskék is a_0 gyorsulással mozognak. A folyadék belsejében vízszintes irányban csak a hidrosztatikai nyomásból származó erők hatnak, így a folyadék belsejében kiválasztott a, b, c, élhosszúságú, téglatest alakú vízrészecskét is ezeknek az erőknek az eredője gyorsítja (b) ábra). Tehát,

$$(p_1 - p_2)ac = \rho \cdot abc \cdot a_0\,,$$

ahol ρ a víz sűrűsége. A p_1 nyomás azért nagyobb p_2-nél, mert a téglatest hátsó éle felett a vízoszlop $\Delta h = btg\alpha$ -val magasabb, mint az első él felett. Tehát

$$(p_1 - p_2)ac = \rho g \Delta h\,.$$

Ezt behelyettesítve a dinamika alaptörvényébe, azt kapjuk, hogy

$$\rho g \cdot btg\alpha \cdot ac = \rho \cdot abc \cdot a_0$$

amiből ismét a

$$tg\alpha = \frac{a_0}{g}$$

eredmény adódik.

A két megoldás mutatja, hogy ebben az esetben a gyorsuló koordináta-rendszerbeli leírás lényegesen egyszerűbb.

Vissza >>>

Gy2. Feladatok forgó rendszerbeli megoldásra

1. Feladat: Repülőgép R sugarú, függőleges síkú körpályán mozog úgy, hogy a pálya tetőpontján a pilóta fejjel lefelé kerül. Legalább mekkora sebességgel kell a gépnek haladnia, hogy a pilótának ne kelljen beszíjaznia magát? Oldjuk meg a feladatot nyugvó és gyorsuló rendszerben is!

a) Nyugvó rendszerben: Minthogy a pilóta nem szíjazta be magát, a pálya tetőpontján csak a nehézségi erő hat rá. A pilóta akkor nem zuhan ki, ha a nehézségi erő teljes egészében a centripetális gyorsulás létrehozására fordítódik, tehát ha

$$mg = m\frac{v^2}{R},$$

vagyis

$$v = \sqrt{gR}\,.$$

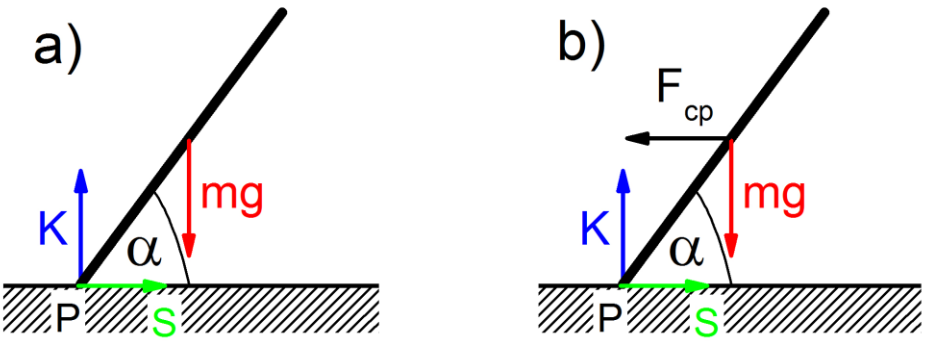
b) Gyorsuló rendszerben: Rögzítsük a koordináta-rendszert a repülőgéphez! Ebben a rendszerben a pilóta nyugalomban van, tehát a rá ható erők eredője zérus. A gyorsuló rendszerben a nehézségi erő mellett fellép a centrifugális erő is, tehát az egyensúly feltételét az

$$mg - mR\omega^2 = 0$$

egyenlet fejezi ki. Ebből a $v = R\omega$ összefüggés segítségével azonnal adódik, hogy

$$v = \sqrt{gR}\,.$$

2. Feladat: Az m tömegű, l magasságú korcsolyázó R sugarú körpályán mozog v sebességgel. Milyen szögben kell „bedőlnie”? (A korcsolyázó törzsét tekintsük keskeny, homogén hengernek, karjainak tömegét hanyagoljuk el! Tegyük fel továbbá, hogy a pálya sugara jóval nagyobb, mint a korcsolyázó törzsének vízszintes vetülete!) Oldjuk meg a feladatot gyorsuló koordináta-rendszerben!



A korcsolyázó a v sebességgel körpályán mozgó koordináta-rendszerben nyugalomban van, tehát a rá ható erők eredője zérus (b ábra), azaz

$$S - F_{cf} = 0\,,$$

$$mg - K = 0\,.$$

A test a talajjal érintkező P pont körül nem fordul el, tehát a forgatónyomatékok összege az ezen a ponton átmenő tengelyre is zérus. A P pontra vonatkozóan a nehézségi erőnek és a centrifugális erők eredőjének van forgatónyomatéka. A dőlés miatt azonban a korcsolyázó egyes pontjai különböző sugarú körpályán keringenek. A tömegközéppont pályájának sugarát, r_0-lal jelölve, a maximális pályasugár $r_0 + \frac{l}{2}\sin\alpha$, a minimális pedig $r_0 - \frac{l}{2}\sin\alpha$. Ez azt jelenti, hogy az egyes tömegpontokra ható centrifugális erő is változik. Így a centrifugális erők eredője nem a középpontban támad. Amennyiben azonban a feltételek értelmében $r_0 \gg \frac{l}{2}\sin\alpha$, akkor csak kis hibát követünk el, ha a centrifugális erő változásától eltekintünk és az $F_{cf} = mr_0\omega^2$ nagyságú eredőt a tömegközéppontban vesszük fel. Ezzel a feltétellel a nyomatékegyenlet:

$$F_{cf} \cdot \frac{1}{2}\sin\alpha - mg \cdot \frac{1}{2}\cos\alpha = 0\,.$$

Az egyenletekből a dőlési szögre:

$$tg\alpha = \frac{gr_0}{v^2}$$

adódik.

Megjegyzés: A feladat természetesen nyugvó koordináta-rendszerben is megoldható. A megoldás azonban elvileg nehezebb, mert az impulzusnyomaték-tétel általános alakját kell hozzá felhasználni.

Itt hívjuk fel a figyelmet arra is, hogy a nyugvó koordináta-rendszerben a test és a talaj érintkezési pontján átmenő tengelyre vonatkozóan nem teljesül a nyomatékegyensúly. Erre a pontra ez a tétel nem is érvényes! Az impulzusnyomaték-tételt ugyanis csak nyugvó pontra, ill. a tömegközéppontra alkalmazhatjuk. A testhez rögzített koordináta-rendszerben a P pont nem mozog, így a rajta átmenő tengelyre vonatkozóan a forgatónyomatékok összegének nullát kell adni.

Vissza >>>

Gy3. Feladatok a Coriolis-erőre.

1. Feladat: Az ω szögsebességgel forgó korongon lévő sugárirányú vályúban a koronghoz képest v sebességgel egyenletesen mozog kifelé egy golyó. Határozzuk meg, hogy mekkora erővel nyomja a golyó a vályú falát! Oldjuk meg a feladatot nyugvó és gyorsuló rendszerben is!

a) A koronghoz rögzített gyorsuló koordináta-rendszerben a test egyenletesen mozog, tehát a rá ható erők eredője zérus. A testre a vályú falára merőleges irányban hat a Coriolis-erő, amellyel a vályú fala által kifejtett kényszererő tart egyensúlyt. Tehát a keresett erő:

$$K = 2mv\omega \,.$$

Természetesen a golyóra hat a centrifugális erő is. Ahhoz, hogy a golyó egyenletesen mozogjon kifelé, valamilyen hatásnak, pl. a súrlódásnak ezt is ellensúlyozni kell.

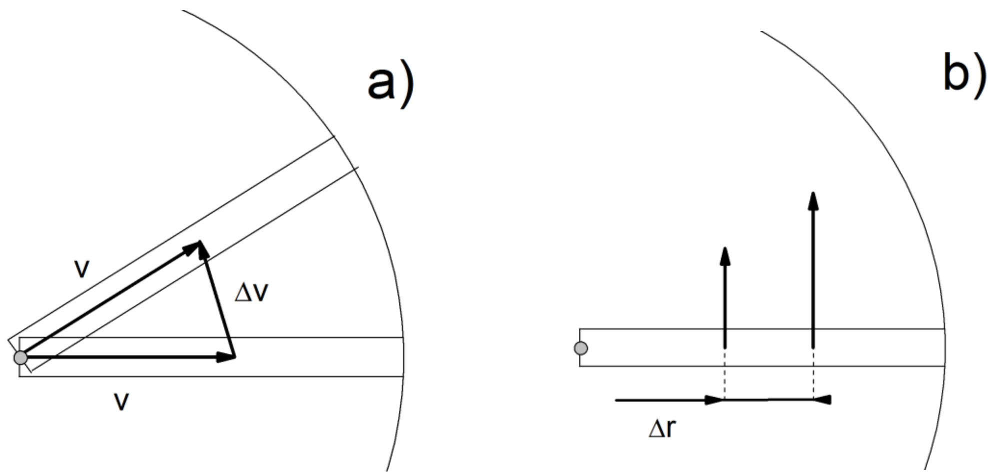
b) Nyugvó rendszerből nézve a vályúban mozgó golyó sebességének mind az iránya, mind pedig a nagysága változik. Tekintsük egymástól függetlennek ezt a két folyamatot és határozzuk meg a megfelelő gyorsulásokat! A korong kis Δt idő alatt $\omega\Delta t$ szöggel fordul el, s a vályú ugyanekkora szöggel fordítja el a sebesség irányát (a ábra). Ha $\omega\Delta t$ kicsiny, akkor a sebesség Δv megváltozása

$$\Delta v = v\omega\Delta t \,,$$

a gyorsulás pedig

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v\omega \,.$$

A gyorsulás iránya a határesetben a sebesség irányára (a vályú falára) merőleges lesz. (Az a ábrán látható háromszög szárai ekkor „összecsukódnak”, így az alapon fekvő szögek 90 -osakká válnak.)



A golyó sebességének nagysága azért változik, mert a vályú által kifejtett erő hatására a golyó mindenütt felveszi a korong adott pontjának sebességét. Kis Δt idő alatt a golyó $\Delta r = v\Delta t$ távolsággal jut kijjebb, így kerületi sebességének nagysága

$$\Delta v' = \Delta r \cdot \omega$$

értékkel nő (b ábra). Gyorsulása tehát

$$a' = \frac{\Delta v'}{\Delta t} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \cdot \omega = v\omega \,.$$

A gyorsulás iránya ebben az esetben is merőleges a vályú falára, tehát a test teljes gyorsulása

$$A = a' + a = 2v\omega \,,$$

következésképpen a vályú által kifejtett erő:

$$K = 2mv\omega \,.$$

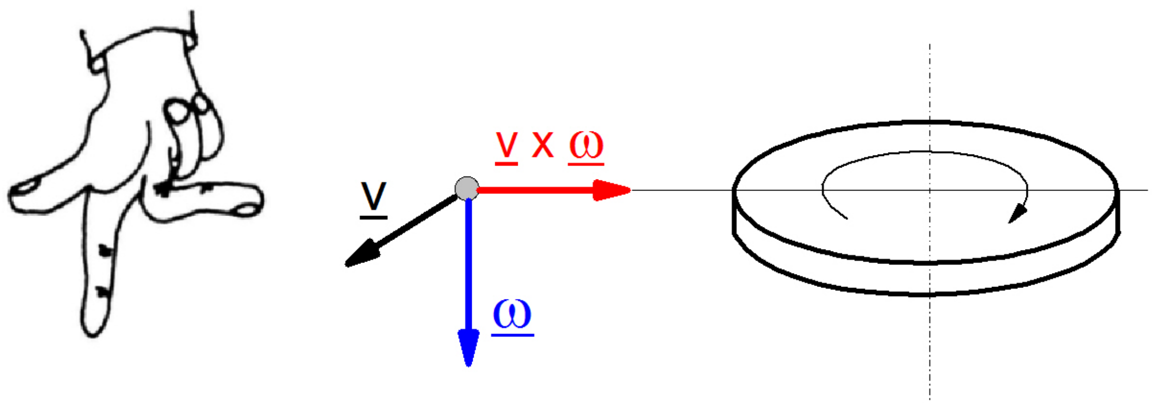
2) Feladat: Az ω szögsebességgel forgó korong mellett m tömegű test nyugszik. Írjuk le a test „mozgását” dinamikailag, nyugvó és a koronghoz rögzített koordináta-rendszerben!

a.) Nyugvó koordináta-rendszerből a megoldás nyilvánvaló. A test nyugszik, tehát a rá ható erők eredője 0!

b.) Gyorsuló koordináta-rendszerben a test a koronggal ellentétes irányú, ω szögsebességű körmozgást végez. Ehhez $mr\omega^2$ nagyságú, a középpont felé mutató erő szükséges. A valódi erők eredője természetesen most is zérus, így a fiktív erőknek kell létrehozni a centripetális erőt. A golyóra a forgó rendszerben a sugárirányban kifelé mutató centrifugális erő mellett a Coriolis-erő is hat, hiszen a test a rendszerhez képest minden pillanatban $r\omega$ sebességgel mozog. Mivel az kerületi sebesség merőleges a forgástengelyre, a Coriolis-erő nagysága

$$F_C = 2mr\omega^2 \,,$$

iránya pedig a jobbkéz-szabály alapján sugárirányban befelé mutat (ábra).



A tehetetlenségi erők eredője tehát

$$F_C - F_{cf} = 2mr\omega^2 - mr\omega^2 = mr\omega^2 \,.$$

Az eredő tehetetlenségi erő tehát éppen a centripetális erő.

A bemutatott két feladat megoldása mutatja, hogy a megfelelően választott koordinátarendszer a megoldást nagyon leegyszerűsítheti. Míg az első esetben célszerű volt gyorsuló koordináta-rendszert használni, a második feladatban ez nyilvánvalóan durva melléfogás.

Vissza >>>

Gy4. Feladatok a Föld forgásának figyelembevételére

1. Feladat: Határozzuk meg, hány százalékkal változik meg az egyenlítő mentén 100 km/h sebességgel nyugat felé mozgó jármű súlya! ($g_0 = 9{,}78\ m/s^2$)

A nyugat felé mozgó járművet a

$$2mv\omega = 2m \cdot 27{,}78 \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-5}$$

Coriolis-erő a Föld középpontja felé nyomja. Ennyivel nő tehát a súlya. A változás tehát

$$\frac{2mv\omega}{mg} = \frac{2 \cdot 27{,}78 \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-5}}{9{,}78} = 41{,}4 \cdot 10^{-5} = 0{,}04\%\,.$$

2. Feladat: Becsüljük meg, hogy mennyivel tér el a függőleges iránytól az a test, amelyet az egyenlítőn fekvő 100 m magas toronyból ejtettek ki. ($g_0 = 9{,}78\ m/s^2$)

A Földhöz rögzített koordináta-rendszerben az elejtett testre a nehézségi erő és a Coriolis-erő hat. A 100 m-es távolságon a nehézségi erőt állandó, értékűnek tekinthetjük. A Coriolis-erő iránya mindig merőleges az eső test sebességére, így annak csak irányát változtatja. Ennek megfelelően a test 100 m-es magasságból

$$v = \sqrt{2gh} = 44{,}23\frac{m}{s}$$

sebességgel érkezik a Földre. Ebben a pillanatban a rá ható Coriolis-erő értéke maximális a mozgás során. Nagysága

$$2m \cdot 44{,}23 \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-5} = m \cdot 6{,}43 \cdot 10^{-3} N\,.$$

Ez az érték több nagyságrenddel kisebb, mint a nehézségi erő. Mivel a nehézségi erő és a Coriolis-erő között több nagyságrend a különbség, az eső test mozgását úgy foghatjuk fel, mintha függőleges irányban pusztán a nehézségi erő hatására mozogna, s a változó Coriolis-erő erre merőlegesen mozdítaná el.

Így a vízszintes irányú elmozdulás az

$$s = \int_0^t v_\omega\, dt$$

összefüggésből határozható meg,ahol a test vízszintes irányú sebesség-összetevője, amely a

$$v_v = \int_0^t a_c\, dt$$

integrállal adható meg. Az integrálban a_C a Coriolis-gyorsulás, azaz

$$a_c = \frac{F_C}{m} = 2v\omega\,.$$

Itt $v = gt$ a test pillanatnyi esési sebessége. Így

$$v_v = \int_0^t 2gt\omega\, dt = g\omega t^2 ,$$

$$s = \int_0^t gt^2\omega\, dt = \frac{1}{3} g\omega t^3 .$$

A test esési idejét közelítésünknek megfelelőn a

$$h = \frac{g}{2} t^2$$

összefüggésből határozhatjuk meg, tehát az oldalirányú eltérés

$$s = \frac{1}{3} g\omega \left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{3}{2}} .$$

Az adatokkal

$$s = \frac{1}{3} \cdot 9{,}78 \cdot 7{,}27 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{200}{9{,}78}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 2{,}2\ cm .$$

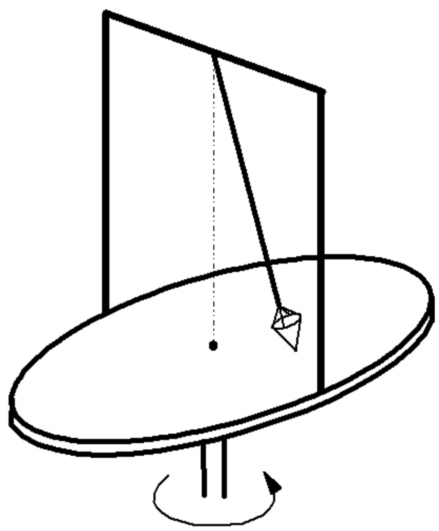
Látható tehát, hogy a szabadon eső testek oldalirányú eltérése nagyon kicsiny. Normál körülmények között nem is érzékelhető, mert a légellenállás sokkal nagyobb hatást okozhat.

Vissza >>>

GY5. A Foucault féle ingakísérlet

Foucault francia fizikus arra a gondolatra jutott, hogy az ingák lengési síkja a Föld forgása miatt a Földhöz rögzített koordinátarendszerben elfordul. A párizsi Pantheon kupolacsarnokában felfüggesztett 67 méter hosszú 28 kg tömegű inga segítségével a jelenséget 1851-ben ki is mutatta. A kísérlet nagy visszhangot keltett, mert megmutatta, hogy a Föld forgása pusztán a Földhöz képest vett mozgások megfigyelésével kimutatható. A kísérletet azóta számtalan változatban megismételték és bemutatása tantermi demonstrációként is lehetséges. A XIX században azonban csak Kammerling Ones (1879) dán és Kunz Adolf (1880) magyar fizikus tudta reprodukálni.

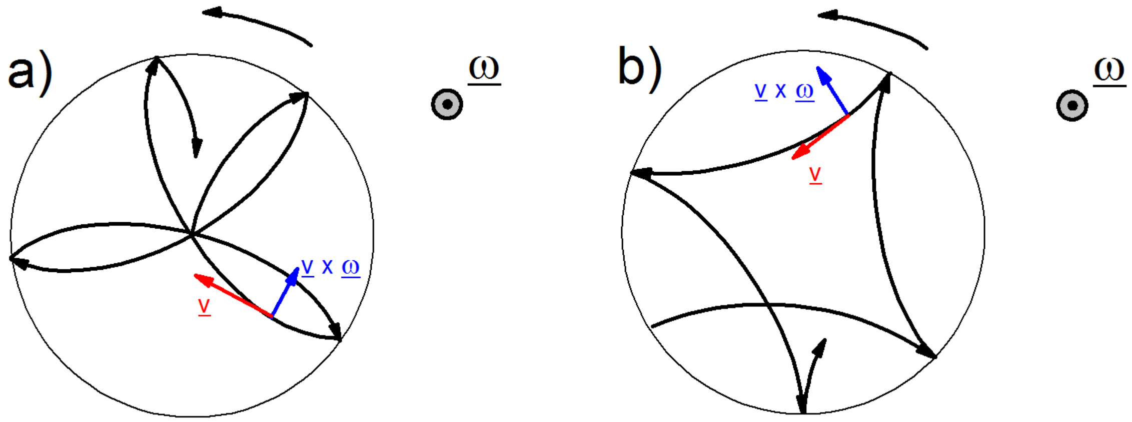
Az ingakísérlet magyarázata előtt érdemes elvégezni a következő kísérleteket. Függőleges tengely körül forgatható korongra függesszünk fel ingát az ábrán látható módon!



Az ingatest legyen festékkel megtölthető. Végezzük el a következő kísérleteket:

a) Forgassuk meg a korongot, majd egyensúlyi helyzetből lökéssel hozzuk mozgásba az ingát!
b) Kössük fonállal az ingatestet a korong széléhez és forgassuk meg a korongot, majd égessük el a fonalat!

Rajzoltassuk fel mindkét esetben a mozgó ingából kifolyó festékkel a korongon elhelyezett papírlapra az inga pályáját! Értelmezzük az eredményt a koronghoz rögzített, ill. nyugvó koordináta-rendszerben is! Az ingatest által felrajzolt görbét az a) és a b) ábra mutatja. mutatja.



Nézzük először a nyugvó rendszerbeli magyarázatot! Az inga és a korong között az inga lengése közben kölcsönhatás nem lép fel, így a korongon kirajzolódó pálya alakja azzal magyarázható, hogy az adott síkban lengő ingatest alatt a korong különböző kerületi sebességgel mozgó pontjai különböző mértékben elfordulnak.

Az a) esetben az ingatest a korong közepéről indul, s kifelé haladva egyre inkább lemarad a korong megfelelő pontjaihoz képest. Ugyanez történik akkor, amikor az ingatest visszafelé mozog. A korong középpontja azonban nem mozdul el a helyéről, s minthogy az inga ebből a pontból indult, minden fél periódusban egyszer átmegy rajta.

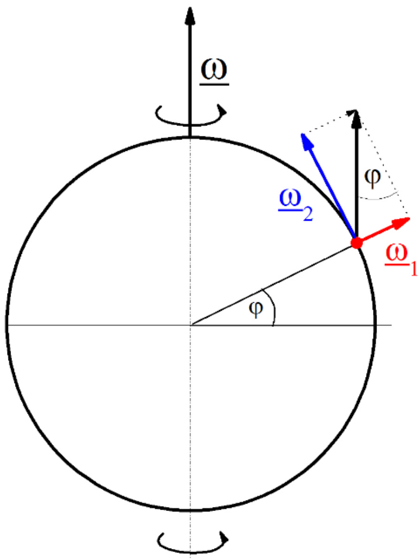
A b) esetben a testet a koronggal együtt megforgatjuk, tehát a fonal elégetésének pillanatában a nyugvó rendszer kerületi sebességével indul. Ez azt jelenti, hogy az ingatest, ahogyan egyre beljebb halad, a korong megfelelő pontjait egyre inkább elhagyja. Legnagyobb az előreszaladás a korong középpontjában, hiszen ez a pont minden időpillanatban áll.

Forgó rendszerben a test koordináta-rendszerhez viszonyított sebességének irányát a pályagörbe érintője jelöli ki. Az ábrákra berajzoltuk a sebességvektor irányát, valamint a Coriolis-erő irányát megadó $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$ vektorszorzat irányát. (Az $\boldsymbol{\omega}$ vektor iránya az adott forgásirány mellett az ábra síkjából kifelé mutat.) A pálya görbülését tehát a Coriolis-erő okozza. A kísérlet mutatja, hogy adott rendszerről pusztán egy inga segítségével eldönthetjük, hogy forog-e, vagy sem. Inerciarendszerben ugyanis az inga megtartja lengési síkját, forgó rendszerben azonban ez a sík elfordul.

A fenti kísérletek alapján a Foucault kísérletet is értelmezhetjük. A hosszú fonálon lengő inga alatt a forgó Föld is elfordul. Bár a Föld a felfüggesztési pontot magával viszi, a lengési síkjának szabad elfordulását a fonál rögzítési pontja alig zavarja, s a nehéz inga amplitúdójának csillapodása is csekély. A lengési sík elfordulása tehát megfigyelhető.

A kísérlet pontos értelmezéséhez kissé részletesebben kell foglalkoznunk a Földön fellépő Coriolis-erővel. Az eddigiekben csak az egyenlítőn mozgó testek esetén határoztuk meg a Coriolis-erőt. A Foucault-féle kísérlet azonban éppen az egyenlítőn nem működik. Tetszőleges földrajzi szélességen a Coriolis-erő meghatározásához célszerű a Föld szögsebesség vektorát két komponensre bontani. Az egyik komponens sugárirányú, másik pedig arra merőleges.

Az ábra jelöléseivel



$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega_1} + \boldsymbol{\omega_2}$$

A $\boldsymbol{v}$ sebességgel mozgó testre ható Coriolis-erő pedig

$$\mathbf{2}m\mathbf{v} \times (\boldsymbol{\omega_1} + \boldsymbol{\omega_2}) = \mathbf{2}m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega_1}) + \mathbf{2}m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega_2})$$

A vektoriális szorzat jelentéséből nyilvánvaló, hogy a Föld adott pontján a vízszintes síkban (tehát a Föld felszínén) mozgó test esetében a $\mathbf{2}m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega_2})$ erő sugárirányú, tehát a test súlyát befolyásolja csekély mértékben. Az oldalirányú eltérésért a

$$\mathbf{2}m(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega_1})$$

erő felelős. Az $\boldsymbol{\omega_1}$ szögsebesség komponens azonban merőleges a Föld felszínére, tehát az inga oldalirányú mozgása szempontjából a Földhöz rögzített koordináta-rendszer pontosan úgy képzelhető el, mint az inga alatt $\boldsymbol{\omega_1} = \boldsymbol{\omega} \sin\varphi$ szögsebességgel forgó korong.

Az inga lengési síkjának szögsebességéről az ábra alapján egyszerűen megmutathatjuk, hogy éppen $\boldsymbol{\omega_1} = \boldsymbol{\omega} \sin\varphi$-vel egyenlő. Az ábra a lengése során éppen v sebességgel mozgó ingatest kicsiny Δt idő alatt bekövetkező elmozdulását mutatja. Az ingatest a sebesség irányába eső $\Delta s = v\Delta t$ elmozdulás mellett a Corioliserő miatt a sebességre merőleges irányban

$$\Delta s_m = \frac{2v\omega_1}{2}(\Delta t)^2$$

tel is elmozdul. Ezt és a kicsiny szögekre érvényes $\tan\alpha \approx \alpha$ közelítést felhasználva a lengési sík szögsebességére

$$\omega_F = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\frac{v\omega_1(\Delta t)^2}{v\Delta t} = \omega_1$$

adódik. Az eredmény természetesen megegyezik az inerciarendszerből adódóval.

Érdemes észrevenni, hogy a lengési sík forgási periódusa csak az északi és déli sarkon egyezik meg a Föld forgásának 24 órás periódusával.

Vissza >>>

VI. FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK NYUGALOMBAN ÉS ÁRAMLÁSBAN

Bevezetés

A folyadékok és a gázok mechanikai szempontból egyszerre mutatnak hasonlóságot és különbséget is.

Alapvető hasonlóságuk, hogy mindkettő folytonos anyageloszlású közeg, egyiküknek sincs saját alakja, felveszik a tartóedény alakját. Mindkét közeget a tömeg-sűrűséggel jellemezzük. Sem a nyugvó folyadékban, sem a nyugvó gázban nem működnek nyíró erők. Egyensúlyi állapotban mindkét közegre jellemző, hogy a külső hatásokból származó nyomás a közeg belsejében kiegyenlített, azaz a közegben bárhol kijelölt, tetszőleges állású felületelemre ugyanakkora nyomás hat (Pascal törvénye). Egy-egy magassági szinten a külső nyomáshoz hozzáadódik a szint feletti közeg súlyából adódó nyomás (hidrosztatikai nyomás, barometrikus nyomás). A közegek súlyából származó nyomás magasságfüggéséből adódik, hogy mind a folyadékban, mind a gázban felhajtó erő hat a közegben lévő testekre. A hasonlóságok mellett a folyadék és a gáz tulajdonságai lényeges különbségeket is mutatnak.

A legfontosabb különbség, hogy a folyadékok térfogattartók, a gázok ezzel szemben mindig kitöltik a rendelkezésre álló teret. Ennek következménye, hogy a folyadékok sűrűsége adott hőmérsékleten állandó, míg a gázoké a nyomástól függően széles határok közt változhat. A lényeges különbség oka a közeg részecskéi közt működő kölcsönhatás. A gáz részecskéi közt a pillanatnyi ütközéseken kívül gyakorlatilag nincs kölcsönhatás, a gázok emiatt terjengősek. A folyadékokban erős összetartó (és taszító) erők működnek, ezek egyensúlya eredményezi, hogy a részecskék többé-kevésbé szorosan töltik ki a tér egy részét, a folyadék sűrűsége így állandó. A folyadékrészecskék közti kölcsönhatás azonban csak normális irányú belső erőket jelent, a részecskék (rétegek) könnyen elgördülnek egymáson (a folyadékban tartósan nem léteznek belső nyíró feszültségek). Lényeges különbség, hogy a folyadék jól definiált határfelülettel rendelkezik, míg a gáz esetében ilyen nincs. A Föld légterét sem lehet pontosan behatárolni, a részecske-sűrűség a magassággal folyamatosan csökkenve közelít zérushoz. A folyadék szabad határfelülete – a nyíróerők hiányában – mindig merőleges a folyadékra ható külső erők eredőjére.

Hasonlóságot mutat a két közeg mozgása is. Nyomáskülönbség esetén a folyadék és a gáz egyaránt mozgásba jön és inerciarendszerben a magasabb nyomású hely felől az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik. Az áramló közegek energiát hordoznak. A közeg áramlása megváltozik, ha az áramlás útjában akadályok (pl. szilárd testek vannak) ilyenkor az áramlás erőt fejt ki (közegellenállás) az akadályozó testekre. Az erőhatás függ a test alakjától, a közeg sűrűségétől, viszkozitásától és az áramló közeg sebességétől. Elegendően kis sebességek esetén a közegellenállási erő a sebességgel egyenesen arányos, az akadály körül kialakult áramlási viszonyok állandósulnak (stacionárius áramlás), és lassú áramlás esetén rétegessé válnak (lamináris áramlás). A sebesség növekedésével az erőhatás a sebesség négyzetével válik arányossá. Ilyenkor az áramlási viszonyok folyamatosan változnak, az akadály mögött örvények alakulnak ki (turbulens áramlás).

Témakör tantervi beillesztése

Általános iskola

A nyugalomban lévő folyadékok (konkrétan a víz) illetve a gázok (levegő) vizsgálata az 5-6. évfolyamon integrált *„természetismeret”* tantárgy keretében elkezdődik, majd a 7-8. évfolyamon már a fizika és a kémia szaktárgy keretében folyatódik.

A hidrosztatika vízzel végzett kísérletek sorozatára, és mindennapi tapasztalatokra épül. A nyomás mennyiségi fogalmának kialakítása után egyszerű kísérletekre alapozva kimondjuk Pascal törvényét, majd a bevezetjük a hidrosztatikai nyomást. A felhajtóerő fogalma és Arkhimédész törvénye szintén konkrét kísérletekre, mérésekre (pl. arkhimédészi henger-pár) épül. Ezután értelmezzük a sűrűség meghatározó szerepét a testek úszása szempontjából. Végül foglalkozunk a sűrűség hidrosztatikai alapon történő meghatározásával, mérésével. A tanult fogalmakat általában kvalitatív szintű jelenségmagyarázatra használjuk. A megtárgyalt jelenségek között fontos szerepe van a hidro- és aerosztatika mindennapi, gyakorlati (technikai) alkalmazásainak is. A hidrosztatika kiváló lehetőségeket kínál a tanulói kísérletezésre, a kísérletezési, mérési kompetenciák fejlesztésére. A számításos feladatok a legegyszerűbb példákra vonatkoznak, illetve a mérések kiértékelésével kapcsolatosak.

Aerosztatika vonatkozásában a levegő anyagi tulajdonságainak bemutatásával, mérésével (tömeg, nyomás, térfogat, sűrűség) foglalkozunk, és demonstrációs kísérleteken keresztül tárgyaljuk a légnyomást, valamint a légnyomáshoz kapcsolódó jelenségeket.

A folyadékok és gázok makroszkopikus jelenségeinek kvalitatív értelmezésére az anyag egyszerű golyó-modelljét használjuk.

Középiskola

A gimnáziumban a fizikát alap-óraszámban tanuló osztályokban a hidro- és aerosztatika tanítására gyakorlatilag alig jut idő. Nem sokkal tehetünk többet annál, hogy az általános iskolai ismereteket felidézzük, és a lehetőségek szerint kiegészítjük. Az ismétléshez és a kiegészítéshez a fizika más témaköreiben is adódik alkalom. Így például a mechanikában a sztatikai feladatok közt célszerűen úgy válogatunk, hogy a hidrosztatikai nyomásnak és a felhajtóerőnek is szerepe legyen. Az ilyen feladatok jó része kísérlettel is kiegészíthető (lásd később). A gázok hőtani tárgyalása során a gázok térfogata és nyomása közti összefüggést (a Boyle – Mariotte-törvényt) kimérjük, és egyszerű feladatok megoldásában alkalmazzuk. A kinetikus gázmodellt a termodinamikában részletesen tárgyaljuk, a gáznyomás mikroszerkezeti értelmezése ennek fontos része. A hőtani kísérletek, feladatok során a nyomást gyakran folyadékmanométerrel mérjük. A folyadékmanométer működésének értelmezése jó lehetőség a hidrosztatikai nyomással kapcsolatos ismeretek felelevenítésére is.

Az áramlásokkal kapcsolatosan a hangsúly a közegellenállási erő mennyiségi leírásán, egyszerű alkalmazásán, az áramló közegek energia-sűrűségének jellemzésén és az áramlások energiájának hasznosításán van. Fontos, hogy kapcsolódjunk, és fizikai szempontból kiegészítsük a földrajz tantárgy keretében tanult környezeti áramlások (globális légköri mozgások, tenger-áramlások, meteorológiai légmozgások) témakörét is.

A gimnáziumban a hidro- és aerosztatika bővebb tárgyalása jó témája lehet a 9. évfolyam érdeklődő diákjai számára szervezett szakköri foglalkozásoknak. A folyadékok és gázok, sztatikája és dinamikája jól feldolgozható megfelelő helyszínen (pl. patak közelében) tartott erdei iskolai foglalkozások keretében is.

Az emelt szinten fizikát tanuló gimnáziumi osztályokban, illetve a műszaki szakközépiskolák egy részében a gázok és folyadékok mechanikája részletesebben tárgyalható. A gimnáziumban elsősorban a fizikai ismeretek gyakorlati alkalmazásának bemutatása a cél. Az általános iskolai (döntően kvalitatív) alapismereteket mennyiségi leírással egészítjük ki, és mérési feladatokkal bővítjük. A szakközépiskolában a szakképzés igényeihez igazodva állítjuk össze a helyi tantervet.

1. Folyadékok sztatikája a középiskolában

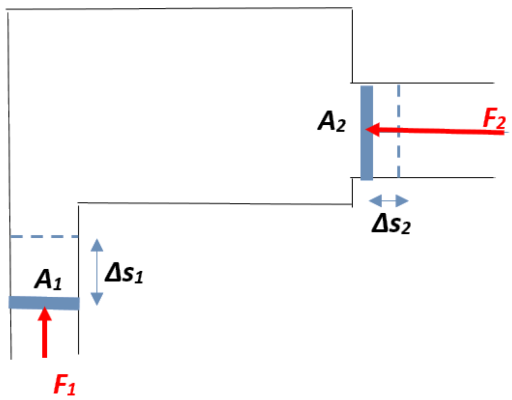
A gimnáziumban a folyadékok sztatikáját az általános iskolában/kis-gimnáziumban tanultak ismétlésével és kiegészítésével kezdjük. Ezt jelenségbemutató kísérletek értelmezésével, a jelenségekhez kapcsolt feladatmegoldással érdemes megtenni.

1.1. A folyadékokban ébredő nyomás

Kiegészítő ismeretként a nyomás fogalmát és a nyomás izotróp terjedését pontosítjuk. A nyomást meg kell különböztetni az erőtől. Tekintsünk egy vízzel telt edényt, amit egyik oldalról dugattyú zár le, és ezt kívülről F erővel nyomjuk! Az erő a dugattyú felületén hat a vízre. Mivel az edény zárt, a víz nem tud elmozdulni, részecskéi egymáshoz szorulva az edény minden falának egyformán nekifeszülnek. A dugattyú és a merev falak által a folyadékra kifejtett erők eredője zérus. A folyadék egyensúlyban van, amire, az elhanyagolható mértékű térfogatváltozással járó összenyomott állapot jellemző. Ezt a belső feszültségállapotot jellemzi a nyomás! A nyomást az A felületű dugattyúra ható erő generálta, de a hatás a folyadék belsejében izotróppá válik, és a környező folyadék belsejében minden felületelemre annak irányításától függetlenül a felületelemre merőleges erőt fejt ki. A hatás-ellenhatás törvénye megköveteli, hogy az edény falának bármelyik A nagyságú felületeleme, irányításától függetlenül ugyanekkora, a felületre merőleges erővel tartsa a nekinyomódott folyadékot

A nyomás izotróp terjedését a folyadékban Pascal törvénye fogalmazza meg. Az általános iskolában a törvényt kísérleti tapasztalatok (Pascal-féle vízibuzogány) mondtuk ki, majd a hidraulikus emelő gyakorlati példájára alkalmaztuk. A gimnázium gyengébb osztályaiban ennél nem megyünk tovább, megelégszünk a korábbi ismeretek felfrissítésével. Hangsúlyozzuk, hogy a nyomás skalár mennyiség, ami adott felületelemre hatva már irányított erőt eredményez. Az erővektor irányát a felületelem helyzete határozza meg, a nyomóerő mindig a felületelemre merőleges. A nyomás mértékegysége: 1 Pa = 1 N/m^2

Emelt szintű osztályban a fentieket kiegészíthetjük azzal, hogy egyszerű levezetéssel igazoljuk, hogy a külső erő által keltett nyomás a folyadékban állandó.



1. ábra. Vázlatrajz Pascal törvényének igazolásához.

Tekintsük a rajzon bemutatott tartályt, amihez két különböző keresztmetszetű (A_1, A_2) csőben dugattyú csatlakozik. Ha a két dugattyúra megfelelő nagyságú F_1 és F_2 erővel hatunk, a folyadék nyomott állapotában is egyensúlyban marad. Természetesen az egyensúly változatlanul fennáll, ha például az A_1 felületű dugattyú Δs_1 távolsággal beljebb az A_2 felületű dugattyú Δs_2 távolsággal kitolódva áll, és a folyadék összenyomhatatlanságából adódóan teljesül, hogy

$$A_1 \cdot \Delta s_1 = A_2 \cdot \Delta s_2$$

Tegyük fel, hogy az első egyensúlyi állapotból a másodikba az A_1 felületű dugattyú nagyon lassú (csupa egyensúlyi helyzeten keresztül történő) elmozdításával jutunk el. Mivel a folyadék lényegében nem jön mozgásba, súrlódás pedig elhanyagolható, a munkatétel értelmében fennáll, hogy az egyik dugattyú mozgatásakor általunk végzett munka megegyezik a folyadék által a másik dugattyún végzett munkával, azaz:

$$F_1 \cdot \Delta s_1 = F_2 \cdot \Delta s_2$$

Ebből a folyadék térfogat-állandóságára fentebb felírt egyenletünk behelyettesítésével adódik, hogy

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2},$$

Mivel a levezetés során semmi megkötést nem tettünk a dugattyúk elrendezésére, méretére, sőt az alkalmazott erőkre sem, az eredmény általános érvényűen mutatja, hogy a folyadékra ható külső nyomás (a folyadék egyensúlya esetén) az egész folyadékban állandó.

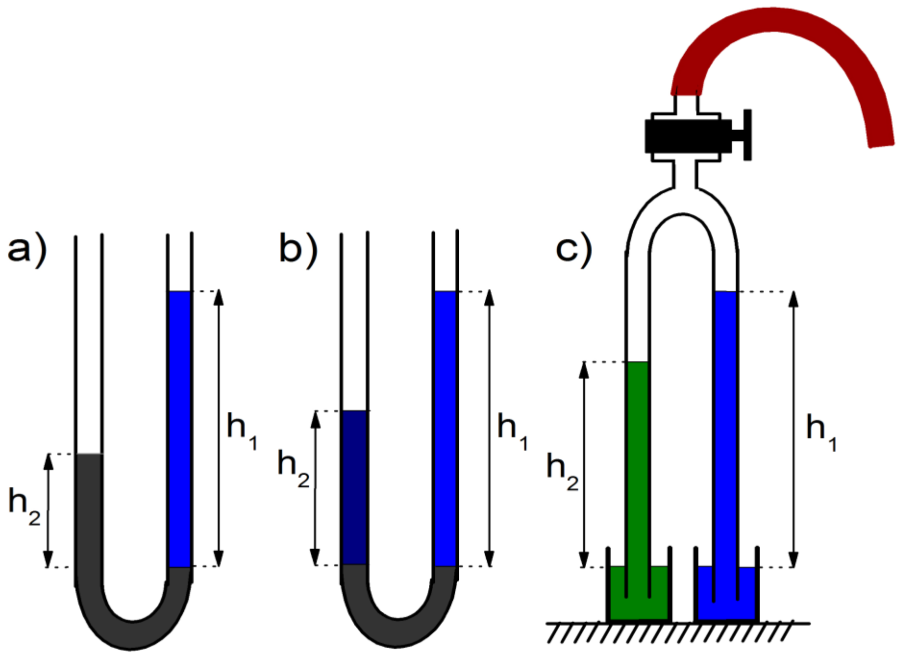
1.2. A hidrosztatikai nyomás

A folyadékok súlyából származó *hidrosztatikai nyomás* fogalmával és számításával ($p = \rho g h$) általános iskolában megismerkedtek a tanulók. A középiskolában a tanultakat egyszerű kísérletek elemzésén, feladatok megoldásán keresztül érdemes felidézni. Ennek során hangsúlyozzuk, hogy a folyadék súlyából származó nyomás a szabad felszíntől számított h mélységben bármilyen irányítású felületre ugyanakkora nagyságú, a felületre merőleges erővel hat. Szemléletformáló jelentőségű a hidrosztatikai paradoxon kísérleti bemutatása és értelmezése. Gyakorlati alkalmazásaik miatt részletesen foglalkozunk a közlekedőedényekkel, illetve a közlekedőedények elvén működő folyadékos nyomásmérőkkel (nyitott és zárt U-manométerekkel).

Hidrosztatikai paradoxon, közlekedő edények

Részletek >>>

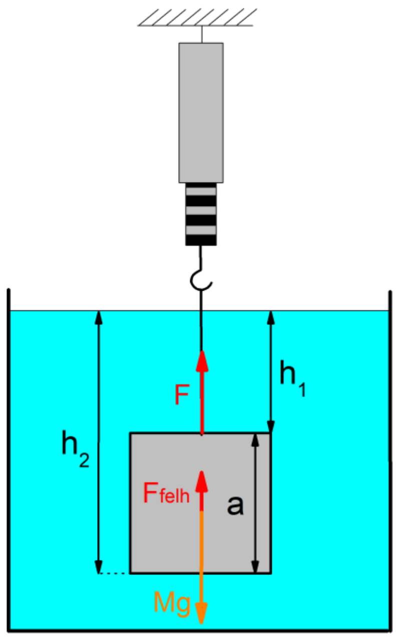
A hidrosztatikai nyomásegyensúly felhasználható különböző folyadékok relatív sűrűségének mérésére. Ha a folyadékok egymással nem keverednek U alakú csőben egymásra rétegezhetők (2a. ábra). A réteghatár szintjétől a két manométerszárban álló folyadékoszlopok magasságával fordított arányúak a sűrűség-arányok. Ha a folyadékok keverednek, a két mérendő folyadék közé harmadik, egyikkel sem keveredő folyadékot öntünk az U-cső aljára (2b. ábra), vagy fordított állású, felül csappal rendelkező U-csővel végezzük a mérést a 2c. ábra szerint. A sűrűség-arány megegyezik a két manométerszárban álló folyadékoszlopok fázishatártól mért magasságarányának reciprokával.



2. ábra. Különböző folyadékok relatív sűrűségének mérése U-alakú csövekben

Arkhimédész törvénye

A folyadékba merülő testekre a hidrosztatikai nyomásból adódó felhajtóerő, valamint az úszás feltételei az általános iskolában tanult ismeretek, amiket kísérleteken, feladatokon keresztül ismétlünk. Arkhimédész törvényét az általános iskolai kísérletei tapasztalat (az arkhimédészi hengerpárral végzett mérés) alapján mondjuk ki. Középiskolában a tapasztalati törvényt a hidrosztatikai nyomás segítségével értelmezzük. Az egyszerű levezetés során rugós erőmérővel tartott fonálon vízbe merített kocka egyensúlyát vizsgáljuk. A kockára hat az Mg nehézségi erő és a fonal által kifejtett (az erőmérővel mért) F erő, továbbá a víz hidrosztatikai nyomásából származó erő. Ez utóbbi a kocka mindegyik lapjára hat. A kockára ható erők eredője zérus. A kocka szemközti oldallapjaira ható nyomóerők egyensúlyt tartanak, így elegendő a függőleges erőkkel foglalkoznunk.



3. ábra. Folyadékba merített, rugós erőmérővel tartott testre ható erők.

Jelölje a kocka felső lapjának felszín alatti mélységét h_1, a kocka alsó lapjának mélységét h_2 ($h_2 = h_1 + a$) (ahol a a kocka élének hossza), a víz sűrűségét ρ! Az egyensúlyban a kockára ható függőleges irányú erők eredője zérus, azaz

$$F - Mg + a^2 \cdot h_2 \rho g - a^2 \cdot h_1 \rho g = 0$$

azaz

$$F - Mg + a^2 \cdot (h_1 + a)\rho g - a^2 \cdot h_1 \rho g = 0\,,$$

ahonnan kifejezhető a vízbe merülő testre ható felhajtóerő, aminek nagysága a kocka térfogatának megfelelő (kiszorított) vízmennyiségre ható nehézségi erővel egyezik meg, iránya viszont a nehézségi erő irányával ellentétes, azaz emeli a vízbe merülő testet.

$$F_{felh} = -a^3 \rho g = Mg - F$$

Megjegyzés:

Arkhimédész törvényéhez kapcsolódva sok jó gyakorlat vonatkozású feladat és feladathoz kapcsolt kísérlet dolgozható fel. Ezek közül fontosak az úszással kapcsolatos példák és a sűrűségmérési módszerek. Különösen az utóbbiak kínálnak jó lehetőséget a számítások és a kísérletek összekapcsolására.

Kísérletekhez kapcsolódó szemléletformáló feladatok

Részletek >>>

1.3. Molekuláris erők folyadékokban

A kohéziós erő és az adhéziós erő fogalmával már az általános iskolában megismerkednek a tanulók. Középiskolában a szakításos alapkísérlet megismétlésével csak felidézzük a korábban tanultakat.

Tiszta üveglapot érzékeny dinamóméterre akasztunk, majd tálba öntött víz felületéhez illesztjük (a lap nem merül el a vízben, éppen csak az alsó felülete érintkezik a vízzel). Ezután a lapot függőleges irányban lassan felfelé húzzuk, amíg elválik a felülettől. A dinamométer jelzi, hogy az üveglap leválasztásához jelentős többleterő szükséges. Megvizsgálva az üveg felületét, vizesnek találjuk. Ez azt jelzi, hogy a leválasztáskor nem az üveg vált el a víztől, hanem inkább az üveghez tapadó felső vízréteget szakítottuk le az alatta lévő vízről. A mért erő a vízrétegek közt működő vonzóerőt, az ún. *kohéziós erőt* jelezte.

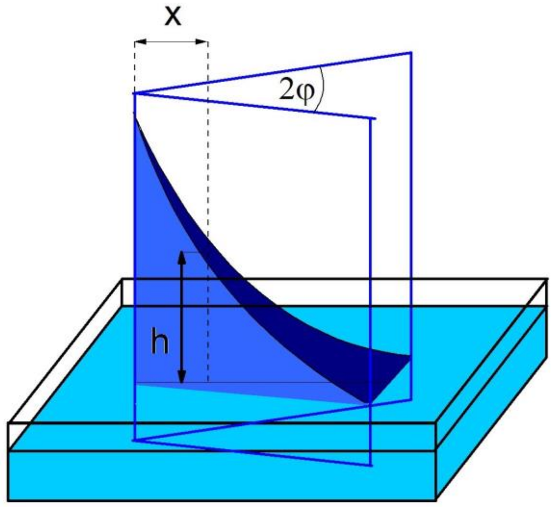
A tapasztalat szerint az üveglap vizes maradt, a víz és az üveg részecskéi között tehát szintén működnek vonzóerők, amelyek nagyobbnak bizonyultak a vízrészecskék közt ható kohéziós erőnél. A különböző anyagok részecskéi közt fellépő vonzóerő az ún. „*adhéziós erő*".

A folyadék részecskéi közt működő kohézió a folyadék belsejében izotróp (minden irányban hat) a szabad felszín közelében azonban „egyoldalúan" csak a folyadék belseje felől érvényesül. Ez az aszimmetria az oka, hogy a felületen a részecskék kötése gyengébb, energiaállapotuk magasabb. A mikroszerkezeti eltérések miatt a felület sajátos tulajdonságokkal rendelkezik, amit a „felületi feszültség" fogalmával értelmezünk. A felületi feszültség számos mindennapi jelenségben játszik meghatározó szerepet, a szűkös időkeretek miatt a kötelező középiskolai fizika tananyagba azonban nem fér bele. A témakör gyakorlati jelentősége és a látványos szép kísérletei miatt szakköri, vagy fakultatív projektmunka keretében történő feldolgozásra ajánljuk.

Érdekességek, látványos kísérletek a felületi feszültség témaköréből

Részletek >>>

Az adhéziós erők határozzák meg, hogy egy folyadék részecskéi mennyire tapadnak más (szilárd) anyagokhoz, mennyire nedvesítik azokat. Fentebb láttuk, hogy a víz például jól tapad az üveghez. Ennek sajátos következménye, a kapillaritás jelensége. Ha vízbe vékony belméretű üvegcsövet helyezünk, a csőben a vízszint megemelkedik, hasonló jelenség figyelhető meg, ha kis szögben illeszkedő üveglap-párt állítunk vízbe (4. ábra).

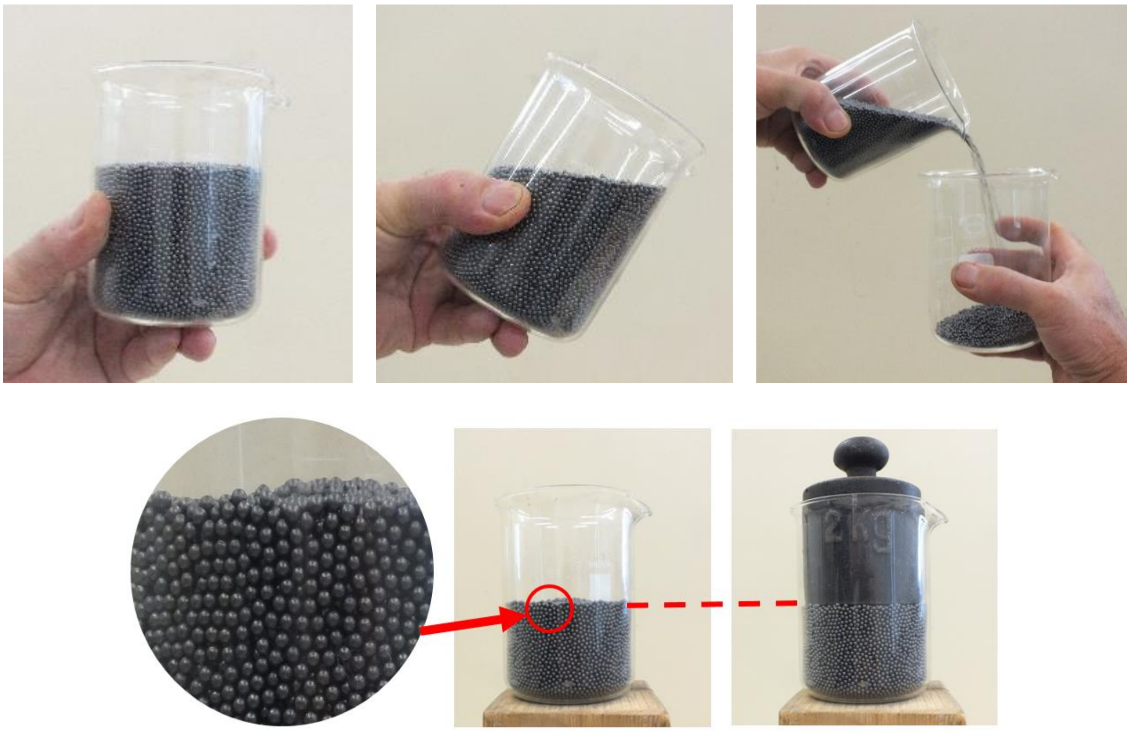


4. ábra. Két egymáshoz képest kis szögben illeszkedő, vízbe állított üveglap. A vízmagasság az érintkező éltől távolodva csökken, a határvonal egy hiperbola alakot ír le.

A kapillaritásnak fontos szerepe van az élővilágban, a növények vízfelszívásában, a véráramlásban, stb. A kapillaritás – más jelenségekkel együtt – jó lehetőség a fizika és a biológia közti kapcsolat bemutatására. Biológiai érdeklődésű osztályban a kapillaritás jelenségét érdemes a fizikaórák tanmenetébe is beiktatni.

1.4. Folyadékok golyómodellje

A folyadékok makroszkopikus tulajdonságainak kvalitatív szintű értelmezésére (a 7-8. évfolyamon) a folyadékok egyszerű golyó-modelljét használjuk. A gimnáziumban ennek ismétlésére is érdemes figyelni. Szélesebb üvegpohárba öntött apró műanyag- vagy csapágygolyók, illetve sörét szemek jól illusztrálják a folyadékok számos tulajdonságát. Az atom-golyókkal (5. ábra) kitöltött „folyadék-térfogat” kis kocogtatásra vízszintes határfelülettel különül el a levegőtől. A poharat hirtelen megdöntve a lejtő tetején lévő golyók legurulnak az alattuk lévőkön, így (kis kocogtatással segítve) újból beáll a vízszintes határfelület. A sörét „folyadékszerűen” önthető. Ha megfigyeljük az üvegpohárba töltött golyók egymáshoz viszonyított elrendezését, jól látszik, hogy a golyók többsége szorosan illeszkedik szomszédjaihoz (egy síkban hat közvetlen szomszéd), de gyakoriak a „szabálytalanságok” is. Az utóbbiak ellenére a folyadék-golyók egy adott magasságig jól kitöltik a pohár térfogatát. A modellel a folyadékok „összenyomhatatlanságát is jól szemléltethetjük, ha a golyósokaság vízszintes felszínére egy a pohárba „dugattyúszerűen” illeszkedő nagyobb súlyt helyezünk. A felszínt nyomó súly hatására a golyósokaság térfogata a pohárban nem csökken.



5. ábra. Folyadék golyómodellje sörétszemekkel.

A folyadékok – tankönyvekben gyakran szereplő – golyómodelljének az egyszerű szemléltetésnél jóval nagyobb a jelentősége. A XX. század harmincas éveiben a fémolvadék szerkezetkutatásában komoly tudományos eredménynek bizonyult. Fontos azonban tudni, hogy a folyadékok szerkezeti szempontból igen különbözőek, az egyszerű golyómodell igazán csak a fémolvadékokra, illetve a cseppfolyós nemesgázokra vonatkoztatható. A legismertebb folyadék, a víz szerkezete jóval összetettebb, tévedünk, ha úgy gondoljuk, hogy a modellben lévő golyók a vízmolekuláknak megfeleltethetők.

A fémolvadékok, illetve a víz makroszkopikus fizikai tulajdonságainak és mikroszekezeti sajátságainak kapcsolata a középiskolában, mint szakköri téma ajánlott.

Egyszerű folyadékok Bernal-féle golyómodellje

Részletek >>>

2. Gázok sztatikája a középiskolában

A gázokkal kapcsolatos tananyag tárgyalását az általános iskolai előzmények felidézésével, egyszerű kísérletek bemutatásával és értelmezésével célszerű kezdeni.

Egyszerű kísérletek levegővel

Részletek >>>

A kísérletek tapasztalatait tanári vezetéssel érdemes összefoglalni. Eszerint a gázok olyan anyagok, melyeknek mérhető tömege, súlya van. Térfogatuk és alakjuk azonban nem jellemző rájuk, a gázrészecskék mindig egyenletesen kitöltik a rendelkezésükre álló teret. A gáz nyomást gyakorol a tartóedény falára, illetve minden gázban lévő test felületére. Ha egy edényben lévő adott gázmennyiség térfogatát csökkentjük (a gázt összenyomjuk) a gáz nyomása megnő.

2.1. Boyle-Mariotte törvény

A fizika tanítása során gyakran előfordul, hogy ugyanaz a téma többször is tárgyalásra kerül. Ilyen esetben a tanár feladata, hogy az osztály érdeklődése, előismeretei és a rendelkezésre álló időkeretek figyelembevételével eldöntse, hogy a lényegi tárgyalás mikor a legalkalmasabb. Így például a Boyle – Mariotte - törvény kimérése és a nyomás kinetikus értelmezése tárgyalható a mechanikában, de későbbre a hőtan tárgykörébe is eltolható.

A középiskolában a gáz térfogatának és nyomásának fordított arányosságát kimérjük és matematikai alakban is megfogalmazzuk ($pV =$ állandó). Az egyszerű mérés leírását a jegyzet „Hőtan” fejezetének 3.1. pontja tartalmazza. A gáz nyomásának a kinetikus gázmodellel való értelmezését ugyancsak a Hőtan fejezetben, a 3.4. pont alatt részletesen tárgyaljuk. A kinetikus modell szerint a gázban az atomi részecskék a hőmérséklettől függő v átlagsebességgel rendezetlenül mozognak, és időről időre ütköznek a tartóedény falával. A falnak ütköző részecskék rugalmasan visszapattannak, és emiatt erőt fejtenek ki a falra. A fal egységnyi felültén a nagyon nagyszámú és gyakran ütköző részecskék erőhatását átlagos nyomásként érzékeljük.

Megjegyzés:

A gáztörvényeket, és ezen belül a Boyle – Mariotte - törvényt, a diákok kémiából is tanulják, de mérésekre ott nem kerül sor.

2.2. A légnyomás

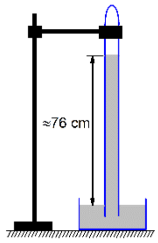
A gáz bezártságából adódó nyomás mellett, a hidrosztatikai nyomással analóg módon tárgyaljuk a légnyomást, ami a felső légrétegek súlyából adódik. A légnyomás nagysága nem állandó, változik a tengerszinttől mért magassággal és meteorológiai körülmények is kismértékű ingadozásokat eredményeznek. A tengerszinti légnyomás standard értéke, megállapodás szerint (p_0 = $1{,}03 \cdot 10^5$ Pa = $1{,}03 \cdot 10^5$ N/m^2). Az ettől mért eltérések, a meteorológiai, légkörfizikai változásokkal kapcsolatosak és nagyon kicsik, $1{,}05 \cdot 10^5$ és $0{,}94 \cdot 10^5$ Pa értékhatárok közé esnek.

A légnyomást elsőként E. Torricelli olasz tudós igazolta látványos történelmi jelentőségű kísérletével (1643). Torricelli kísérletét hosszú ideig az iskolai fizikaórákon is rendszeresen megismételték.

Vákuum és légnyomás létezésének történeti vitája,

Galilei, Torricelli, Pascal, Otto von Guericke kísérletei

Részletek >>>



Torricelli higanyt használ kísérletéhez. Mivel a higannyal végzett kísérletezés környezet és egészségvédelmi okokból az iskolában néhány éve tilos, a kísérlet vízzel mutatható be, ami jelentősen megnehezíti az órai demonstrációt. A Torricelli-kísérlethez kb. 10 m magas vízoszlop szüksége, így legfeljebb az iskolaudvaron, esetleg a lépcsőházban végezhető el. Emiatt bemutatása ritka, alkalmi kísérletté vált iskoláinkban.

Torricelli kísérletének bemutatása az iskolaudvaron 10 méteres vízoszloppal

Részletek >>>

Folyadékok esetén a hidrosztatikai nyomás lineárisan változik a vízoszlop magasságával. Ez természetes következménye annak, hogy a víz gyakorlatilag összenyomhatatlan, így sűrűsége állandó. A gázok könnyen összenyomódnak, így a felső légréteg tetemes súlya miatt a levegő sűrűsége a tengerszinten nagyobb, mint magasabban. A levegő sűrűségváltozása miatt a légnyomás felfelé haladva rohamosan csökken, ezt hívjuk „barometrikus sűrűség-, ill. nyomáscsökkenésnek”. Ha a hőmérséklet a légkör teljes magasságában azonos lenne, a nyomás exponenciális függvény szerint változna a magassággal. A nyomás magassággal való csökkenését állandó hőmérséklet mellett leíró barometrikus magasságformula meghatározásához integrálásra van szükség, a formulát a középiskolában nem írjuk fel. Néhány tájékoztató adat megadásával azonban érzékeltethetjük a csökkenés ütemét. Az állandó hőmérsékletű légkörben a légnyomás értéke a magassággal kb. 5,5 km-enként megfeleződne. Így 5,5 km magasan fele, 11 km magasan csak negyede lenne a tengerszinti értéknek. Mivel azonban a légkör hőmérséklete felfelé haladva csökken a valódi nyomáscsökkenés üteme ehhez a becsléshez képest is erőteljesebb.

A fizika iránt kevéssé érdeklődő általános tantervű középiskolai osztályokban a légnyomás jelenségének és a légnyomás magassággal való csökkenésének kvalitatív szintű ismerete fontos, így tudjuk megérteni például miért jelent rendkívüli megterhelést a szervezetnek az igazán magas hegycsúcsok megmászása, miért forr a víz alacsonyabb hőmérsékleten a Himaláján, stb. Természetesen fontos a légnyomás-különbséggel magyarázható hétköznapi jelenségek, technikai alkalmazások kvalitatív magyarázata is. Ilyen kérdés például, hogy miért nem lehet szivattyúzással 10 m-nél mélyebb kútból vizet hozni a felszínre? Miért visznek magukkal a hegymászók a Himalájában oxigénpalackot? Miért fő meg lassabban az étel a magas hegyek közt, stb.

Emelt szintű osztályban ennél tovább mehetünk. Szakkörön, vagy fakultatív kiscsoportos kísérlettel egyszerűen kimérhető a légnyomás csökkenése a magassággal. A mérés már néhány emeletnyi magasságkülönbség esetén is kimutatja a nyomás változását. Azonban mivel csak olyan kis magasság-tartományban tudunk vizsgálódni, ahol a levegő sűrűségváltozása elhanyagolható, a légnyomás magasságfüggésére nem exponenciális, hanem lineáris magasságfüggés adódik.

A légnyomás magasságfüggésének kimérése

Részletek >>>

Megjegyzés:

Érdemes megjegyezni, hogy R. P. Feynman: (Mai Fizika sorozat, 4. kötet, 40.1. fejezet) a légnyomás exponenciális magasságfüggéséből kiindulva vezeti be a statisztikus fizika Boltzmann-eloszlását. Első lépésként a magasságformula exponensét alakítja át a gázok állapotegyenletét felhasználva úgy, hogy abban szerepeljen a molekulák helyzeti (potenciális) energiája h magasságban. Kézenfekvő, hogy a levegőmolekuláknak csak az a hányada tud a gravitáció ellenében h magasságba feljutni, amely a termikus energiafluktuációk révén ennél a helyzeti energiánál nagyobb kinetikus energiával rendelkezik. Az így bevezetett Boltzmann-féle energiaeloszlást Feynman számos mindennapi jelenségre, pl. párolgás, kémiai reakciók sebessége, stb. alkalmazza.

2.3. Felhajtóerő gázokban

Arkhimédész törvénye gázok esetén is érvényes, a testekre a gázokban is felhajtó erő hat. A jelenség tárgyalása a hasonló a folyadékba merülő testekre a hidrosztatikai nyomásból adódó felhajtóerőéhez. Mivel a gázok sűrűsége kicsi, a felhajtóerő is csekély. Levegőben a szilárd testekre illetve folyadékokra ható felhajtóerő általában elhanyagolható. A levegőben ható felhajtóerő kis sűrűségű gázzal töltött légballonnal, vagy melegítéssel lecsökkentett sűrűségű levegővel tele „hőlégballonnal" demonstrálható.

2.4. Gázok golyómodellje

Már az általános iskolában használjuk a gázok sajátságainak kvalitatív magyarázatára, szerkezetének szemléltetésére a „kinetikus gázmodell" egyszerűsített változatát. Ha lehetőségünk van rá, már itt érdemes bemutatni a rázógéppel mozgásban tartott kis golyókból álló „gáz-modellt". Mivel ez a demonstrációs eszköz kevés iskolában van meg, a szemléltetés másik módja a gázmolekulák mozgásának számítógépes szimulációval történő bemutatása. A gáz modellezésénél a részecskék állandó rendezetlen, térkitöltő mozgását hangsúlyozzuk.

A középiskola átlagos osztályaiban a gázok golyómodellje továbbra is csak kvalitatív szemléltetést szolgál, hiszen a későbbiek során tárgyalásra kerülő hőtanban a kinetikus gázmodellel részletesen foglalkozunk. Számítógépes szimulációval jól illusztrálható a gázok térfogatának és nyomásának kapcsolata (Boyle-Mariotte törvény), és a barometrikus sűrűségeloszlás is.

Emelt szintű osztályban a modell alapján akár kvantitatív szinten is értelmezhetjük a gáz nyomását, mint a fallal ütköző részecskék által kifejtett átlagos erő és a fal felületének hányadosát. (Az ehhez szükséges mechanikai ismeretek már adottak.)

3. Ideális folyadékok és gázok áramlása

A folyadékok és gázok áramlásával kapcsolatos jelenségek mindennapi jelentőségük miatt fontosak. Elég, ha csak a legfontosabb gyakorlati alkalmazásokra gondolunk: a szél, a folyók vize energiát szolgáltat, a mindennapi életvitelünk szempontjából nélkülözhetetlen víz, gáz zárt vezetékrendszerben jut el a lakásokba, a szennyvizet csatorna vezeti el. Testünk életfunkcióit, a vér áramlása biztosítja, a levegő periodikusan váltakozó nyomáskülönbség hatására áramlik a tüdőnkbe és onnan ki. A mozgó közeg erőt fejt ki az útjába eső testekre. Ezt az erőhatást azonban nagyon sok körülmény befolyásolja. Függ a közeg sűrűségétől és viszkozitásától, az áramlás sebességétől, a test alakjától és felületének anyagi minőségétől, stb. A erő hatása gyakorlati szempontból is nagyon különböző, elég ha csak a mozgást akadályozó közegellenállásra, illetve a repülőgép szárnyán ébredő emelőerőre gondolunk. Az időjárást a hatalmas légtömegek mozgása határozza meg, hozhat életet adó esőt az óceánok felől, de okozhat pusztító hurrikánt is. Az óceánok áramlásainak törvényeiről a tudomány még keveset tud, de az már most biztosan látszik, hogy szerepük alapvető jelentőségű a földi élővilág szempontjából. A középiskolai fizika keretei közt néhány egyszerű törvény bemutatására és ezekhez kapcsolható áramlási problémák jelenségszintű tárgyalására szorítkozunk. Ha az áramlások tárgyalása a fizika lecsökkentett óraszámába nem fér bele, érdemes a témakört szakköri kiegészítő foglalkozásokon esetleg projekt-munkaként feldolgozni. Ez utóbbi jó témája lehet az „erdei iskola" programjának is, ha például a szálláshely közelben kísérletezésre alkalmas patak található.

Patak-projekt az erdei iskolában (tanártovábbképzési előadás szakanyaga)

Részletek >>>

Az áramlás leírásának kétféle módszere

Az áramló gáz és folyadék mozgásban lévő pontrendszernek tekinthető. Mozgásuk leírására azonban más módszereket alkalmazunk, mint a pontrendszerek esetén. A pontrendszereket összetevő egységekre bontottuk, majd ezek mozgását követtük, illetve határoztuk meg a dinamika alaptörvényéből kiindulva (hiszen a dinamika alaptörvénye „önsokszorozó természete" miatt bármely rendszerre és annak bármely részére felírható). A tömegpontként közelíthető testekből álló pontrendszer esetén a pontrendszert alkotó részek kiválasztása magától értetődően adódott. A folytonos tömegeloszlású merev test esetén a részekre bontás már nem ilyen egyszerű. Az atomi összetevők, mint természetes tömegpontok adottak ugyan, de ilyen szintig nem szabad lemennünk, ha a folytonos közegek leírásában alkalmazott fizikai fogalmakat (pl. sűrűség, hőmérséklet, stb.) kívánjuk továbbra is használni. Amikor tehát a merev testekre a pontrendszerekre vonatkozó törvényeket alkalmazzuk, a testet önkényesen kell részekre bontanunk. A felbontás azonban csak olyan lehet, amely a kontinuum jelleget megőrzi. Ez azért nem okoz komoly problémát, mert a merev test pontjai a kollektív mozgás közben is jól követhetők, mivel egymáshoz képest vett helyzetük nem változik. A merev test minden pontja valamilyen értelemben ugyanúgy mozog (transzlációs és forgó mozgást végez).

A folyadékok áramlása esetében az teremt új helyzetet, hogy itt általában nem biztosított az, hogy a kontinuumban kijelölt egyes tartományok anyaga a mozgás során együtt marad. Az együttmaradás megvalósul időfüggetlen áramlásokban. Lamináris áramlás esetén jól illusztrálható ez, ha az áramlási tér egyes pontjaiban időnként megjelöljük (vízáram esetén például festéssel) az épp ott mozgó folyadékmennyiséget és követjük a festett víz útját. A megfestett vízmennyiség egyben marad. Az áramlási tér adott helyén szakaszosan megismételt festés esetén jól látszik, hogy a festett víz mindig ugyanazon az útvonalon mozog, sebessége is hasonlóan változik helyről helyre. A festett víz nyomvonala az ún. *áramvonal*. A vonal mentén mozgó folyadék sebessége mindig az áramvonal helyi érintőjének irányába mutat. Ha az áramlás pl. szűkület esetén felgyorsul, az áramvonalak összesűrűsödnek. Az áramlás jól szemléltethető az áramvonalak rendszerének összképével. Az iskolai gyakorlatban gyakran alkalmazzuk ezt a módszert a lassan áramló közegek stacioner mozgásának kvalitatív jellemzésére. Természetesen az áramvonalak mentén a folyadék számításokkal is követhető, ez azonban meghaladja a középiskola lehetőségeit. Az áramlásnak ezt a folyadékelem-követő leírását nevezzük Lagrange-féle tárgyalásnak.

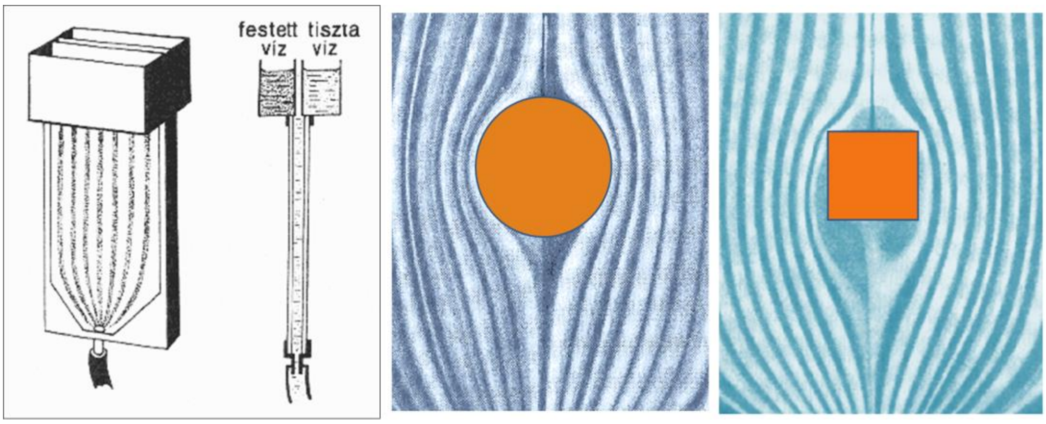
Időfüggő áramlások vagy turbulencia esetén azonban ez az áramvonalakon alapuló módszer nem alkalmas az egyes folyadékelemek követésére. Ennek alapvető oka az, hogy az áramlás során a kezdetben még szomszédos folyadékrészecskék nem maradnak együtt, nagyon gyorsan eltávolodnak egymástól. A legkisebb folyadékelemeket külön-külön kell követnünk. (Jól látszik ez, ha bármilyen időfüggő áramlásba juttatunk kevés festéket. A festett víz nagyon gyorsan és megismételhetetlen látványos, kacsos, szálas mintázatot képezve eloszlik a vízben. Ilyen esetekben az áramlás az önkényesen kijelölt kis víztérfogatok mozgásának követésével, az ún. *pályavonalak* megadásával, és az áramvonalakkal is jellemezhető. Most is megtehetjük, hogy az áramlási tér egyes pontjaiban időről időre megadjuk az aktuálisan éppen ott áramló folyadék sebességének nagyságát és irányát, azaz megadjuk a pillanatnyi áramvonal-hálózatot (vagyis az áramlási sebesség vektorterét). Az áramvonalak és a vektortér azonban időben változnak. A folyadékrészecskék rövid ideg követik ugyan a mellettük levő áramvonalat, de az utána megváltozik, amit ismét követni igyekeznek, és így tovább. Ezért időfüggő áramlásban a pályavonalak *nem* egyezhetnek meg egyetlen áramvonallal sem. Az áramlás jellemzése az áramvonalakkal, vagyis az áramlás vektorterének megadásával az ún. Euler-féle leírás, a pályavonalakkal történő jellemzés pedig a Lagrange-féle. A két vonalrendszer időfüggő áramlásokban különbözik, míg a kétféle leírás elvileg ekvivalens. Gyakorlati szempontból azonban az Euler-féle bizonyult sokkal alkalmazhatóbbnak, s vezetett az áramlástan és mérnöki alkalmazásai sikereihez. Egyedül stacionárius áramlás esetén igaz, hogy a Lagrange-féle és az Euler-féle leírás egybeesik, s ekkor az áram- és pályavonalak azonosak.

Megjegyzések:

1. Az áramlási tér időfüggetlensége, vagyis ha a tér adott helyén az éppen odakerülő folyadékelem mindig ugyanazzal a sebességgel mozog, természetesen nem jelenti azt, hogy maguk a részecskék nem gyorsulnak az adott helyen. A gyorsulás azonban csak a részecskét követő módszerrel határozható meg a Newton-törvényekből. Az áramlási térrel való leírás tehát nem alapul *közvetlenül* a Newton-törvényekre.
2. A folyadékmozgás leírására a fizikában mind a részecskekövető (Lagrange-féle), mind az áramlási mezővel történő (Euler-féle) leírás alkalmazható. A középiskola számára éppen a folyadékok kontinuum szemléletű tárgyalása miatt, az Euler-féle leírás szemléletesebb képet ad, bár elveszítjük vele a Newton-törvények közvetlen alkalmazásának lehetőségét.
3. Az áramlás leírásának kétféle módszeréről fentebb mondottakat a szaktanároknak szóló kiegészítésnek és nem középiskolai tananyagnak kell tekinteni.

3.1. Folyadékok lamináris áramlása

A lamináris folyadékáramlás bemutatására szolgáló klasszikus demonstrációs eszköz a „Pohl-féle áramlási készülék”. A Pohl-készülék (6. ábra) fő része függőleges helyzetű üvegküvetta, amelyben az üveglemezek közötti távolság 1 mm. A küvettába felülről, két tartályból egy-egy fésűfogszerű, egymáshoz képest fél lyuktávolsággal eltolt lyuksoron keresztül áramoltatható folyadék.



6. ábra. Pohl-féle áramlási készülék és az eszköz által kirajzolt áramvonalak kör és négyzet alakú akadályok esetén.

Az egyik tartályba tiszta, a másikba megfestett vizet töltve, a küvettában a tiszta és festett víz egymás melletti csíkokban (áramfonalak) áramlik. Az áramlás sebessége a készülék alján elhelyezkedő kifolyócsonkra húzott gumicső szorító-csapjával szabályozható.

A küvetta áramlási terébe a felül elhelyezkedő tartályok közötti résen vékony lemezekből készített különböző alakú szűkítők csúsztathatók, így különböző alakú áramlási terekben tanulmányozható az áramvonalkép kialakulása (lásd 6. ábra). A képek jól illusztrálják, hogy az egyes áramfonalakból a folyadék oldalirányban nem lép ki, a szűkületekben az áramlási vonalak keveredés nélkül sűrűsödnek.

Megjegyzések:

- A kifolyócső pillanatszerű elszorításával a festett folyadékcsíkokon sötétebb jelsort hozhatunk létre. Az egymást követő sötétebb tartományok jól követhetően azonos áramvonal mentén hasonló sebességgel mozognak. Ha az áramlási térben szűkítők is vannak, akkor a szűkületbe érve a jelsor mozgása észrevehetően felgyorsul. A jelenség a kontinuitási egyenlet szemléltetésére használható. Megfigyelhető továbbá az is, hogy a szűkület előtt még vízszintesen egy egyenesbe eső jelsor a szűkületben ívelt parabola alakot vesz fel. Ez jelzi, hogy a szűkítő közelében az erősebb súrlódás miatt a folyadék jobban fékeződik, mint az áramlási tér közepén.
- Az áramlási képet a Pohl-készülék keskeny áramlási terében erősen befolyásolja a súrlódás. Ugyanakkor a kialakuló áramlási kép nagyon hasonló az ideális, tehát súrlódásmentes áramlásban kialakuló áramvonal rendszerhez.
- Természeti vízfolyások áramlási viszonyainak tanulmányozása a fenti festékes módszerrel nem lehetséges. Ilyenkor egyszerűen azt tehetjük, hogy az áramló vízbe egy-egy száraz falevelet, vagy apró hungarocell-darabkát helyezünk és követjük sodródását a vízen.

3.1.1. Folytonossági egyenlet – az anyagmegmaradás megfogalmazása

Időben állandó - stacionárius - áramlási viszonyok mellett a vezetékből adott Δt időtartam alatt mindig azonos mennyiségű (térfogatú) víz folyik ki. Hasonlóan igaz ez a patak vízhozamára is. A hétköznapi tapasztalat az anyagmegmaradás törvényével egyszerűen magyarázható. Nyilvánvaló, hogy ha egy folyamatos áramlásba kívülről nem juttatunk be újabb folyadékmennyiséget, és nem is veszünk ki belőle, az áramlási tér minden keresztmetszetén ugyanannyi idő alatt ugyanannyi folyadéknak kell átáramlani. Ez azt jelenti, hogy a folyadékban az $I = \rho A v$ áramerősség mindenütt állandó kell legyen. (Az áramerősség az adott keresztmetszeten egységnyi idő alatt átáramló folyadékot jelenti. A fogalom analóg az elektromos áramerősséggel, csak ott nem tömeg, hanem töltésáramról van szó.) Amennyiben a folyadék sűrűsége állandó, akkor az áramerősség egyszerűen az időegység alatt átáramló Av térfogatot jelenti.

Ha az áramlás lassú, akkor az áramló gázok sűrűsége is állandónak tekinthető, mert az áramlás során a gáz nem nyomódik össze. Kis sebességek mellett tehát a folyadékok és a gázok áramlása együtt tárgyalható és a stacionárius áramlásban az áramerősség állandósága az

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

összefüggésnek megfelelően azt jelenti, hogy ahol a keresztmetszet szűkebb, ott az áramlás gyorsabb, ahol tágabb, ott lassúbb. Az áramlási sebességnek és a keresztmetszetnek ez a kapcsolata az áramlás folytonosságát biztosítja, ezért *folytonossági*- vagy *kontinuitási egyenletnek nevezzük.*

Amennyiben az áramló közeg összenyomható, akkor stacionárius áramlás mellett is helyről-helyre változhat a közeg sűrűsége. Ebben az esetben a tömegáram állandósága nem egyszerűsödik az átáramló térfogat állandóságára, hanem az

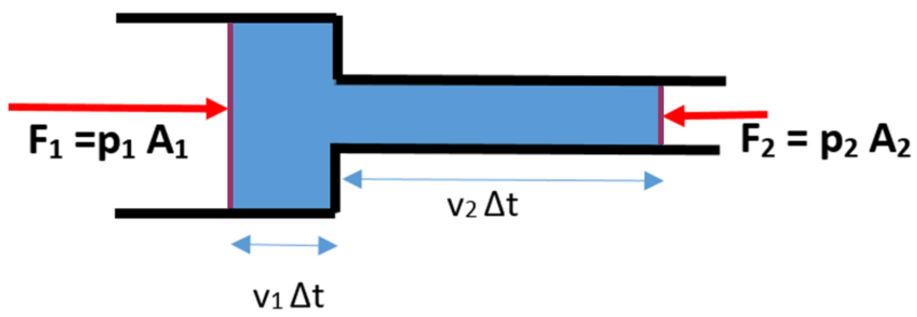
$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

összefüggéssel fejezhető ki.

Megjegyzés:
Az áramló közeg sűrűségének megváltozása a gázok esetén válhat lényegessé. A levegő összenyomódása 40 m/s-nál kisebb áramlási sebesség mellett kevesebb, mint 1%, és még 130 m/s sebesség mellett is csak 10%. Az összenyomódás a hangsebesség környékén válik jelentőssé. A hangsebesség átlépésekor különleges jelenségek (pl. hangrobbanás) jöhetnek létre, és a gázokban hangsebességnél nagyobb sebességgel (szuperszonikusan) mozgó testekre ható közegellenállási erő tulajdonságai is egészen mások, mint közönséges sebességek esetén.

3.1.2. Bernoulli törvénye

Értelmezzük a folyadék felgyorsulását egy szűkületben! Válasszunk ki az ábrán látható szűkülő csőben tetszőleges folyadéktérfogatot, amelynek egyik határa a tágabb, a másik a szűkebb keresztmetszetben van. A szűkebb keresztmetszetű csőrészben az áramlási sebesség nagyobb így a szűkületen Δt idő alatt átfolyó m vízmennyiség mozgási energiája megnő. A mozgási energia növekedését a munkatétel értelmében a kiválasztott folyadékra ható erők munkája fedezi. A csőfal által kifejtett kényszererő munkája zérus, mert merőleges az áramlásra. Így csak a folyadék nyomásából származó erők munkájával kell számolnunk.



7. ábra. Illusztráció Bernoulli törvény levezetéséhez.

A vastagabb csőszakaszban lévő színezett folyadéktérfogat $(A_1 v_1 \cdot \Delta t)$ Δt idő alatt préselődik át a vékonyabb csőrész színezett térfogatú részébe $(A_2 v_2 \cdot \Delta t)$. Eközben a vastagabb csőben az F_1 erő $v_1 \Delta t$ úton pozitív munkát végez, míg a szűkebb csőben ellentétes irányban ható F_2 erő $v_2 \Delta t$ úton negatívat. A vízmennyiség kinetikus energianövekedése a két munka különbségével egyenlő:

$$p_1 \cdot A_1 \Delta t - p_2 \cdot A_2 \Delta t = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 .$$

Figyelembe véve, hogy a vízmennyiség

$$m = \rho \cdot A_1 v_1 \Delta t = \rho \cdot A_2 v_2 \, \Delta t \, ,$$

ahol ρ a folyadék sűrűsége, továbbá, hogy a kontinuitási egyenlet értelmében $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$, kapjuk Bernoulli törvényét:

$$p_1 + \tfrac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2} \rho v_2^2 \ ,$$

ami azt is jelenti, hogy az áramlás bármely helyén

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{állandó} \, .$$

Bernoulli törvénye mennyiségi összefüggést teremt az áramlási tér adott keresztmetszetében a folyadék nyomása és áramlási sebessége között.

Az $\frac{1}{2} \rho v^2$ mennyiség nyomás dimenziójú és *torlónyomásnak* nevezzük. Bernoulli törvénye kimondja, hogy a vízszintesen (súrlódásmentesen, stacionáriusan és örvénymentesen) áramló állandó sűrűségű folyadékban ható nyomás (p) és a torlónyomás $\left(\frac{1}{2} \rho v^2\right)$ összege az áramlási cső bármely keresztmetszetében ugyanaz az állandó érték.

Bernoulli törvényét egyszerűen általánosíthatjuk, arra az esetre, ha a folyadék sűrűsége nem állandó és az áramlás során szintkülönbség lép fel.

Bernoulli törvénye összenyomható folyadék esetén

Részletek >>>

Bernoulli tételét sok látványos és egyszerűen bemutatott jelenséggel, gyakorlati alkalmazás felidézésével tudjuk illusztrálni. A kísérletek legtöbbje tanulói bemutatásra is alkalmas.

Kísérletek Bernoulli törvényének alkalmazására, Fizikai Kísérletek Gyűjteménye I. V. 20-23.

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/fgm/e20.htm

Emelt szintű érettségi mérés, ami a Bernoulli-törvényhez is kapcsolható

Részletek >>>

3.2. Folyadékok súrlódásos áramlása

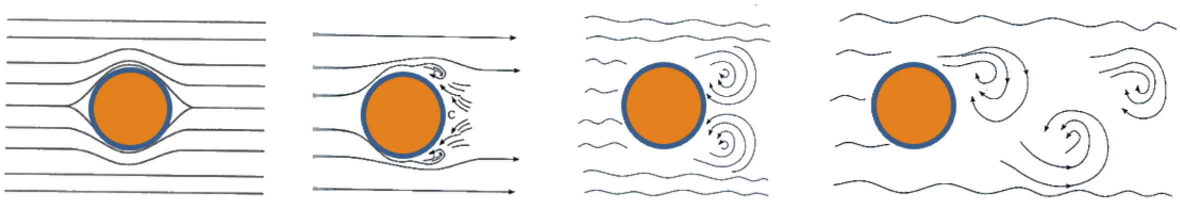
A kohéziós és adhéziós erőknek fontos szerepe van a reális folyadékok áramlásában. A folyadék és a vele érintkező szilárd anyagok (edény fala, folyómeder, a folyadékba merülő, abban mozgó testek) határfelületén adhéziós erők működnek. A folyadék határfelületi rétege szinte rátapad a szilárd anyag felületére és nem mozog együtt a folyadék tömegével. A megtapadt folyadékréteg azonban kohéziós erőkkel kapcsolódik a szomszédos folyadékrészecskékhez is, így azok mozgását is akadályozza. Ilyenkor a folyadék „belső súrlódásáról” beszélünk. A belső súrlódás jelenségköre gyakorlati szempontból nagyon fontos, többek közt ez jelenik meg a gépalkatrészek súrlódáscsökkentő olajozásakor, de ez okozza nagyobb áramlási sebességek esetén az örvények kialakulását és az örvények miatt fellépő erőhatásokat (közegellenállást, aerodinamikai emelő erőt).

Az örvényes áramlással és az örvényekkel magyarázható aerodinamikai erőhatásokkal középiskolában csak a jelenség-szinten foglalkozunk.

A súrlódásos áramlások részletes tárgyalása nem tartozik a középiskolás fizika törzsanyagába, fakultatív feldolgozása az érdeklődő tanulók számára szakkör vagy projektmunka keretében ajánlott.

Az örvényes áramlás

Örvényes áramlás akkor jön létre, ha erősen különböző sebességű rétegek mozognak egymáson. Ez leggyakrabban az erős áramlásba helyezett akadályok környezetében valósul meg. A jelenség bemutatásakor henger alakú akadályt helyezünk az áramlás útjába, elindítjuk a lassú áramlást majd fokozatosan növeljük az áramlás sebességét. Kis sebességnél az áramvonalak az akadálynál szimmetrikusan elhajolva megkerülik az akadályt (lásd 8. ábra). A sebességet növelve az akadály mögött „áramlási holt tér” alakul ki (ahol gyenge visszaáramlás is megfigyelhető), majd a holt tér határán futó áramvonalakon fodrozódás jelenik meg. További sebességnövekedés hatására az akadály mögött először szimmetrikusan majd az akadály két oldalán aszimmetrikusan váltakozva örvényképződés figyelhető meg.



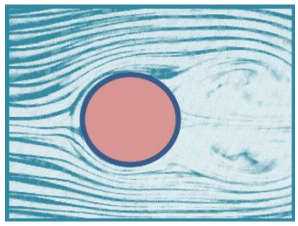
8. ábra. Növekvő áramlási sebesség mellett kialakuló áramlási tér.

Az örvény kialakulása a réteges áramlás határain fellépő nyíróerők forgatónyomatékával magyarázható.

Az örvényes áramlás kialakulásának bemutatásához speciális taneszköz, ún. „áramlási készülék” szükséges, ami a tanszer kereskedelemben beszerezhető. Ez olyan eszköz, amiben a víz, esetleg levegő, áramlási sebessége széles határok közt változtatható, miközben a közeg rétegeinek mozgását valamilyen módon láthatóvá tesszük. Ez folyadékok áramlása esetén vízbe engedett festék-fonalak vagy a vízbe szórt apró fényszóró részecskékkel, levegő áramlása esetén (szélcsatorna) füsttel, vagy az áramlási térben elhelyezett szalagokkal valósítható meg.

WWW

Folyadékokban kialakuló örvényes áramlás szemléltetésére alkalmas kísérleti eszközről a *Fizikai kísérletek gyűjteménye I. kötet V. 19.1-9.3 pontban találhatunk részletes ismertetőt.*



http://metal.elte.hu/~phexp/doc/fgm/e19s1.htm

...

Az általános légkörzés és a tengeráramlások

Részletek >>>

3.3. Erőhatások áramló folyadékokban és gázokban

3.3.1. Közegellenállás

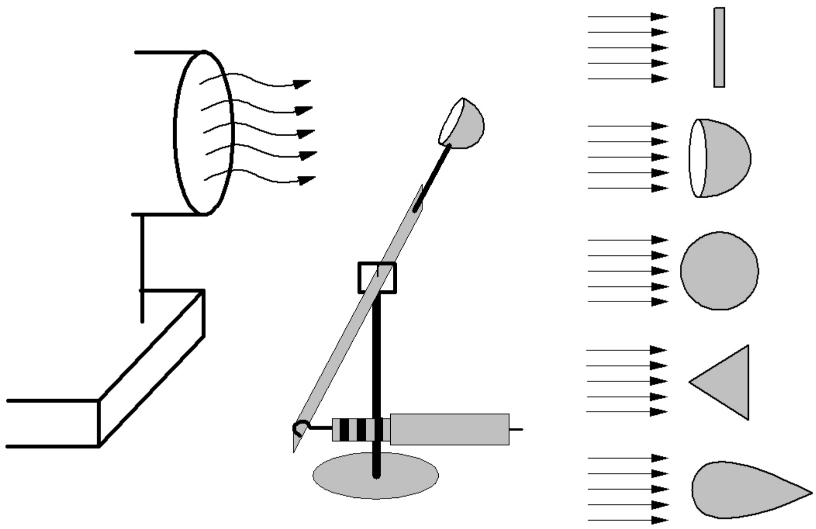
A nyugvó folyadékokban és gázokban a mozgó testekre a test mozgását fékező *közegellenállási erő* hat. Az áramló közegek a bennük nyugvó testeket az áramlás irányába igyekeznek elmozdítani. A két jelenség, Galilei relativitási elve szerint lényegét tekintve azonos. (Az egyenletesen áramló közeghez rögzített vonatkoztatási rendszer ugyanúgy inerciarendszer, mint a testhez rögzített.) Az erőhatás szempontjából mindegy tehát, hogy a közeg áramlik és a test áll, vagy fordítva. Természetesen gyakran előfordul, hogy a közeg is áramlik és a test is mozog, ilyenkor a közegellenállást a relatív sebességkülönbség határozza meg.

A mozgást fékező közegellenállási erőkkel, mint erőtörvényekkel a pontmechanikában már foglalkoztunk. Az áramlásokkal foglalkozva érdemes feleleveníteni a pontmechanikában tanultakat. Kis sebességek (lamináris áramlás) esetén a közegellenállási erő nagysága a sebességgel lineárisan változik, nagyobb sebességek esetén a közegellenállási erő sebességfüggése fokozatosan négyzetessé válik. Örvényes, turbulens áramlás esetén a közegellenállási erőre négyzetes sebességfüggés jellemző.

Megjegyzés:

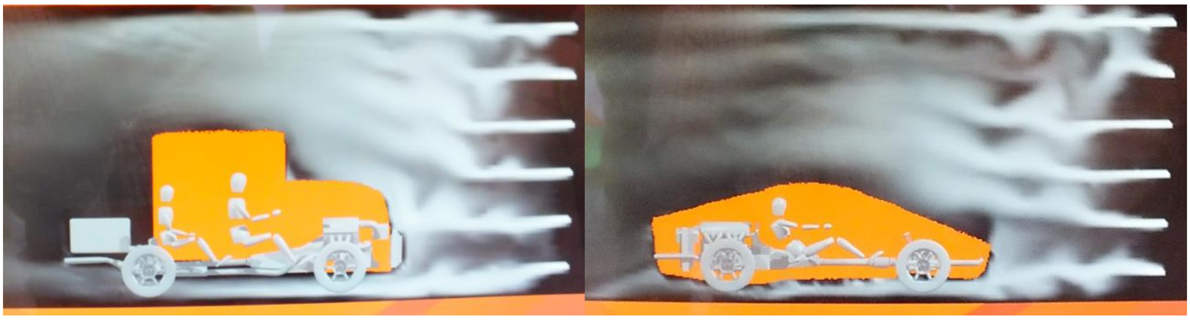
A folyadékok leírására alkalmazott „áramlási tér” módszerhez jobban illik, ha a folyadékban állandó sebességgel mozgó testhez rögzítjük a koordinátarendszert. Ha ugyanis laboratóriumi koordinátarendszert használunk, akkor a folyadékban mozgó test mindig másutt mozgatja a meg az álló közeget, így az áramlási tér változó lesz és sem a kontinuitási-, sem a Bernoulli-egyenletet nem alkalmazhatjuk. A testhez rögzített koordinátarendszerben azonban a folyadék áramlása stacionárius, mind a kontinuitási-, mind a Bernoulli-egyenlet egyszerűen alkalmazható.

A közegellenállási erő jellemzőit áramló közegbe helyezett tárgyakon mérik. A demonstrációs kísérleti összeállítást a 9. ábra mutatja. A függőlegesen tengelyezett mérlegkar egyik végére azonos homlokfelületű, különböző alakú próbatesteket lehet rögzíteni. A próbatestekre szélcsatornával levegőt fújunk. A próbatestre ható közegellenállási erő hatását a másik mérlegkarhoz kapcsolt dinamóméterrel egyensúlyozzuk ki.



9. ábra. Légellenállás mérésére alkalmas eszköz sematikus képe.

A közegellenállás szerepe a járművek tervezésénél kiemelten fontos. Régebben modelleken végzett szélcsatornás mérőkísérletek jelentettek támpontokat a tervezéshez, ma már számítógépes programok állnak a konstruktőrök rendelkezésére. Az áramlási viszonyokat füstcsíkokkal megjelenített modellkísérletek azonban szemléltetésre, oktatási célra változatlanul fontosak.



10. ábra. Szélcsatornás kísérletek egy régi és új autó esetén.

Az autózás fizikai és technikai érdekességeit bemutató győri *„Mobilis" Interaktív Kiállítási Központ* bemutatóján a *régi és új* autókarosszériák körül kialakuló áramlási vonalakat füstcsíkokkal teszik megfigyelhetővé. Jól látható, hogy a régi szögletes karosszéria előtt nagy tömegű levegő torlódik fel, miközben a kocsiszekrény mögött áramlási holt tér alakul ki. Ennek felismerése jó lehetőséget kínál arra, hogy az erőtörvények közt korábban tárgyalt négyzetes közegellenállási erőtörvényt más irányból közelítve ismételjük. A mozgás fenntartásához munkát kell végeznünk. Az áramlási képeken is megfigyelhető holt tér arra utal, hogy az előre mozgó szögletes kocsiszekrény szinte tolja maga előtt a levegőt. A munkatételt alkalmazva azt mondhatjuk, hogy a kocsiszekrény által a levegőre kifejtett F_k erő $s = v\Delta t$ úton végzett munkája a kocsi előtt tolt levegőtömegnek ad $1/2mv^2$ mozgási energiát.

$$F_k \cdot v\Delta t = \frac{1}{2} C \cdot (Av\Delta t \cdot \rho) \cdot v^2 \,,$$

ahol a zárójellel elkülönített kifejezés a megmozgatott levegő tömege, ρ a közeg sűrűsége, A a kocsiszekrény homlokfelülete, C a karosszéria kialakításától függő együttható. Ennek az erőnek az ellenerejét érzékeljük közegellenállási erőként. A munkatétel fenti egyenlete a matematikai egyszerűsítések után a négyzetes közegellenállási erőtörvény már ismert formuláját adja vissza.

A második áramlási képen bemutatott korszerűen áramvonalas autó jóval kevésbé okoz zavart az áramlásban, mint a szögletes, magas karosszéria. A kép alapján szinte magától értetődő, hogy itt a közegellenállás jóval kisebb.

3.3.2. Aerodinamikai emelő erő

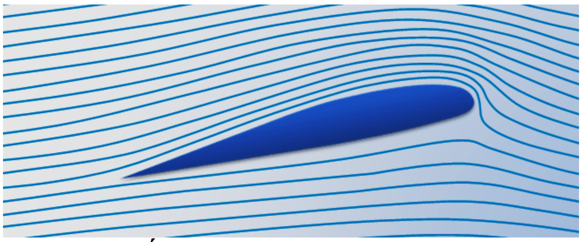
Az áramlástan külön területét jelenti a repülés fizikája. Bár a repülés egyre inkább hozzá tartozik a modern közlekedéshez, a diákok számára változatlanul érdekes kérdés, hogy miként emelkedhet a sok tonnányi tömegű repülőgép a levegőbe. A repülés fizikai alapjait a középiskolában érdemes bemutatni.

A repülőgépet a sajátos alakú szárnyakon nagy sebességek esetén ébredő felhajtóerő emeli a magasba. Az aerodinamikai felhajtóerő egyszerű iskolai kísérlettel bemutatható.

11. ábra. Szárnyprofilra ható felhajtó erő egyszerű demonstrációja.

A repülőgép szárny-keresztmetszetéhez hasonlóan kialakított alakú profilt a 11. ábrán látható kép szerint egy fahasáb lábazatra rögzítünk, és elektronikus mérlegre állítunk. Az elölről jövő légáramlást hajszárítóval biztosítjuk. A mérleg kezdetben a szárnyprofil és az állvány együttes súlyát mutatja, ami jól láthatóan lecsökken a felhajtóerő hatására, ha a levegőáramlást elindítjuk.

A jelenséget Bernoulli törvényével magyarázzuk. Áramlási modellkísérletről készített fotóval szemléltethető, hogy a szárnyprofil felső oldalán az áramlási vonalak összesűrűsödnek, az alsó oldalon megritkulnak. Ez azt jelzi, hogy felül az áramlási sebesség nagyobb, alul kisebb. Bernoulli törvénye szerint tehát a szárnyra felülről ható nyomás a nagy sebességű áramlás miatt kisebb, mint a szárny alján, ahol a légáramlás lassabb. A kétoldali nyomáskülönbség miatt a repülőgép szárnyára felfelé mutató emelő-erő hat.



12. ábra. Áramvonalak szárnyprofil körül.

Bár a fenti gondolatmenet tökéletesen helytálló, a repülőgépre ható emelőerő nagysága pusztán a lamináris áramlásra alapozott képpel nem magyarázható. A repülés fizikai értelmezéséhez elengedhetetlenül szükségesek az örvények. Mivel a diákok közül biztosan vannak, akiket a kérdés részletesebben is érdekel, érdemes az örvények szerepével szakkörön, vagy fakultatív projektmunka keretében részletesebben is foglalkozni. Ehhez nyújt segítséget a Természet Világa folyóirat cikke:

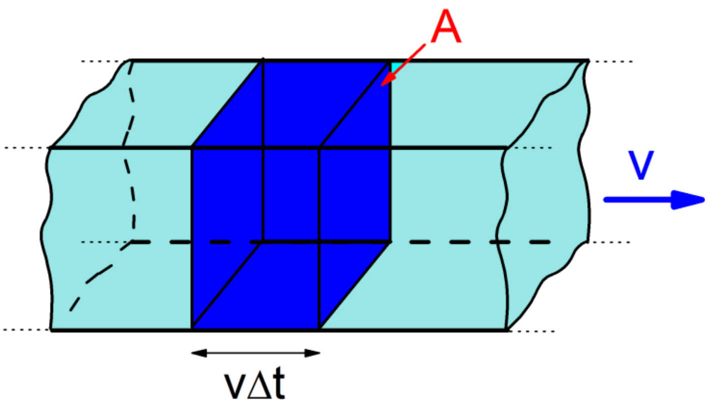
Tél Tamás: A repülés

(Természet Világa 137, 295-97 (2006))

Részletek >>>

3.4. Áramló folyadékok és gázok energiája

Közismert, hogy a szél (mint áramló levegő), valamint a folyók vize, hasznosítható energiát adhat. A szél energiáját régóta használják vitorlás hajók mozgatására, szélmalmok hajtására, a legutóbbi időben pedig elektromos energia előállítására. A folyók sodrását kihasználva az ókortól kezdve úsztatnak le tutajokon, uszályokon nehéz rakományokat, néhány száz éve a patakok, folyók vizével vízimalmokat, fűrészmalmokat hajtottak, ma elektromos energiát előállító kisebb-nagyobb erőműveket építenek rájuk. Az áramló közegek energiájának hasznosítása, különösen a legutóbbi évtizedekben vált kiemelten fontossá, amikor világossá vált, hogy a fosszilis eredetű energiahordozó készletek végesek, és a szén és az olaj elégetése során a légkörbe jutó széndioxid jelentősen hozzájárulhat a Föld ökológiai egyensúlyát veszélyeztető globális felmelegedéshez. A szél- és vizienergia ún. megújuló energia, amelynek létrejötte végső soron a Földet érő napsugárzás következménye, ez tartja fent a víz körforgását és a légtömegek globális áramlási rendszerét is. Az emberi energiaszükségletek biztosításának, az energiával való takarékoskodásnak a kérdése az iskolai fizikatanításban is kitüntetett helyet kell, hogy elfoglaljon. Meggyőződésünk szerint az energiatudatosság kialakítása a fiatalokban akkor lehet az igazán hatásos, ha minél többször és különböző nézőpontokból tárgyaljuk a kérdéseket. A folyadékok és gázok áramlásával kapcsolatosan a legfontosabb témák egyike az áramlások energiája és ennek hasznosítási lehetősége.



13. ábra. Áramlási csőben v sebességgel mozgó közeg. A sötétebb kék térfogat mutatja az A keresztmetszeten Δt idő alatt átjutó anyag mennyiségét.

Az áramló közegek mozgási energiával rendelkeznek, amelynek értékét a közeg sűrűsége és sebessége határozza meg. Tekintsünk egy A keresztmetszetű áramlási csövet, amiben ρ sűrűségű folyadék vagy gáz áramlik v sebességgel. Az áramlási cső A keresztmetszetén Δt idő alatt $m = Av\Delta t \cdot \rho$ tömeg áramlik át v sebességgel. Ennek a mozgó tömegnek a kinetikus energiája:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Av\Delta t\rho \cdot v^2 \, .$$

Az áramló közeg sebességére merőleges egységnyi felületen időegység alatt átáramló energia – az áramlás teljesítménysűrűsége:

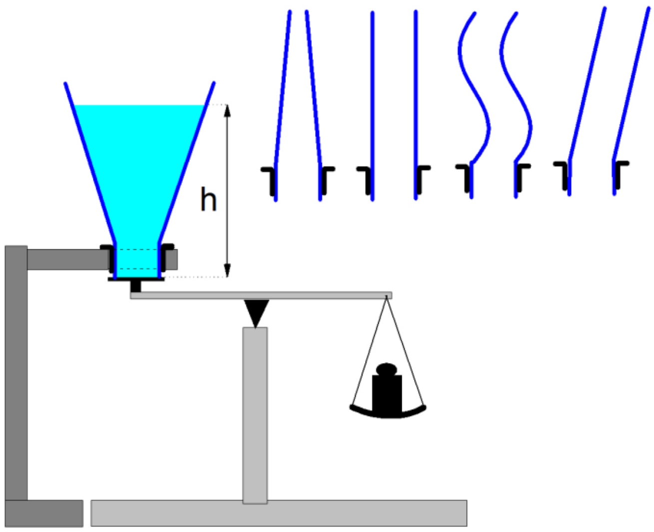
$$\frac{1}{2}\rho \cdot v^3 \ \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right].$$

Az áramló közegek energiája, mint a környezet szennyezésével nem járó megújuló energiaforrás számunkra kiemelten fontos.

Folyadékok és gázok nyugalomban és áramlásban mellékletek

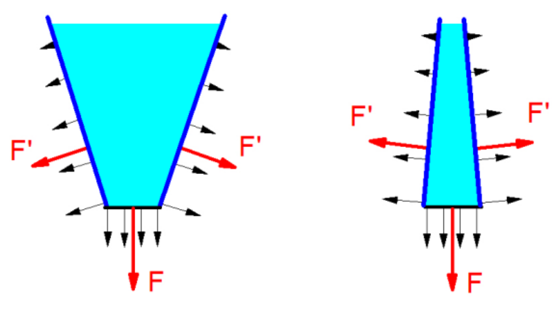
F1. Hidrosztatikai paradoxon és közlekedő edények

Kétkarú mérleg egyik tányérját alakítsuk ki úgy, hogy az különböző alakú (pl. egyenes-, ferde-felfelé ill. lefelé szűkülő-, görbealakú cső), de azonos alapterületű, kétoldalt nyitott üvegedények alaplapját képezhesse! Az üvegedényeket rögzítsük egy állványba úgy, hogy a mérleg pontosan vízszintes legyen mikor a lap az edény aljához ér. Szorítsuk ezután az alaplapot a mérleg másik tányérjára helyezett súlyok segítségével az egyik üvegedény aljához, jól záró módon! Töltsünk vizet az edénybe, és jelöljük meg, hogy milyen magas vízoszlopot bír el a mérleg, azaz mikor kezd kifolyni az edény és a rászorított alaplap között a víz!



Ismételjük meg a kísérletet különböző alakú edényekkel! Arra az eredményre jutunk, hogy a mérleg az edény alakjától függetlenül mindig ugyanolyan magas vízoszlopot bír el. A látszólagos ellentmondás abban van, hogy az edény alakjától függően ehhez különböző mennyiségű folyadék szükséges, azonban a különböző víztömeget egyazon ellensúly tartja.

A paradoxon feloldása a követező: Ezzel a mérleggel valóban nem a folyadék teljes súlyát mérjük. Az edény oldalfala ugyanis a mérlegtől független külső tartót terheli. Így felfelé szélesedő edény esetén a betöltött folyadék egy részének a súlyát ez a külső támasz tartja. Keskenyedő edény esetén az edény falára a hidrosztatikai nyomás miatt felfelé mutató erő hat. Ezt egyensúlyozza ki a tartó, s így az alaplapra most a folyadék saját súlyánál nagyobb erőt fejt ki.

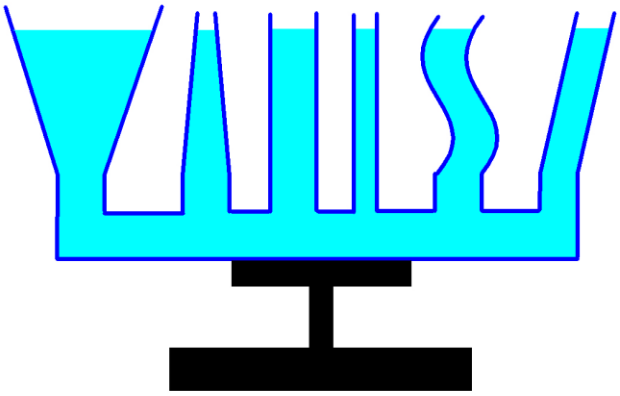


A szokásos kétkarú mérleggel történő mérések esetén külső tartó nincs, ezért a mérleg a ráhelyezett teher teljes súlyát méri.

A hidrosztatikai paradoxon valójában egy kísérleti bizonyíték arra, hogy a folyadékok nyomása (a Föld egy adott pontján) csak a folyadékoszlop magasságától függ.

Megjegyezzük, hogy az edény oldalfalára kifejtett hidrosztatikai nyomásból származó erő kiszámítása nem egyszerű, hiszen (ahogy a fenti ábra is érzékelteti) a mélységgel egyenesen arányosan változik, így meghatározásához felsőbb matematika (integrálás) szükséges.

A hidrasztatikai paradoxon összefüggésben van a közlekedőedények működésével. Egymással alul összekötött, felül nyitott, különböző alakú edények rendszerét, amelyek között a folyadék szabadon áramolhat, közlekedőedénynek nevezzük (lásd következő ábra)



Ha egynemű folyadékot töltünk a rendszerbe, akkor azt tapasztaljuk, hogy az edényekben azonos magasságban áll a folyadék. Ennek magyarázata, hogy mivel az összekötő csőben a folyadék egyensúlyban van, ezért két oldalról egyenlő nyomás hat rá. A hidrosztatikai nyomás csak a folyadékoszlop magasságtól függ, ezért a folyadéknak azonos magasságban kell állnia minden szárban. Kivételt képez az olyan edény, melynek belső keresztmetszete nagyon kicsi. Ekkor ugyanis az egyébként elhanyagolható kapilláris hatások döntő jelentőségűvé válnak.

A közlekedő edényeknek jelentőségét az adja, hogy több hétköznapjainkat meghatározó gyakorlati alkalmazása van. Ezen az elven működik a teljes vízvezeték-hálózat, valamint a WC és mosdólefolyók is.

[Vissza >>>]

F2. Kísérletekhez kapcsolódó szemléletformáló feladatok

1. Feladat

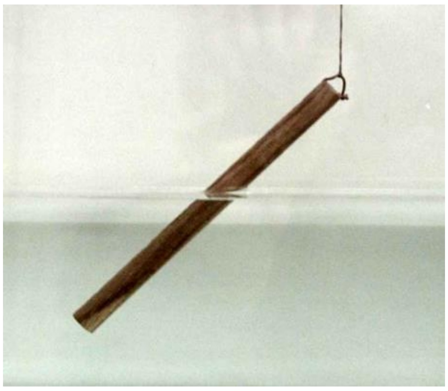
A dróttengelyre függesztett l hosszúságú rudacskát ereszd óvatosan a vízbe!

- *Mit tapasztalsz?*

- *Kísérleted alapján határozd meg a rúd vízre vonatkoztatott relatív sűrűségét!*

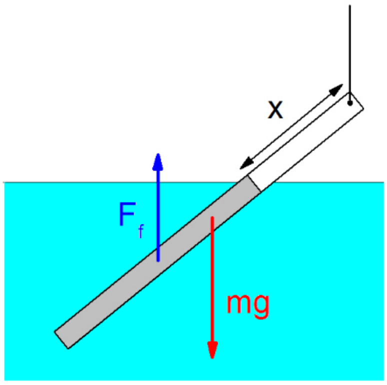
Megoldás

Vízbe eresztett rudacska kifordul függőleges helyzetéből. Annál laposabb szögben lesz nyugalomban, minél lejjebb eresztjük a fonalat. A fotó adott állásszög esetén mutatja az egyensúlyi helyzetet.



A rúdra ható mg nehézségi erő és az F felhajtóerő forgatónyomatéka (vonatkoztatási pont a rúd fonallal tartott vége) épp egyensúlyt tart:

$$mg \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha = F \cdot \left(x + \frac{l-x}{2}\right) \sin \alpha,$$



ahol x a rúd szárazon maradt szakaszát, α a rúd függőlegessel bezárt szögét jelenti. A rúd tömegét és a felhajtóerőt kifejezhetjük a rúd ismertnek feltételezett (A) keresztmetszetével és (ρ_{fa}) sűrűségével, illetve a víz ($\rho_{víz}$) sűrűségével. Így az egyensúlyi egyenlet:

$$Al\rho_{fa} \cdot \frac{l}{2} = A(l-x)\rho_{víz} \cdot \left(\frac{l+x}{2}\right),$$

A matematikai átalakítások és egyszerűsítések után a fa rudacska vízre vonatkoztatott sűrűsége:

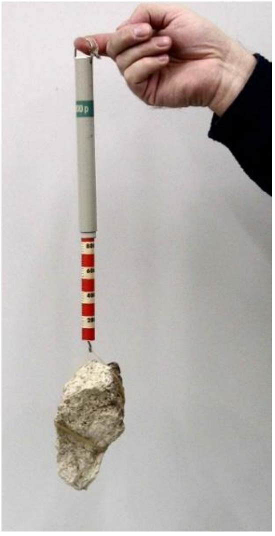
$$\frac{\rho_{fa}}{\rho_{víz}} = \frac{l^2 - x^2}{l^2} \; .$$

A bemutatott fényképről leolvasva az adatokat a fa vízre vonatkoztatott relatív sűrűsége 0,75.

2. Feladat

Kődarab súlyát levegőben, majd vízbe merítve is megmérve, meghatározható a kő sűrűsége. A bemutatott fényképfelvételek a kísérletről készültek.

- *A fotóról leolvasott mérési adatok alapján számítsd ki a kőzetdarab sűrűségét!*




(A képeken látható rugós erőmérő 10 N felső erőhatárig tud mérni – ez felel meg az 1000 jelzésértéknek, az egymást követő piros és fehér sávok 1 N erőintervallumot jelölnek.)

Megoldás:

A kő sűrűségének meghatározására szükségünk van a kő tömegére és a térfogatára:

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K}.$$

A kő levegőben mért súlya $F_1 = m_K g = 8{,}2\ N$, innen a kő tömege

$$m_K = 0{,}82\ kg\ .$$

A követ vízbe lógatva az erőmérő $F_2 = 5$ N erőt mutat. A mért erő a kő levegőben mért súlyának és a víz által kifejtett felhajtóerőnek a különbsége

$$F_2 = m_K g - V_K \rho_{víz} g\ ,$$

ahol V_K a kő térfogata, $\rho_{víz}$ a víz sűrűsége (1000 kg/m^3).

Innen, az ismert adatok és a mért erőértékek felhasználásával a kő térfogata:

$$V_K = 3{,}2\ \cdot 10^{-4}\ m^3\ .$$

A kő keresett sűrűsége:

$$\rho_K = 2500\ \frac{kg}{m^3}.$$

3. Feladat

Határozd meg a munkahelyeden található kavics sűrűségét!

A méréshez rendelkezésedre áll:

- hurkapálcákból összefogott rúd,
- 1 db 50 g-os súly,
- egy pohár víz,
- fonal, befőttes gumi, drótból készült akasztó,
- vonalzó.

Megoldás:

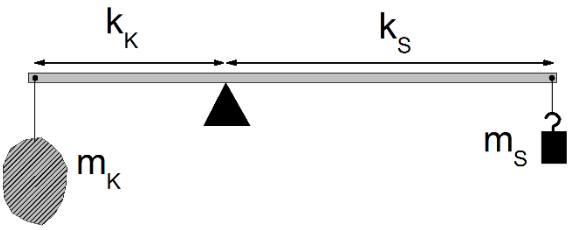
A kavics ρ_K sűrűsége a tömegnek (m_K) és a térfogatnak (V_K) ismeretében határozható meg

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K}.$$

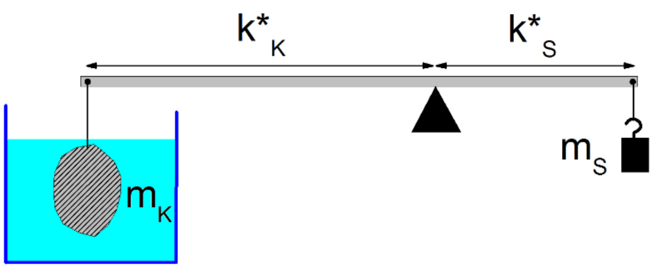
A kavics tömegének mérésére a hurkapálca-rúd használható fel mérlegként. A rúd egyik végére az ismeretlen m_K tömegű kavicsot, a másik végére az $m_S = 50\ g$ tömegű súlyt kell felakasztani, majd próbálgatással megkeresni, hogy hol kell a rudat alátámasztani (ill. felfüggeszteni), hogy a "mérleg" egyensúlyban legyen. A kavics és a súly forgástengelytől való távolsága (k_K és k_S) vonalzóval megmérhető, a keresett tömeg a forgatónyomatékok egyenlősége alapján kiszámítható:

$$k_K m_K = k_S m_S$$

$$m_K = \frac{k_S m_S}{k_K}$$



A kavics térfogata meghatározható, ha a korábbi mérleg-összeállítást használva a kavicsot a pohár vízbe lógatjuk. A kavics oldalán ekkor a mérlegkart a kavics súlyának és a vízben ható felhajtóerőnek a különbsége húzza. A mérleg egyensúlyát a forgástengely helyének változtatásával állíthatjuk helyre. A karok távolságát ismét lemérve, felírható az egyensúlyt jellemző egyenlet, amiből a kavics térfogata kifejezhető.



$$k_K^*(m_K - V_K \rho_{víz}) = k_S^* m_S$$

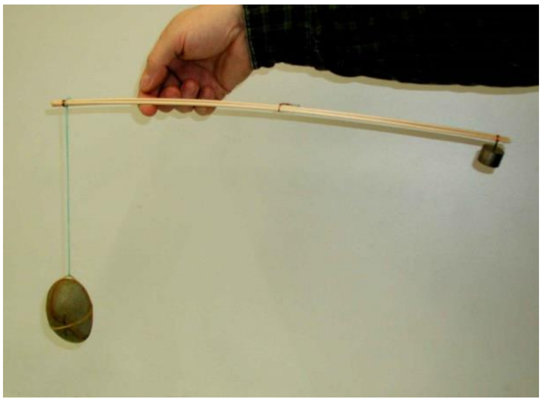
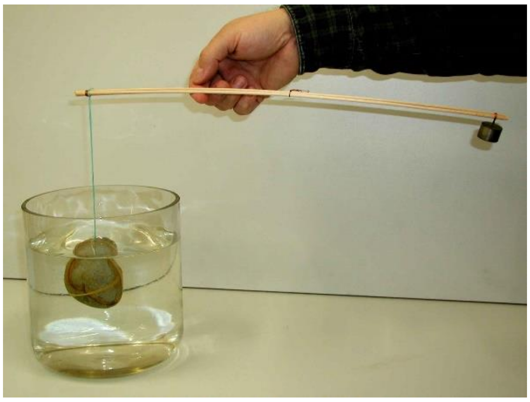
$$V_K = (\frac{k_S}{k_K} - \frac{k_S^*}{k_K^*}) \frac{m_S}{\rho_{víz}}$$

A kavics keresett sűrűsége tehát

$$\rho_K = \rho_{víz} \left(1 - \frac{k_S k_K^*}{k_K k_S^*}\right).$$

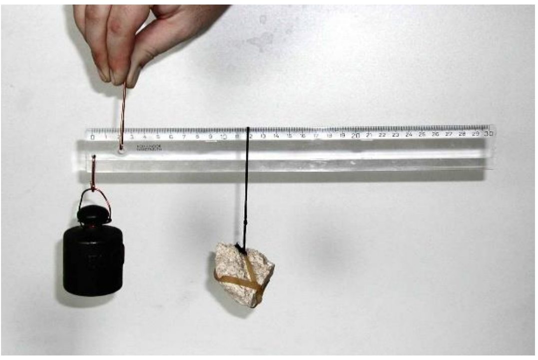
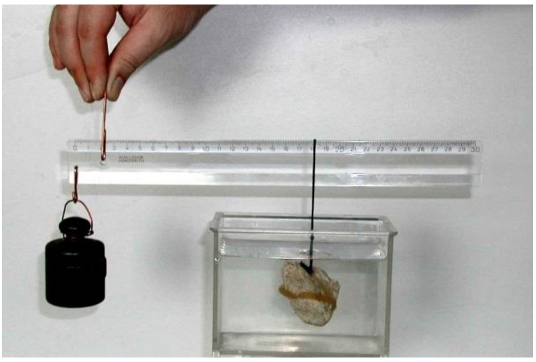
Megjegyzés:

A diákok általában kifogástalanul megoldják a feladatot, megoldásuk lényegében az ismertetett gondolatmenetet követti. Mivel a gyerekek gondolkodása ebben az életkorban konkrét, ezért a legjobbak sem a fenti általános számítással dolgoznak, hanem a részeredményeket lépésenként kiszámítják. Az általános megoldásból látszik, hogy a tárasúly értékének ismeretére a feladat megoldásához nincs szükség, a feladat kitűzésekor mégis érdemes megadni az értékét azért, hogy a diákok lépésről lépésre haladva elvégezhessék a számításokat.

3. Feladat

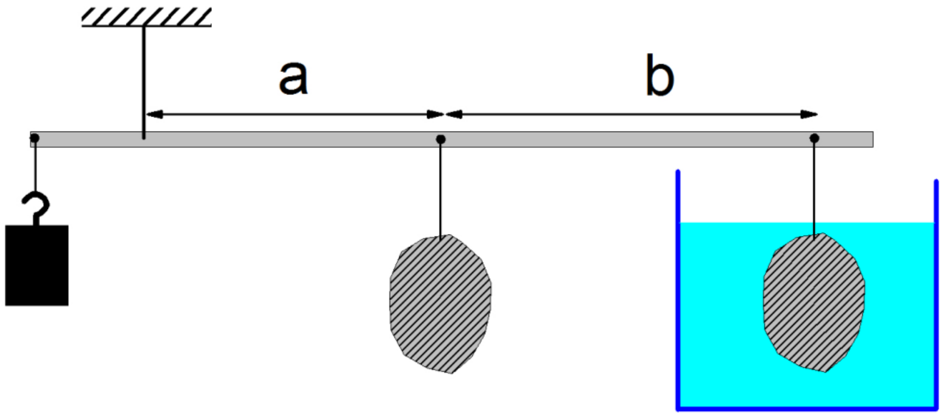
Szilárd anyagok sűrűségének meghatározására szolgáló műszer az ún. Mohr-Westphal-mérleg. Egyszerű, házilag készített változatát mutatja a melléklet fénykép és a vázlatrajz. Az eszköz lényege az aszimmetrikusan felfüggesztett léc (műanyagvonalzó), ami akkor vízszintes, ha a rá ható forgatónyomatékok egyensúlyt tartanak. A mérlegrúd rövidebbik karján nagy tömegű tárasúly lóg, a hosszabbik oldalra függesztjük a vizsgálandó testet, majd a függesztési pont változtatásával megkeressük a mérleg egyensúlyi helyzetét. A függesztési pont távolságát (a) a forgástengelytől lemérjük. Ezután a vizsgálandó testet vízbe merítjük, majd a felfüggesztési pont helyének változtatásával helyreállítjuk a mérleg egyensúlyát. Ismét meghatározzuk a forgástengelytől mért távolságot (b). A test sűrűsége a mért két távolságadatból meghatározható.

a.) Add meg a sűrűség kiszámítására alkalmas általános képletet! (Amelybe behelyettesítve a mérési adatokat közvetlenül kiszámítható a sűrűség.)

b.) Mekkora a lefotózott kísérletben a kő sűrűsége?

c.) Milyen sűrűség értékhatárok közt használható az eszköz?



Megoldás:

a.) A sűrűség kiszámítására alkalmas képlet megadásához a mérés egyes lépéseinek értelmezésével juthatunk el.

Az aszimmetrikusan felfüggesztett mérleg-rúd egyensúlyának feltétele, amikor a kő a levegőben van:

$$M = V\rho_{kő}ga\,.$$

Az egyenletben M a táratömeg súlyából származó nyomatékot jelenti, V a mérendő kő térfogata, $\rho_{kő}$ a kő anyagának sűrűsége, a a kő felfüggesztési helyének távolsága a mérleg forgástengelyétől.

Az egyensúly feltétele, amikor a kő vízbe merül:

$$M = (a+b)\cdot(V\rho_{kő}g - V\rho_{víz}g)\,,$$

ahol $(a+b)$ a vízbe merített kő felfüggesztési pontjának forgástengelytől mért távolsága (lásd. fenti ábra), $\rho_{víz}$ a víz sűrűsége. A két egyenlet egybevetésével kapott kifejezésből a kő térfogata kiesik, és $\rho_{kő}$ értéke kifejezhető. A feladat által kérdezett képlet, amiből a kő sűrűsége a mért adatok segítségével, a víz sűrűségének ismeretében kiszámítható:

$$\rho_{kő} = \frac{(a+b)\rho_{víz}}{b}\,.$$

b.) A fotókról leolvasható a és b értéke

$$a = 9{,}6\ cm, \qquad b = 16\ cm\,.$$

A mért adatokat felhasználva a kő sűrűsége:

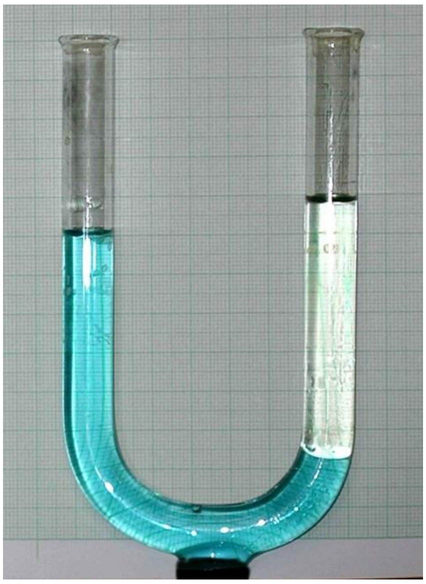
$$\rho_{kő} = 1{,}6\ \cdot\rho_{víz} = 1{,}6\ \frac{kg}{dm^3}\,.$$

c.) Az egyszerű sűrűségmérővel a víz sűrűségénél nagyobb sűrűségek mérhetők. A mérlegrúd hossza és beosztásának finomsága határolja be a mérhető sűrűségtartomány felső határát. Esetünkben a mérleg mm beosztású műanyagvonalzóból készült. A leolvasható legkisebb távolság tehát $a = 1\ mm$, a legnagyobb $(a + b)$ távolság a vonalzó hossza a forgástengelytől a végéig (kb. 25 cm). A legnagyobb mérhető sűrűség így a víz sűrűségének 250-szerese.

4. Feladat

U alakú csőbe kék festékkel színezett vizet, majd a cső jobboldali szárába, a víz fölé, a vízzel nem keveredő folyadékot öntöttünk. A folyadékszintek állását az edény két szárában a fotó mutatja.

- *Határozd meg a vízre öntött folyadék sűrűségét! (a víz sűrűsége 1000 kg/m^3)*



Megoldás

Vizsgáljuk a hidrosztatikai egyensúlyt a víz és a ráöntött folyadék határán! A határfelületre a felette lévő folyadékoszlop

$$p_1 = h_1 \rho_F g$$

nyomást gyakorol. A határfelület nyugalomban van, mert a cső másik szárában a határréteg magassága fölött áll a víz és ennek p_2 hidrosztatikai nyomása egyensúlyt tart a p_1 nyomással. Azaz

$$p_1 = p_2\ ,$$

$$h_1 \rho_F g = h_2 \rho_{víz} g\ .$$

Innen a folyadék keresett sűrűségét kifejezve kapjuk:

$$\rho_F = \frac{h_2 \rho_{víz}}{h_1}\ .$$

A h_1 és h_2 értéke a fotón a cső mögé helyezett mm-papír osztásvonalairól leolvasható ($h_1 = 6{,}5\ cm$, $h_2 = 5{,}7\ cm$).

Az ismeretlen folyadék sűrűsége:

$$\rho_F = 877\ \frac{kg}{m^3}$$

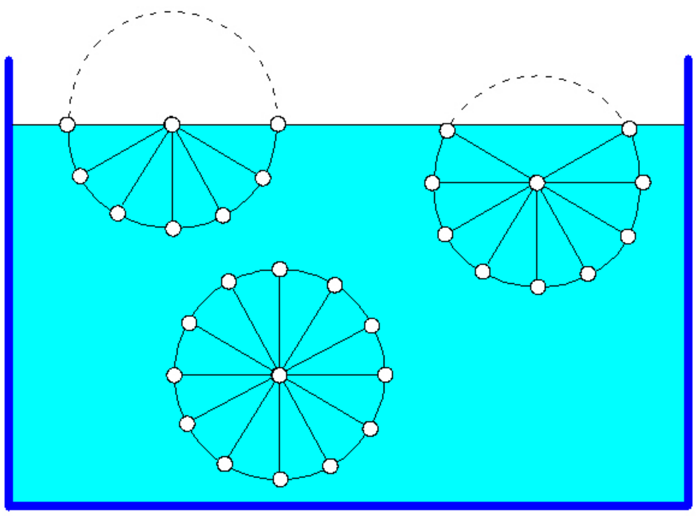
Vissza >>>

F3. Érdekességek, látványos kísérletek a felületi feszültség témaköréből

A felületi feszültség fogalma

A folyadékok, így a víz felülete is különleges jelenségeket mutat. Középiskolai, de akár általános iskolai szakkörökön ezeknek a bemutatása és értelmezése érdekes feladat lehet. Az alapjelenségek közismertek, ezért éppen csak felsoroljuk őket. Az alumínium pénzérme, és a borotvapenge, úszik a vízen, ha lapjával tesszük a felszínre. A fémtestek alatt és környékén a felszín behorpad. Ez a jelenség, hogy a víz megtartja a nála többszörösen nagyobb fajsúlyú testeket, nem magyarázható az Arkhimédész törvénnyel, amit mutat az is, hogy ha a pénzérmét és a zsilettpengét „ügyetlenül”, élével tesszük a vízre, akkor átszakítja a felszíni hártyát és elmerül.

A felszíni hártyának a folyadék belsejétől eltérő tulajdonságait a molekulák közötti erőkkel magyarázhatjuk. A felületen levő molekulákra saját részecskéik vonzása csak alulról hat, a felülettel érintkező levegő molekulái által kifejtett erőhatás ennél lényegesen kisebb. Ha egy molekulát a felületre akarunk juttatni, munkát kell végeznünk, a befektetett munka árán a részecske helyzeti energiához jut. A határfelületnek a folyadék belsejéhez képest felületi energiája van. Ennek köszönhető az, hogy a folyadék szabad felszíne másképp viselkedik, mint a folyadék belseje. Általában azt mondhatjuk, hogy a felszíni réteg lazább, benne az átlagos molekulatávolság nagyobb, mint a folyadék belsejében. Emiatt kötéstávolságok nagyobbak, a felületi réteg a felszín mentén feszítetté válik. Ennek a feszített határoló rétegnek a növeléséhez, átszakításához munkát kell végezni.

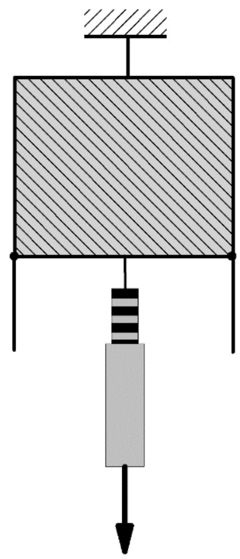


Ezt a molekuláris skálán mozgó folyamatot makroszkopikus szinten használható fogalommal, a határfelületi feszültséggel értelmezhetjük. Fontos felhívnunk a figyelmet arra, hogy határfelületi feszültség mindig két közeg határát jellemzi. Pontosan fogalmazva, akkor beszélhetünk a folyadék felületi feszültségéről, ha felette csak saját gőze van, e helyett a közhasználatban gyakran elfogadjuk, hogy a folyadék és a levegő határfelületét jellemző mennyiséget is egyszerűen felületi feszültségnek nevezzük.

A felületi feszültség definíciója

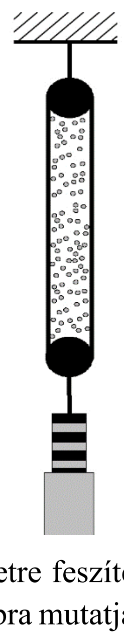
A felületi feszültséget a fizikában kétféle makroszkopikus fogalomra az energiára, és az erőre alapozva is bevezethetjük. Az adott jelenség magyarázatakor mindig a szemléletesebbet alkalmazzuk.

Az erőre alapozott fogalom



A folyadékhártyákban ható erőket legkönnyebben "szappanhártyás" kísérletekkel tanulmányozhatjuk. Folyékony mosószerből drótkereteken nagyméretű, tartós hártyák feszíthetők ki és vékony szappanoldat burokkal határolt buborékok is fújhatók. Maguk a folyadékhártyák sokkal vastagabbak a folyadék felületi rétegnél, így minden hártya, illetve buborék két felületi réteggel rendelkezik. Ezek a hártyák azért olyan vékonyak, hogy a felületi réteg viselkedése meghatározó a tömbfolyadékhoz képest.

Az ábra mozgatható oldalú téglalap alakú drótkeretet mutat. Ha a keretre szappanhártyát feszítünk rá, akkor a folyadékhártya a mozgatható oldalt elrántva összehúzódik. Finom mérőkísérletek bizonyítják, hogy a mozgatható drótot a hártya területétől függetlenül, adott erővel tarthatjuk egyensúlyban. Különböző hosszúságú mozgó oldalakkal kísérletezve kimutatható, hogy a hártya a drótszálra a szál l, hosszával arányos erőt fejt ki. Ezt az erőt a folyadékhártya két felületi rétege fejti ki a drótszálra, így



$$F = \sigma 2l$$

(A 2-es szorzó azért szerepel, mert mint már említettük, ebben a kísérletben a hártyának két felszíne van.) Az arányossági tényező arra a két anyagra jellemző, amelynek határán kialakul a hártya felületi rétege. Ha az egyik oldalon levegő van, akkor σ arányossági tényezőt a folyadék felületi feszültségének nevezzük.

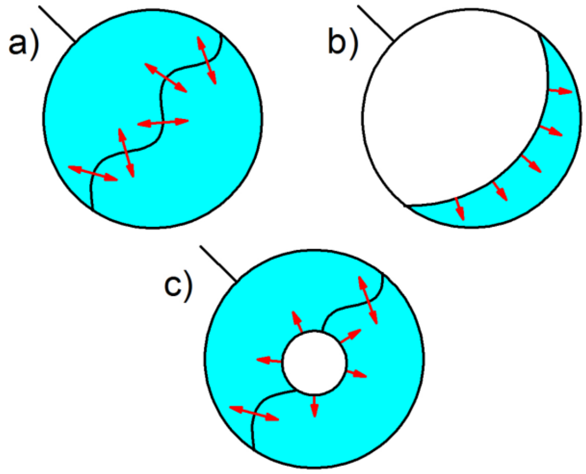
Dimenziója: az erő és a hosszúság dimenziójának hányadosa, mértékegysége:

$$Nm^{-1}$$

A felületi erő, bár rugalmas erőnek tűnik független a folyadékhártya területétől. Ha a hártyát nagyobb területűre húzzuk, az erőhatás közben nem változik. A felületi feszültségből származó erő, tehát nem a Hooke-törvénynek megfelelően viselkedik. Az erőnek a hártya területétől való függetlensége arra utal, hogy nyújtáskor, illetve összehúzódáskor a hártya szerkezete nem változik meg. A keretre feszített hártya a kerettel és a két felszínnel határolt "vastag" folyadéktest (oldalnézetét az ábra mutatja).

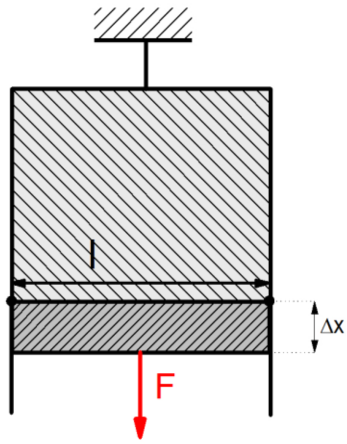
Amikor a hártyát növeljük, a két felszín közötti tömb folyadékból újabb molekulák lépnek a felszíni rétegbe, illetve összehúzódáskor a felszínből a folyadék belsejébe. A felszín változáskor tehát a felszínen lévő molekulák száma és nem a molekulák közötti távolság változik meg. A hártya mikroszerkezete változatlan. Ha a felszín feszítettségét nem biztosítjuk, azaz a keret mozgatható oldalát szabadon hagyjuk mozogni, akkor felszíni molekulákra ható “eredő erő” kényszer hiányában behúzza őket a folyadék belsejébe, és a hártya a keret által megengedett legkisebb felszínűre húzódik össze. A hártya nyújthatósága sem korlátlan az erő addig független a felszíntől, amíg a tömb folyadék el nem fogy. A nagyméretűre kihúzott hártya néhány molekulavastagságúra vékonyodik (színessé válik a vékony rétegeken látható interferencia jelenségek miatt), majd további folyadék utánpótlás híján a felszíni molekulák eltávolodnak egymástól és a hártya elszakad.

A felületi feszültségből származó erők természetesen nem csak a hártyák határvonalán, hanem a hártya belsejében lévő minden vonaldarabra is hatnak. Ezt mutatják a következő kísérletek. Az ábrán látható drótkeretekre cérnát kötöttünk ki. Az a) ábrán a cérna a síkhártyában lazán helyezkedik el; minden darabjára mindkét oldalról a hártya síkjában egyenlő erő hat. A b) ábra azt az esetet mutatja, amikor az egyik hártyát kilyukasztottuk; a megmaradt hártya összehúzódik, és a cérnát a kényszer által megengedett mértékben, ívben feszíti ki. A c) ábrán a cérnán levő hurok kör alakúra feszül, mert a közbülső hártyát hurkapálcával kilyukasztottuk. Ezek a kísérletek azt igazolják, hogy a felületi feszültségekből származó erő minden vonaldarabra hat, hatásvonala benne van a hártya síkjában és merőleges az elemi vonaldarabra.



Az energiára alapozott fogalom

Amikor a hártya felszínét megnöveljük, munkát végzünk (lásd alsó ábra).



Az l hosszúságú vonaldarab Δx elmozdulásakor végzett

$$W = F\Delta x = \sigma \cdot 2l \cdot \Delta x = \sigma \cdot \Delta A$$

elemi munka egyenesen arányos a felület ΔA növekedésével. A munka a felület potenciális energiáját növeli: $W = \Delta E_{pot}$. Ennek alapján a felületi feszültség energetikai értelmezése:

$$\sigma = \frac{\Delta E_{pot}}{\Delta A}.$$

A felületi feszültség számértéke egyenlő a határfelület egységnyi területtel történő megnöveléséhez szükséges energiával. A formula szerint a felületi feszültség dimenziója:

$$[\sigma] = \frac{[energia]}{[terület]},$$

mértékegysége pedig

$$Jm^{-2} (= Nm^{-1}).$$

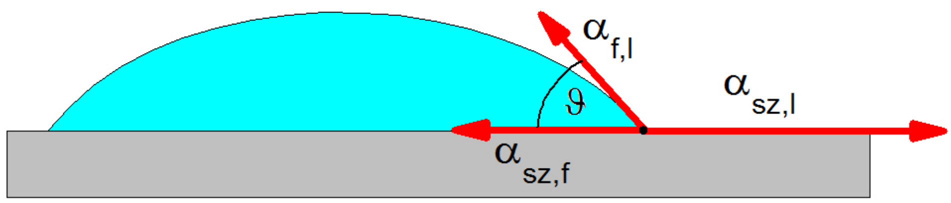
Megjegyzések:

- Görbült felületek esetén a felületi feszültségből származó erők a felület érintőjébe esnek.
- A két anyag határán a felületi feszültség annál nagyobb, minél inkább eltér a két anyag szerkezete egymástól. A szilárd testek és a gázok határán tehát nagyobb, mint a szilárd testek és a folyadékok határán.

Jelenségek a felületi feszültség köréből

Nedvesítés

A különböző anyagú folyadékcseppek ugyanazon a felületen különböző alakúak lesznek: az illeszkedési szöget a három határfelület felületi feszültsége határozza meg.

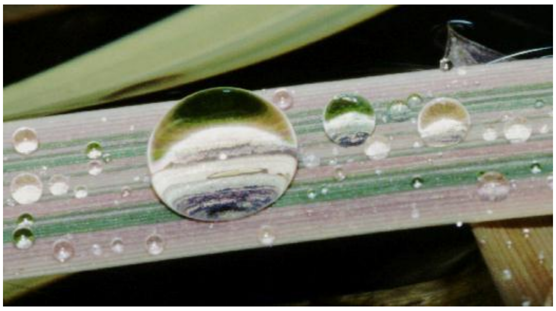


Az ábrán az egységnyi határvonal darabra ható felületi erőket rajzoltuk be. Az erők nagysága megegyezik a megfelelő felületi feszültség nagyságával. A három közeg érintkezési vonalán a felületi erőknek a szilárd felület érintőjébe eső összetevői egyensúlyt tartanak.

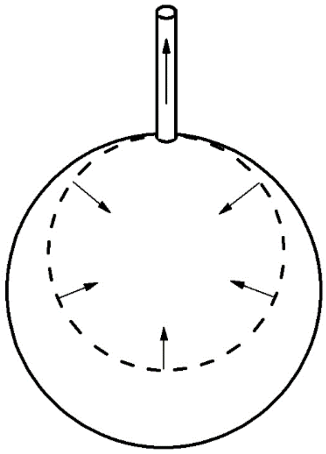
$$\cos\vartheta = \frac{\alpha_{sz,l} - \alpha_{sz,f}}{\alpha_{f,l}}$$

(A normális irányú komponensekre is egyensúlyi feltétel áll fenn, azonban abban figyelembe kell venni az adhéziós és kohéziós erőket is.)

A vízcsepp az üvegfelületen szétfolyik, de a zsíros leveleken majdnem gömb alakúvá válik. A víz nedvesíti az üveget, mert az üveg-víz határfelületi feszültség kisebb, mint az üveg-víz határfelületi feszültség. Energetikai megközelítéssel egyszerűbben azt is mondhatjuk, hogy az üveg felületi energiája kisebb akkor, ha őt víz veszi körül. A zsíros leveleken ez pont fordítva van: a víz gyönyörű gömbformát vesz fel, domború lencseként viselkedik. A Napból jövő párhuzamos fénysugarat a levelekre fókuszálja, és nagyítóként is működik.



Görbületi nyomás, hajszálcsövesség



Fújjunk szappanbuborékot műanyag szívószállal. Ha a szál végét befogjuk, a buborék a szál végén himbálódzik és le is szakítható onnan. Ha azonban a szál végét nem zárjuk el, akkor a buborék összehúzódik és el is tűnik. Ha a buborékot füsttel teli levegővel fújtuk fel, akkor a szál nyitott végen a füst nagy sebességgel áramlik ki. A sebesség annál nagyobb, minél kisebb a buborék sugara.

A jelenség azt mutatja, hogy a buborékokban a nyomás nagyobb a külső nyomásnál emiatt préselődik ki a szabad nyíláson át a levegőt.

A gömb alakú folyadékhártya görbületi nyomása pl. a munkatétellel határozható meg. Jelöljük az R sugarú gömb belsejében uralkodó többletnyomást p_g -vel. Növeljük meg a hártyagömb sugarát ΔR-rel. Ehhez

$$W = p_g \cdot \Delta V \, .$$

munkát kell végeznünk, ahol ΔV a gömb térfogatának növekedése. Ez a munka a hártya potenciális energiáját növeli, amelynek növekedése egyenesen arányos a felületnövekedéssel:

$$\Delta E_p = \sigma \Delta A$$

Amikor a gömb sugarát ΔR-rel megnöveljük, akkor térfogata jó közelítéssel $\Delta V = 4R^2\pi\Delta R$-rel növekszik. Felhasználva ezt és figyelembe véve, hogy a buborék hártyának most is két felszíne van, a munka és az energianövekmény egyenlőségét alkalmazva kapjuk, hogy

$$p_g \cdot 4R^2\pi\Delta R = 2\sigma \cdot 4((R+\Delta R)^2 - R^2).$$

A műveletek elvégzése után és a ΔR -ben másodrendűen kicsiny tagok elhanyagolásával a gömbhártya görbületi nyomására az alábbi eredményt kapjuk:

$$p_g = \frac{4\sigma}{R}.$$

Egyszeres felszínű hártya esetén - ilyen pl. a vízcsepp felszíne - a görbületi nyomás:

$$p_g = \frac{2\sigma}{R}.$$

A görbületi nyomás tehát fordítottan arányos a gömb sugarával.

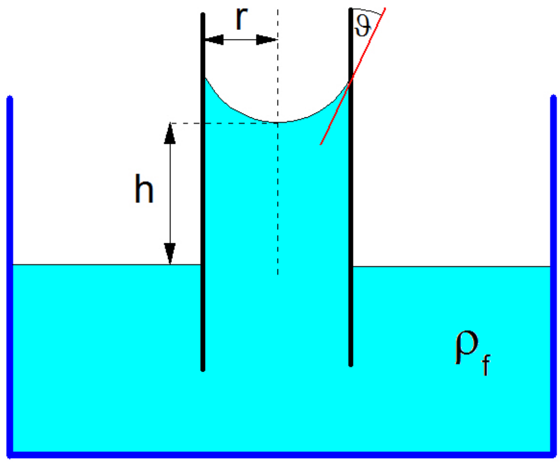
Megjegyzés:

1. A görbületi nyomás általános görbült felületre is meghatározható. Dinamikai levezetéséhez azonban sok új matematikai fogalom szükséges, ezért megelégedhetünk a fenti egyszerűbb és speciális esetre vonatkozó gondolatmenttel.
2. Élénken él a köztudatban az a tévképzet, hogy a szappanhártyákból azért fújható nagy és tartós buborék, mert a szappanoldat felületi feszültsége nagy. Ez óriási tévedés. A szappan, illetve mosószer éppen csökkenti a víz felületi feszültségét, megkönnyítve ezzel a szennyező anyagok eltávolítását mosáskor. A buborék nagyságát az szabja meg, hogy a buborékhártya milyen vastag, azaz a felfújáskor a tömbfázisban mennyi tartalék molekula áll rendelkezésre, amit kivihetünk a felszínre. A tartósság kérdésére nehéz válaszolni, hosszas kísérletezéssel szokták kikeverni a tartós hártyát képező oldatokat, s az ember nagyságú buborékok fújására alkalmas oldatok receptje többnyire szakmai titok. (Egy jó recept: 800 ml víz, 100 ml glicerin, 100 ml mosogatószer).
3. Tapasztaltuk azt is, hogy hiába rendelkezünk megfelelő alap oldattal, ha a víz minősége nem a megszokott, akkor hígítás után nem a várt tulajdonságokkal rendelkező folyadékot kapjuk. Szappanhártyás kísérletekbe tehát csak biztosan kipróbált oldatokkal kezdjünk.

Hajszálcsövek

A görbületi nyomás ismeretében értelmezni tudjuk a hajszálcsövességet (mely talán a leginkább ismert jelenség a felületi feszültség köréből).

A jelenséget legegyszerűbben a nyomások egyenlővé tételével mutathatjuk be. A kapillárisban felkúszó nedvesítő folyadék felülete görbült (meniszkusz), az emelkedési magasságot meg tudjuk határozni abból, hogy a görbületi nyomás egyenlő a felemelkedő folyadék hidrosztatikai nyomásával:



Az kapilláris emelkedés magassága:

$$h = \frac{2\alpha_{f,l} \cdot \cos\vartheta}{\rho g h}$$

Minél vékonyabb a cső, annál nagyobb a görbület, annál magasabbra emelkedik a folyadék.

Látványosságként be lehet mutatni az osztályban azt a kísérletet, ahogy a papírtörlő egy félig telt pohárból átszívja a vizet az üres pohárba.

https://www.youtube.com/watch?v=w_tc8tlEoBs

Papírkromatográfia

A hajszálcsövességet vizsgálati módszerként is használják folyadék elegyek analízise során. A különböző összetételű anyagok kapilláris emelkedése nem egyforma, így megfelelő hajszálcsövességű itatóspapír segítségével az elegyek alkotórészei szétválaszthatóak.

Növények világa

A növények hajszálgyökereikkel fel tudják szívni a talajból a nedvességet. A különleges színű virágokat is így állítják elő (pl. kék szegfű), hogy a virágszálat színes folyadékba mártják. A kertgondozás során többek között azért is kell kapálni, hogy a gyomok hajszálgyökereit elvágjuk, így nem szívják el a vizet a haszonnövények elől. A tápanyag felfelé szállítása viszont már nem hajszálcsövesség útján megy, hanem ozmózisnyomás segítségével.

!

Ajánlás: Dr. Rajkovits Zsuzsanna: Gyűjtemény a fizika interdiszciplináris szemléletű tanításához

http://ttomc.elte.hu/kiadvanyok/2

Állatvilág

A víz-levegő határfelületi feszültség a hidrogénkötések miatt különösen nagy, emiatt a szabad vízfelszín erős hártyát képez, rugalmas viselkedést is mutat. A víz felszínén keltett felszíni hullámok kialakulásában és terjedésében a felületi feszültségnek is szerepe van. A kisebb élőlények közlekedni tudnak a víz felszínén, van amelyik alulról kapaszkodik a hártyára. A poloskák, vízimolnárkák, vízipókok a vízen szökdécselve közlekednek, 1 m/s sebességgel is akár.


https://www.flickr.com/photos/joember/4817900149/in/photostream/

A rugalmas hártyán mások által keltett felszíni hullámokat érzékelni tudják, a hullámhosszat szükség esetén lábaikkal be tudják mérni. Ez segít őket a közeledő társak illetve ellenségek azonosításában.

WWW

A témához tartozó könnyen elvégezhető érdekes kísérletek leírása megtalálható Fizikai Kísérletek gyűjteménye jegyzet V. fejezetében.

http://metal.elte.hu/~phexp/tart/tt_ffs.htm

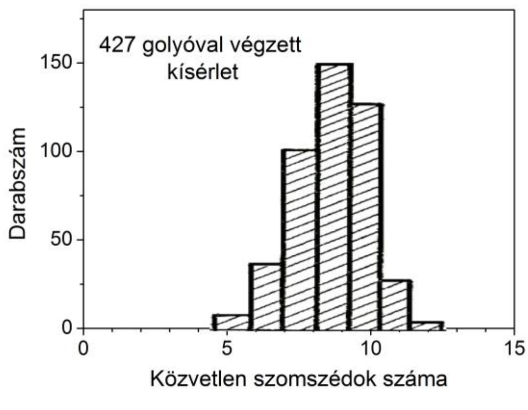
Vissza >>>

F4. Egyszerű folyadékok Bernal-féle golyómodellje

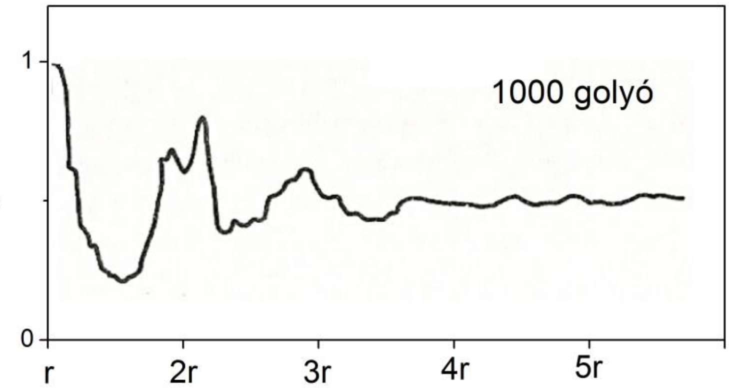
A folyadékokban az atomok, molekulák térbeli elrendeződése egymáshoz képest igen különböző lehet. A folyadékoknak nincs egységes szerkezete. Szerkezeti szempontból a legegyszerűbbek a fémolvadékok. A fémolvadékok szerkezete jól modellezhető egy pohárban egymásra szórt golyók véletlenszerűen rendeződő sokaságával (a golyó-atomok rendendeződése a nehézségi erő „tömörítő hatására” történik.)

A modellt már az alapozó oktatásban használjuk a folyadékok tulajdonságainak értelmezésére. A tanár számára azonban fontos, hogy tisztában legyen a modell jelentőségével (néhány évtizede még tudományos újdonságként tekintettek rá) és ismerje annak alkalmazási korlátait is.

Kísérleti tapasztalat, hogy az olvadásponthoz közeli hőmérsékleteken a fémolvadékok sűrűsége, összenyomhatósága a kristályos szerkezetű fémekével közel azonos. Ez arra utal, hogy az atomok egymáshoz viszonyított elrendezése a kristályszerkezetben és az olvadékban nem nagyon különbözhet. A fémek kristályrácsa igen gyakran ún. szoros térkitöltésű szerkezet. Ez azt jelenti, hogy a delokalizálódó vegyértékelektronok leválása után visszamaradó gömbszimmetrikus atomtörzsek a lehető legszorosabban illeszkedve alkotnak kristályrácsot. A rácsban minden atomnak 12 közvetlen szomszédja van. Ebből kiindulva a XX. század harmincas éveiben Bernal a fémolvadékok szerkezetét is golyósokasággal modellezte. Bernal egy rugalmas hálóba sok (427 db.) egyforma csapágygolyót tett. A golyókat nem rendezgette, csak egyszerűen egymásra dobálta, majd a hálót szorosra húzta. A véletlenszerűen egymásra szórt golyók szorosan egymáshoz értek. Bernal azt tapasztalta, hogy a véletlen illeszkedésű golyósokaság teljes térfogata csak 15-20 %-kal kisebb, mint az azonos számú golyóból álló, ideálisan rendezett „kristályos” szerkezet térfogata. Ez a térfogatkülönbség jól egyezik a fémek olvadáskor mérhető térfogat növekedésével. Bernal kimutatta, hogy a rendezetlenül egymásra dobált golyók illeszkedésében statisztikus törvények jelentkeznek. A hálóval összeszorított golyósokaságot sűrű színes festékbe mártotta, majd kiemelve a festékből hagyta megszáradni. A teljes száradás után levette a hálót és egyesével fokozatosan lebontotta a festék által összetartott golyókat. Azokon a pontokon, ahol egy golyó a szomszédaival szorosan érintkezett, a festék nem fért hozzá a golyóhoz és az festetlen maradt. Az egyes golyókat megvizsgálva utólag meg lehetett állapítani, hogy melyik, hány közvetlen szomszéddal rendelkezett. Az eredményeket Bernal gyakoriséggörbén ábrázolta.



A diagramról leolvasható, hogy a 427 golyóból hánynak volt 5, 6, … 12 közvetlen szomszédja. (Bernal tapasztalata szerint minden a sokaság belsejében lévő golyónak legalább 5, de legfeljebb 12 szomszédja volt.) A gyakoriséggörbe azt mutatja, hogy legnagyobb valószínűséggel egy golyónak 9-10 közvetlen szomszédja van. A szoros térkitöltésű kristályszerkezetekben a közvetlen szomszédok száma egységesen 12. A kristályban és az olvadék-szerkezetben a közvetlen szomszédok száma nem nagyon tér el egymástól. Ebből sejthető, hogy a kristályban és az olvadékban az atomok elrendeződése hasonló. A modell további vizsgálata azonban arra utalt, hogy a hasonlóság csak néhány atomtávolságnyi tartományra terjed ki. Bernal meghatározta a golyók távolabbi szomszédainak (második, harmadik, stb. szomszédok) számát és elrendeződését is: Azt tapasztalta, hogy a központinak kiszemelt golyótól távolodva egyre kevesebb bizonyossággal tudja megmondani, hogy a golyóátmérő többszörösének megfelelő távolságban talál-e golyót. Az ábra ezer golyóval végzett kísérlet esetén mutatja, hogy a tetszőlegesen választott golyótól radiálisan távolodva milyen valószínűséggel találunk újabb golyót.



A függvényt a véletlen-szorosilleszkedésű folyadék szerkezetét jellemző „párkorrelációs függvény"-nek nevezik. (A függvény a különböző távolságokban lévő golyó-párok előfordulásának valószínűségét jellemzi.) A bemutatott grafikon origója önkényesen választott atomhoz van rögzítve, a vízszintes tengelyen a kiválasztott központi atomtól mért távolságot skáláztuk be a golyóátmérőt egységnek tekintve, a függőleges tengelyen pedig annak valószínűségét ábrázoltuk, hogy az adott távolságba találunk-e másik atomot (P). A grafikonon az origótól távolodva a maximum- és minimumhelyek többé-kevésbé szabályosan követik egymást. A szomszédos szélsőértékek különbsége azonban gyorsan csökken. A központi atomtól 4-5 átmérőnyi távolságban a grafikon kisimul. Bernal egyszerű szerkezetei modellje nagyon jól visszaadja a kristályos fémek és a fémolvadékok kísérletileg mért sűrűség-arányait, sőt eredményei jól egyeznek a fémolvadékokon végzett diffrakciós szerkezetvizsgálatok eredményeivel is.

Bernal modellje a fémolvadékok szerkezetének atomi elrendezéséről hű képet ad. A modell bemutatásakor azonban feltétlenül hangsúlyoznunk kell, hogy a modell csak egy „pillanatfelvétel" a folyadék atomjainak aktuális elrendeződéséről. A valóságban ugyanis a folyadék atomjai állandó mozgásban vannak, amelynek során a szomszédos atomok folyamatosan cserélődnek. A modell által mutatott pillanatnyi rend másodpercenként kb. 10^4-szer változik meg. Bár az atomok illeszkedése a kis tartományokban folyamatosan változik, de a folyadék egészét tekintve a kép változatlan. Bernal statikus modellje ezt az átlagos szerkezetet mutatja meg.

Fontos tudnunk azt is, hogy a modell szigorú értelemben csak a fémolvadékok szerkezetét mutatja jól. Ezt azért kell hangsúlyozni, mert a modell pl. a vízre – ami ún. „asszociált folyadék nem igazán jó. Hasonlóan nem alkalmas ionolvadékok, molekuláris folyadékok vagy óriásmolekulájú folyadékok szerkezetének illusztrálására.

Víz és alkohol térfogatcsökkenéssel történő keveredésének modellezése

Tankönyvekben gyakran leírt meglepő kísérlet az alkohol és a víz összekeveredésekor megfigyelhető térfogatcsökkenés. Annak bizonyítékaként mutatjuk be, hogy a folyadékok részecskéi nem folytonosan töltik ki a teret. A ténylegese elvégzett kísérlet valóban meggyőző és tanulságos.

A jelenséget szemléltető, első pillanatra meggyőzőnek tűnő modellkísérlet azonban, váratlan problémákat vethet fel. A modellkísérlet során két egyforma mérőpohár egyikébe borsót, a másikba mákot öntünk és meghatározzuk a térfogatokat. (Mindkét mag közel gömb alakú és így jól reprezentálja egy kisebb és egy nagyobb részecskékből álló kétféle folyadék mikroszerkezetét. Ha a borsót tartalmazó pohárba beöntjük a külön pohárban lévő mákot, a mák apró szemcséinek jelentős része befolynak a borsószemek közti hézagokba, így nem foglal külön helyet. Az összeöntés után az össztérfogat kevesebbnek adódik, minta külön poharakban mért térfogatok összege. A modellkísérlet eredménye valóban nagyon hasonló az alkohol és víz keveredésekor megfigyelhető térfogatcsökkenéshez. Probléma akkor merül fel, ha szoros párhuzamot vonunk a két kísérlet közt. A diákok számára magától értetődő, hogy a víz sokkal kisebb molekuláit a mák, az alkohol nagyobb molekuláit a borsó képviseli, a víz molekulái tehát kitöltik az alkoholmolekulák közti üres térfogatot. A valóság azonban pont fordított, az alkohol molekulái töltik ki a vízben is összekapcsolódott vízmolekulák csoportjai közötti tartományokat. A víz ugyanis nem egyszerű, hanem ún. „asszociált" folyadék. Az erősen dipólusos természetű vízmolekulák H-híd kötésekkel összekapcsolódó molekula-csoportokat képeznek. A vízben ezek az asszociált molekulacsoportok jelentik a meghatározó mikroszerkezeti egységeket. A modellkísérletet tehát úgy lehet helyesen értelmezni, ha a borsószemeket asszociált vízmolekulák csoportjainak tekintjük. Ez a bonyolult magyarázat azonban épp a modellkísérlet közérthetőségét veszélyezteti. A víz és az alkohol elegyedése különben nem egyszerű fizikai keveredés. Az alkohol molekulái (H-híd) kötéseket képeznek a vízzel, amit érzékletesen jelez, hogy a keveredést a folyadék felmelegedése kíséri.

Vissza >>>

F5. Egyszerű kísérletek levegővel

A legközönségesebb gáz a levegő. A levegő láthatatlanul vesz körül bennünket. Jelenlétéhez annyira hozzászoktunk, hogy jószerivel csak akkor veszünk róla tudomást, ha erős mozgásban van (pl. viharos szél). A nyugalomban lévő levegő a kisgyerek számára annyira természetes, hogy nem tekinti anyagnak.

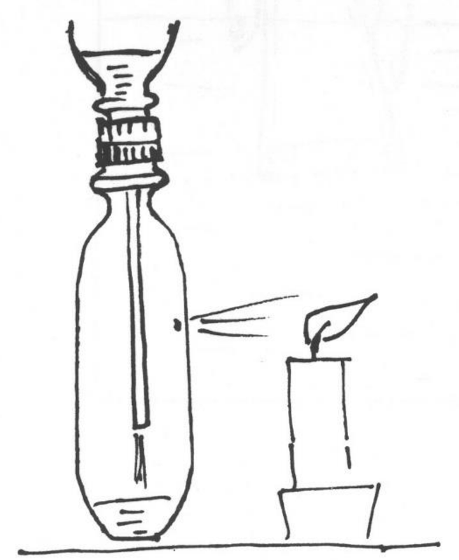
A feladatunk az, hogy kísérletekkel és azok egyszerű magyarázatával felhívjuk a diákok figyelmét a levegő érdekes anyagi tulajdonságaira.

Ajánlott kísérletek:

1) A levegővel teli palack nem "üres" (tanári bemutató kísérlet)

Szükséges eszközök anyagok:

Műanyag üdítős palack, átfúrt gumidugó, hosszú keskenycsövű tölcsér, műanyag ragasztószalag, gyertya, gyufa



Kiürült műanyag üdítős-palackot átfúrt gumidugóval zárunk le. A dugó furatába előzőleg hosszú keskeny csövű tölcsért illesztettünk. Vizet töltve a tölcsérbe meglepődve tapasztaljuk, hogy csak kevés víz folyik le az alsó palackba, a víz megáll a tölcsérben, pedig a palack szinte teljesen üresnek tűnik.

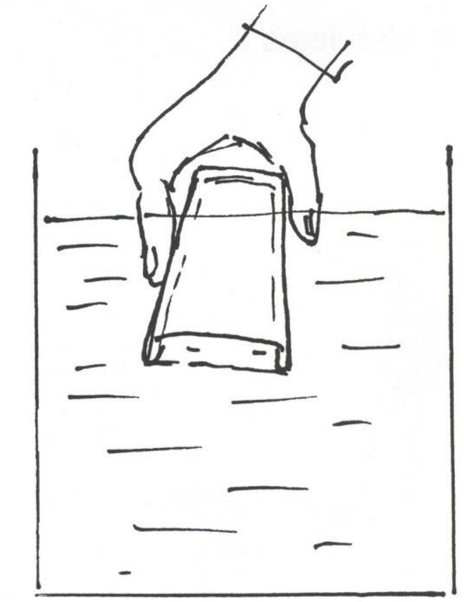
Valójában a palack nem üres - levegővel van tele. Ahhoz hogy a víz befolyjon, a levegőnek ki kellene áramolnia az edényből. Ez azonban most nem lehetséges. A tölcsér keskeny csövén át nem tud egyszerre kiáramlani a levegő és befolyni a víz. Gyertyalángon felmelegített szöggel lyukasszuk ki a műanyagpalack oldalát! A víz azonnal folyni kezd a tölcsérből. Fogjuk be ujjunkkal a lyukat, - a vízfolyás megszűnik. Tartsunk égő gyertyát a palack oldalára készített lyuk elé! A gyertya lángja oldalra hajlik, jelezve, hogy a lyukon levegő áramlik ki, helyet csinálva a víz számára a palackban.

Megjegyzés: A tölcsért és a gumidugót egy második műanyagpalackkal is helyettesíthetjük. A második palack alját levágjuk, és szájával lefelé fordítjuk. A két palack kupakját "háttal egymás felé fordítva műanyag szigetelőszalaggal körbetekerve összeragasztjuk. Az összeragasztott kupakokat átfúrjuk és a furatba vékony hosszú szívószálat ragasztunk (a szívószál a tölcsér szára). A szívószál beragasztásához használhatunk jól tömítő szilikonos ragasztót, de alkalomszerűen használhatunk a tömítésre rágógumit is.

2) Fejjel lefelé vízbe nyomott pohárba nem megy bele a víz (tanulói kísérlet)

Szükséges eszközök, anyagok:

Száraz ivópohár vagy fogmosó pohár, papírlap, fazék vagy lavór.

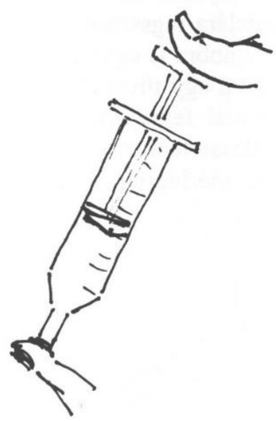


Fazekat vagy lavórt töltsünk meg félig vízzel! A papírlapot gyűrjük össze, és nyomkodjuk a pohár aljába úgy, hogy az akkor se essen ki, ha a poharat szájával lefelé fordítjuk! Ezután helyezzük a poharat mindvégig függőlegesen - szájával lefelé - tartva a fazékban lévő vízbe úgy, hogy a pohár teljes egészében víz alá kerüljön! Ezután továbbra is függőlegesen tartva vegyük ki a poharat a vízből! A pohárból vegyük ki a papírt, és vizsgáljuk meg! A papír száraz marad, mert a pohárban a papír mellett levegő is van. A levegő megakadályozza, hogy a víz a pohárba folyjon, s így marad száraz a papír.

3) A légrugó injekciós fecskendőből *(tanulói kísérlet)*

Szükséges eszközök anyagok:

Egyszer használatos orvosi műanyag fecskendő, használat után megfelelően kimosva



Egyszer használatos orvosi műanyag fecskendő csövére szorítsuk rá ujjunkat, majd próbáljuk lenyomni a dugattyút! A dugattyú kezdetben viszonylag könnyedén kezd mozogni, de aztán egyre nehezebben nyomható tovább. A dugattyú lenyomásakor a fecskendőben lévő levegő nem tud kiszökni a befogott nyíláson ezért összepréselődik. Az összenyomott levegő nyomása megnő. Engedjük el hirtelen a dugattyút! Az összenyomott gáz kitágul és visszalöki a dugattyút.

4) Játékléggömb felfújása *(tanulói kísérlet)*

Szükséges eszközök anyagok:

Egyszerű gömb alakú játékléggömb

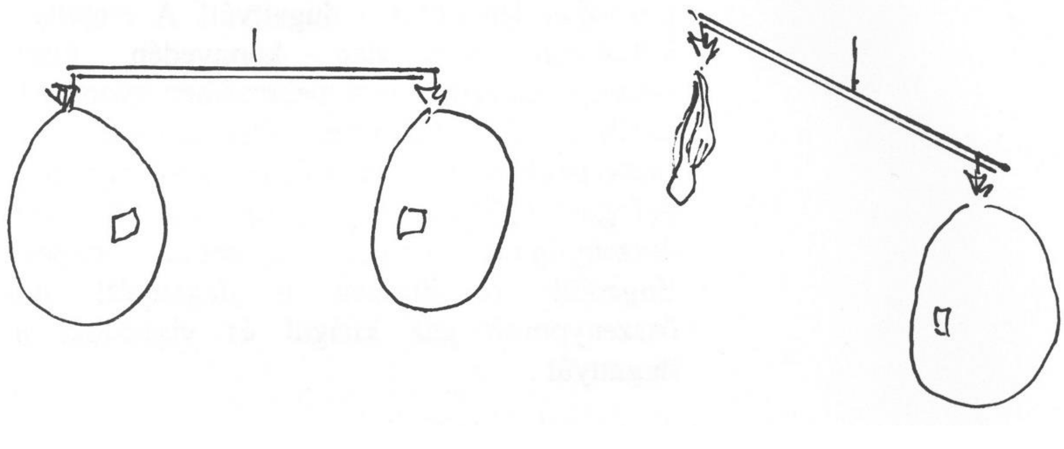
A játékléggömb felfújásakor érezzük, hogy erővel kell fújnunk a levegőt, hogy a léggömb egyre jobban kifeszüljön. A felfújt ballont a levegő egyenletesen kitölti, a belső levegő nyomása feszíti a léggömb falát, jelzi a levegő nyomását. A léggömbben nagyobb a nyomás, mint a külső levegőben.

5) A levegőnek mérhető tömege van *(tanári bemutató kísérlet)*

Szükséges eszközök, anyagok:

2 db játékléggömb, 2 db rövid fonal, 4 db egyforma rövid szigetelőszalag darab, házi készítésű kétkaros mérleg, tű.

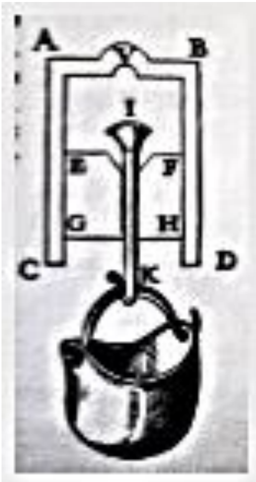
A levegő tömegét házi készítésű kétkaros mérleggel mutatjuk ki. A középen felfüggesztett hosszú könnyű farúdra a rajz szerint két kb. egyformára felfújt játékléggömböt lógatunk. A léggömböket tartó fonalat óvatosan addig csúsztatjuk a rúdon, amíg a mérleg egyensúlyt mutat. Ezután a fonalak helyzetét két egyforma nagyságú szigetelő szalaggal rögzítjük. Mindkét léggömb oldalára ragasszunk szintén egy-egy szigetelőszalag darabkát. A mérleg természetesen továbbra is egyensúlyban marad. Ezután az egyik léggömböt a szigetelőszalagon keresztül egy tűvel kiszúrjuk. (Ha nem lenne szigetelőszalag, a léggömb a szúrástól azonnal felhasadna.) A kis lyukon keresztül folyamatosan szökik a levegő - a léggömb lassan leereszt. A levegő kiáramlásával csökken a ballonban lévő gáz tömege, amit a mérlegrúd elbillenése folyamatosan mutat.



Vissza >>>

F6. Vákuum és a légnyomás létezésének történeti vitája, Galilei, Torricelli, Pascal, Otto von Guericke kísérletei

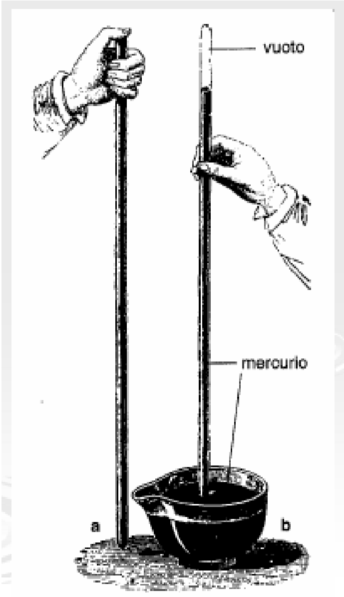
Az ókorban már ismerték és alkalmazták a folyadékszivattyút. Ez nem volt más, mint egy csőben mozgatható dugattyú, ha a cső alsó végét vízbe merítették és a dugattyút felfelé húzták a folyadék felemelkedett a csőben. (Ilyen folyadékszivattyúként működik a műanyagból készült injekciós fecskendő, amikor vizet szívunk fel vele.) A jelenséget Arisztotelész sajátos tudományfilozófiai alapon magyarázta, szerinte a teret az definiálja, hogy valamilyen anyag kitölti, ha nincs kitöltő anyag az üres tér önellentmondás lenne. A természet törvénye, hogy nem viseli el a vákuumot. A folyadékszivattyú működését a „horror vacui", mint természettörvény magyarázza. A 17. század elejéig ebben senki nem kételkedett, hiszen a tapasztalat összhangban ált az elmélettel. A probléma akkor merült fel, amikor egyértelművé vált, hogy 10 m-nél mélyebb kútból így nem lehet vizet szivattyúzni. Galileit is felkérték, hogy foglalkozzon a kérdéssel. Galilei saját kísérletei alapján arra a következtetésre jutott, hogy a természet „vákuum-iszonya" csak egy határig igaz, és kimérte, hogy mekkora az az erő, amivel a „horror vacui" legyőzhető. Galilei vízzel töltött, alul dugattyúval lezárt hengerrel kísérletezett. A dugattyúra alul kosarat erősített, amibe egyre nagyobb súlyokat rakott. Eleinte a dugattyú mozdulatlan maradt, de egy kritikus súlyt elérve engedett és süllyedni kezdett. A kritikus súly megegyezett a dugattyú keresztmetszetével megegyező 10 m magas vízoszlop súlyával.



(Galilei mérése műanyag orvosi fecskendővel az iskolában is megismételhető. A fecskendőbe vizet szívunk, majd nyílását felfelé fordítva befogjuk. Ha a dugattyút elegendően nagy erővel lefelé húzzuk, a víz fölött üres tér alakul ki. Ha a húzóerőt megszüntetjük, a dugattyú visszatér eredeti magasságába és az üres tér megszűnik. Az egyszerű bemutató-kísérletet egy kis ügyességgel mérőkísérletté lehet alakítani. Meghatározzuk a dugattyú keresztmetszetét, majd kiszámítjuk, mekkora súlya lenne az ilyen keresztmetszetű 10 m magas vízoszlopnak. A dugattyúra akasztót rögzítünk, majd a kísérletet újra kezdjük, de most a számítással meghatározott súlynál kicsit nagyobb súlyt akasztunk a dugattyúra. A dugattyú elmozdul és a fecskendő átlátszó falán keresztül jól látható a víz felett képződő űr. A súlyt levéve a dugattyú kezdeti állapotába ugrik vissza.

Evangelista Torricelli, mint Galilei tanítványa biztosan ismerte a mester kísérleti eredményét, és annak megerősítésére egyszerű, de nagyon szellemes kísérletet végzett. Feltételezhető, hogy ismerte Pascal hidrosztatikai eredményeit is, a nyomás terjedés törvényét, a hidrosztatikai paradoxont, a közlekedőedények törvényét, és hitte, hogy a víz hidrosztatikai nyomásához hasonlóan a levegő súlya is nyomást gyakorol a levegőben lévő testek felületére. Ennek igazolására Torricelli 1643-ban egyszerű, de meggyőző kísérletet végzett.

Egy kb. 1 méteres üvegcső egyik végét leforrasztotta, a csövet színültig töltötte higannyal, majd a cső szabad véget ujjával befogva a csövet nyílásával lefelé higannyal telt tálba állította és úját elvette a nyílásról. Mivel az 1 m hosszú higanyoszlop súlya jóval meghaladta az azonos keresztmetszetű 10 méteres vízoszlop súlyát, a cső zárt végében a higanyszint lesüllyedt, és az üvegcső falán keresztül jól látszott a higany feletti űr. Ha a csövet a függőleges állásból kicsit megdöntötte, az űr összehúzódott, de a csőben álló higany szintje a tálban lévő higany szintjéhez képest nem változott, maradt 76 cm. Torricelli kísérlete összhangban volt Galilei korábbi mérésével, de jól lehetett magyarázni a légnyomás feltételezésével is. Eszerint az üvegcsőben lévő 76 cm magas higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával a tálban lévő higany felületére ható légnyomás tart egyensúlyt. Torricelli kísérleti összeállítása sajátos közlekedőedénynek is tekinthető, amelynek egyik szára a higanyt tartalmazó, felül zárt üvegcső, másik, képzeletbeli szára a tálban lévő higany felületét nyomó légkör.

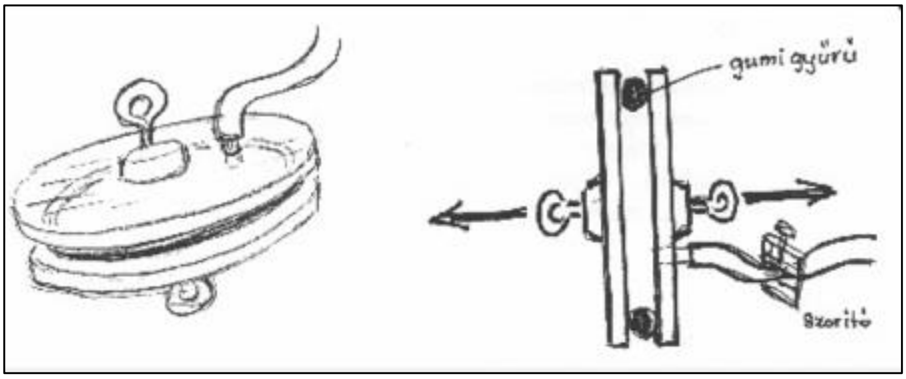


Torricelli kísérletét 1648-ban Blaise Pascal megismételte, és értelmezését egyértelművé tette. Pascal feltételezte, hogy a levegő súlyból származó nyomás tart egyensúlyt a csőben lévő higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával. Eszerint, ha a kísérletet magas hegyen végeznénk el, a légnyomásnak a hegy magasságával megegyező levegőoszlop súlyával csökkennie kell, így az üvegcsőben álló higanyszál hossza is csökkenni fog. Állításának igazolásában sógora volt segítségére, aki vállalta, hogy a Torricelli kísérleti összeállítását felcipeli az 1460 m magas Puy-de Dome hegy tetejére és felfelé haladva méri a higanyoszlop magasságát. Mérése szerint a 800 méternyi szintkülönbség megtétele során a higanyoszlop hossza 8 cm-nyit süllyedt. Ezzel egyértelmű igazolást nyert a légnyomás ténye, és eldőlt a „horror vacui" körül folyó vita is. A vákuum a természetben létezhet, a higany fölötti űrben nincs anyag, vákuum van.

A perdöntő kísérlet után Pascal több hasonló kísérletet is végzett többek között a higany helyett vízzel és borral is megismételte Torricelli kísérletét.

A légnyomás bizonyításának másik történelmi kísérlete Németországban Otto von Guericke magdeburgi polgármester nevéhez kötődik. Guericke a folyadékszivattyúnál jóval hatékonyabb légszivattyút épített és különböző edényekből szívta ki a levegőt vele. Az edények ezután a külső légnyomás terhelése következtében összetörtek, belapultak. Az 1654-ben Regensburgban tartott Birodalmi Gyűlésen a császár jelenlétében megtartott látványos bemutatóval igazolta a légnyomás hatalmas erejét. Két egymáshoz jól illeszkedő, vastag falú vasgömböt félbevágott, majd a vágott felületeket, hogy jól illeszkedjenek összecsiszolta és csappal látta el. A két félgömböt először összeszorította, majd kiszivattyúzta a belső levegőt. A két félgömböt ezután már a külső légnyomás préselte nagy erővel össze olyannyira, hogy a két térfél még akkor is egyben maradt, amikor 8-8 igavonó ló húzta őket kétfelé. A ritka tudományos szenzációt a korabeli metszet mutatja.

Otto von Guericke kísérlete ma is látványos demonstrációs kísérlet. Egyszerű iskolai változatát, (amihez még szivattyú sem szükséges) az ábra mutatja.

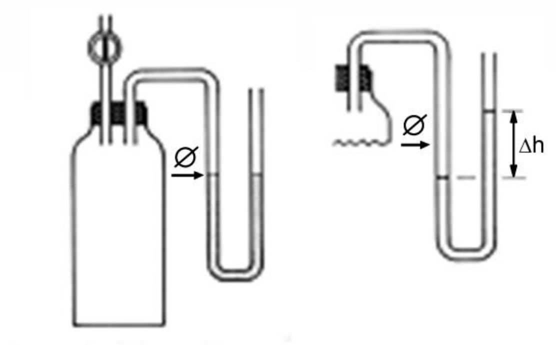


Két 10 mm vastag, 20 cm átmérőjű plexikorongra egy-egy fogantyú csatlakozik. Az egyik korong át van fúrva, és a furatba kis csődarab illeszkedik, amire gumicső húzható. A két korongot egy 2-3 mm vastagságú, vákuum-zsírral bekent gumikarikát közrefogva összeszorítjuk és a közéjük zárt levegőt a gumicsövön keresztül szájjal kiszívjuk. A gumicsövet csőszorítóval zárjuk. A két korongot a külső és a belső légnyomás különbségéből származó erő tartja össze. Ha bezárt gáztér vastagsága kicsi szájjal jelentős légritkítást érhetünk el. Ilyenkor a két tárcsa széthúzása komoly erőt igényel.

Vissza >>>

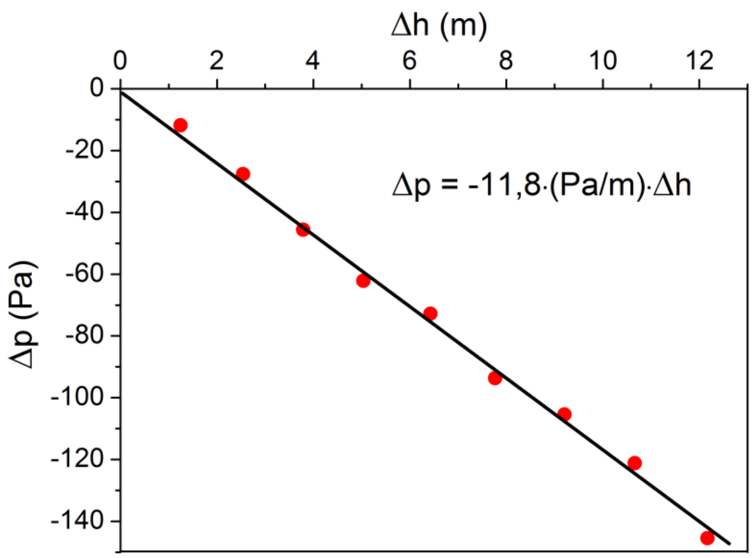
F7. A légnyomás magasságfüggésének kimérése

A légnyomás magasságfüggése egyszerű iskolai kísérlettel bemutatható, illetve mérhető. A mérőeszköz egy nagyobb termosz, amit gumidugó zár le légmentesen. A dugón két furat van, az egyiken keresztül nyitott, alkohollal töltött U-manométer, a másikon zárható üvegcsap csatlakozik a belső légtérhez.



A mérés kezdetekor a csapot kinyitjuk, így a mérés kezdő magasságában a külső és a belső légnyomás kiegyenlítődik, a manométerágakban a folyadékszintek magassága megegyezik. Ezután a csapot elzárjuk és az eszközt magasabb, vagy alacsonyabb szintre (pl. egy emelettel feljebb vagy lejjebb) visszük, és anélkül hogy a csapot kinyitnánk, leolvassuk a manométer állását. A rajz a feljebb vitt mérőeszköz manométerének állását mutatja. A zárt belső tér nyomása a kezdő szint légnyomását őrzi, a külső térben a légnyomás kisebb, ezért a belső szárban a folyadékszint csökken, a nyitott szárban emelkedik. A választott referenciamagasságtól mért légnyomáscsökkenés (Δp) a folyadékszintek Δh magasságkülönbségének megfelelő hidrosztatikai nyomás:

$$\Delta p = -\rho g \Delta h \,.$$



A mérés célszerű több magasságban is elvégezni! Ezután a mérési eredményeket grafikusan ábrázoljuk. A mintaként bemutatott grafikon egy magas budapesti épület lépcsőházában felfelé haladva végzett mérés eredményét mutatja. A grafikon vízszintes tengelye a kezdeti magasságtól mért Δh magasságkülönbséget méterben, a függőleges tengely a Δp légnyomáskülönbséget Pa =N/m^2 egységekben mutatja.

A mérési pontok egyenesre illeszkednek, az egyenes meredeksége

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = -11{,}8\ Pa/m$$

A mérés a légkör magasságához viszonyítva nagyon kis tartományban történt. Ilyen kis magasságkülönbség esetén a légnyomás exponenciális (barometrikus) magasságfüggése nem jelenik meg. Az eredmény elméletileg egyszerűen értelmezhető. A Δp nyomáscsökkenés oka, hogy Δh vastagságú ρ sűrűségű légréteg súlyával csökken az egységnyi felületre jutó légnyomás, azaz

$$\Delta p = -\,\rho g \Delta h$$

Az eredmény a nyomásváltozás és a magasságváltozás arányosságát tükrözi.

Fejezzük ki a levegő sűrűségét az állapotegyenlet segítségével!

$$p_0 V = nRT \ = \frac{m}{M}RT \qquad \rightarrow \qquad \rho = \frac{m}{V} = \frac{p_0 M}{RT}$$

Ezt felhasználva a

$$\frac{\Delta p}{\Delta h} = -\,\rho g = \ -\frac{p_0 M}{RT} g = 11{,}8 Pa/m$$

Ha a kísérlet kezdő magasságán ismerjük a légnyomás értékét, a mérési egyenes meredekségéből meghatározható a levegő átlagos molekulatömege (M). Mérési adatainkat felhasználva a levegő átlagos molekulatömegére kapott éték $M_{levegő} \approx 29$ g/mol

Vissza >>>

F8. Patak-projekt

A projekt speciális tanulásszervezési módszer.

Lényege:

- A diákok érdeklődését felkeltő, rendszerint sokoldalúan megközelíthető átfogó téma.
- Feldolgozása tipikusan csoportmunkában történik.
- A tanár háttérből szervezi, irányítja, segíti a munkát, amiben sokkal nagyobb önállóságot, szabadságot élveznek a diákok, mint a szokásos iskolai keretek között.
- A projektmunka velejárója a munka eredményeinek nyilvános bemutatása.

Projekt-módszer pozitívumai

- A feldolgozott tananyagot a tanulók jobban megértik, és nagyobb hatásfokkal sajátítják el.
- Segíti a tanulók komplex természetszemléletének kialakítását. Tudatosul a diákokban, hogy a természet egységes: a fizika, kémia, biológia és természetföldrajz ugyanazt a természetet különböző nézőpontból vizsgálja. A bonyolultabb problémák esetén a különböző szakterületek ismeretei hatékonyan kiegészíthetik egymást. Ugyancsak tudatosul a gyerekekben, hogy számos gyakorlati kérdés megoldása során felhasználhatók a természettudományos alapismeretek.
- Fejlődik a gyakorlati érzékük, kísérletező készségük.
- Már önmagában a szokásostól eltérő munkaforma is motiválja a tanulókat, de ezt még fokozza, ha a munka helyszíne is eltér a megszokottól, pl. szabadban, részben vagy egészben az iskolától távol történik.
- A csoportmunka húzó hatással van a kevésbé szorgalmas vagy lelkes tanulókra is, aktivizálja a diákokat.

- A projektek segítik a diákok kölcsönös alkalmazkodását (csak így lehet hatékony a csoport munkája) és erősíti a közösséget.
- A jó projekt után a tanár-diák kapcsolat is pozitív irányban változik. A tanár a munka során új oldalairól ismeri meg a diákjait.
- A projekt eredményeinek nyilvános bemutatása (tipikusan a szülőknek) javítja a szülők és az iskola kapcsolatát.

Projekt-módszer nehézségei

- A projekt tervezése, előkészítése, szervezése, lebonyolítása, majd nyilvános bemutatása és értékelése a hagyományos tanításhoz képest sokszoros munkaráfordítást kíván a tanártól.
- A projekt időigényes, egy-egy anyagrész feldolgozása ilyen módszerrel többszöröse a hagyományos tanítási formák időigényének. Az utóbbi évtizedekben a természettudományos tárgyak óraszáma radikálisan csökkent, a tananyag azonban gyakorlatilag maradt, ezért iskoláinkban ritkán alkalmazzák a projektek köré szervezett oktatást.

Összegző ajánlás:

A projekt-módszer bevezetése állandó módszerként irreális az átlagos magyar iskolában, de évi néhány alkalommal egy-egy tantárgyhoz (esetleg tantárgycsoporthoz) kapcsolódva feltétlenül érdemes alkalmazni.

A „patak” - mint oktatási projekt

- A víz – interdiszciplináris téma

  fizika + kémia+ biológia + technika
- A kötelező tananyag élővé tétele, bővítése

  (pl. energiatermelés, áramlások, stb.)

A helyszín kiválasztásának szempontjai:

- A patak ne legyen túl nagy és ne legyen túl gyors folyású.
- Legyen olyan része, ahol a víz nyugodtan, állandó szélességben folyik, de legyen olyan része is ahol a nyugodt folyást szűkületek, öblök, természetes akadályok (kövek, fák, ágak, stb.) megzavarják, módosítják.
- Kedvező, ha a patakon kisebb torlasz is van pl. fatörzsekből vagy kövekből és a víz a torlaszon egy helyen „mini-vízesésként” bukik át.
- A patak partja legyen belátható, legalább akkora területeken, ahol a munka folyik.

- A patak és környéke tiszta legyen, nehogy a gyerekek a vízzel érintkezve bármilyen fertőzést kaphassanak.
- A patak „gazdája" (önkormányzat, erdészet) engedélyezze a diákok tevékenységét.

A fizikai projekt pedagógiai és technikai jellegű feladatai

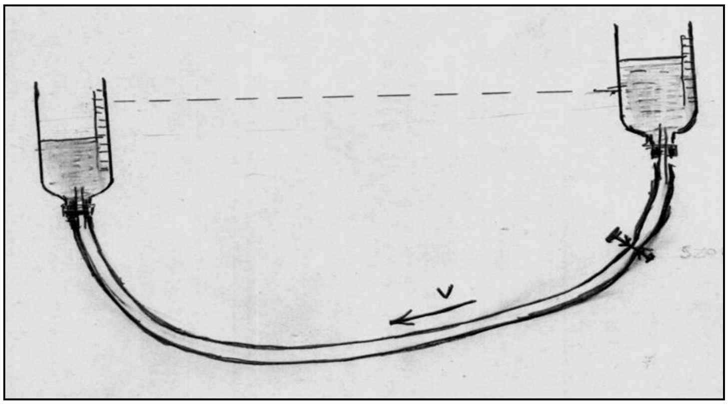
Pedagógiai feladatok	Technikai jellegű feladatok
Előkészítés A tanulók motiválása a projektre: A helyszín bemutatása vetítéssel programadó kérdések felvetése, ötletadás: Mitől függ a patak sebessége - Hogyan mérjük meg? Mitől függ a patak vízhozama - Hogyan mérjük meg? Hogyan lehet hasznosítani a patak energiáját? Hogyan építsünk vízikereket? Termelhető-e áram vízikerékkel? Hogyan hajthatjuk a folyón árral a szemben a hajót?	Tanári tájékozódás a helyszínen: Terepfelmérés, információk gyűjtése, a munka ideális helyszínének kiválasztása, fotózás, videózás. Tájékozódás a helybeliektől a patakról (honnan hova folyik, vízhozam változásai, hasznosítják-e valamire, van-e felelős gazdája, stb.?) Tárgyalás a terület illetékes gazdájával.
Első tájékozódó kirándulás csoportosan a helyszínen Kvalitatív megfigyelések a patak sebességéről, a mérések és a vízikerekek elhelyezési helyszínének kiválasztása, a feladatok kitűzése, kiosztása a munka csoportbeosztásának véglegesítése.	Az egyes mérések pontos helyszínének kijelölése, a helyszínek felmérése, fotózása.
Iskolai/otthoni felkészülés A csoport-feladatok pontosítása, "ötletroham" szervezése vezetése a felkészülési munka részletes lebontása, anyaggyűjtés segítése irányítása, internetes források, szakirodalom ajánlása. Előkészítő kísérletek tanári irányítása, vízikerekek, modellek készítésének vezetése, a diákok folyamatos bíztatása.	A szükséges eszközök elkészítése, ill. a tanulók által készített eszközök kipróbálása, esetleg korrigálása.
Projektnap Kísérletezés és a mérések irányítása segítése.	A munka dokumentálása, fotózás, videózás.

A mérések feldolgozásának irányítása A beszámolók (poszterek, vetített bemutatók) szervezése. A bemutató vezetése, a project összefoglalása és a munka értékelése, irányítása.	A bemutató szervezése, a vendégek meghívása. A bemutatóhoz szükséges technika biztosítása

Feldolgozásra ajánlott témák, kísérletek

1) Miért folyik a patak vagy a folyó vize?

(előkészítő beszélgetés és kísérlet)

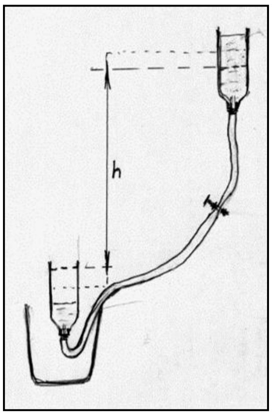


A víz mozgásának kiváltó oka a szintkülönbség, ha a vízszintek közt nincs különbség - folyás sincs.

2) Mitől függ a víz sebessége?

Egyre nagyobb kezdeti szintkülönbségek esetén az azonos vízmennyiség lefolyásához szükséges időtartam egyre rövidebb. A víz áramlási sebessége nő a szintkülönbséggel.

Az adott vízmennyiség átfolyási ideje nő, az áramló víz sebessége csökken, ha a cső szűkül.



A természetes vízfolyások sebességét az áramlási szintkülönbség és a meder alakja, a benne lévő akadályok együtt határozzák meg. A folyók 1 km hosszra eső szintkülönbségét ezrelékekben kifejezve (azaz az 1 km hosszra eső magasságkülönbséget méterekben kifejezve) „esés”-nek nevezik:

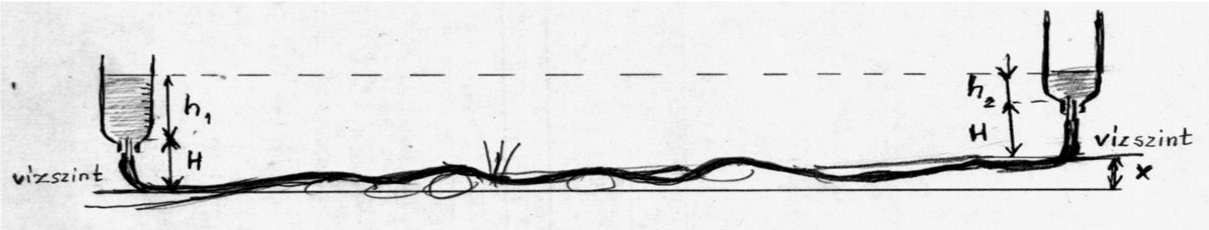
kis esésű: < 0,5 ‰,

nagy esésű: 0,5 - 3 ‰

zuhatagos: > 3 ‰

3) A patak „esésének" meghatározása

(csoportos terep-munka)



A patak a kísérletezésre akkor alkalmas, ha 10 m hosszon $\Delta h < 5$ mm

4) A víz áramlásának lokális változásai a patakban

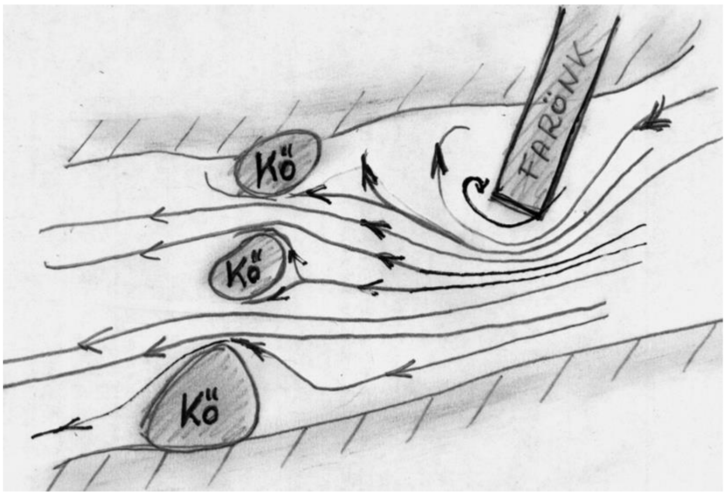
(helyszíni kísérlet csoportmunkában)

Falevelek leúsztatása a patakon, a mozgás megfigyelése

Tapasztalat:

- A különböző helyről indított levélkék különböző pályán és általában eltérő módon mozognak. Az azonos helyről indítottak hasonlóan úton mozognak (áramvonalak).
- Akadályok környezetében az áramvonalak görbülnek, esetleg örvények alakulnak ki.
- Szűkületben a víz felgyorsul, az áramvonalak sűrűsödnek

Készítsünk hozzávetőleges vázlatrajzot (a mellékelt ábrához hasonlóan) a megfigyelt jellegzetes áramlási vonalakról, akadályokról és az esetleges örvényekről!



5) A patak sebességének mérése

(Mérés előzetes felkészülés után csoportmunkában, a csoportok párhuzamosan más-más módszerrel dolgoznak, a végeredményeket már az iskolában, frontális munka keretében hasonlítjuk össze)

a) Vízbe ejtett ping-pong labda mozgásának követése

Mérjünk le zsineggel a patak egyenes szakaszán 5 m távolságot, majd a zsineg két végén feszítsünk ki a patak felett a folyásirányra merőlegesen egy-egy vékony spárgát! A mérésünk abból áll, hogy meghatározzuk, hogy mennyi idő alatt ér le a felső spárga vonalában a vízre helyezett ping-pong labda. A könnyű pingponglabdáról feltételezzük, hogy a víz sebességével sodródik.

b) Sebességmérés alulcsapott vízikerékkel

A mérés otthoni előkészülete során a csoport könnyű, (alul csapott) vízikereket készít. A helyszínen telepítik a kereket, majd mérik 10 körbefordulás idejét stopperrel! A mért idő alatt a víz által megtett út a kerék kerületének tízszerese.

A patak sebessége:

$$v = \frac{10 \cdot 2R\pi}{T_{10}}$$

6) Sebességmérés a patak különböző helyein

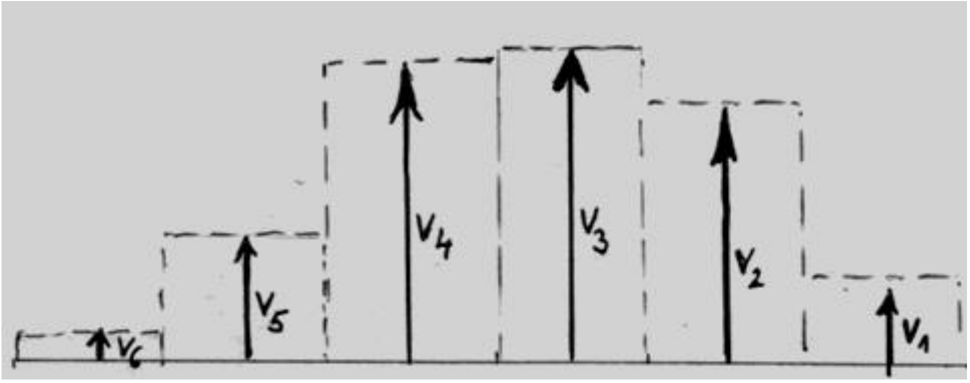
a) Szűkület hatása

- Hasonlítsuk össze a szűkületben mért vízsebességet a meder közeli, szélesebb részén mért sebességgel! Értelmezzük a különbséget az anyagmegmaradás alapján!
- Számoljuk ki a mért sebességadatok felhasználásával, hogy milyen arányban szűkült a meder?

b) A vízmélység hatása

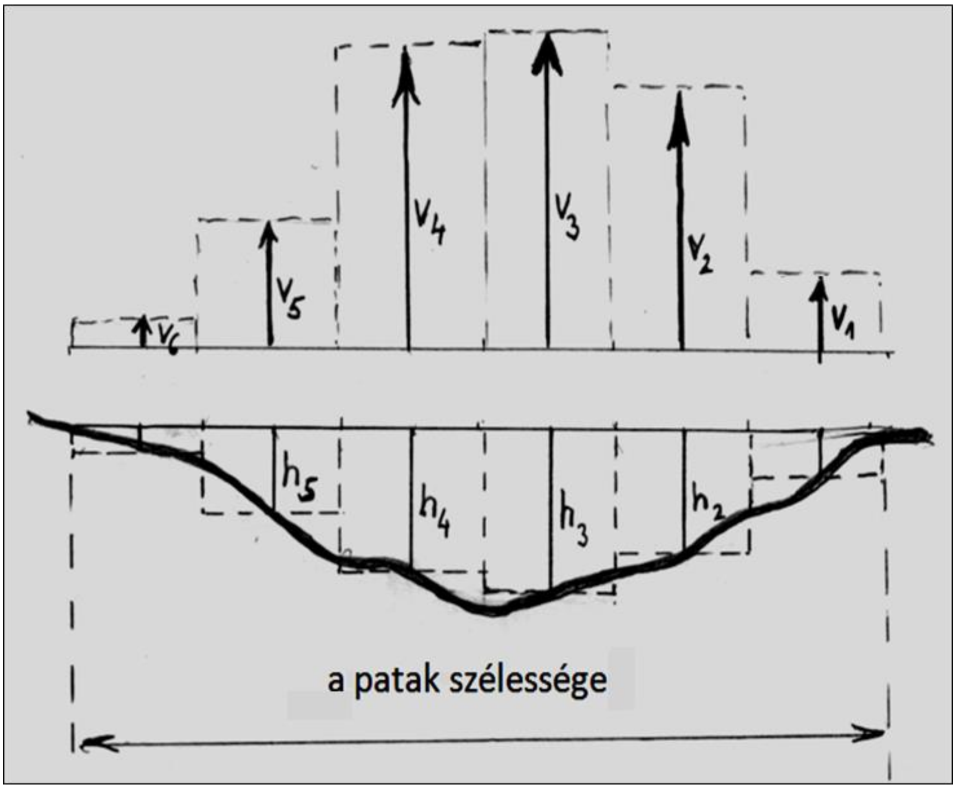
- Mérjük meg a patak szélességét! Osszuk fel ezt a távolságot például hat egyenlő részre, majd feszítsünk ki zsineget a patak fölé és ezen jelöljük be a hat tartományt! A sebességmérő kerékkel (vagy pipacsővel) mérjük meg minden tartomány középvonalában a víz sebességét és jegyezzük fel a mérések eredményét. A mérési eredmények azt mutatják, hogy a part közelében a sebesség kisebb, a patak közepén nagyobb.

- A mérési eredmények alapján rajzoljuk meg - az alábbi ábrához hasonlóan - a patak vizének sebesség-profilját!



7) A vízmélység vizsgálata a mederben

Vastagabb, lapos végű egyenes botra készítsünk cm-skálát! Az osztásvonalakat megrajzolhatjuk vízben oldhatatlan festékkel, esetleg műanyag mérőszalagot ráragaszthatunk a botra. A botot merőlegesen tartva mérjük meg minden korábbi sebességmérés helyén (a szektorok közepén) a víz mélységét. Rajzoljuk meg a patakmeder vizsgált keresztmetszetének közelítő mélységprofilját!



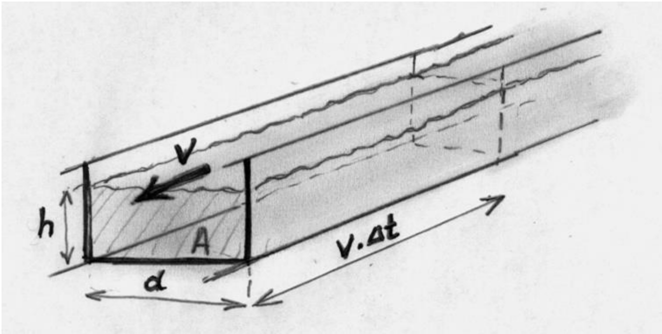
A mélységprofil kimérése magyarázatot ad a folyási sebesség változására. A sekélyebb vízben lassabb az áramlás, a meder alja fékezi a vizet.

8) A patak vízhozamának (Q) meghatározása

*Ha kicsi és nem túl gy*ors patakon kísérletezünk, a vízhozam egyszerűen, vödrökkel kimérhető a helyszínen.

A vízhozam a mélység és sebességprofil alapján számolható tanári vezetéssel.

$$Q = A \cdot v$$



9) A folyó víz, mint energia-forrás

(Anyaggyűjtés, forráskutatás az interneten. Egyéni vagy kiscsoportos feladatként ajánlott)

- Gyűjtsünk képeket az internetről a következő témákban, és használjuk fel őket a témáról összeállított néhány perces kiselőadás illusztrálására!

Ajánlott témák:

- Faúsztatás
- Tutajozás a Tiszán. Hogyan kormányozható a tutaj?
- Vízimalmok és működésük
    - Fűrészmalmok
    - Vízierőművek felépítése
    - Vízierőművek itthon és a nagyvilágban

Fakultatív gyakorlati csoportmunka:

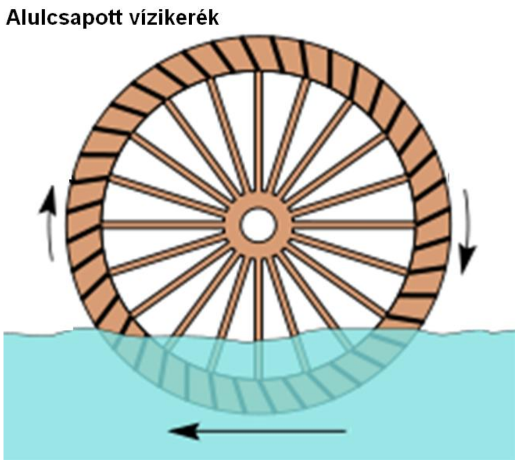
a) Kicsinyített tutajmodell készítése, a modell bemutatása, úsztatása a patakon

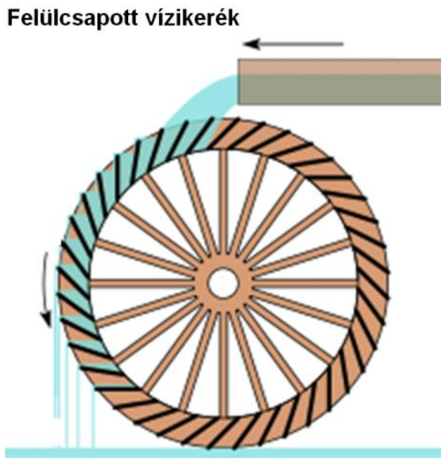
b) A vízikerék

- Ismerkedés a vízikerékkel

(frontális feldolgozásra ajánlott kiegészítő tananyaganyag)

Modelleken bemutatjuk és kvalitatív szinten értelmezzük az alul-és felülcsapott vízikerék működését.



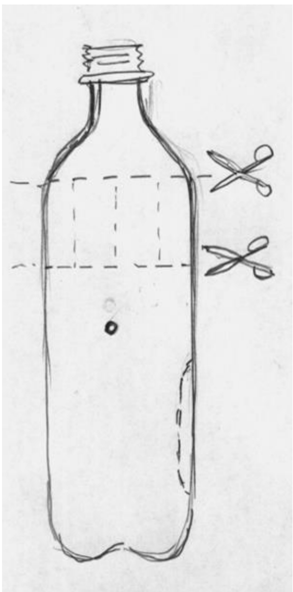


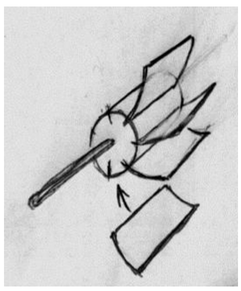
Fakultatív forráskutatás az interneten:

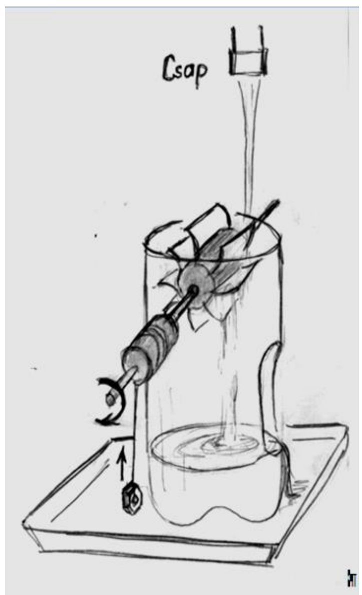
A témát kiegészítő egyéni vagy csoportos feladat lehet a diákok számára képek, videók gyűjtése Magyarországon ma is működő vízikerekekről.

- Működőképes „asztali” vízikerék-modell készítése

(csoportmunka otthon vagy az iskolában)



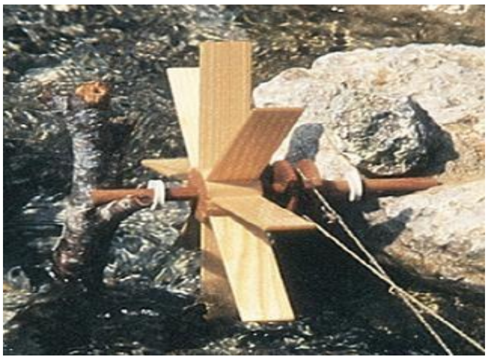




- „Energiatermelő” vízikerék-modellek készítése a patakra

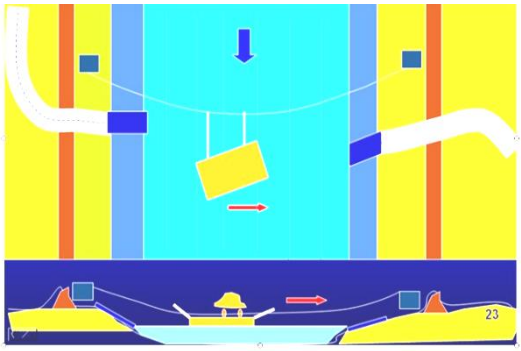
(közös munka tanári vezetéssel)

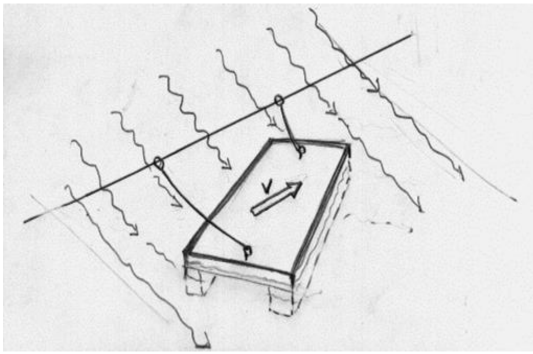
Ha a vízikerék tengelyére szíjtárcsát rögzítünk, szíjáttétel segítségével hasznosíthatjuk a kerék forgási energiáját. Ha a vízikerék elegendően nagy, a szíjáttétel segítségével akár kerékpárdinamót is meghajt, elektromos energiát termel, a dinamóhoz kapcsolt izzó világít.



c) Érdekes modellkísérletek a víz energiájának hasznosítására

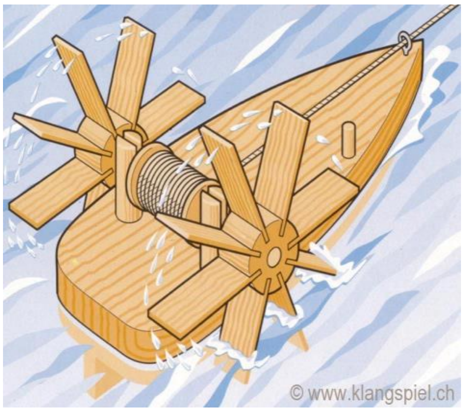
- Víz-hajtotta átkelő komp a Tiszán





- Lapátkerekes kishajó, amit a patak vize hajt a sodrással szemben

(otthoni elkészítés fakultatív csoportmunkában, helyszíni bemutatás)



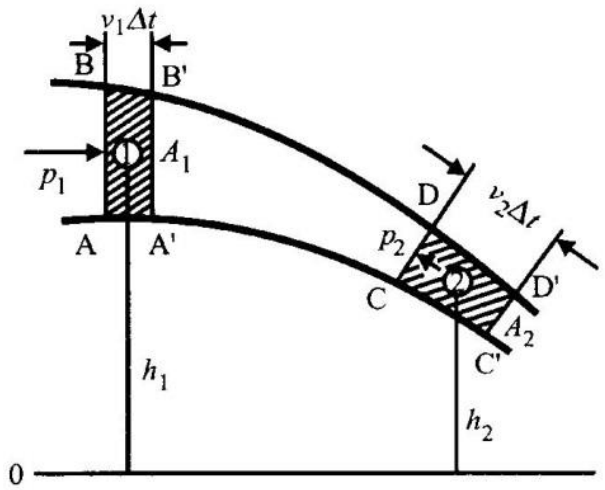
http://www.klangspiel.ch/forelle/index.html

Hosszú zsineg egyik végét, a kishajóra szerelt lapátkerekekkel közös tengelyen lévő dobra rögzítjük a másik véget a víz fölé lógó faághoz kötjük. Az áramló víz forgatja a lapátkerekeket, miközben a zsineget a dobra tekerve a hajó előrehúzza magát a vízfolyás ellenében.

Vissza >>>

F9. Az összenyomható közeg áramlására vonatkozó Bernoulli törvény

Válasszunk ki az áramlási térben tetszőleges $ABCD$ folyadékrészt, amely Δt idő múlva az $A'B'C'D'$ térfogatot foglalja el.



Mivel az áramlás stacionárius, az ábrán fehéren hagyott térben semmilyen változás nincs az áramlásban. Az egész folyadékrész elmozdulását úgy tárgyalhatjuk, mintha az $\mathrm{ABA'B'}$ folyadék a $\mathrm{CDC'D'}$ térfogatba jutott volna. A munkatétel szerint e folyadékrész mozgási energiájának megváltozása egyenlő a rá ható erők munkájának összegével. Mivel az áramlás súrlódásmentes, csak a nehézségi erő és a p_1, p_2 nyomásból származó nyomóerők munkáját kell figyelembe vennünk. A nehézségi erő munkája kifejezhető a helyzeti energia megváltozásával az ábra jelöléseivel:

$$W_{neh} = A_1 v_1 \Delta t \rho_1 g h_1 - A_2 v_2 \Delta t \rho_2 g h_2 \,,$$

a nyomóerőé pedig

$$W_{nyomó} = p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t \,.$$

Figyelembe véve az összenyomható közegre vonatkozó kontinuitási egyenletet, amely szerint az (1) és (2) keresztmetszeten Δt idő alatt átáramló Δm tömeg megegyezik egymással:

$$\Delta m = A_1 v_1 \rho_1 \Delta t = A_2 v_2 \rho_2 \Delta t \,.$$

A nehézségi erő munkája a

$$W_{neh} = \Delta m g (h_1 - h_2) \,,$$

a nyomóerőké pedig a

$$W_{nyomó} = \left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}\right) \Delta m$$

alakot ölti. A kinetikus energia megváltozása pedig

$$\frac{1}{2} \Delta m (v_2^2 - v_1^2) \,.$$

Ennek megfelelően a munkatétel a Δm-mel való végigosztás után az

$$\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_1^2 = g(h_1 - h_2) + \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}$$

összefüggésre vezet. Az azonos indexű mennyiségeket az egyenlet egyik illetve másik oldalára rendezve azt kapjuk, hogy:

$$\frac{p_1}{\rho_1} + gh_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{p_2}{\rho_2} + gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

Ezt az összefüggést Bernoulli-egyenletnek nevezzük. Eszerint az összenyomható folyadék súrlódásmentes, stacionárius és örvénymentes áramlása közben az áramlási tér tetszőleges helyén a

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{1}{2}v^2$$

összeg állandó

Abban a speciális esetben, amikor az áramcső vízszintes, vagyis h állandó, és a folyadék összenyomhatatlan a formula visszaadja a korábbi levezetés eredményét.

Megjegyzés:

A Bernoulli-egyenlet stacionárius áramlás esetén érvényes. A stacionaritás feltétele azonban gyakran csak alkalmas, pl. gyorsuló koordinátarendszerben teljesül. Ilyen esetben természetesen a tehetetlenségi erők hatását is figyelembe kell venni. A tehetetlenségi erők hatása megfelelő potenciális energiasűrűség bevezetésével tehető meg. Egyenletesen gyorsuló koordinátarendszerben a Bernoulli-egyenletet a helyzeti energia sűrűséggel analóg $\rho a h$ taggal, egyenletes ω szögsebességgel forgó rendszerben pedig az $\frac{1}{2}\rho r^2\omega^2$ taggal kell kiegészíteni.

Az összenyomható közegek áramlásakor azonban többnyire nem tekinthetünk el a belső energia változásától sem, amit a fenti levezetés nem vesz figyelembe.

Vissza >>>

F10. Palack oldalán kifolyó vízsugár vizsgálata (érettségi feladat)

Feladat:

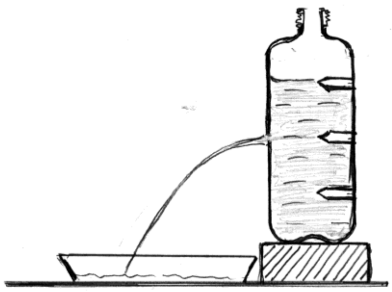
Állítsa össze a kísérletet! Készítsen digitális fotót a kísérletről! A kinyomtatott fotón végzett mérések segítségével igazolja, hogy a vízsugár íve a vízszintes hajítás parabola-görbéjét rajzolja ki! Határozza meg a palack oldalán kilépő vízsugár sebességét!

Szükséges eszközök:

Kb. 10-15 cm magas dobogón álló, 2-2,5 literes műanyag üdítőspalack, oldalán félmagasságban kb. 5 mm-es lyuk, lapos fotótál (vagy magasabb peremű tálca, tepsi), fehér szigetelőszalag, olló, alkoholos filctoll, vonalzó, digitális fényképezőgép állványon, víz, tölcsér.

A mérés leírása:

Állítsa össze a kísérletet az ábra szerint! A palackot és a tálat (a palack oldalán lévő lyuk a tál felé nézzen!) helyezze a dobogóra! A szigetelőszalagból vágott csíkokat a palack oldalára ragasztva jelölje meg a palack magasságának negyedét, felét (itt a lyuk) és háromnegyedét! Mérje le vonalzóval és jegyezze fel a szintjelek távolságát!



Ragassza le szigetelőszalaggal a lyukat, majd töltse fel a palackot vízzel, de ne zárja le! Állítsa be az állványon lévő digitális fényképezőgépet úgy, hogy oldalról merőleges irányból lássa a palackot és a kifolyó vízsugarat (hasonlóan az összeállítási rajzhoz)! Törekedjen arra, hogy a palack és az oldalnyíláson kifolyó vízsugár optimálisan kitöltse a képmezőt! Óvatosan vegye le a lyukat záró szigetelőszalagot! A palack oldalán vékony ívelt sugárban folyik ki a víz. A vízsugár annál távolabb ér a tálba, minél magasabb a kifolyónyílás feletti vízréteg magassága. Ez a víz kifolyásával lassan csökken, így a kiömlő víz sebessége is változik.

- *Készítsen digitális fényképet a kifolyó vízsugárról, amikor a vízszint a palackban éppen eléri a felső jelölést! A felvételt mutassa be a vizsgabizottságnak!*

(Ezután kapja meg a kísérletről korábban elkészített és kinyomtatott fotót, amin a következőkben dolgoznia kell.)

- *A kinyomtatott fotón végzett szerkesztéssel igazolja, hogy a vízsugár alakja parabola!*
- *A fotón mért távolságok és a kísérleti összeállítás reális adatainak ismeretében határozza meg a lyukon kiömlő víz sebességének nagyságát!*
- *A fotón végzett távolságmérések és a kísérleti összeállítás reális adatainak ismeretében határozza meg a lyukon kiömlő víz sebességének nagyságát!*

- *Rajzolja be a vízsugár pillanatnyi sebességének irányát a palackon bejelölt alsó negyed magasságában, és a sebességvektor vízszintes és függőleges komponensének aránya alapján igazolja, hogy a vízsugár sebességének vízszintes összetevője megegyezik azzal a sebességgel, amit egy szabadon eső test szerezne, ha épp olyan magasságból esne kezdősebesség nélkül, mint amekkora a palackban lévő vízfelszín és a palack oldalán lévő nyílás magasságkülönbsége! Az állítás igazolása során használja ki, hogy a szomszédos jelölések közötti távolság azonos.*

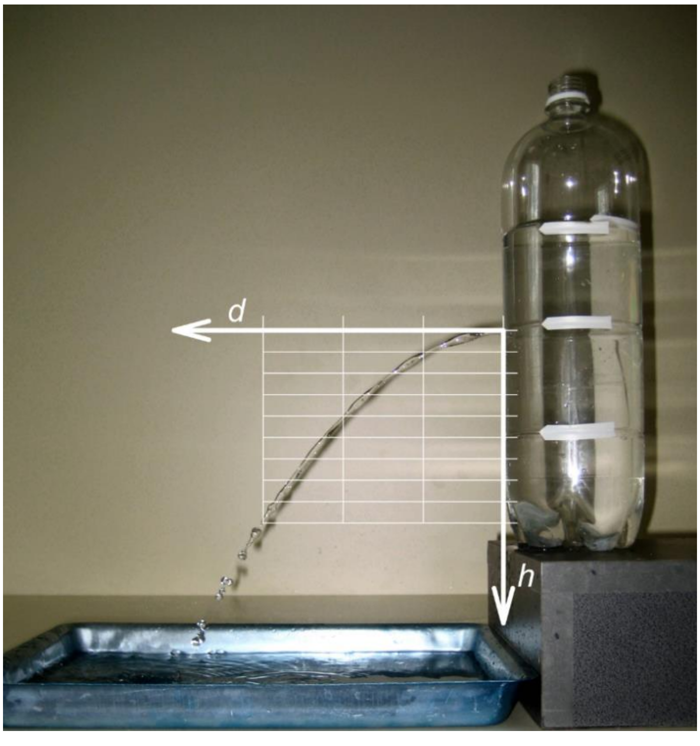
Megjegyzés:

Miután a vizsgán nem elvárható, hogy a tanuló a felkészülési idő alatt a kísérlet összeállítása és a fényképezés után még egy jó minőségű nyomatot is készítsen a fényképről, a kísérletről készült előre kinyomtatott fotót a tanuló kézhez kapja azután, hogy a digitális felvételt a vizsgabizottságnak bemutatta. Javasoljuk ugyanakkor, hogy az iskolai felkészülés során a nyomtatott kép készítése is legyen része a kísérletnek.

Megoldás

A vízsugár a vízszintes hajítás parabola-görbéjét rajzolja ki. A fordított állású parabola csúcspontja a kifolyó-nyílásnál van. Legyen ez a derékszögű koordináta-rendszer origója!

Vegyünk fel a vízszintes tengelyen három egyenlő szakaszt, majd a függőleges tengelyen azt a távolságot, amennyit a kilépő vízsugár az első vízszintes szakasz megtétele alatt esik! Jelöljük be a kétszeres és a háromszoros vízszintes távolságokhoz tartozó esési magasságokat! A vízsugár kétszeres vízszintes távolságához négyszeres esési magasság, háromszoros vízszintes elmozdulásához kilencszeres esési távolság tartozik, ahogy azt a mellékelt ábra mutatja. A fotón végzett szerkesztéssel igazoltuk, hogy a vízsugár parabola-pályán halad.



A vízsugár kezdeti vízszintes sebességének meghatározása

A palack oldalán kilövellő víz vízszintes irányban egyenletesen mozog, függőlegesen szabadon esik. A kilépés után t idővel a víz függőlegesen h utat esett, vízszintesen a kiömlési sebességnek megfelelő egyenletes mozgással jut el d távolságra:

$$h = \frac{g}{2} t^2 ,$$

$$d = vt .$$

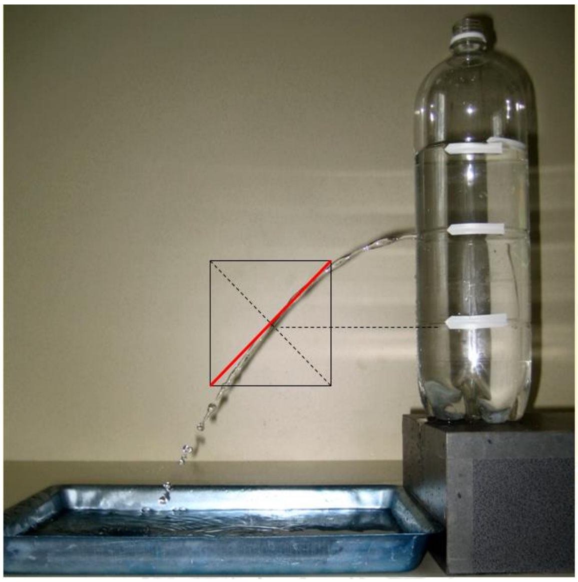
A két egyenletből a t kiküszöbölésével kapott formulából a kezdősebesség v értéke kifejezhető:

$$v = d\sqrt{\frac{g}{2h}} .$$

A sebesség számértékének meghatározásához a vízsugár tetszőleges pontjához tartozó d és h értékek ismeretére van szükség.

Tekintsük például a vízsugár azon pontját, mely a palackot tartó doboz magasságában van! Mérjük le a fotón vonalzóval h és d aktuális értékeit! A fotón mért értékek a fénykép nagyításától függően eltérnek a valós adatoktól. A fotón mért távolságokat tehát, a fotó nagyítását (kicsinyítését) figyelembe véve, valós adatokká kell átszámolnunk. Ehhez vonalzóval mérjük meg a palack oldalára ragasztott szintvonalak távolságát a valóságban és a fotón is. A szintvonalak távolságának valódi és a fotón mért értékének aránya adja a szorzófaktort, aminek segítségével a képen mérhető távolságok valódi értéke meghatározható.

Az utolsó feladatban elvégzendő szerkesztést az ábra mutatja.



A lyukon vízszintes irányú sebességgel lép ki a vízsugár, függőleges sebességkomponense nincs. A vízszintes kilépési sebesség nagysága az igazolandó állítás szerint épp megegyezik azzal a sebességgel, amit egy szabadon eső test szerezne, ha épp olyan magasságból esne le kezdősebesség nélkül, mint amekkora a palackban lévő vízfelszín és a palack oldalán lévő nyílás magasságkülönbsége. E szintkülönbség a fotó készítésének pillanatában épp a felső és a középső jel távolsága. Az alsó jel magasságában a vízsugár vízszintes sebesség-összetevője marad a kilépési sebesség, függőleges sebessége a kiömlőnyílástól az alsó jelig tartó szabadeséséből származik. Mivel a palackra ragasztott jelek távolsága megegyezik, az alsó jel magasságában a vízsugár függőleges és vízszintes sebesség-összetevője azonos nagyságú. Ez azt jelenti, hogy a pályagörbe érintője az alsó jel magasságában épp 45°-os szöget kell, hogy bezárjon a vízszintessel. A szerkesztés ezt igazolja.

Az általunk végzett kísérlet során a jelek valós távolsága a palack oldalán 7,2 cm. Ennek ismeretében a kiömlőnyílás és a palack alja közti valós magasságkülönbségre $h \approx 15{,}3$ cm, a vízszintes távolságra $d \approx 17{,}8$ cm adódik. E valós távolságértékek behelyettesítésével a víz vízszintes irányú kiömlési sebessége $v \approx 1{,}02\ \mathrm{m/s}$.

Kiegészítés Bernoulli törvényének alkalmazásával.

A tartály oldalnyílásán kiömlő víz sebessége a Bernoulli törvény segítségével egyszerűen megadható. Mivel az edény keresztmetszete sokkal nagyobb a nyílás keresztmetszeténél, ezért a folyadék áramlási sebessége az edényben elhanyagolható a kifolyási sebességhez képest, azaz az edényben a nyílás magasságában a víz hidrosztatikai nyomása megegyezik a nyíláson kilépő vízsugár torlónyomásával.

$$h\rho g = \frac{1}{2}\rho v^2 ,$$

ahonnan

$$v = \sqrt{2gh} .$$

A palackban lévő víz szabad felszíne és az oldalsó kifolyónyílás közti szintkülönbség $h \approx 7{,}2\ cm$. Ezt felhasználva a kiömlési sebességre $v \approx 1{,}2\ \mathrm{m/s}$ érték adódik. A hajítási távolságból visszaszámolt sebességhez viszonyítva a Bernoulli törvényből számított eredmény, mintegy 20% -kal nagyobb. A különbség a távolságmérés hibáján túl abból adódik, hogy a Bernoulli törvény ideális folyadék áramlására vonatkozik. A kiömlő nyílás éles pereme megzavarja az áramlást, és csökkenti sebességét.

A szigorúan vett érettségi méréstől érdemes kísérlettel is továbblépni! Mérjük le a palack falán vágott lyuk átmérőjét, (a PET-palack oldalán lángban felforrósított fémcsővel könnyen vágható ki szabályos kör alakú nyílás) és számítsuk ki a lyuk felületét! Ismételjük meg a kísérletet és fogjuk fel a kiömlő vizet mérőhengerbe, miközben a vízszint a palack oldalán lévő szintjelző csík kb. 5 mm szélességével csökken! Határozzuk meg a felfogott víz térfogatát, és vessük össze a mért térfogatot a fentebb meghatározott kiömlési sebességekkel! A mért víztérfogat csak kb. fele a számítás alapján várt értéknek.

Az eltérés oka az, hogy a víz nem a nyílás teljes keresztmetszetén folyik ki, hanem annak csak egy részén. Jelölje a lyuk felületét A, a kiömlési keresztmetszetet A^*. Számítsuk ki mennyi víz folyik ki a lyukon!

A nyíláson Δt idő alatt v vízszintes irányú sebességgel kiömlő víz impulzusa $I = mv$. A víz m tömegét a kilépő vízsugár A^* keresztmetszetével, a v kiömlési sebességgel, a víz ρ sűrűségével és Δt-vel fejezhetjük ki

$$m = A^* v \rho \Delta t .$$

Az impulzustétel értelmében az m vízmennyiség I impulzusra Δt idő alatt a nyílás szintjén ható hidrosztatikai nyomásból származó erő hatására ($F = Ah\rho g$) tesz szert, azaz

$$Ah\rho g \cdot \Delta t = A^* v^2 \rho \Delta t .$$

A kiömlési sebesség fentebb kiszámított értékét ($v = \sqrt{2gh}$) felhasználva adódik, hogy a kilépő vízsugár keresztmetszete a palack oldalán lévő lyuk területének fele:

$$\frac{A}{2} = A^*.$$

A palack oldalnyílásán Δt idő alatt kiömlő, és mérőhengerben felfogott vízmennyiség mért értéke jól egyezik az impulzustétel alapján a nyílás felének megfelelő keresztmetszeten számolt mennyiséggel.

Vissza >>>

F11. Az általános légkörzés és a tengeráramlások

A Föld légkörének és a világtengereknek az áramlásában sokféle szabályosság figyelhető meg. Ezek a szabályosságok az átlagos áramlások sajátosságai, a pillanatnyi szélsebességek és a tengeráramlatok mozgása ettől jelentősen eltérhet. Például Columbus, amikor 1492-ben első felfedező útját tette Amerika felé, rendkívül szerencsés volt, mert hajóit az átlagostól erősen eltérő szelek segítették. A 30. szélességi kör környékén szokásos gyenge és nagyon változékony szelek helyett a stabil északkeleti szelek (trade winds) erősen északra húzódtak és meggyorsították Columbus útját. Mégis, az átlagos áramlások vizsgálata jó globális képet ad arról, hogy a légkört és a tengereket érő hatások hogyan érvényesülnek, és mitől függhetnek.

A légköri és a tengeráramlások fizikai okainak vizsgálata jó lehetőséget biztosít arra, hogy a természetföldrajz és a fizika között kapcsolatot teremtsünk. Az áramlásokat diákjaink általában földrajz órán már sokkal korábban tanulják, mint amikor fizikából birtokába kerülhetnek azoknak az ismereteknek, amelyek az áramlások okait is megmutatják. Az általános szélrendszer fontos ismeretekkel szolgál a földi légkör viselkedéséről, így akár szakkörön, akár egyes részleteiben fizikaórai illusztrációként nagyon jól felhasználható alkalmazásául szolgálhat a fizikai törvényeknek.

A levegő és a tengerek áramlásait a földfelszín egyenetlen sugárzási eloszlása hozza létre. Tudjuk ugyan, hogy összességben a Földre beérkező és róla kilépő sugárzási energia ugyanakkora, azonban a besugárzás és a kisugárzás földrajzi hely szerinti eloszlása nem egyenletes. Az egyenlítői régióban besugárzási többlet, azaz melegedés, a sarki területeken pedig kisugárzási többlet, azaz hűlés tapasztalható. A melegebb területek felől a hidegebbek felé hőt szállító áramlások indulnak! Ehhez járul még a földtengely dőlése, a Föld forgása, és a szárazföldek és a tengerek különböző sugárzási tulajdonságai. Mindez együttesen bonyolult hőmérsékleti viszonyokat teremt. Általános képként elmondhatjuk, hogy az általános légkörzés alapvetően az egyenetlen felmelegedés kiegyenlítésére induló áramlások miatt jön létre. Ezeket az áramlásokat a föld forgása miatt fellépő Coriolis-erő eltéríti. Tovább bonyolítja a képet, hogy bár az áramlások nagy átlagban mindig ugyanúgy mennek végbe, mind időben, mind helyileg nagy ingadozások is létrejöhetnek bennük.

A légkör és a tengerek mozgásában a sugárzás melegítő hatása nagyon eltérő módon érvényesül. A Nap sugárzása a légkörön áthatol és a földet és a tengervizet melegíti. A felmelegedő felszín a Nap döntően rövidhullámú sugárzását a légkör felé hosszúhullámú formában visszasugározza. A légkört ez a sugárzás melegíti. Ennek megfelelően a légkör úgy viselkedik, mint a gáztűzhelyre tett alulról melegített lábos víz. A felmelegedő levegő sűrűsége csökken és heves feláramlás ún. konvekció indul meg benne. A feláramló levegő helyét ezután oldalról beáramló levegő foglalja el, s a feláramlást is ellensúlyozni kell lefelé áramló légrészeknek. Így a levegő áramlásai cellás szerkezetűek lesznek, fel és lefelé szálló légtestek keletkeznek, ami heves ún. turbulens átkeveredést biztosíthat a levegőben.

A tengerek azonban felülről melegednek. A felmelegedő kisebb sűrűségű réteget a gravitációs erő nem kényszeríti lefelé mozgásra. Így a tengerek átkeveredését kicsiny, mondhatni másodlagos hatások hozzák létre. A felszíni áramlásokat pedig döntően a légköri szelek hajtják.

A légkör áramlásai

Az áramlások megértéséhez ideális, csak egy-egy fontos hatást figyelembevevő áramlási képeket képzelhetünk el, majd ezeket egymásra „szuperponálva" megérthetjük a földi légkörzés átlagos viselkedését.

Amennyiben az álló Földet a Nap az egyenlítő síkjában naponta körbejárná, (ahogyan ezt az Ókorban képzelték) akkor, a sugárzás a levegőt az egyenlítőtől a sarkokig egyenetlenül melegítené fel. Az egyenlítőn felmelegedő levegő felszállna, helyére a talajon hideg levegő áramlana, a meleg levegő pedig, a magasban a sarkok felé áramlana, ahol kihűlve lefelé mozogna. Mindkét féltekén kialakulna tehát egy-egy légkörzés, ami a hőmérséklet kiegyenlítődését szolgálná.

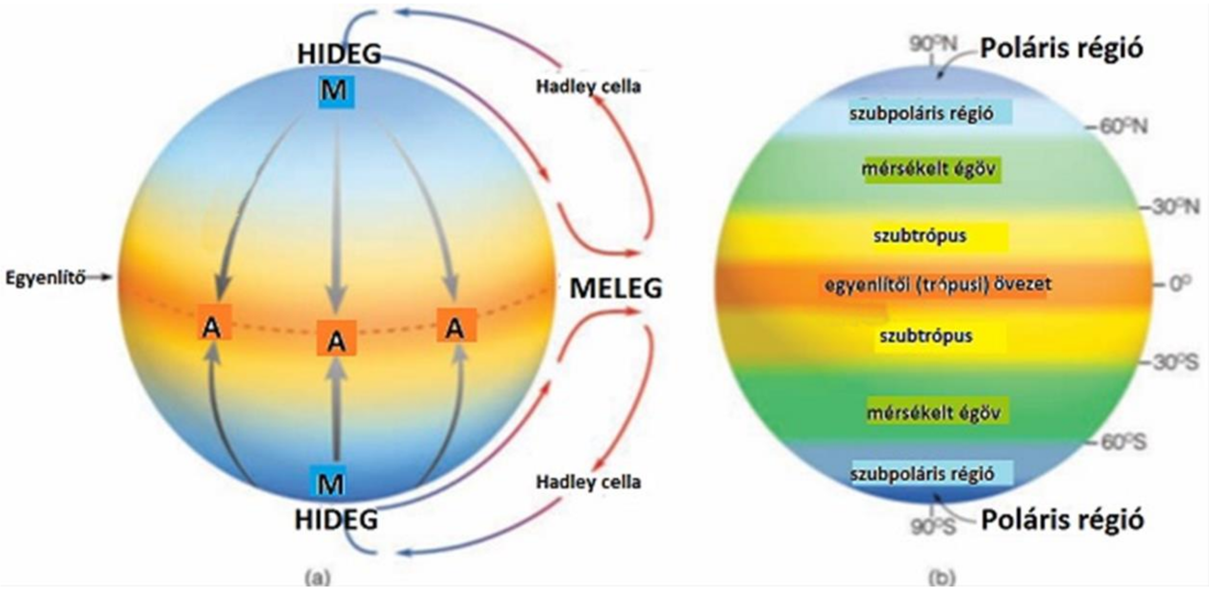
Ha a Föld forogna, de a Nap nem melegítené a légkört, akkor a levegő hamarosan felvenné az adott helyen a forgásnak megfelelő sebességet, és együtt mozogna a Földdel, azaz a Földhöz képest nem jönnének létre áramlások.

A valóságban a két hatás együtt működik, megtetézve azzal, hogy a Föld tengelye nem merőleges az ekliptika síkjára. Ez utóbbi hatás okozza – mint már említettük – az évszakok változását.

A helyzet pontosabb megértésére konstruáljunk egyszerű modelleket, amelyekben nem minden hatás érvényesül egyszerre. A modellek még egyszerűsített formában is bonyolultak. Mennyiségi következtetésekre alkalmatlanok, a belőlük levonható kvalitatív következtetések is csak akkor lesznek érthetőek a diákok számára, ha a Coriolis-erő fogalmával tisztában vannak és értik hatásmechanizmusát. Minimális követelmény, hogy értsék, a horizontális síkban (vízszintes síkban) mozgó levegőt a Coriolis-erő az északi féltekén jobb felé, a délin bal felé téríti el eredeti irányától. További bonyodalmat okozhat a szélirányra vonatkozó nyelvi szabály: A szelet jelző égtáj azt mondja meg, hogy a szél merről fúj, de adott égtájjal meghatározott szél esetén a szélben a levegő mozgása éppen a szemközti égtáj felé történik. Például az északi szélben a levegő délfelé mozog. A szél irányának és a levegő mozgásának a meghatározásakor nagyon pontosan kell fogalmazni.

Az egycellás légkörzés

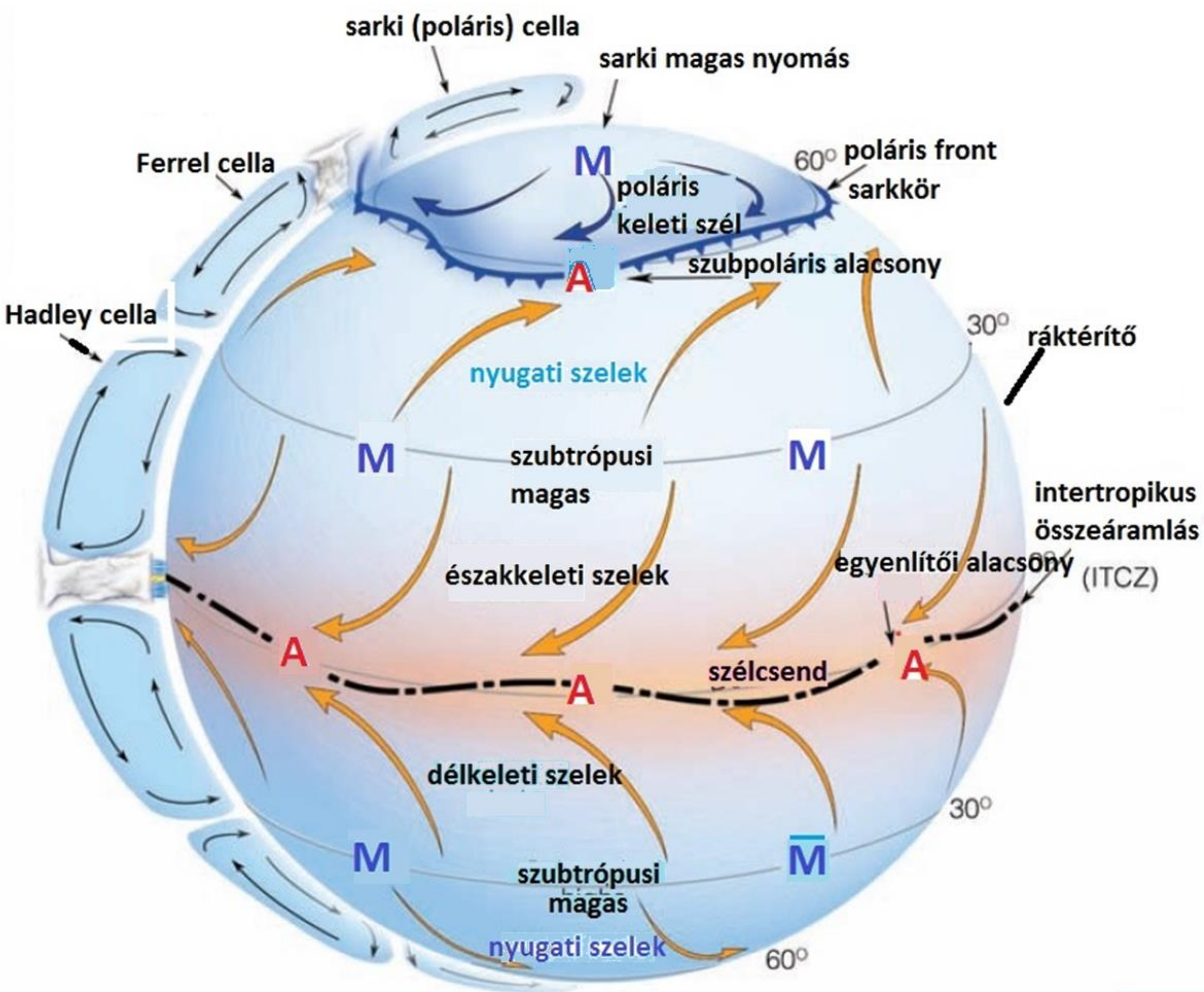
Képzeljük úgy, mintha a földet egyenletesen víz borítaná, nem forogna és a tengelye sem lenne dőlt, azaz a Nap mindig az egyenlítő felett lenne. A föld légkörében ekkor az egyenlítőn felforrósodó levegő feláramlása tartósan alacsony nyomást hozna létre. A feláramló levegő a magasban észak felé áramolva kihűlne, és a sarkok környékén tartós magas nyomást létrehozva lefelé áramlana. A föld felszínén ez a hideg levegő visszaáramlana az egyenlítő felé és az anyagmegmaradás törvényének megfelelően zárná a cellát (alsó ábra). Ez azt jelenti, hogy egy-egy hatalmas áramlási cella keletkezne mindkét féltekén.



A cella, aminek létezését Hadley (1685-1768) már a 18. században felvetette rendkívül hatékonyan szállítja (szállítaná) a hőt az egyenlítő felől a sarkok felé. Az ilyen típusú cellát az ő tiszteletére Hadley cellának nevezzük. A tényleges szélirányok azonban ellentmondanak az egycellás elképzelésnek. A földön ilyen egyszerű, egyetlen cellából álló légkörzés nem alakulhatott ki! Az átlagos szél a föld felszínén nem a sarkok felől fúj! Az egyetlen cella feltételezése akkor sem vezet reális elképzelésre, ha figyelembe vesszük a Föld forgása miatt fellépő Coriolis-erőt is. A Coriolis-erő mind az északi, mind a déli féltekén nyugati irányba, azaz a Föld forgásával szembe fordítaná a pólus felől a felszínen az egyenlítő felé áramló levegőt. A talajon erősen súrlódó keleti szelek (a nyugati irányú légmozgás) a Föld forgását folyamatosan lassítanák. Ilyen hatást azonban nem tapasztalunk. Az ily módon jósolt, az egész földön nyugat felé fújó szél ugyancsak ellentmond a tapasztalatnak.

A három cellás áramlási rendszer

Az egycellás áramlási rendszer, mint láttuk még a Coriolis-erő hatását figyelembe véve sem ad reális képet a nagy légköri áramlási rendszerről. Három cella feltételezésével azonban már a tapasztalatokat viszonylag jól közelítő áramlási rendszerhez juthatunk. Bár ez az elképzelés sokkal bonyolultabb, mint az egycellás modell, mégis sokban emlékeztet rá. Döntően most is a trópusi területek többlet sugárzási hője és a pólusok sugárzási deficitje alakítja a képet. Emiatt a sarkokon magas, az egyenlítő környékén pedig alacsony nyomás uralkodik. E két karakterisztikus nyomású terület között azonban a térítő körök közelében további magas, a sarkkörök közelében pedig alacsony nyomású terület alakul ki. Ezek alkotják a háromcellás áramlási rendszer „sarokköveit”



Az ábra a háromcellás modell sémáját mutatja. A rendszer megértése az ábra gondos diszkussziójával lehetséges. Mindkét féltekén, de elsősorban az északin jól látszik a három cella horizontális áramlásának sematikus képe. A földgömb bal oldalán pedig a cellák vertikális áramlásának egyszerűsített képe látható.

Az egyenlítőtől indulva az egycellás áramlási képhez hasonlóan mindkét féltekén kialakulnak a Hadley cellák, azonban nem érnek el a sarkokig, mert az áramlás a térítő körökön kissé túl, a 30. szélességi kör tájékán kialakuló magas nyomás miatt lefelé, majd a talajon visszafelé az egyenlítő irányába fordul. (Az ábra mutatja, hogy a 30 szélességi körnél a magas nyomás miatt a talajon szétáramlás keletkezik, azaz a levegő egy része a pólus felé mozog. Erre a későbbiekben visszatérünk).

A pólusok környékén is hasonló a kép, mint ami az egycellás áramlási rendszerben kialakulna. A levegő lefelé mozog és a talajon a pólusoktól az egyenlítő felé indul vissza. A visszaáramlás azonban a sarkkörökön kissé túljutva a 60 szélességi kör táján kialakuló alacsony nyomású övezet miatt felfelé és a magasban a sarkok felé fordul. (A kép mutatja, hogy a 60 szélességi kör táján a magasban keletkező szétáramlásban a levegő egy része az egyenlítő felé mozog. A szétáramlás hasonló a Hadley cellát lezáró talaj menti szétáramláshoz.)

Az egyenlítői és a sarki áramlás tehát nem kapcsolódik egyetlen nagy légkörzéssé. A két áramlást a nagyjából a 30. és 60. szélességi kör között kialakuló Ferrel cella kapcsolja össze. A cella önálló légkörzése a 30 szélesség körül lefelé, majd a talajon a pólusok felé áramló és a 60 szélesség körül felfelé forduló és a magasban visszaáramló levegőből áll. A cella légkörzése éppen fordított, mint a Hadley és a poláris celláé. Emiatt inverz cellának is nevezik. A Ferrel cella érthetővé teszi, hogy a talajon a 30. szélességi körön, illetve a magasban a 60 szélességi körön szétáramló levegő hogyan kapcsolódik a Hadley és a Poláris cella áramlási rendszerébe, és a két cellát hogyan kapcsolja össze a közöttük keletkező inverz forgásirányú cella. A mérsékelt égövi áramlásoknak ezt a képét William Ferrel (1817-1891) javasolta.

Vizsgáljuk meg most kissé részletesebben ezt az áramlási rendszert!

A Hadley cella

Az egyenlítő közelében a tengerek felett a levegő meleg és a szelek nagyon gyengék. A vitorlás hajók számára ez a szélcsendes öv félelmetes volt, a meleg és a várakozás a szélre, rossz hangulatú monoton napokat hozott a hajósoknak, ezért nevezik ezt a szél övezetet angol kifejezéssel doldrumnak, ami egyaránt jelenti a rossz kedélyállapotot és a szélcsendet.

A meleg felszín felett felforrósodó nedves levegő kitágul, és hevesen felfelé áramlik. Az adiabatikus tágulás miatt lehűl, nedvessége kicsapódik, emiatt hatalmas zivatarfelhők keletkeznek benne. A kicsapódó vízgőz latens hője azonban újra visszamelegíti a levegőt, emiatt a feláramlás továbbra is igen heves marad. (Amennyiben ez a téma akkor kerül elő, amikor a vízmolekula tulajdonságai és a kémiai kötések már ismertek, akkor ez jó alkalom arra, hogy felidézzük, a víz asszociált folyadék és magas latens hője a molekulákat összekapcsoló másodlagos kémiai kötéseknek, a hidrogén hidaknak köszönhető.)

Ez a heves feláramlás a meghajtója a Hadley cella légkörzésének! Amikor a feláramló levegő beleütközik a tropopauzába, a felfelé mozgás megszűnik, a magasba érkező levegő szétterül és a sarkok felé mozog. A sarkok felé mozgó levegőt a Coriolis-erő az északi féltekén jobbra, a délin balra téríti, emiatt a magasban mindkét féltekén nyugatias szelek fújnak. Eközben ez a levegő folyamatosan hűl (infravörös sugárzást bocsát ki) és a Föld gömb alakja miatt a hosszúsági körök mentén a sarkok felé haladva összetorlódik. Emiatt alakul ki a szubtrópusi magas nyomású öv (más néven szubtrópusi anticiklon). A magas nyomás miatt a levegő lefelé mozog, és adiabatikusan összenyomódva felmelegszik, szétoszlatja a felhőket és a talajon magas hőmérsékletet eredményez. Ez az oka, hogy ezen a területen alakultak ki a Föld legnagyobb sivatagjai. (Afrikában a Szahara, Észak–Amerikában a Sonora sivatag.)

A magasnyomású övezetben a tengerek felett kicsi a nyomás gradiens, emiatt többnyire gyenge szelek fújnak. Az Amerika felé hajózó vitorlások gyakran vesztegeltek ebben a régióban és a legenda szerint, amikor a hajón szállított lovak elpusztultak, mert nem jutott számukra elegendő abrak, tetemüket a vízbe dobták. Ezért a 30. fok körüli szélességeket máig is horse latitudes (ló szélességeknek) is nevezik.

A szubtrópusok felől a talajon az egyenlítő felé áramló levegőt a Coriolis-erő a magasban a sarkok felé áramlóhoz hasonlóan az északi féltekén jobbra, a délin balra téríti. Ennek megfelelően mindkét féltekén a 30. szélességi körtől az egyenlítőig keleties szelek fújnak. (Az északi féltekén északkeleti, a délin délkeleti.) Ezek a passzát szelek, amelyek mintegy kijelölték az utat a tengeren keresztül Európából Amerikába, ezért „trade wind”-nek szélösvénynek is nevezik őket.

Az északi és a déli félteke passzát szelei az egyenlítőn találkozva összetorlódnak. Ez a trópusközi összeáramlási zóna (Intertropical Convergence Zone, röviden ITCZ). Az összetorlódó levegő felemelkedik, s ismét megkezdi körforgását a Hadley cellában.

A Ferrel cella

A szubtrópusi magasnyomás nem fordítja a leszálló levegő teljes mennyiségét az egyenlítő felé! A levegő egy része a sarkok felé áramlik. Az északi féltekén ezt a talajon észak felé áramló levegőt a Coriolis-erő kelet felé téríti, és így nyugatias szél jön létre. (Ugyancsak nyugatias szél alakul ki a Déli féltekén is, mert ott a pólus felé áramló levegőt a Coriolis-erő balra téríti el.) Ezt az övezetet a nyugati szelek zónájának szoktuk nevezni, azonban a nyugati szelekre nem számíthatunk annyira biztosan, mint például a keleties passzát szelekre. Ezt a bizonytalanságot az ebben az övezetben képződő ciklonok és anticiklonok okozzák, mert felszabdalják a mérsékelt égövi áramlást és a bennük körben áramló levegő nagyon változékony széljárást okoz. A mérsékelt égövben tehát inkább csak arról beszélhetünk, hogy az uralkodó szélirány nyugatias.

A talajon a pólusok felé áramló enyhe levező a 60. szélességi kör táján összeütközik a sarkok felől, az egyenlítő felé áramló hideg levegővel. A kétféle levegő azonban nem keveredik össze, határfelületüket polár frontnak nevezzük. A szubpoláris alacsony nyomású területen összeáramlás és felfelé áramlás tapasztalható. Ezen a részen az ég felhős és gyakran keletkeznek viharok.

A felemelkedő levegő egy része a magasban az egyenlítő felé áramolva visszakapcsolódik a Ferrel cella légkörzésébe.

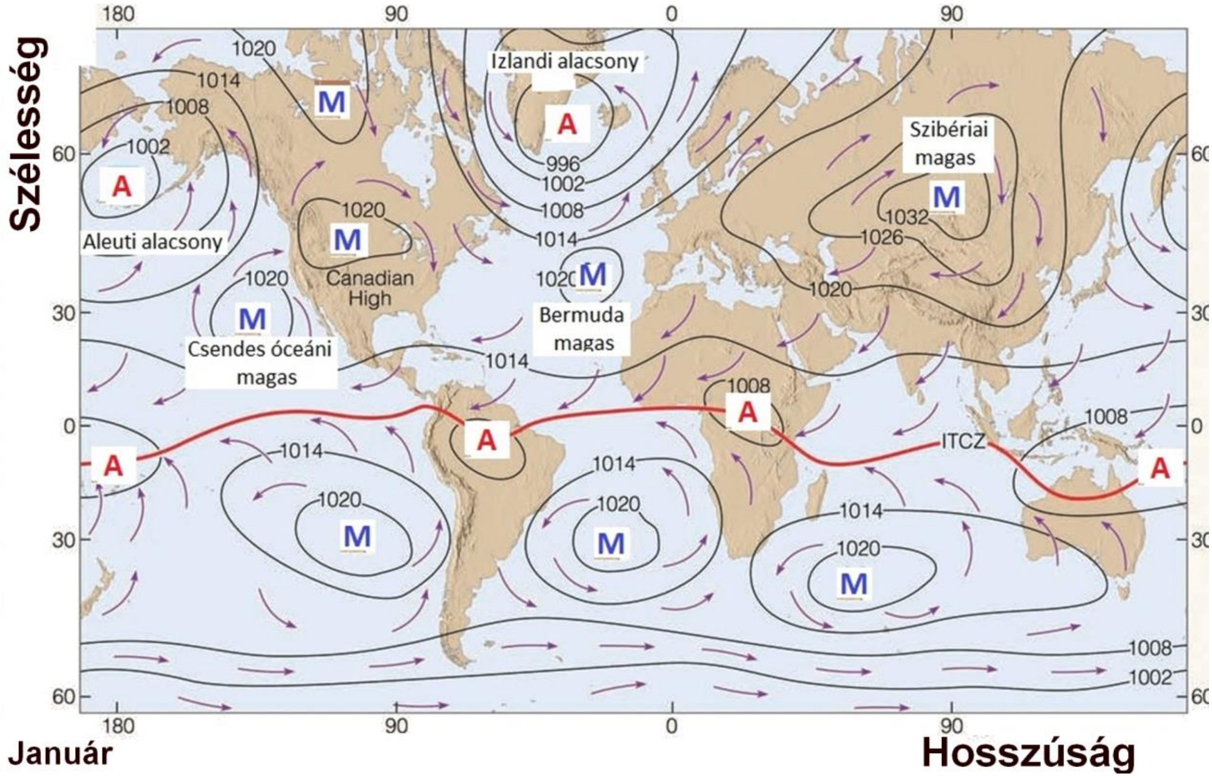
A poláris cella

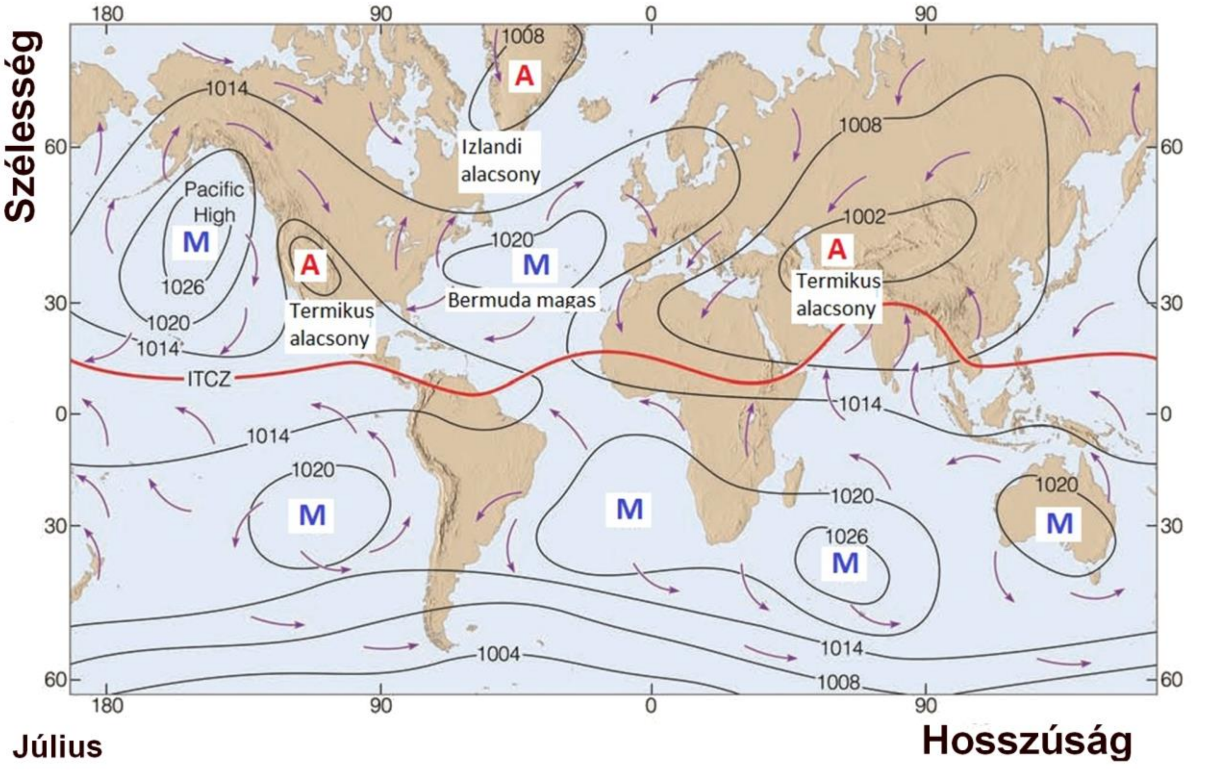
A polárfront mögött a talajon a sarkok felől az egyenlítő felé fújó szeleket a Coriolis-erő mindkét féltekén nyugat felé téríti, azaz keleties szelek fújnak. A front mentén a levegő felemelkedik, egy része fent a pólusok felé mozog és a Coriolis-erő miatt keleties irányú légmozgás (nyugatias szél) keletkezik belőle. A levegő a sarkok környéké lefelé mozog és a talajon a polár front felé áramolva zárja a poláris cella légkörzését. Télen a polárfront a közepes és szubtrópusi szélességek felé húzódik, és hideg kitöréseket hoz létre.

A három cellás modell és a valódi szelek

A három cellás modell viszonylag jól érthető és a talajon nagyrészt a tapasztalattal megegyező széljárási képet mutat, azonban éppen a mérsékelt égövön a Ferrel cellában a modellel ellentmondó tapasztalati tényekre bukkanhatunk. Tudjuk például, hogy a közepes szélességeken a magasban a szélirány keleti ugyanakkor a modell itt nyugati irányú légmozgást (keleti szelet) jósol. A következőkben összevetjük a háromcellás modell jóslatait és a tapasztalatokat.

A következő két ábra rendre a januári és a júliusi átlagos nyomást és szél eloszlást mutatja. Megfigyelhető, hogy vannak a nyomáseloszlásnak hasonló elemei a két ábrán, azaz léteznek a földön olyan körzetek, ahol mindig magas, illetve alacsony.





Az északi féltekén ilyen jó közelítéssel állandó nyomási rendszer a Kelet-atlanti Óceánon a 25. és 35 szélességi fok közötti Bermuda-Azori magas nyomás, és a Csendes Óceáni magas nyomás. Ezeket a folyamatosan magas nyomású régiókat nevezzük szubtrópusi anticiklonnak. A magasnyomású régió körül a szélirány az óramutató járásával ellentétes, ezért a Hadley cella keleties „trade wind"-je és a Ferrel cella nyugatias szeleinek iránya is változik, az előbbi erőteljesebben dél felé, az utóbbi pedig észak felé szállítja a levegőt. A déli féltekén, ahol kevesebb a szárazföld, az anticiklonális cirkuláció sokkal dominánsabban látható a magas nyomású területek körül, mint az északin.

Kialakulnak jellegzetesen alacsony nyomású területek is. Az északi féltekén az Izlandi alacsony nyomás Izland és Grönland felett, az Aleuti alacsony nyomás pedig a Csendes Óceán északi részén az Alaszkai öböl és a Bering tenger felett helyezkedik el. Ezekben a régiókban a ciklonális áramlás miatt különösen télen gyakoriak a kelet felé mozgó viharok.

A déli féltekén a szubpoláris területen a szárazföldek hiánya miatt folytonos alacsony nyomású árok, és ennek megfelelőköráramlás alakul ki a déli sarok körül.

A téli helyzetet reprezentáló januári térkép további, de csak a téli félévben fennmaradó anticiklonális régiókat mutat. Az északi féltekén a hatalmas Szibériai anticiklon a kontinens erős lehűlésének a következménye. Hasonló, de kevésbé erőteljes anticiklonális terület a Kanadai magas nyomású körzet. A nyár közeledtével a szárazföldek melegednek, az anticiklonok leépülnek és a nyári erőteljes kontinentális melegedés miatt helyettük a téli anticiklonoknál délebbre sekély „termikus” ciklonok keletkeznek Észak Amerika sivatagos részei és az Iráni fennsík és India északi része felett. Az India felett megerősödő ciklonális terület következménye az Indiai és Délkelet Ázsiai nyári nedves monszun szél.

A januári és júliusi térképek összehasonlítása az északi féltekén azt mutatja, hogy a télen erőteljes szubpoláris (izlandi) alacsony nyomás nyárra alig észlelhetővé válik. A szubtrópusi magas nyomás azonban mindkét évszakban domináns marad.

A tengerek áramlásai

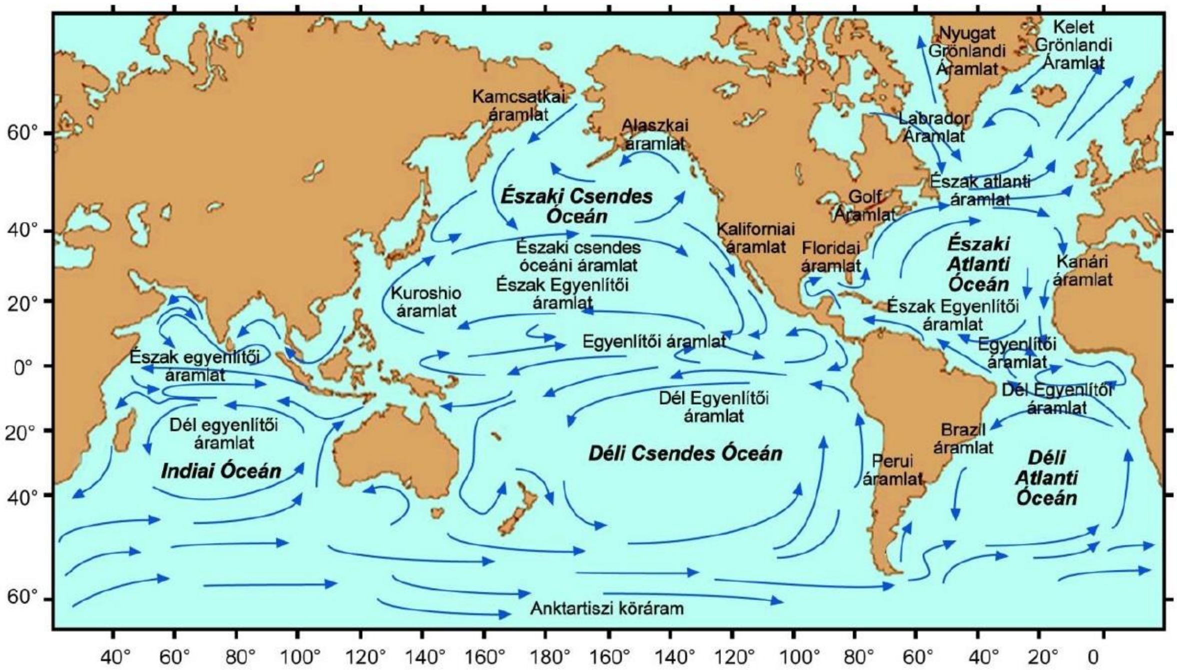
Az óceánok vize a légkörhöz hasonlóan folytonos mozgásban van. A hatalmas óceáni vízkörzések mellett az óceánokban is megtalálhatóak a legkülönbözőbb méretű nagy, közepes és egészen kicsiny örvények. Ezt a széles skálájú mozgást a légköri mozgásrendszerhez hasonlóan a Földet egyenetlenül melegítő napsugárzás energiája tartja fenn és részleteiben a Föld forgásából származó Coriolis-erő, valamint a szárazföldek korlátozó hatása alakítja ki. A tengerek azonban, mint már említettük felülről melegednek, így mélységi átkeveredésük a légkörhöz képest sokkal lassúbb és heves konvekciós áramlások nem keletkeznek bennük.

A fentiek mellett további két hatást kell figyelembe vennünk, az egyik a felszín felett fújó szél, ami a tenger vékony felszíni rétegével súrlódva összekapcsolja a nagy légköri mozgásrendszert a tengeráramlásokkal, és a tengermozgás horizontális sebességeloszlását, határozza meg, a másik a tengervíz sűrűségének változásából adódó felhajtóerő. A tengervíz sűrűségét a hőmérséklete mellett sótartalma határozza meg. Ha a tenger felszínén a víz sűrűbbé válik, mint a mélyebb rétegekben, akkor a rétegződés instabillá válik és a felszíni nagyobb sűrűségű víz lesüllyed. A sűrűségeloszlás a vertikális átkeveredést határozza meg. Az utóbbi hatására kialakuló áramlást szokás termohalin cirkulációnak is nevezni.

A következőkben a tengeráramlásokat nem kívánjuk részleteiben tárgyalni, hanem csak a legfontosabb dinamikai hatások érzékeltetésére és az átlagos mozgások ismertetésére törekszünk. A domináns jelenségeket, szél hatását és a sűrűségkülönbség miatt kialakuló mélységi áramlásokat a légköri mozgáshoz hasonlóan egymástól elválasztva tárgyaljuk.

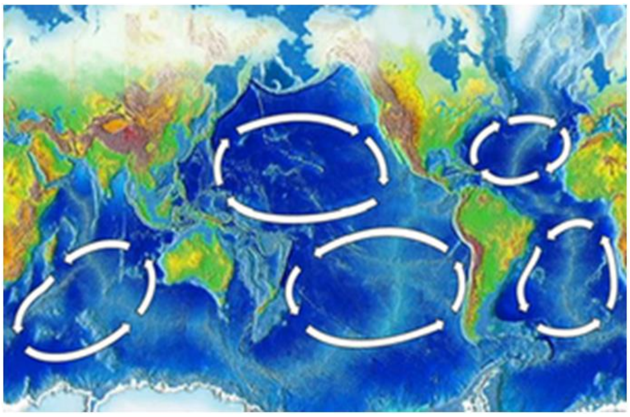
A szélfútta tengeráramlások

Az ábra az északi félteke nyarára átlagolt tengeráramlási képet mutatja. Látszik, hogy a légkörhöz hasonlóan a felszíni tengeráramlások is az egyenetlen melegedés kiegyenlítésére indulnak meg, azonban a szárazföldek és a Coriolis-erő eltérítő hatása módosítja az áramlási képet. „Madártávlatból nézve” jól érzékelhető a hasonlóság a globális légköri áramlás és a tengeráramlás között.



Adott áramlási részletet, például a Golf áramlást vizsgálva, ez a hasonlóság már nem olyan szembeötlő. Méginkább eltérnek a képek, ha adott pillanatban vizsgáljuk adott helyen a szél és tengermozgás sebességét. Ennek oka az, hogy a tengeráramlásokat nem képzelhetjük a tengeren belül állandósult nagy folyóknak, még az olyan stabil képződmények is, mint a Golf áramlás folytonosan változtatják helyüket, hosszabb időre stabilizálódó, majd megszűnő meandereket alkotnak és örvények, örvénysorok szakadnak le róluk. Pusztán a sebességkép alapján nem egyszerű megérteni, hogy a szél hogyan alakítja a felszíni tengeráramlásokat.

Összességében azonban az átlagolt áramlási képen jól felismerhető öt nagy tengeri köráramlás (gyre); az Észak- és Dél-atlanti, az Észak- és Dél-csendes Óceáni, valamint az Indiai Óceáni köráramlás. Ezeknek az áramlásoknak jól felismerhető sajátossága, hogy anticiklonálisak, hiszen az északi áramlások az északi medencék áramlásai az északi féltekére, a déli medencéké pedig a déli féltekére esnek, és az áramlások jól követik az egyenlítő környéki keleti passzát és a mérsékelt övek nyugati szelének irányát.



A sarkok felé még néhány további jellegzetes áramlás is kialakul. A sarkköri alacsony nyomású zónában mind az Észak-atlanti, mind az Észak-Csendes óceánban ciklonális köráramlás található, a Déli féltekén pedig az Antarktisz körül cirkumpoláris áramlás alakult ki.

A szél és a tengerfelszín kölcsönhatása

A tengerfelszín felett fújó szél egyrészt áramlásba hozza a vizet, másrészt hullámokat kelt a felszínen. Nyilvánvaló, hogy minél nagyobb a szél sebessége, annál nagyobb a létrehozott áramlás sebessége. A tengerfelszínnel súrlódó szél által létrehozott súrlódás jellegű nyírófeszültséget szél-súrlódásnak nevezzük. A súrlódási feszültség a vízfelszínre a szél irányában hat, nagysága pedig a

$$\tau = cv^2$$

tapasztalati összefüggéssel adható meg, ahol v a szélsebesség, c pedig a légköri körülményektől függő állandó. Értéke a szélsebességgel növekszik. Durva szabályként elfogadható, hogy a 10 m magasságban fújó 10 m/s sebességű szél jó közelítéssel 0,2 N/m^2 nyírófeszültséget gyakorol a tenger felszínére, amiből $c = 2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Ns^2/m^4}$. Ez az érték általában más szélsebességeknél is jól használható a nyírófeszültség meghatározására. További tapasztalati tény, hogy a szél hatására keletkező tengeráramlás sebessége nagyjából 0,03 szorosa a szél sebességének.

A víz felületén ható nyíróerő a folyadék mélyebb rétegeit is mozgásba hozza, a folyadékrétegek közötti erőhatást viszkózus erők közvetítik. Lamináris áramlásban az úgynevezett molekuláris viszkozitást kell figyelembe venni. A tengerek áramlása azonban nem lamináris, hanem örvényes, ami hatékonyabb átkeveredést biztosít. Az így keletkező viszkózus erőt örvényes vagy turbulens viszkozitásnak nevezzük. Amennyiben nem lenne turbulens viszkozitás, akkor a felszíni szél hatását már 2 m mélyen sem lehetne észlelni. Mindazonáltal, az, hogy a felszíni nyírás milyen mélyre hatol a tengerbe, erősen függ a felszín közeli réteg átkeveredettségétől, azaz attól, hogy a tenger felszíni rétege mennyire homogén. Homogén rétegben, amelynek sűrűsége csak csekély mértékben változik a mélységgel, a turbulens viszkozitás hatása könnyen érvényesül. Amennyiben a folyadék rétegezett, azaz sűrűsége erősen változik a mélységgel, a viszkózus erők jóval kevésbé képesek a felszíni nyíró erők közvetítésére. A tenger felszínén lévő homogénnek tekinthető jól átkeveredett réteg alatt helyezkedik el a termoklinnek nevezett réteg, amelyben a hőmérséklet és a sűrűség erőteljesen változik a mélységgel. Ez a réteg az állandó hőmérsékletűnek tekinthető mélytengeri rétegig tart. Nagyságrendileg a felszíni réteg 100, a termoklin 1000 m vastagságú, értéke azonban erősen függ a körülményektől. Amennyiben a termoklin nagyon erős hőmérsékleti ugrással kezdődő réteg, akkor a felszíni nyírás szinte egyáltalán nem hozza mozgásba ezt a réteget, a szél hatása a keskeny felszíni rétegre korlátozódik, amely elsiklik az alatta lévő vízrétegen. (Érdekes következménye ennek például a hajókra ható ellenállás hirtelen megnövekedése a merülési mélységgel. A sekély merülésű hajók a termoklin réteg felett könnyen mozognak, a mély járásúak azonban bemerülnek a termoklin alatti rétegbe is és a rájuk ható közegellenállási erő megnövekszik.)

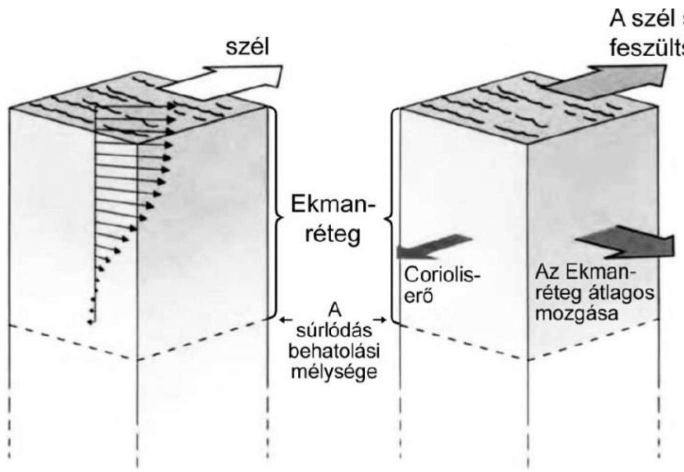
Az Ekman spirál

Amikor a nyugvó vízfelszín felett elkezd fújni a szél, akkor a meginduló vízáram először gyorsulni kezd, majd eléri stacionárius sebességét. Az állandósult áramlás azonban meglepő tulajdonságokat mutat.

1890-ben Nansen Norvég sarkkutató hajója belefagyott a sarki jégbe és több mint egy éven át sodródott vele. Nansen azt tapasztalta, hogy a szél hajtotta áramlás nem a szél irányába mutat, hanem attól jobbra mintegy 20-40°-kal eltér.

A meglepő tapasztalat magyarázatát Ekman svéd oceanológus adta meg. Az egyszerűség kedvéért feltételezte, hogy az óceán minden irányban végtelen kiterjedésű, homogén sűrűségű vízszintes felületű víztömeg, amely felett állandó sebességű szél fúj, azaz a nyomás bármely mélységben állandó. Azt vizsgálta, hogy a szél által a felszínre kifejtett nyírási erő, a folyadék rétegei között ébredő viszkózus erő és a Coriolis-erő hatására hogyan alakulhat ki az óceán minden rétegében állandósult sebességű (stacionárius) áramlás. Azt vette figyelembe, hogy stacionárius áramlás esetén az óceán minden rétegében zérusnak kell lennie az erők eredőjének. A felületi rétegre a széltől kifejtett erő a szél irányába mutat, az állandósult áramlás iránya azonban nem egyezhet meg a szél irányával, hiszen ebben az esetben a felszíni rétegre az alatta lévő réteg a szélsebességgel ellentétes irányú erőt fejtene ki, s ekkor a sebesség irányára merőleges Coriolis-erő hatását nem egyensúlyozná semmi. Az áramlás iránya tehát eltér a szél irányától és ebben az esetben a felszín alatti réteg által gyakorolt viszkózus erő egyensúlyt tarthat mind a szélnyírási feszültséggel mind a Coriolis-erővel. Bontsuk a tengert gondolatban nagyszámú vékony vízszintes rétegre. A rétegek mindegyikére elmondható, hogy a felette lévő réteg az ottani sebesség irányában húzza, az alatta lévő rétegnek pedig olyan irányba kell áramlani, hogy a viszkózus erő egyensúlyt tarthasson a felső réteg által kifejtett erővel és a Coriolis-erővel. Emiatt az áramlás sebessége az északi féltekén a mélységgel folyamatosan jobbra, a délin pedig balra fordul.

A mennyiségi viszonyokat is figyelembe véve Ekman megállapította, hogy a sebesség a mélységgel exponenciálisan csökken, valamint, hogy az idealizált, (végtelen nagy, mindig vízszintes felületű) óceán felszínén az áramlás sebessége 45°-os szöget zár be az áramlás irányával. Az egyes vízrétegek sebességvektorainak végpontja, mint azt az ábra mutatja, spirális vonalon helyezkedik el.



Ezt nevezzük **Ekman spirálnak**. A sebesség nagyságának exponenciális csökkenése miatt a felszíni mozgás behatolása a tengerbe bizonyos mélység után már elhanyagolható. Ezt a mélységet önkényesen azzal a mélységgel szokás azonosítani, ahol a spirálisan elforduló sebességvektor iránya éppen ellentétes a felszíni áramlási iránnyal. A szél által mozgásba hozott áramlási réteg az **Ekman réteg**.

Amennyiben az Ekman réteget nem bontjuk további rétegekre, hanem egyetlen mozgásegyenletet írunk fel rá, akkor megállapíthatjuk, hogy stacionárius áramlás esetén a szélnyírási feszültségnek kell egyensúlyt tartani a Coriolis-erővel. Ez csak abban az esetben lehetséges, ha az áramlás iránya merőleges a szélnyírási erőre. Az Ekman réteg tömegközéppontja tehát éppen a felszíni szélsebességre merőlegesen mozog.

A tehetetlenségi áramlás

Érdemes röviden átgondolni, hogy mi történik a stacionárius tengeráramlással, ha a szél hirtelen megszűnik. Ebben az esetben a mozgó víztömegre lényegében egyetlen erő, a Coriolis-erő hat, ami az áramlás sebességét eredeti irányától tovább téríti jobb felé (az északi féltekén). Mivel az erő mindig merőleges a sebesség irányára, ideális esetben, ha sebesség nagysága egyéb tényezők miatt valóban nem csökkenne, akkor egyenletes körmozgás jönne létre. A centripetális erőt ebben az esetben a Coriolis-erő szolgáltatja, azaz:

$$\frac{v^2}{R} = fv\,,$$

ahol R létrejövő körpálya sugara. Ezt az áramlást tehetetlenségi áramlásnak nevezzük, mert a szél által létrehozott áramlás a szél megszűnése után tehetetlenségénél fogva mozog tovább. A tehetetlenségi áramlás periódusideje:

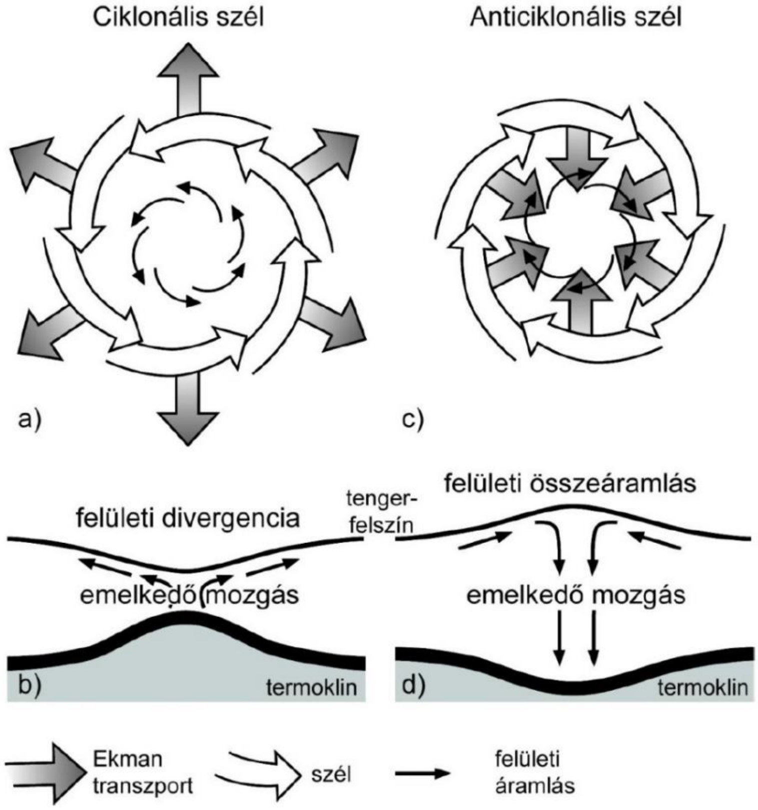
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{f}$$

a szélességi körtől függ és az adott szélességi körön megegyezik a Foucault inga lengésidejével. A tehetetlenségi áramlások viszonylag ritkán figyelhetők meg és általában néhány periódus után elhalnak.

A ciklonális és anticiklonális áramlás hatása a tengermozgásra

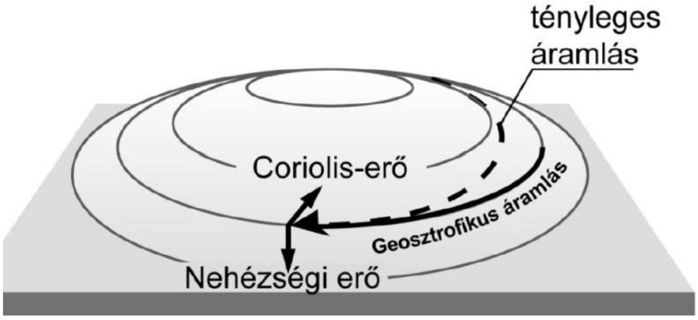
Az előzőekben az egyenletesen adott irányban fújó szél tengermozgásra gyakorolt hatását vizsgáltuk. A tapasztalat szerint a légkörben az alacsony nyomású területek körül az óramutató járásával ellentétes irányú, ciklonális áramlások, a magas nyomású területek körül pedig az óramutató járásával megegyező irányú anticiklonális áramlások alakulnak ki. A ciklonális áramlás a felszínen összeáramlással (konvergencia), az anticiklonális szétáramlással (divergencia) jár. A szélnyírás hatására létrejövő tengeráramlás magyarázatához ezekben az esetekben is döntően az Ekman által használt gondolatmenetet használjuk, azonban figyelembe kell vennünk, hogy a körmozgást végző levegő hatására kialakuló szélnyírási feszültség hatására a tengervíz nemcsak vízszintes, hanem függőleges mozgást is végez és a stacionárius állapot kialakulása után a vízfelszín nem marad vízszintes.

Ciklonális mozgás esetén az Ekman-féle gondolatmenet alapján megállapíthatjuk, hogy az érintő irányú szélsebességből eredő szélnyírási feszültség miatt a felszínen a szélsebességtől kifelé forduló áramlás keletkezik, az Ekman rétegben pedig az átlagsebesség radiálisan kifelé mutat. A szétáramlás miatt az alacsony nyomású terület alatt a vízfelszínen bemélyedés keletkezik és a szétáramló víz pótlására a mélyből feláramlás indul. Emiatt a termoklin határ felemelkedik. A befelé dőlő vízfelszín miatt a hidrosztatikai nyomás kifelé nő, így a felszínen kifelé áramló víz a hidrosztatikai nyomás gradiens ellenében áramlik (ábra).



Anticiklonális esetben a helyzet éppen fordított, a szélnyírási feszültség miatt az anticiklon közepe felé irányuló áramlás keletkezik, és az átlagos áramlás ebben az esetben az anticiklon közepe felé irányul. Emiatt a tengerfelszín „felpúposodik és az összeáramló víz lefelé kezd áramlani, következésképpen a termoklin határ is lefelé húzódik (ábra).

Ennek következtében alakulnak ki a nagy óceáni medencék anticiklonális köráramai. A passzát szelek és az erős nyugati szelek miatt az Ekman sodródás mindkét féltekén befelé sodorja, és középen felpúpozza a tengervizet. Ez a vízdomb kifelé mutató nyomási gradiens erőt hoz létre, amely körül, ha például szél miatti súrlódási erő elhanyagolhatóvá válik, a légköri anticiklonokhoz hasonló módon a Coriolis-erő miatt anticiklonális áramlás alakul ki.



A Golf áramlásnak megfelelő 1-4 m/s sebességű áramláshoz a tengerfelszínnek 100 km-en, 1-3 m kellene emelkedni. Ez az emelkedés 10000 km is legfeljebb 300 m-t jelent. A tengerfelszín „domborzata” ma már a műholdfelvételek alapján ilyen pontossággal is jól térképezhető.

A fenti gondolatmenet természetesen csak a felszíni áramlások értelmezésére alkalmas, mert a tenger mélyebb rétegeiben kialakuló horizontális nyomás gradiens kialakulásához nem csak a felszín magasságkülönbségeiből adódó nyomás, hanem a víz sűrűségének sótartalom és hőmérséklet eloszlás miatt fellépő változásai is hozzájárulnak.

A mélységi áramlások

A szél hajtotta nagy óceáni köráramlatok a pólusok felé hideg, az egyenlítő felé meleg tengervizet szállítanak. Ezek az áramlások, mint már megállapítottuk az óceánok felső rétegében zajlanak, melynek vastagsága 1 km nagyságrendű. A köráramlatok a globális klímában legfeljebb néhány tíz évnyi skálán okoznak változásokat. A tengerészek már régen észrevették azonban, hogy a tengervíznek nemcsak a felületi rétegben, hanem a mélyrétegekig átkeverednek. Ez a szél hajtotta áramlásokkal nem magyarázható, s ezek, az óceán teljes mélységében lejátszódó folyamatok már évszázados, vagy néhány évezredes skálán is befolyásolhatják a klímát.

Megállapítható, hogy a tengerekben meridionális mélységi cirkuláció is zajlik. Ezt a folyamatot termohalin cirkulációnak nevezzük, mert benne a hőmérsékleti különbségek mellett döntő szerepet játszik a tenger sótartalmának változása is. A magasabb szélességek sugárzási hiányos területein a tengerek hideg vize alábukik és a tenger mélyén szétterülve az alacsonyabb szélességek felé halad. A mélyben áramló víz a kontinuitás miatt természetesen valahol ismét a felszínre emelkedik, majd meleg áramlat formájában a pólusok felé vándorol. A következőkben ennek a mélységi vízkörzésnek a tulajdonságait vázoljuk.

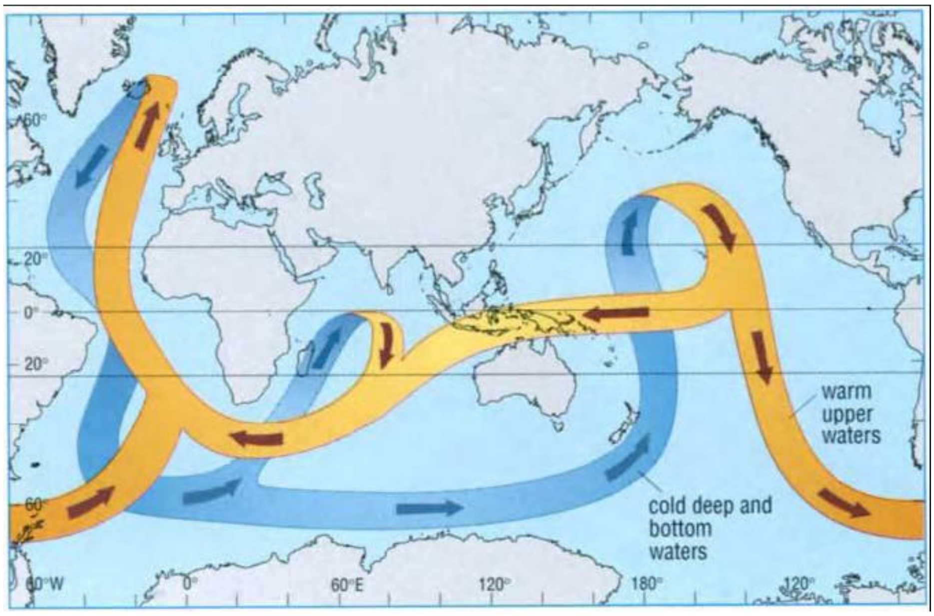
A termohalin cirkuláció

A termohalin cirkuláció lényegét legjobban szemléltető “nagy óceáni szállítószalag” elképzelést Broecker alkotta meg 1991-ben. A vázlat mutatja, hogy a szállítószalag kiterjed mind az északi mind a déli félteke tengereire, és a mélyben mozgó hideg áramlat utánpótlása valahol az Atlanti óceánon van. Mindazonáltal a termohalin cirkuláció pontos hajtóereje máig is vitatott és jelenleg is kutatott téma. Egyes tulajdonságait azonban már biztosan megismertük.

Az Atlanti Óceánon észak felé mozgó meleg áramlat a légkörrel való kölcsönhatás, a párolgás, a csapadékhullás és a hőcsere miatt kihűl, sűrűsége mind a hőmérsékletcsökkenés, mind a sótartalom növekedése miatt megnő. A vízoszlop rétegződése instabillá válik, és az áramlat alábukik. A lefelé áramló víz nagy mélységig átkeveredik és a konvektív keverés hatására nagytömegű homogén „víztest" mély óceánvíz keletkezik.

Az újonnan keletkező víztömeg az alámerülés helyétől horizontálisan távolodik tulajdonságait (sótartalom, hőmérséklet, sűrűség) csak fokozatosan, újabb víztömegekkel keveredve változtatja meg.

Ezután a mély óceánvíz ismét felemelkedik, a felette lévő rétegekkel turbulensen keveredve megváltoztatja tulajdonságait és visszaáramlik keletkezési helye felé.



Irodalom:

Ahrens, Donald C.: 2012 Essentials of Meteorology: An Invitation to the Atmosphere, Sixth Edition, Brooks/Cole, Cengage Learning

BartholyJudit, Mészáros Róbert, Geresdi István, Matyasovszky István, Pongrácz Rita és Weidinger Tamás: 2013 Meteorológiai alapismeterek szerk. BartholyJudit és Mészáros Róbert http://elte.prompt.hu/sites/default/files/tananyagok

Broecker, W. S., 2010: The great ocean conveyor: discovering the trigger forabrupt climate change, Princeton Press, Princeton, 176 pp.

Czelnai Rudolf., Götz Gusztáv és Iványi Zsuzsa, 1991: Bevezetés a Meteorológiába II. A mozgó légkör és óceán. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest,

Kiss Ádám és Tasnádi Péter: (2012) Környezetfizika http://etananyag.ttk.elte.hu

Wright, J., 2004: Global fluxes of heat and freshwater uóin Ocean Circulation ed. Bearman Gerry, The Open University, Milton Keynes, Butterworth-Heinemann, 240 pp.

Vissza >>>

TÉL TAMÁS

A repülés

N. G.-nek, a Természet Világa repkedő szerkesztőjének ajánlva

Kevés dolog van, mely annyira érdekelné az embereket, mint a repülés. Ugyanakkor kevés olyan hétköznapi jelenség létezik, melynek fizikai háttere olyan kevéssé közismert, mint éppen a repülésé. Az iskolai tankönyvek legfeljebb annyit írnak, hogy a repülőgépszárny felett gyorsabb az áramlás, mint alatta, ezért felül kisebb a nyomás, mint alul, s a nyomáskülönbségből adódó erő biztosítja a dinamikai felhajtóerőt. Az igazi kérdés azonban az, hogy miért alakul ki a sebességkülönbség. A válasz a repülést kísérő örvények sajátos megjelenésében rejlik.

Az indulási örvény és a szárny körüli örvény

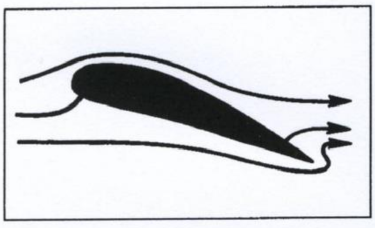
A szárnyalak jellegzetes része a szárny elkeskenyedő végét képező ún. kilépőél. A gép indulásakor a szárnyat eleinte lassan körbeáramló levegőnek a szárny alatt erősen görbült pályát kell befutnia. A levegő ugyanis lefelé terelődik, de a szárny élén hirtelen lehetősége nyílik arra, hogy eredeti áramlási szintjére visszatérjen. Ehhez azonban az alsó áramlásnak a kilépőélt meg kell kerülnie (**1. ábra**), hiszen ott légüres tér nem alakulhat ki.

A gép egyre gyorsabb mozgása során ez az élt megkerülő áramlás (a levegő viszkozitása miatt) instabillá válik, ezért nem valósul meg a továbbiakban. Helyette a szárny éle mögött örvény alakul ki, melyet a szárny felső felületén érkező áramlás elsodor. Ez az örvény tehát elválik a szárnytól, leszakad róla és hátrafelé sodródik. Ez az ún. *indulási örvény* (**2. ábra**). [1]

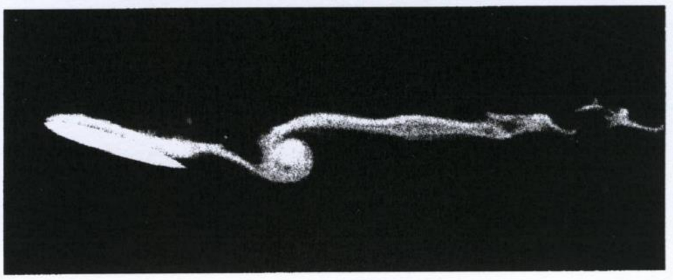
Az indulási örvény leválása fontos következménnyel jár a szárny körüli áramlásra nézve. A levegőben ugyanis eredetileg nincs örvénylés, ezért az impulzusnyomaték (más szóval perdület) zérus. Az impulzusnyomaték megmaradása miatt azonban az áramlás impulzusnyomatékának mindvégig el kell tűnnie. Ez csak úgy lehetséges, ha az indulási örvény leválásával egyidejűleg a szárny körül is kialakul egy örvényes áramlás. Ez a *szárny körüli örvény* természetesen ellentétes körüljárású az indulási örvényhez képest, a szárnyat az óramutató járásával megegyező irányban kerüli meg (**3. ábra**).

Ennek az örvénynek a megjelenése okozza, hogy a szárny fölött az eredeti áramláshoz hozzáadódik, alatta pedig kivonódik valamekkora sebesség. A bevezetőben (és a tankönyvekben) említett sebességkülönbség egy örvényrendszer megszületésének következménye. Dinamikai felhajtóerő tehát semmilyen szárnyra sem hathat addig, amíg az indulási örvény le nem válik róla! A repülőgép csak ezután képes a felemelkedésre. A szárny körüli örvény jelenléte úgy módosítja az áramlást, hogy a szárny élének megkerülésére többé nincs is szükség: a felhajtóerő kialakulása után az áramlás teljesen áramvonalas (**4. ábra**).

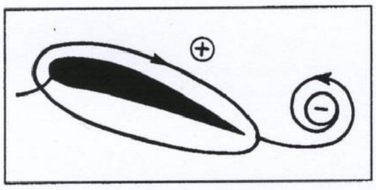
A repülési gyakorlatban az a cél, hogy minél előbb, azaz minél kisebb sebességnél kialakuljon a felemelkedéshez szükséges dinamikai felhajtóerő. Az, hogy a szárny kilépőélén található fékszárnyakat [4] induláskor kissé lefelé hajtják (**5. ábra**), éppen ezt a célt szolgálja. Az élt megkerülő áramlás görbülete ugyanis ezzel megnövekszik, és ezért előbb válik le egyetlen nagy indulási örvény. Az utasszállító gépeken jól látható és hallható,



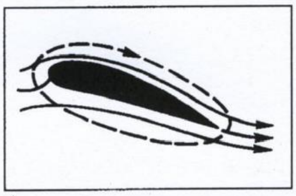
1. ábra. A szárnyat körülfolyó áramlás közvetlenül a gép startolása után (még a kifutópályán). A szárny elkeskenyedő kilépőélét a levegőnek körbe kell áramolnia. Ez a hirtelen irányváltás nagyobb sebességek mellett már nem tud stabilan fennmaradni



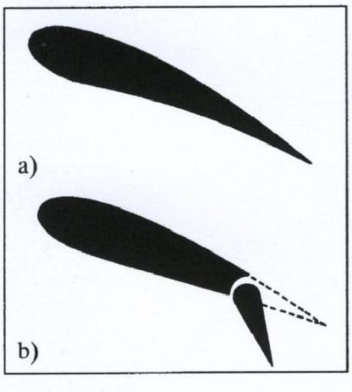
2. ábra. Indulási örvény. A levált indulási örvényt a szárny felületéről áramlás közben leoldódó fehér festékanyag rajzolja ki [2]



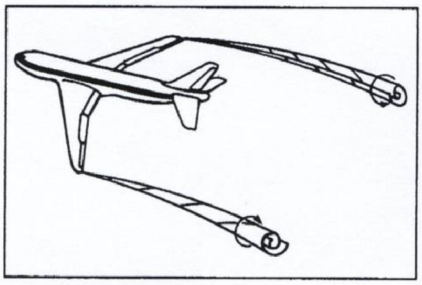
3. ábra. A szárny körüli örvénylés az indulási örvény leszakadása után [3]



4. ábra. Az indulási örvény leválása után a szárny menti áramlás az eredeti áramlás és a szárny körüli örvény (szaggatott vonal) összege. Ez az áramlás azután ideális esetben az egész repülés során fennmarad

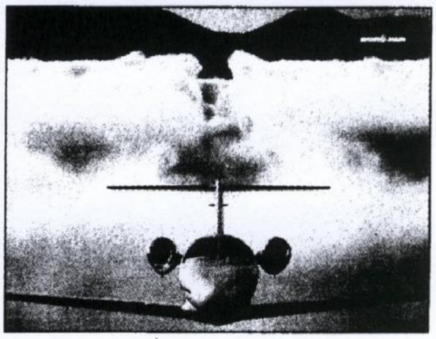


5. ábra. Repülőgépszárny alaphelyzetben (a) és a fékszárny elfordítása esetén (b). Ez utóbbit felszálláskor azért alkalmazzák, hogy elősegítse egyetlen nagy indulási örvény kialakulását és mielőbbi leválását



6. ábra. A repülőgép szárnyvégi örvényei a' haladás irányába eső tengely körüli örvénylést alakítanak ki [3]

7. ábra. A szárnyvégi örvény által létrehozott áramlás tisztán kirajzolódik a színes füsttel megfestett levegőben. A képen csak a jobb szárny mögötti örvény látható *(Néhány illusztráció színesben, nagyítva is szerepel a hátsó borítón)*



8. ábra. A szárny végén kialakuló örvények bizonyítéka, hogy felkunkorítják a gép alatti vékony ködréteget [5]

amikor a felszállás után néhány perccel a fékszárnyakat alaphelyzetükbe fordítja vissza a hidraulika, hiszen lefelé fordított állapotuk ezután már csak a közegellenállást növelné.

A szárnyvégi örvény

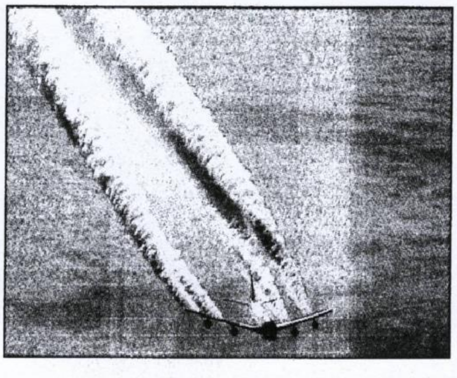
Fontos következménye van annak is, hogy a szárnyak véges hosszúságúak. Képzeljünk el egy hosszú szárnyat, mely körül kialakult a felhajtóerőt biztosító örvény, s gondolatban távolítsuk el például a szárny külső egynegyedét. Az ezt körülvevő örvénylés most már nem kötődik merev akadályhoz, ezért a szembefújó szél az örvénylő levegőmozgást elfordítja. Az örvénylés a szárny végétől kezdve egy, a haladás irányában hátrafelé húzódó képzeletbeli vonal körül zajlik. Ugyanerre az áramlásra jutunk abból a megfontolásból is, hogy a szárny végén két különböző nyomású levegőréteg találkozik. Amint láttuk, alul nagyobb, felül kisebb a nyomás. A szárny végénél lehetőség nyílik a nyomáskülönbség valamelyes kiegyenlítődésére azáltal, hogy az alsó réteg a felső felületre áramlik. A szárny végét így megkerülő áramlás nem más, mint egy örvény, melynek tengelye a haladási iránnyal párhuzamos. Akárhogyan nézzük is tehát, arra a következtetésre jutunk, hogy a szárny végénél folyamatosan keletkeznek örvények, melyek egy-egy hátrafelé nyúló örvénycsövet, két ún. *szárnyvégi örvényt* alkotnak **(6. ábra)**.

A szárnyvégi örvényeket egy függőleges síkkal elmetszve, két egyforma erősségű, szembeforgó örvényt látunk, melyek mindegyikében leáramlás játszódik le a repülő törzse felé eső oldalon, és feláramlás a másik oldalon. Ez jól megfigyelhető, ha egy repülőgép füstfáklyán halad át **(7. ábra)**.

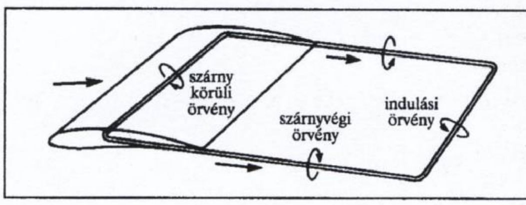
Az örvények egymásra is hatnak. Akármelyiket tekintjük is, áramlása lefelé sodorja a másik örvény középpontját. A szárnyvégi örvények által alkotott örvénypár tehát lassan lefelé mozog. A **8. ábrán** látható Cessna repülőgép egy olyan ködréteg felett száll, mely eredetileg kétrétegű volt. A lefelé haladó szárnyvégi örvények a felső ködréteget a gép mögött feltekerik, s abban a füstfáklyáéhoz hasonló rajzolatot *(7. ábra)* hoznak létre. A perspektivikus rövidülés miatt világos, hogy a rajzolat nem lehet a hajtóművek következménye. A szárnyvégi örvények más esetekben is láthatóvá válhatnak **(9. ábra)**.

Érdemes végül megemlíteni, hogy a repüléssel járó örvények összefüggésrendszere akkor válik nyilvánvalóvá, ha egyszerre tekintjük a szárnyvégi, a szárny körüli és az indulási örvényt **(10. ábra)**. Ezek együttese egyetlen örvénycsövet alkot, összhangban az áramlások elméletének azon állításával, mely szerint áramló közeg belsejében az örvényközéppontoknak zárt görbét kell kirajzolniuk.

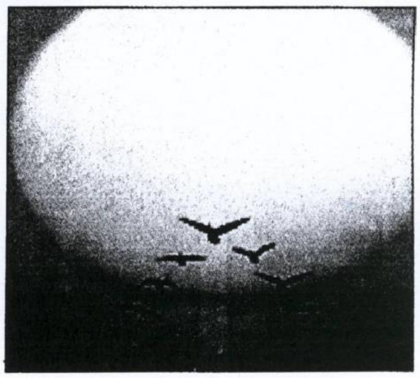
9. ábra. A szárnyvégi örvények kirajzolódnak a műrepülést végző vadászgépek mögött a felhőrétegben *(Best photos of 2005 according to NBC)*



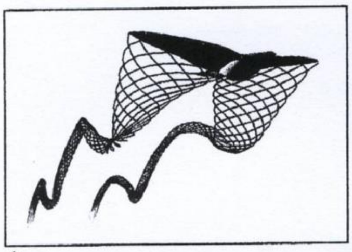
11. ábra. A négy turbinából képződő kondenzcsíkokat a szárnyvégi örvények két csíkba tekerik össze *(www.mpimet.mpg.de)*



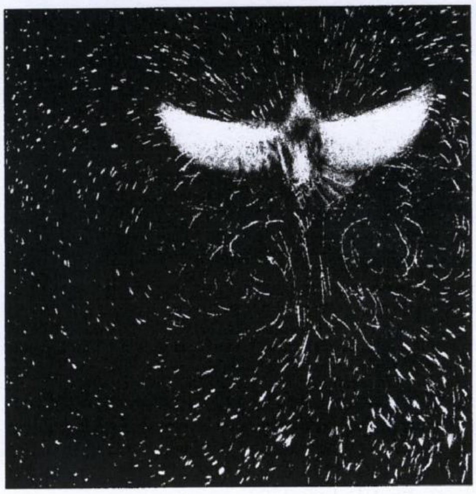
10. ábra. A szárny körüli örvénylés, a szárnyvégi örvények és az indulási örvény egyetlen zárt örvénycsövet alkot (melynek szárnytól távoli része a levegő viszkozitása miatt idővel elhal) [3]



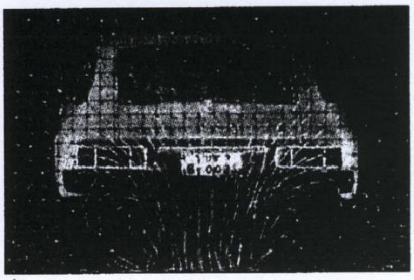
12. ábra. V alakban vonuló madarak



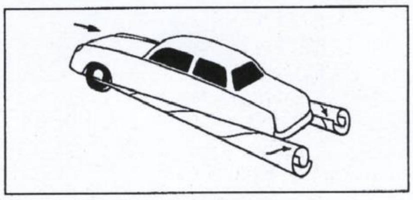
13/a ábra. Repülő madár szárnyvégi örvényei (a vékony vonalak örvényfonalak). A szárnycsapások következtében ez az összecsavarodott örvénycső hullámos vonalat alkot, amint a Leedsi Egyetem kutatóinak számítógépes szimulálása mutatja



13/b ábra. A madár szárnya körüli áramlás héliumot tartalmazó kis szappanbuborékok követésével láthatóvá tehető (nyújtott expozíciós idejű felvétel), melyen jól kivehető két nagy örvény *(www.biology.leeds.ac.uk/staff/jmvr/Flight/modelling.htm)*



15. ábra. Az autók mögött keletkező örvények laboratóriumban úgy tehetők láthatóvá, hogy egy sötét függőleges rács pontjaiba világos szalagokat rögzítenek. A szélcsatornából gyorsan kiáramló levegő a szalagokat hátrafelé sodorja, ezért belőlük általában csak világos pontokat látunk, kivéve azokat a helyeket, ahol függőleges irányú áramlás is zajlik, vagyis ahol az örvények kialakulnak *(Visualized Flow, Japan Society of Mechanical Engineers)*

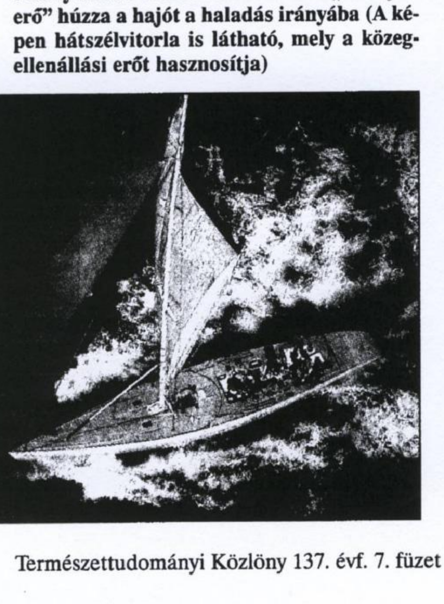


14. ábra. A mozgó autók karosszériájának elején a szárnyvégi örvényekhez hasonló szerkezetű örvények keletkeznek [3]

Következmények

A szárnyvégi örvény utasszállító gépek esetén több 10 km/h sebességű leáramlást hoz létre a gép mögött. Le- és felszállások során ezért a gépek közötti távolság nem csökkenthető egy kritikus érték alá. Az érvényes szabályok szerint ma kb. 11 km a megengedett minimális távolság. Az ennél sűrűbb követés a szárny mögötti leáramlás miatt a repülés biztonságát veszélyeztetné. 300 km/h, azaz 5 km/perces sebességgel számolva, ez kb. 2 percenkénti fel-, illetve leszállást jelent. Ez a sűrűség a nagy repülőterek forgalmi igényét tekintve már egyre inkább kevésnek bizonyul. Mivel az áramlás csak az egymás mögötti gépeket zavarja, az egymás mellettieket nem, manapság a szinkronban történő, páros manőverek engedélyezésén gondolkodnak, legalábbis ott, ahol két párhuzamos kifutópálya is létezik.

16. ábra. A szél által kifújt nagyvitorla szárny alakot vesz fel. Az erre ható „felhajtóerő" húzza a hajót a haladás irányába (A képen hátszélvitorla is látható, mely a közegellenállási erőt hasznosítja)



A szárnyvégi örvényeknek tulajdonítható az is, hogy akárhány hajtóműje van is a gépnek, azoktól távol mindig csak két kondenzcsíkot láthatunk (**11. ábra**).

A V alakban vonuló madarak (**12. ábra**) azt a feláramlást használják ki ösztönösen, melyet az előttük haladó madár szárnyvégi örvénye kelt, s így valamivel gazdaságosabban repülnek, mint rendezetlen alakzatban.

A madarak repülése ráadásul bonyolultabb, mint a gépeké (**13/a, 13/b ábra**), hiszen a szárnyuk nem merev, hanem több irányban is hajlítható. Ezért a madárszárny szinte minden pontjáról indulnak hátrafelé örvénycsövek. Mivel azonban az örvények körüljárása egy szárny mögött azonos, egymást viszonylag keskeny örvényfonallá sodorják össze.

A szárnyvégi örvényekhez hasonló jellegű örvények keletkeznek a gépkocsik karosszériájának elején, a kerekek előtt (**14., 15. ábra**).

Ezek az örvények is lefelé haladnak, ezért viszonylag gyorsan elérik az úttestet, ahol elhalnak, energiájuk hővé alakul. Néhány méter hosszan azonban jól megfigyelhető forgó csóvába rendezik a kipufogógázt, vagy nedves időben a felkavart vízcseppeket.

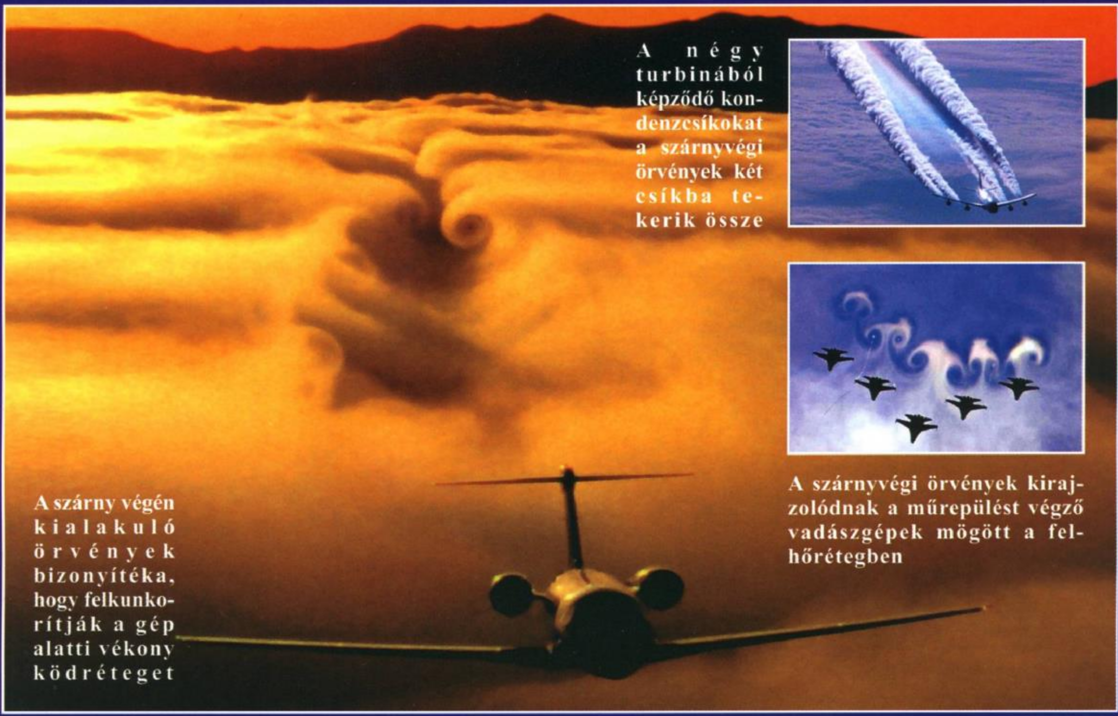
Más esetekben is megfigyelhetők a repülés kapcsán megismert jelenségek. A szél által kifújt vitorla például szárny alakot vesz fel, mely függőleges síkban helyezkedik el (**16. ábra**). A rá ható dinamikai „felhajtóerő" ezért a vízszintes síkban hat, közel merőlegesen a vitorlarúd – a bum – egyenesére. Ennek az erőnek a tőkesúly és a kormánylapát által meghatározott haladási irányra vett vetülete hajtja előre a hajót. Azt tehát, hogy széllel szemben is lehet vitorlázni, végső soron a „felhajtóerőnek" köszönhetjük. A motoros hajók meghajtása is hasonló elven nyugszik, hiszen a hajócsavar két forgó szárnyprofilt tartalmaz. A forgó hajócsavarra a vízben ható „felhajtóerő" a hajócsavar forgástengelyének irányába mutat.

A repüléssel kapcsolatos örvények megismerése után érdemes a gépen ablak melletti helyet foglalnunk, és általában nyitott szemmel járnunk, hiszen az örvények számos jelenségben felismerhetők.

Köszönetnyilvánítás
A szerző köszönetét fejezi ki Jánosi Imrének a repülőterek forgalmi bővítésével kapcsolatos adatokért, a 13. és 15. ábra felkutatásáért és számos értékes eszmecseréért. Köszönet illeti Gruiz Mártont a 9. ábra elküldéséért, valamint Gyüre Balázst és Gruiz Mártont a kézirattal kapcsolatos hasznos észrevételeikért.

IRODALOM

[1] Lajos Tamás, Az áramlástan alapjai, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2004
[2] Y. Nakayama, R. F. Boucher, Introduction to Fluid Mechanics, Arnold, London, 1999
[3] H. J. Lugt, Vortex Flow in Nature and Technology, Wiley, New York, 1983
[4] Háy György, Amit a repülésről tudni kell, Typotex, Budapest, 2005
[5] M. Samimy et al., A Gallery of Fluid Motion, Cambridge University Press, Cambridge, 2003

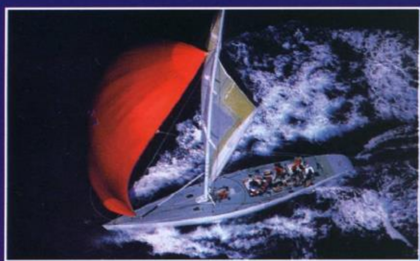


A négy turbinából képződő kondenzcsíkokat a szárnyvégi örvények két csíkba tekerik össze

A szárnyvégi örvények kirajzolódnak a műrepülést végző vadászgépek mögött a felhőrétegben

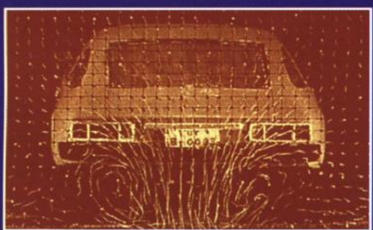
A szárny végén kialakuló örvények bizonyítéka, hogy felkunkorítják a gép alatti vékony ködréteget

A szárnyvégi örvény által létrehozott áramlás tisztán kirajzolódik a színes füsttel megfestett levegőben. A képen csak a jobb szárny mögötti örvény látható

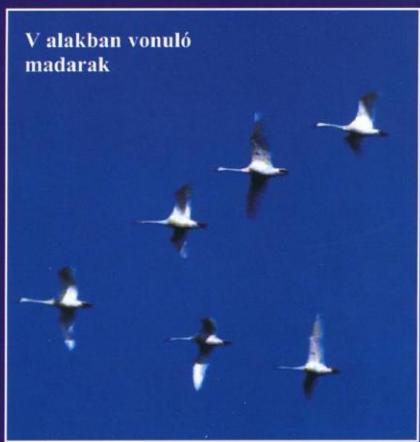


A szél által kifújt nagyvitorla szárny alakot vesz fel. Az erre ható „felhajtóerő” húzza a hajót a haladás irányába

A madár szárnya körüli áramlás héliumot tartalmazó kis szappanbuborékok követésével láthatóvá tehető



Az autók mögött keletkező örvények laboratóriumban úgy tehetők láthatóvá, hogy egy sötét függőleges rács pontjaiba világos szalagokat rögzítenek



V alakban vonuló madarak

Vissza >>>

VII. TERMODINAMIKA ÉS A MOLEKULÁRIS HŐELMÉLET TANÍTÁSA

Bevezetés

A termodinamika tanításának kiemelt jelentőséget ad a középiskolában, hogy itt alapozzuk meg az energia sokrétű fogalmát, ami minden természettudományban, a technikában és mindennapi életünkben is meghatározó jelentőségű. Az energiát nem lehet egyszerűen definiálni. Nem véletlen, hogy egészen a 19. század közepéig tartott, amíg a tudomány felismerte, hogy az energia különböző megjelenési formái egy összességében szigorúan megmaradó mennyiségnek különböző fajtáit jelentik. Az energia különböző formái ugyanazon fizikai mennyiségként mérhetők, számíthatók, annak ellenére, hogy nagyon eltérő jelenségekhez kötve jelennek meg. Az élő és élettelen természetben megfigyelhető változásokhoz és emberi tevékenységformákhoz is energiaváltozások köthetők. Az energia kitüntetett jelentőségét az adja, hogy a legkülönbözőbb változásokban az energia összmennyisége nem változik, megmarad.

Az energia ez alapvető megmaradó tulajdonságát R. P. Feynman Mai Fizika c. könyvsorozatának I. kötet 4. fejezetében szemléletes hasonlattal illusztrálja:

Feynman hasonlata egy kisfiúról szól, akinek adott számú játékkockája van, amik játék közben a legkülönbözőbb helyekre keveredhetnek el, de a kisfiú leleményes anyukája valami módon mindig kideríti, a kockák száma csak látszólag változik, valójában ez a szám kimutathatóan mindig ugyanaz. Az igazi meglepetés a hasonlat végén vár az olvasóra, amikor Feynman már elmagyarázta a történet és a fizika párhuzamát és megjegyzi, hogy a fizika annyival tér el a hasonlattól, hogy a fizikában még kockák sincsenek. Valójában nem tudjuk konkrétan megmondani mi az energia. Ismerjük az energia sok különböző megjelenési formáját (valószínűsíthető, hogy nem is mindet) és a változásokban eddig igazolni tudtuk mennyiségi megmaradását. A fentiek alapján érthető, hogy az energia fogalmat és az energiamegmaradást, mint a természet működésében meghatározó jelentőségű általános törvényt a középiskolában feltétlenül tanítani kell.

Az energiafogalom kialakulása szorosan kapcsolódik a technika fejlődéséhez, nevezetesen a gőzgép és a motorok feltalálásához. Ez nem véletlen, hiszen a technika fejlődése az ipari folyamatok gazdaságosabbá és termelékenyebbé tételét szolgálta. A történelem során mindig voltak és még ma is vannak olyan feltalálók, akik szeretnének a semmiből energiát nyerni, „örökmozgót” terveznek. A termodinamika főtételeinek kimondása az örökmozgó lehetőségének elvi kizárását is jelenti.

A termodinamika tanítása során az energiafogalom kiteljesítése, a belső (esetleg termikus) energia bevezetése mellett további két fontos fogalom, a hő és a hőmérséklet fogalmának kialakítására kerül sor a középiskolában és az általános iskolában. A harmadik centrális fogalom az entrópia általában nem középiskolai anyag, azonban a rendezett és a rendezetlen formában zajló folyamatok, illetve a rendezett és rendezetlen formában történő energia tárolás fogalomköre a termikus jelenségekről alkotott fizikai kép kidolgozásakor semmiképpen sem kerülhető el.

Ezeknek a fogalmaknak a kialakítása és az energiamegmaradás általános kimondása, miatt a termodinamika tanítása nem könnyű. Az energia különböző formáiban felismertetni, illetve felismerni ugyanazt a fizikai mennyiséget és elfogadtatni és elfogadni az energiamegmaradás törvényét, mint fizikai gondolkodásunk sarokkövét, biztos szakmai felkészültséget kíván a tanároktól és komoly absztrakciót a diákok részéről. A tanítás kritikus pontjait jól jelzik a tanulókban élő tévképzetek.

Gyakori tanulói tévképzetek az energia fizikai fogalmával kapcsolatban

A téves elképzelések jelentős része a mindennapi tapasztalatok és köznapi életben lazán használt hőtani fogalmak naiv gyermeki értelmezésére, saját használatra „alkotott" magyarázatokra vezethetők vissza. A fizikatanítás fontos feladata, hogy korrigálja a fizikai jelenségekről, természeti folyamatokról kialakult gyermeki világképet. A tapasztalatok azt mutatják, hogy ez a korrekció gyakran nem sikerül. Ilyenkor a diákokban a gyermekkori naiv elképzelések csak keverednek a környezetből vett információkkal és az iskolában tanultakkal, de nem cserélődnek le a fizika pontos törvényeire.

Diákjaink jelentős része sajnos a gimnáziumi fizikatanulás után sem igazán érzi a tartalmi különbséget a hőmérséklet és a hő fogalma között, ezért szinte szinonimaként használja őket. A köznapi gyakorlatban a hőszigetelő anyagok gyakran, mint melegítő anyagok jelennek meg, így pl. sokan úgy gondolják, hogy a hideg szobában a dunyha alá bújó embert a dunyha melegíti fel, a szigetelőanyagba csomagolt jégkocka hamarabb megolvad, mint az alufóliába takart, stb.

Még a jól tanuló, értelmes diákok is gyakran keverik a hő (hőmennyiség), a hőmérséklet és a belső energia fogalmát. Sokan vannak, akik szerint hideg az a test, amelyik „kevesebb hőtartalommal" rendelkezik, és meleg az, amelyik sokkal. A tanulók nehezen tudják értelmezni, hogy miként lehetséges, hogy egy pohár meleg víz és egy pohár hideg víz összeöntésekor a teljes vízmennyiség belső energiája nagyobb, mint a kezdetben meleg víz belső energiája, miközben a keverék hőmérséklete kisebb, mint korábban a meleg vízé volt.

Nehéz megértetni a diákokkal, hogy az energia megmaradása nincs ellentmondásban a Föld energiakészleteinek fogyatkozásával. A középiskolát végzettek közt is jelentős arányban vannak, akik nem tartják kizártnak, hogy a technika fejlődésével előbb-utóbb sikerül majd „örökmozgót" építeni, illetve végérvényes megoldást találni az emberiség egyre növekvő energiaigényének biztosítására.

Az I. főtétel tanításának alapproblémái

A szakemberek, fizikusok, fizikatanárok, tantervszerkesztők és tankönyvírók egyetértenek abban, hogy az energia sokrétű, nehezen megközelíthető, absztrakt fogalom, aminek tanítása nehéz. Arról azonban megoszlanak a vélemények, hogy mikor és mivel érdemes kezdeni az energia tanítását, illetve hogyan kell fokozatosan bővíteni, rendszerezni és a végén egységbe foglalni az ismereteket. Miként kell tanítani (a természettudományos gondolkodás zsinórmértékéül elfogadtatni) az energiamegmaradás törvényét. Különbségek vannak annak megítélésében is, hogy milyen hangsúlyt kapjanak a fizikaórán a mindennapi gyakorlat energetika kérdései, társadalmi problémái. Az egyik legnehezebben áthidalható nehézség a főtétel és a megmaradási törvény rendkívüli általánossága. A törvény minden korlátozás nélkül igaz tetszőleges rendszerre, anyagra és folyamatra. Alkalmazásakor azonban csak akkor ad használható eredményt, ha a konkrét rendszerre és a végbemenő folyamatra vonatkozóan megfelelő ismeretekkel rendelkezünk. Kevés olyan rendszer (anyag) van azonban, amelynek (belső) energiáját és jellegzetes folyamatainak egyenletét középiskolában tárgyalható egyszerű formában ismerjük. Lényegében egyetlen igazán egyszerűen jellemezhető anyag, az ideális gáz áll rendelkezésre. A főtétel bevezetésekor középiskolai szinten az ideális gázra kell alapoznunk a kísérleti vizsgálatot és az elméleti gondolatmenetet is.

Az energiafogalom és az általános energiamegmaradási törvény megértésében döntő lépést jelent a termodinamika első főtételének felismerése.

A főtétel szokásos

$$\Delta U = Q + W$$

alakja mint tudjuk, azt fejezi ki, hogy a testek belső energiája munkavégzéssel és hőközléssel változtatható meg. A főtétel bevezetésekor az jelenti a problémát, hogy sem a belső energia, sem a hő definíciója nem áll rendelkezésre. Ahhoz tehát, hogy a főtételhez eljussunk, ezt a két mennyiséget mindenképpen definiálni kell.

A definícióhoz célirányos kísérleti tapasztalatokat kell szerezni, majd finom elméleti megfontolásokat kell végezni.

Alapvetően két eltérő út létezik:

1) A történelmi német iskola követői a mechanika tanítása során bevezetett munka fogalomra támaszkodva definiálják a szintén ebbe a fogalomkörbe tartozó helyzeti és mozgási energiát, mint „munkavégző képességet”. Speciális mechanikai példákon (pl. szabadon eső test esetén, rugón rezgő testre vonatkozóan) középiskolás mérésekkel és számítással is igazolják a mechanikai energiamegmaradás törvényét, aminek hatóköre azonban a köznapi mozgások jelentős részére nem terjed ki. (Egyetlen olyan mozgásra sem alkalmazható, ahol a disszipatív erők nem elhanyagolhatók) Természetesen a mechanika hatókörén belül a disszipatív mozgások is leírhatók. Ilyenkor azonban a munkatételt kell alkalmazni, mert a mechanikai energiamegmaradás törvénye korlátozott érvényű, csak potenciálos erőkre vonatkoztatható. Különösen az általános iskolában okozhat problémát a tanulók számára az, hogy a mechanikai energiamegmaradás törvényét tapasztalatilag csak igen speciális esetekben tudjuk ellenőrizni, mert a súrlódás és a közegellenállás csak ritka esetben hanyagolható el. Ha tanulók a mechanikai energiamegmaradás korlátozott érvényességének okát nem látják világosan, akkor ez az általános energiamegmaradási törvény hitelét is veszélyeztetheti. (A helyzet kicsit hasonlít a tehetetlenség törvényének kísérleti bevezetésére, hiszen ott is csak a kölcsönhatásmentes esetre extrapolálva tudjuk kimondani a törvényt.)

A disszipált, hő formájában szétszóródó energia kezelése a hőtanban történik meg, így az energiamegmaradás általános tartalma is itt jelenik meg[2]. A következő lépés a testek belső energiájának definiálása. Erre a gázok makroszkopikus viselkedésének vizsgálata ad módot, a táguló gáz munkát végez tehát (belső) energiája van. A kísérletek szerint a gáz belső energiája melegítéssel is növelhető, a melegítés tehát energiaközlés. Az energiaközlésnek ezt a speciális formáját nevezzük hőközlésnek. Ezután akár a belső energia melegítéssel való növelése, akár a kinetikus gázelmélet alapján mondható ki a kapcsolat a gáz belső energiája és a hőmérséklet között. Kísérletekkel igazolható, az is, hogy a gáz munkavégzéssel ugyanúgy felmelegíthető, mint melegítéssel.

Az ideális gáz speciális példáján szerzett ismereteket ezután tetszőleges anyagra és anyagi rendszerre általánosítva a termodinamika I. főtételeként mondjuk ki.

2) A másik, döntően angolszász megközelítés szerint a belső energiát a hőtan keretében melegítőképességként definiáljuk, majd bevezetjük a „hőmennyiséget”, mint a melegítéssel közölt energia mértékét[3]. Ezután azonnal kimutathatjuk, hogy két test hőmérsékletének kiegyenlítődése során érvényes az energiamegmaradás, hiszen az egyik test által leadott hő megegyezik a másik által felvettel.

   Kísérlettel igazoljuk, hogy egy test belső energiája (melegítő képessége) munkavégzéssel is megváltoztatható. Ezután mondjuk ki a termodinamika I. főtételét, mint az energiamegmaradás tételét hőtani folyamatokra.

Mindkét módszernek vannak előnyei és nehézségei is. Az energia mechanikai munkához kapcsolt bevezetése és hőtani bővítése logikailag zártabb, bár kísérletekkel talán nehezebben illusztrálható gondolatmenet, aminek kétségtelenül nehéz pontja, hogy a belső energia definíciója erősen kötődik a kinetikus gázmodellhez. Az energia fogalmának hőtani bevezetése és az energiamegmaradás igazolása kalorimetriás mérésekkel logikailag kevésbé zárt, de különösen az általános iskolában kísérletekkel jobban követhető és kevésbé kötődik egyetlen anyagtípushoz, az ideális gázhoz. Ugyanakkor az energiamegmaradás témaköre, a mechanikai vonatkozások szempontjából, jelentős kiegészítésekre szorul.

A magyarországi középiskolai fizikatanításban, a történelmi hagyományok miatt, a német iskolának van nagyobb hatása, ezért a következőkben a téma középiskolai tanítására vonatkozóan elsősorban ennek a módszertanát ismertetjük.

---

[2] A munka fogalom ismeretében Caratheodory axiomatikus utat adott a belső energia és a hő definiálására és az első főtétel kimondására. (Definiálta az adiabatikus folyamatot, majd az adiabatikus munkavégzéssel a belső energia megváltozását, végül tetszőleges folyamat esetén a belső energia és az adiabatikus munka különbségeként a hőt). A német iskola ezt az utat nyitva hagyja a későbbi elméleti tárgyalás számára, középiskolai tanításban azonban a módszer nyilvánvalóan használhatatlan.

[3] Az elméleti termodinamika szerint ez a gondolatmenet nem ad lehetőséget a Caratheodory - féle axiomatikus tárgyaláshoz hasonló módszer kidolgozására, az első főtétel kimondásához.

Megjegyzések:

- Amikor az I. főtételt az energiamegmaradási törvény általánosításaként kezeljük, akkor tanárként mindig gondolnunk kell arra, hogy hallgatólagosan olyan példákat használjunk, ahol a rendszernek nincsen transzlációs kinetikus energiája, vagy külső térben potenciális energiája. A transzlációs kinetikus energia és a külső tér miatt létező potenciális energia általában nincs benne a belső energiában. Felmerül a kérdés, hogy miért nem a rendszer teljes energiájának megváltozására mondjuk ki a főtételt? Ennek az az oka, hogy a teljes energia nem állapotjelző, hiszen nem pusztán a rendszertől, hanem a koordináta választástól illetve a külső környezettől is függ.
- Felmerül a kérdés, hogy a $\Delta U = Q + W$ alakban kimondott törvényt miért kezeljük az energiamegmaradási törvény általánosításaként, hiszen tipikusan egy rendszer energiájának megváltozását írja le. Az általánosítást akkor érthetjük meg, ha világosan látjuk a különbséget a belső energia valamint a munka és a hő fogalma között. A belső energia megváltozása a rendszer állapotának változását jellemzi, a munka és a hő pedig az állapot megváltozásához vezető folyamatokat írják le. Ezek a folyamatok azt mutatják, hogy a vizsgált rendszer milyen formában kap a rendszeren kívüli testektől energiát. A főtétel tehát azt mondja ki, hogy egy rendszer energiája csak más rendszerektől kapott energia árán változtatható meg.
- Természetesen az I. főtételt a gázok példájára gondolva tekinthetjük a munkatétel általánosításának is. A munkatétel szerint a testek kinetikus energiája megegyezik a külső és belső erők munkájának összegével. A belső energia a gázrészecskék rendezetlen kinetikus energiája, aminek változása a rendszeren végzett munka és a rendszerrel közölt hő összegével egyenlő.

1. A termodinamika és az energia tanításának tantervi beillesztése

1.1. A hőtan bevezető szintű tárgyalása

A fizika alapozó szakaszában (7-8. évfolyam) a hőtan tárgyalása hagyományosan az alapjelenségek kísérleteken keresztül történő megismerésével kezdődik (hőtágulás, hőmérsékletmérés, hőmérsékleti egyensúly, melegítés (energiaátadás) hatására bekövetkező hőmérsékletemelkedés, halmazállapotok és halmazállapot-változások, a hőterjedés különböző módjai: hővezetés, hőáramlás, hősugárzás). Bevezető szinten a fogalmak és a folyamatok kvalitatív megismertetése az elsődleges cél. Erősen támaszkodunk a diákok meglévő ismereteire, miközben fogalomrendszerüket a fizika nézőpontja szerint alakítjuk, korrigáljuk. Kvantitatív szinten a hőmérsékleti egyensúly vizsgálata és az elemi kalorimetriai mérések és számítások kerülnek tárgyalásra.

A „hőmennyiség” a „minta anyag” melegítésre fordított energia mértéke

A hőmennyiség bevezetése során a tanulók hétköznapi életből hozott szemléletre alapozhatunk. Az „energiahordozók” hétköznapi fogalmából indulhatunk ki. A legismertebb energiahordozók az éghető anyagok. Az iskolai kísérletezés szempontjából ilyen jól adagolható „kézenfekvő” energiaforrás a kempingfőzők számára forgalmazott „spiritusz-tabletta”. Magától értetődően fogadja el minden diák, hogy két spirituszkocka égetésével dupla annyi energiát fordítunk melegítésre, mint egyetlen kocka égetésével. A természetes szemléletesség miatt itt nincs szükség semmi további magyarázatra. Nem részletezzük, hogy az égés során felszabaduló energia nem kizárólag a kocka belső energiaváltozásából adódik, hanem a levegő oxigénjének is fontos szerepe van benne. (Tulajdonképpen akkor fogalmazunk pontosan, ha a spiritusz-tablettát és a levegő oxigénjét együtt tekintjük energiahordozónak.) Legegyszerűbben víz melegítésével igazolható hogy a vízmennyiség hőmérsékletének változása (ΔT) arányos a melegítésre fordított Q energiával (két spiritusz-tabletta elégetésével kb. kétszeres hőmérsékletváltozást mérhetünk):

$$Q \sim \Delta T\,.$$

A víz mennyiségének változtatásával megismételt kísérlet alapján kimondhatjuk, hogy kétszer, háromszor nagyobb vízmennyiség hőmérsékletének ugyanakkora mértékű megváltoztatásához kétszer, háromszor több energia szükséges, azaz

$$Q \sim m\,.$$

A vízzel végzett kísérletek alapján tapasztalt arányosság összefoglalható

$$Q \sim m \cdot \Delta T\,.$$

Ha kimérjük, hogy egységnyi tömegű víz hőmérsékletének 1 °C történő megnövelésére mekkora energia szükséges a

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

egyenlet alapján (ahol c a fajhő) tetszőleges vízmennyiség tetszőleges hőmérsékletváltoztatásához szükséges energia kiszámítható. Vízzel végzett kísérletek eredményét más anyagokra is vonatkoztatva általánosítjuk, csakúgy mint a fajhő fogalmát. A $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ formulával az adott anyagra vonatkozó fajhő ismeretében kiszámolható a melegítéssel átadott energia mennyisége, amit hagyományosan „hőmennyiségnek” nevezünk. A melegítés során átadott energia (hőmennyiség) a test *belső energiáját* növeli, amit a test hőmérsékletének megváltozása jelez. Érdemes már ezen a szinten is egyszerű anyagszerkezeti képpel illusztrálni, hogy a belső energia a részecskék rendezetlen mozgásával kapcsolatos. A hőmérséklet emelkedése a rendezetlen mozgás élénkülésével jár.

(*Megjegyzés:* Ha a hőtan tanítása előtt foglalkoztunk már egyenáramokkal és az elektromos áram munkájával, a hőmennyiség kísérleti bevezetésekor használhatunk a melegítésre egyszerű elektromos merülőforralót is. Az áram teljesítményének és munkájának ismerete esetén a hőmennyiség, illetve a fajhő fogalmának kísérleti bevezetése még egyszerűbb, mint spiritusz-tabletta égetésével. Ha a vizet ismert teljesítményű merülőforralóval határozott ideig melegítjük, a melegítésre fordított energia konkrét értéke pontosan megadható.)

A 13-14 éves diákok számára jól ismert tény, hogy melegítéssel a jég vízzé olvasztható, hűtéssel (pl. háztartási fagyasztószekrényben) a víz jéggé fagyasztható, tudják, hogy a víz 0 °C-on fagy meg és a jég is ott kezd olvadni. A folyékony - légnemű átalakulással kapcsolatban kevésbé tudatosak a tapasztalataik. Tudják, hogy a folyadékok párolognak, ismerik a forrás jelenségét, de a két folyamatot nemigen kapcsolják össze. A fizikaórán a hétköznapi ismereteket kiegészítjük, pontosítjuk. Jelenség-szinten érdemes bemutatni, hogy az olvadáspont, illetve a forráspont nem szigorúan állandó. Kevés konyhasó hatására a jég olvadáspontja lecsökken, a víz forráspontja megnő, a nyomás csökkentése csökkenti a forráspontot, a nyomás növekedése (pl. zárt „kukta”-fazékban) megnöveli. Méréssel igazoljuk, hogy halmazállapot-változások közben a hőmérséklet nem változik, a folyamatos energiaközlés ellenére sem. Ebből arra következtetünk, hogy a gőz állapotban nagyobb a belső energia, mint folyadék állapotban. Az egységnyi anyagmennyiség halmazállapotának megváltoztatásához szükséges energia, azaz a halmazállapot-változáshoz kapcsolódó belső energia változás az anyagi minőségtől függő érték, amit *olvadáshőnek, forráshőnek* nevezünk.

Bevezető szinten nagyon fontos, hogy az elvont fogalmak, a láthatatlan belső folyamatok megértetését képszerű anyagszerkezeti magyarázatokkal is kiegészítsük. Az anyagszerkezeti magyarázatok során segítséget jelentenek a diákok kémiából szerzett ismeretei az anyag atomos felépítéséről, a különböző halmazállapotú anyagok mikroszerkezetéről.

Az energiahordozó fogalmát a melegítő képességhez kapcsolva kimondható, hogy bármely meleg test, amely képes más testeket felmelegíteni, energiahordozó. A meleg testnek belső energiája van, ami a melegítés során csökken miközben a felmelegített testé megnő. Ismert mennyiségű és hőmérsékletű hideg és meleg víz termikus kölcsönhatására alapozva egyszerű kísérleteken keresztül tárgyalhatjuk az energia átadás eredményeként beálló hőmérsékleti egyensúly fogalmát. Az energiamegmaradás elvére épített elemi kalorimetriai feladatok megoldása után az eredmények kísérletileg is ellenőrizhetők. A kísérleti ellenőrzés igazolja a tanulók számára, hogy a fizika kísérletileg felismert és matematikai alakban megfogalmazott törvényei, illetve a törvényeken alapuló számítások, konkrét szituációkra alkalmazhatók és valós eredményekre vezetnek.

A belső energia és a hő bevezetése mellett ebben a tárgyalásmódban is definiálnunk kell a munka fogalmát és a kinetikus energiát. Kísérletekkel illusztrálhatjuk, hogy a testek munkavégzéssel (például dörzsöléssel) is felmelegíthetők. Erre alapozva kimondhatjuk, hogy a testek energiája munkavégzéssel és hőközléssel is megvalósítható. A hőtan bevezető szintű tanítása során fontos a gyakorlati alkalmazások bemutatása is. Ebben a hőtágulás technikai problémáinak ugyanúgy helye van, mint a hőmérők működésének, az energiafogyasztásnak, az energiatudatos életvitelnek, a hőszigetelés jelenségkörének, vagy a meteorológiai jelenségek hőtani értelmezésének.

A helyi tanterv feladata a fizika és a többi természettudományos szaktárgy (biológia, földrajz, kémia) kereszttantervi kapcsolatainak rögzítése. A hőtan valamennyi természettudományos szakterület számára fontos. A földrajz az energiahordozókkal, az energiafelhasználással, az energia-tudatossággal kapcsolatos ismeretekkel, az időjárás alapjelenségeinek megtanításával kapcsolódik a hőtan tanításához. A kémia az anyagszerkezeti ismeretekkel (atomok, molekulák, halmazok) a halmazállapot-változások tárgyalásával, a reakcióhő (égéshő) értelmezésével egészíti ki a fizika hőtani tematikáját. Természetesen az együttműködésnek kölcsönösnek kell lennie. A hőtan fizikai feldolgozása során folyamatosan használjuk a társtantárgyak példáit, felelevenítjük, és szükség szerint kiegészítjük, bővítjük az ott tanultakat.

1.2. A termodinamika gimnáziumi tanítása

A középszintű gimnáziumi oktatás a korábban megismert hőtani alapjelenségek (hőmérsékletmérés, különböző halmazállapotú anyagok hőtágulása), valamint a hőmérséklet fogalmi felidézésével kezdődik, amit mennyiségi leírással egészítünk ki. A gázok makroszkopikus viselkedését a kinetikus gázmodell segítségével anyagszerkezeti alapon magyarázzuk. A kinetikus gázmodell szemléletes képét felhasználva a korábbi mechanikai energiafogalom alapján vezetjük be az ideális gáz belső energiájának kvantitatív fogalmát, majd kimondjuk a termodinamika I. főtételét. A főtétel konkrét alkalmazását az ideális gáz nevezetes folyamatain mutatjuk be. Az I. főtételhez kapcsoljuk a halmazállapot-változások értelmezését és mennyiségi leírását, továbbá a kalorimetriát.

A termodinamika II. főtételét a természeti folyamatok spontán irányának tapasztalati összegzéseként fogalmazzuk meg.

A középiskolai hőtan fontos feladata a hétköznapi energetikai szemlélet kiegészítése, korrigálása. Elméleti és gyakorlati szempontból egyaránt fontos a hőerőgépek működésével kapcsolatos ismeretek bővítése. Meg kell mutatnunk, hogy gépek működtetésére „elhasznált", energia nem szűnik meg, mennyiségét tekintve megmarad, de „degradálódik", olyan energiaként szóródik szét a környezetben, ami számunkra a továbbiakban már nem hasznosítható. Ennek megértetése jelenti a sokat hangsúlyozott „energiatudatosság" megalapozását. A Föld felhasználásra alkalmas energiakészletei végesek, elpocsékolásuk az utánunk jövő generációk elleni bűn. A megújuló energiák, amiknek lényegi forrása a Nap, emberi távlatokban nézve „végtelennek" tűnnek, valójában azonban tudjuk, hogy Napunk sem sugároz örökké. Az Univerzum „működésére" globálisan jellemző, hogy a koncentrált energia a természeti folyamatokban folyamatosan degradálódik, szétszóródik.

A termodinamika a természet legáltalánosabb törvényeit vizsgálja. A különböző természettudományok a termodinamikában összekapcsolódnak.

2. A hőmérséklet fogalma

A hőtan és a termodinamika tanításának középponti részét az energiafogalom kialakítása és a termodinamika főtételeinek, elsősorban az I. főtételnek a tárgyalása képezi. A főtételek tanításához azonban jól megértett és biztosan használt hőmérséklet fogalomra van szükség. Az általános iskolában ez csak annyit jelent, hogy a tanulók tudják használni és leolvasni a különböző hőmérőket.

A diákok természetesként kezelik, hogy a hőmérő felveszi a vele érintkező test hőmérsékletét, ezt a tényt az általános iskolai osztályok többségében nem is érdemes részletesebben taglalni. Legfeljebb a kalorimetria fejezetben, amikor felhasználjuk, hogy az érintkező testek hőmérséklete kiegyenlítődik, érdemes visszatérni arra, hogy a hőmérséklet mérés pontosságát rontja, ha a mérőeszköz és a mérendő test tömege összemérhető. A fizikatanításban jellegzetesen használjuk a tananyag spirális felépítését. A termodinamikában erre már a fogalomalkotáskor fokozottan szükség van, mert az alapfogalmak bonyolult tartalmat hordoznak, és a bevezetés szintjén nem bonthatók ki teljes általánosságban.[4]

A hőmérséklet fogalmát az általános iskolában hőérzetünkre hivatkozva vezetjük be. Ha időnk engedi, akkor az anyagok hőtágulását bemutató kvalitatív kísérletek alapján a Carnap kritériumokat szem előtt tartva, de természetesen nem a tananyag részeként kezelve hőmérőt készíttethetünk a tanulókkal. Ennek során fontos az alappontok megválasztásának valamint az adott hőmérő mérési tartományának megbeszélése!

Folyadékos hőmérő készítése

Részletek >>>

Elfogadható azonban az is, ha a hőérzetre vonatkozó tapasztalatok felelevenítése után egyszerűen arra hivatkozunk, hogy a hőmérsékletet a mindnyájunk által használt hőmérőkkel mérjük. Ezt a tanulók általában minden további nélkül elfogadják, nem igénylik a mérési utasítás és a hőmérő készítés részleteit. A hőmérő mérési tartományának és az alappontok kiválasztásának megbeszélésére azonban ebben az esetben is érdemes kitérni.

A középiskolában az általános iskolában bevezetett hőmérséklet fogalomra támaszkodva bővítjük, illetve változtatjuk a hőmérséklet definícióját. Itt már mindenképpen fel kell hívnunk a figyelmet a hőmérséklet kiegyenlítődő tulajdonságára, és megemlíthetjük, hogy a kiegyenlítődési tendencia például a gázok nyomására, vagy a keveredő folyadékok sűrűségére is érvényes[5]. Ki kell emelni, hogy a folyadékos hőmérőre alapozott mérési utasítás a fogalmat és a mértékegységet egyetlen eszközhöz illetve anyaghoz köti. A fizikai fogalmakat azonban célszerű a speciális mérőeszköztől függetlenné tenni. Jó párhuzam vonható e tekintetben pl. a hosszúság és az idő mértékegységének változó definíció sorával.

A középiskolában a gáztörvények tanítása során a gázhőmérővel és így az anyagcsoporthoz rögzített gázhőmérséklettel áttérünk az abszolút hőmérsékleti skálára, majd a kinetikus gázelméletben megmutatjuk a hőmérséklet mikroszerkezeti értelmezésének lehetőségét. (Az abszolút hőmérséklettel kapcsolatban érdemes megemlíteni, hogy a termodinamika főtételei alapján kimutatható, hogy a Carnot körfolyamat segítségével anyagtól független mérési utasítás adható rá.).

A hőmérséklet fontos tulajdonsága, hogy a termodinamika III. főtétele szerint van legkisebb értéke. Erre a hőmérsékletre tesszük át az abszolút hőmérsékleti skála zérus pontját. Az anyagszerkezeti kérdések tárgyalásakor az alacsony hőmérsékletek fizikája sok különleges jelenséggel és napjainkban is egyre szaporodó technikai alkalmazással szolgál (szupravezetés,

[4] A hőmérséklet kiegyenlítődő tulajdonságát szokás a termodinbamika 0. főtételeként is kimondani, erre azonban még középiskolában sincsen szükség.

[5] Ezzel előkészítjük az állapotjelzők extenzív és intenzív csoportba sorolását

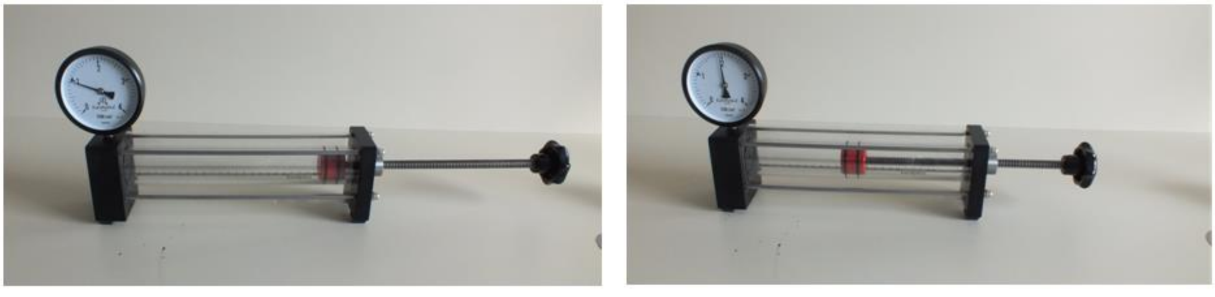
szuperfolyékonyság stb.), amelyek összegyűjtése és fizikájának megismerése önálló tanulói feladatként is használható. A technikai érdeklődésű osztályokban érdekes tanulói munka lehet a magas illetve alacsony hőmérsékletek mérési lehetőségeinek összegyűjtése is.

3. Gázok tulajdonságai, az ideális gáz, mint”modellanyag”,

A termodinamika I. főtétele az energiamegmaradást általánosan megfogalmazó, absztrakt kerettörvény. Tartalma csak konkrét anyagi rendszereken értelmezhető, egyedi eseteken keresztül mutatható be. Az I. főtétel bevezető szintű tárgyalására hagyományosan a legegyszerűbb anyagi rendszert az ideális gázt választjuk.

3.1. A gázok állapotjelzői közti kapcsolatok – a gáztörvények kimérése

A tárgyalást a gázok tulajdonságainak kísérleti vizsgálatával kezdjük. A kémiai tanulmányok során diákjaink már foglalkoztak a gázokkal, ismerik a fontos állapotjelzőket (mólszám (tömeg), nyomás, térfogat, hőmérséklet) és hallottak a gáztörvényekről is. Amit ehhez fizikában hozzátehetünk, az ismeretek kísérletekkel, mérésekkel történő alátámasztása. A gáztörvények kimérése, kiscsoportos tanulói kísérletezés formájában lenne ideális, de ez az esetek többségében, többek között a kis óraszám miatt lehetetlen. Általában be kell érnünk azzal, hogy a kísérletezésben gyakorlott tanár tanulói segítséggel végzi a méréseket és az eredményeket az egész osztály bevonásával dolgozza fel. A Boyle-Marotte törvény, a gáz térfogata és a nyomása közti kapcsolat (állandó hőmérséklet mellett) egyszerű kimérése az iskolák többségében hagyományosan Melde-cső segítségével történt. Mióta azonban (mérgezés veszélye miatt) higannyal nem szabad iskolában kísérletezni, speciális taneszközöket forgalmaznak a Boyle-Mariotte törvény kimérésére (1. ábra).



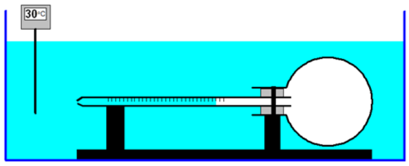
1. ábra. Mérőeszköz a Boyle-Mariotte törvény kiméréséhez.

A skálával ellátott üvegcsőben dugattyúval nyomjuk össze a levegőt, aminek nyomását a cső végén lévő manométer mutatja.

A Gay-Lussac törvények kimérése egyszerű házi eszközökkel is elvégezhető. Gay-Lussac I. törvénye a levegő állandó nyomáson történő hőtágulását értelmezi. A mérés az utóbbi évek emelt szintű érettségi vizsgájának egyik kísérleti feladata. A mérés részletes leírását és kiértékelését mellékletben csatoljuk.

Gay-Lussac I. törvényének mérése, a gázok hőtágulása

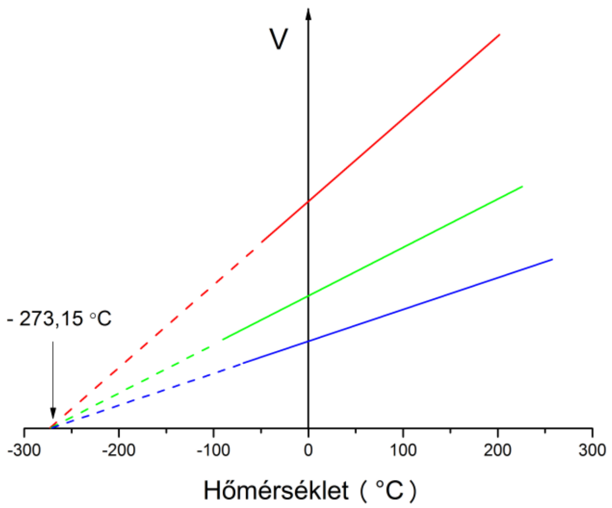
Részletek >>>



A Gay-Lussac törvény iskolai kimérését az indokolja, hogy rajta keresztül vezetjük be a köznapi gyakorlatban használt Celsius-skála helyett az „abszolút hőmérsékleti skálát”.

3.2. Az abszolút hőmérséklet

A Gay-Lussac I. törvénye szerint a levegő hőtágulása, állandó nyomáson, lineáris kapcsolatban áll a hőmérséklettel. A leírt érettségi-mérés nyomás – hőmérséklet grafikonjának pontjai Celsius-skálát használva egyenes szakaszra illeszkednek. Az egyenes szakaszt alacsony hőmérsékletek felé extrapolálva eljuthatunk az egyenesnek a térfogat tengellyel vett metszéspontjáig. Ez a hőmérséklet tengelyen azt a fiktív értéket adja, ahol a gáz térfogata zérussá válna. Fizikailag ez természetesen értelmetlen, s tudjuk, hogy a gázok alacsony hőmérsékleten cseppfolyósodnak, így grafikon egyenese nem extrapolálható a térfogat zérus értékéig. Mégis elgondolkodtató, hogy a mérések szerint a hőtágulási egyenes tengelymetszete a legkülönbözőbb gázok esetén ugyanazt a hőmérsékletet adja, s ugyanakkora térfogatú gázzal végzett kísérlet esetén az egyenes meredeksége is ugyanakkora. (Szakköri kísérlet lehet kimérni széndioxid- gáz hőtágulását.)



2. ábra. Hőtágulási egyenesek különböző térfogatú gázok esetén.

A gázok hőtágulása tehát nem függ a gáz anyagi minőségétől minden gáz esetén hasonló. A gázoknak ez az egységes viselkedése indokolja, hogy az önkényesen kiválasztott kezdőpontú

Celsius-skála helyett, a gázok univerzális hőtágulási törvényének extrapolációjára alapozva, új hőmérsékletskálát vezessünk be. Az új skála zéruspontjának azt a hőmérsékletet választjuk, ahol a hőtágulási egyenes a hőmérséklet-tengelyt metszi, azaz azt a pontot, ahol az ideális gázok ad abszurdum zérus térfogatúak lennének. Az új zéruspont a Celsius-skálán a -273 °C -nak, pontosabban -273,15 °C felel meg. Tehát

$$T = t[°C] + 273$$

Az új hőmérséklet-skála bevezetése után Gay Lussac I. törvénye a $V = V_0 \beta T$ egyszerű alakban adható meg, ahol a β térfogati hőtágulási tényező nem függ a gáz anyagi minőségétől, értéke: $1/273$.

A gázok univerzális hőtágulásához igazított hőmérsékletskálát *gázhőmérsékleti skálának* nevezzük. A gázhőmérsékleti skála fontos tulajdonsága, hogy már nem egyetlen véletlenszerűen választott anyaghoz (higany, borszesz stb.) hanem a gázok nagy anyagcsoportjához kapcsolódik. Tudjuk, hogy a termodinamika a Carnot körfolyamat anyagfüggetlen hatásfokára alapozva lehetővé teszi a hőmérséklet anyagoktól független definícióját és mérését. Az így definiált hőmérsékleti skálát abszolút hőmérsékleti skálának nevezzük. Szerencsés (de nem véletlen) egybeesés, hogy a gázhőmérsékleti és az abszolút hőmérsékleti skála azonos egymással. Emiatt a gázhőmérsékleti skálát is gyakran abszolút hőmérsékleti skálának nevezzük.

Gay Lussac II. törvénye

Gay-Lussac II. törvénye állandó térfogat mellett fejezi ki a gázok nyomásának változását a hőmérséklet függvényében. Az abszolút hőmérséklettel kifejezve $p = p_0 \beta T$, ahol p_0 a 0 °C -on mért nyomás, és $\beta = 1/273$. Vegyük észre, hogy β ugyanaz az érték, mint amit a hőtágulási törvényben kaptunk. A kapcsolat kimérése akár tanulói kísérlet formájában is elvégezhető.

Gay-Lussac II. törvényének kísérleti igazolása

Részletek >>>

3.3. Az általános gáztörvény

A mérési tapasztalatként adódó Boyle-Mariotte és Gay-Lussac törvényekből kiindulva egyszerű meggondolás alapján eljuthatunk az állandó mennyiségű gáz nyomása, térfogata és hőmérséklete között fennálló általános összefüggéshez, az általános gáztörvényhez:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Az általános gáztörvény és a gázok normál állapotára vonatkozó, a kémiában megfogalmazott Avogadro - tétel alapján egyszerűen felírhatjuk a gázok négy állapotjelzőjének (tömeg, hőmérséklet, térfogat, nyomás) kapcsolatát leíró

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

állapotegyenletet. A kinetikus gázelmélet felhasználásával az állapotegyenlet a

$$pV = NkT$$

alakban is megfogalmazható, ahol N a részecskeszám, k pedig a Boltzmann állandó. Az ideális gáz állapotegyenletéhez, illetve a gáztörvényekhez kapcsolódik a gáz állapotának, és nevezetes állapotváltozásainak ábrázolása ún. állapot-diagramon, illetve a grafikonok alapján végzett számítások. Az ábrázolás általában a p – V diagramon történik, csak emelt szinten egészítjük ki a V – T és p – T állapotsíkon történő ábrázolással. A p – V diagram azért kitüntetett, mert az ábrázolt állapotváltozás görbéje alatti terület megegyezik a gáz által végzett munkával. Az ábrázolásokkal kapcsolatban fontos kitérnünk arra, hogy csak egyensúlyi állapot esetén lehet az állapotjelzőket egyértelműen megmérni, és ábrázolni is. Hasonlóan csak egyensúlyi állapotokon keresztül megvalósuló, ún. „kvázisztatikus" folyamatok ábrázolhatók állapotdiagramon. A gázrobbanás például nem ilyen folyamat. A gázrobbanásban a gáznak nincs egyértelmű hőmérséklete és nyomása, az állapotjelzők a hely és az idő függvényében nagyon gyorsan változnak. A nevezetes állapotváltozások az állandó gázmennyiséggel kimért gáztörvényeknek felelnek meg: Boyle-Mariotte törvény – *izoterm* folyamat, Gay-Lussac I. törvénye – *izobár* folyamat, Gay-Lussac II. törvénye – *izochor* folyamat. Negyedik nevezetes folyamatként csatlakozik az előzőekhez az I. főtétel kimondása után a hőszigetelt, *„adiabatikus"* folyamat. Ez utóbbira is vonatkozik azonban, hogy a p – V síkon csak a gáz kvázisztatikus adiabatikus tágulása ábrázolható (az adiabata egyenlet is csak ilyen változásokra alkalmazható).

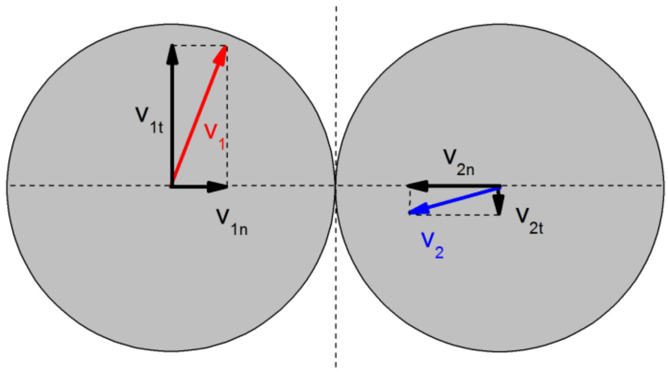
A Boltzmann-állandó értékének meghatározása számítással és méréssel

Részletek >>>

3.4. A kinetikus gázmodell

3.4.1. A gáznyomás kinetikus értelmezése

A gáznyomás mikroszerkezeti értelmezésének szemléletformáló szerepe van. A gondolatmenet megértését segíti a rázógépes modellkísérletekkel adott kép, és a rugalmas ütközésekről korábbiakban a mechanikában tanult ismeretek. A molekuláris mozgás rendezetlensége amiatt alakul ki, hogy a gyakori ütközések során a részecskék sebességének iránya vagy nagysága, esetleg mindkettő egyszerre, nagyon sokszor megváltozik. A gázrészecskék ütközésének döntő többsége ferde ütközés. Az azonos tömegű különböző sebességgel ferdén ütköző golyók sebességvektorait az ütközési normális (a két tömegközéppontot összekötő egyenes) irányába eső, és arra merőleges összetevőkre bontjuk. Azonos tömegek rugalmas ferde ütközése során a normális sebességkomponensek kicserélődnek, a normálisra merőlegesek azonban egyik részecske esetén sem változnak. Az ütközés utáni sebességeket a két molekula „hozott" sebessége és az ütközés iránya együtt a határozza meg. Így nem ritka az sem, hogy a nagyobb sebességgel ütköző golyó ütközés utáni sebessége tovább nő, míg a lassúbb golyóé tovább csökken. Az ábra ilyen esetet illusztrál két azonos tömegű golyó rugalmas ütközése során.



3. ábra. Azonos golyók ferde ütközése.

A gáz rendszertelen molekuláris mozgásának megértéséhez szükségünk van a ferde ütközésekre, a gáznyomás ütközésekre visszavezetett mennyiségi leírásában azonban egyszerűsíthetjük a számítást. Tekintsünk egy a élhosszúságú, kocka alakú tartályt, amit N számú molekula tölt ki egyenletesen! Tudjuk, hogy az egyes molekulák sebessége gyakran változik, de feltételezzük, hogy az átlagsebesség nagysága állandó. Természetesen azt is tudjuk, hogy a molekulasebességek iránya is változik, és egyik térirány sem kitüntetett, így elfogadható közelítés, hogy a molekulák kb. egyhatoda mozog a Descartes-féle koordináta rendszer tengelyeinek pozitív illetve negatív irányában. Tegyük fel továbbá, hogy most a részecskék egymással sem ütközhetnek össze. Vizsgáljuk ezután például a kocka alakú gáztartály alsó lapján a molekulák ütközéséből származó átlagos erőhatást! Egyetlen m tömegű v átlagsebességű részecske merőleges és rugalmas ütközésekor a részecske visszapattan a falról, azaz sebességének nagysága nem változik, de iránya ellentétesre fordul. A molekula impulzusváltozása:

$$\Delta I_1 = 2mv\,.$$

Az egyenletes eloszlás miatt az összes gázmolekulának az alsó lap irányában mozgó hatod része $\Delta t = a/v$ idő alatt biztosan beleütközik az alsó lapba, hiszen ennyi idő alatt még a felső laptól induló részecskék is eljutnak az alsó lapig. Ez az idő ugyanakkor a felfelé mozgó és a felső lapon ütközve megforduló részecskék egyike számára sem elegendő, hogy az alsó lapig jusson. A falra ható átlagos erő az ütköző részecskék egységnyi időre eső teljes impulzusváltozása, azaz

$$F = \frac{\frac{N}{6}2mv}{\frac{a}{v}} = \frac{1}{3}\frac{Nmv^2}{a}$$

Az ebből származó nyomás:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{Nm}{3a^3}\cdot v^2 = \frac{1}{3}\,\rho v^2\,,$$

ahol

$$\rho = \frac{Nm}{a^3},$$

azaz a tartályban lévő gáz tömeg-sűrűsége.

A gondolatmenet változtatás nélkül alkalmazható az edény bármelyik lapjára, így a nyomás minden lapon egyenlő.

A kinetikus gázelmélet mechanikus és számítógépes modelljei

Részletek>>>

3.4.2. A gáz hőmérsékletének értelmezése

Írjuk be a gáznyomás imént kapott kinetikus formuláját a gáz fenomenológikus állapotegyenletébe:

$$\frac{1}{3}\rho v^2 \cdot V = NkT\,.$$

A ρ sűrűség definícióját ($\rho = \frac{Nm}{V}$) felhasználva alakítjuk az egyenlet bal oldalát

$$\frac{1}{3}\rho v^2 \cdot V = NkT = \frac{1}{3}\frac{Nm}{V}v^2 \cdot V = NkT \rightarrow \frac{1}{3}mv^2 = kT$$

Rendezzük az átalakított egyenletet bal oldalára a mozgó gázrészecskék paramétereit, és az egyenlet mindkét oldalát osszuk el 2-vel! Az így kapott egyenlet bal oldalán a molekulák átlagos kinetikus energiája szerepel, a jobb oldala pedig a gáz abszolút hőmérsékletével arányos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k \cdot T\,.$$

A levezetés eredményeként kimondhatjuk, hogy a gáz hőmérséklete a részecskék átlagos mozgási energiájával áll összefüggésben.

Megjegyzések:

- Levezetésünk során v eredetileg a molekulák átlagsebességének nagyságát jelentette, az átlagsebesség négyzete azonban nem pontosan egyezik a sebességnégyzetek átlagával. A részecskék átlagos kinetikus energiájának felírásában értelemszerűen ez utóbbi szerepel.
- Ezt az összefüggést, amit elsőként Bernoulli vezetett le a 18. században, gyakran nevezik a kinetikus elmélet alapegyenletének.

Egyszerű kísérletek a kinetikus gázelmélet illusztrálására:

- HCl és NH3 diffúziója
- Gázok diffúziója porózus falon át

Részletek >>>

3.4.3. Az energia egyenletes eloszlása a gázban – az ekvipartició tétele

Az egyatomos gázok esetén a részecske kinetikus energiáját felírhatjuk a sebesség komponensek négyzeteinek összegeként is.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2$$

Azaz

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 = \frac{3}{2}kT$$

Nyilvánvaló feltételezés, hogy mivel a részecskék mozgásában nincs kitüntetett irány, a teljes energia átlagértékéhez a három sebességkomponenshez rendelhető energia azonos mértékben, azaz $\frac{1}{2}kT$ energiával járul hozzá.

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}mv_z^2 = \frac{1}{2}kT\,.$$

Az atomos gázokra kapott eredményt általánosítva mondhatjuk ki az energia egyenletes eloszlásának tételét, az ún. „*ekvipartició*” tételt.

A termodinamikai egyensúlyban lévő sok-részecske rendszerek esetén az energia átlagosan egyenlő arányban oszlik meg a részecske komponensekkel kifejezett energia kifejezésében szereplő négyzetes tagok között. (Az energia kifejezésben négyzetesen szerepelő tagok számát nevezzük a rendszer termodinamikai szabadsági fokának.)

Az ekvipartició tétele kimondja, hogy termikus egyensúlyban lévő T hőmérsékletű rendszer minden részecskéjének minden szabadsági fokára átlagosan $\frac{1}{2}kT$ energia jut.

3.4.4. A gázok belső energiájának kinetikus értelmezése

Atomos gázok esetén - amint láttuk - a termodinamikai szabadsági fokok száma 3. A T hőmérsékletű gáz minden atomja átlagosan

$$E = 3 \cdot \frac{1}{2}kT$$

kinetikus energiával rendelkezik. A gáz egészének U termikus energiája (a „belső energia”) az egy részecskére jutó átlagos energia és az N részecskeszám szorzataként adható meg:

$$U = NE = 3N \cdot \frac{1}{2}kT$$

Az elméleti levezetés eredményét célszerű konkrét példával illusztrálni. Ehhez a kémiai előtanulmányok adnak segítséget. A diákok tudják, hogy atomos gázok nemesgázok, tudják továbbá Avogadro törvényét, ami szerint 1 mólnyi mennyiségű gáz részecskéinek száma $N_A = 6 \cdot 10^{23}$. Határozzuk meg például 2 mol argon gáz belső energiáját 20 °C -on!

Kétatomos gázok esetén a molekulák foroghatnak is, a forgási energia tagokat is számításba véve a szabadsági fokok száma 5. (A pontszerűnek tekintett atomokat összekötő tengelyre vonatkoztatva a molekula tehetetlenségi nyomatéka zérus, ezért ez a forgásösszetevő elhagyható.) A kétatomos gáz egy molekulájára átlagosan

$$E = 5 \cdot \frac{1}{2}kT$$

energia jut. Az N molekulából álló kétatomos gázok belső energiája így

$$U = NE = 5N \cdot \frac{1}{2}kT\,.$$

(Természetesen a kétatomos gázok fenti tárgyalása csak a forgás mechanikai tárgyalása után lehet értelmes.)

A belső energiára levezetett összefüggések legfontosabb következménye az, hogy az ideális gázok belső energiája csak a hőmérséklet függvénye. A kinetikus modellből elméleti úton származtatott eredmény kísérletileg is igazolható, azonban a mérés nem egyszerű.

A belsőenergia ilyen bevezetése után érdemes visszatérni a mechanikában munkavégző képességként bevezetett energiafogalomra. A nagy belső energiájú gáz is rendelkezik munkavégző képességgel. A dugattyús tartályba zárt felmelegített gáz, ha a záródugattyújának rögzítését feloldjuk, a dugattyút kitolva munkát képes végezni. A táguló gáz munkavégzésének mennyiségi tárgyalása az első főtétel kimondása után ajánlott.

Az ideális gáz állapotának jellemzésére bevezetett belső energia fogalmát egyszerűen kiterjeszthetjük a folyadékokra és szilárd testekre is. A hőmérsékletnövekedés hatására a folyadékok és a szilárd testek belső energiája megnő. Ezt meggyőzően bizonyítja, hogy hőtágulásuk során hatalmas erőket kifejtve képesek munkát végezni. A test belső energiájának változására (adott halmazállapotban) a hőmérséklet változásából következtetünk. Ha a hőmérséklet nő, a belső energia is arányosan nő, ha a hőmérséklet csökken, a belső energia is csökken.

4. A termodinamika I. főtétele – az energiamegmaradás törvénye

Az ideális gázra vonatkozóan méréssel és a kinetikus gázelmélet alapján nyert elméleti következtetések birtokában már meggyőzően eljuthatunk az I. főtétel kimondásáig. A tények: adott mennyiségű ideális gáz belső energiája csak a hőmérséklet függvénye, a gáz belső energiája melegítéssel, valamint munkavégzéssel is növelhető. Kísérleti tapasztalat, hogy az összenyomott gázok felmelegednek. A jelenség osztálytermi kísérletként bemutatható egy orvosi műanyagfecskendőbe beragasztott érzékeny termoelemmel vagy félvezető hőmérővel. Ha a dugattyúval a levegőt hirtelen összenyomjuk, a gáz hőmérséklete megnő. (Ezen az elven működtek régen az ún. „pneumatikus tűzszerszámok" amiket gyufa helyett tűzgyújtásra használtak.) A jelenséget azonban a legtöbb diák tapasztalta, amikor a kerékpár felpumpálása közben az összenyomott levegő a pumpa falát is jól érezhetően felmelegíti. Ha pumpálás közben a gázt szabadon engedjük a kiáramlani, a melegedés, amit a dugattyú és a fal súrlódása okoz jóval kisebb.

A gázokra vonatkozóan szerzett tapasztalatok a folyadékok és szilárd anyagok esetén is igazolódnak. Rájuk is jellemző, hogy hőmérsékletük nem csak melegítéssel, hanem munkavégzéssel is megnövelhető. A szilárd testek mozgása, a folyadékok áramlása közben az egymáshoz képest elmozduló testek közt súrlódás lép fel. A mozgás fenntartásához a súrlódási erők ellenében munkát kell végezni. Ez a munka nem növeli az áramlás sebességét, azaz nem nő a rendezett formában meglévő kinetikus energia. A disszipatív erők (súrlódás, közegellenállás) esetén a mechanikai energiamegmaradás nem érvényes. A súrlódási munka hatására azonban a testek felmelegednek. A felmelegedés a test belső energiájának növekedését jelenti. A súrlódási munka tehát a test belső energiáját növeli.

Az energiamegmaradás törvényének hőjelenségekre is kiterjesztett megfogalmazása a termodinamika első főtétele. Eszerint:

Valamely meghatározott anyagi rendszer belső energiáját melegítéssel vagy munkavégzéssel lehet megváltoztatni. A rendszer belső energiájának változása (ΔU) egyenlő a rendszeren végzett W munkavégzés és a rendszerrel hőfolyamattal (melegítés, hűtés) közölt Q energia összegével.

$$\Delta U = Q + W\,.$$

Az energiafelvétel, vagy leadás jelölésére a munkát és a hőt értelemszerű előjellel látjuk el. Pozitív a munka előjele, ha a külső erők végeznek munkát a rendszeren, negatív munkavégzésről beszélünk, ha a rendszer végez munkát a környezetén. Amennyiben a rendszer és környezete között hőcsere nincsen, akkor pozitív munkavégzés esetén a rendszer belső energiája nő, negatív esetén csökken. Pozitív a hő, ha a rendszer felveszi és negatív, ha leadja. Amennyiben a hőcsere-folyamat a rendszer és környezete között az egyetlen energiacsere forma, akkor a rendszer belső energiája növekszik, ha a hő pozitív és csökken, ha negatív. Az első főtétel megfogalmazása hosszú fizikatörténeti vita végére tett pontot. Egyértelművé tette, hogy a hőjelenségek értelmezéséhez nincs szükség egy különleges „hőanyag" feltételezésére, a hő az energiaátadás egyik formája.

4.1. A hőmennyiség - fajhő

Egy adott anyagi rendszernek hőközléssel átadott energia mennyiségére – ezt nevezzük hagyományosan hőmennyiségnek – a rendszer hőmérsékletváltozásából következtetünk. Egyszerű esetekben, amikor csak hőközlés van és munkavégzés nincs, a melegítéssel átadott energia megegyezik a rendszer belső energiájának megváltozásával.

$$\Delta U = Q\,.$$

Az anyagok termikus tulajdonságait jól jellemzi a fajhő, azaz az egységnyi tömegű anyagdarab hőmérsékletének egy kelvinnel történő emeléséhez szükséges energia:

$$c = \frac{\Delta U}{m\Delta t} = \frac{Q}{m\Delta t}\,.$$

A fenti gondolatmenet és az annak alapján definiált fajhő minden olyan anyagi rendszer esetén használható, ahol a folyamatok során munkavégzés nincs (vagy elhanyagolható) és az anyag halmazállapota a melegítés során nem változik. A fajhő általában nem függ a hőmérséklettől és értéke az anyagi minőségre jellemző állandó, mértékegysége: Joule/kg·°C

A szilárd anyagok és a folyadékok esetén a testek belső energiája lényegében csak melegítéssel változtatható meg, mert a hőtágulás elhanyagolható mértékben változtat a test méretein, így a munkavégzés a melegítés során elhanyagolható.

A hőközléssel átadott energiát – az ún. „hőmennyiséget” a fajhő, az anyagmennyiség és a hőmérsékletváltozás alapján határozhatjuk meg:

$$Q = mc\Delta t\,.$$

WWW

Szilárd anyagok, folyadékok és gázok fajhőjének kísérleti meghatározása, Fizikai Kísérletek Gyűjteménye I. X.4.

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/hot/j4s6s1.htm

WWW

Fajhő meghatározása munkavégzéssel történő melegítéssel, Kísérletek Gyűjteménye I. X.5. 5

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/hot/j5s5.htm

Gázok fajhője, mint folyamatjellemző

A gázok állapotváltozása során csak akkor nem történik munkavégzés, ha a gáz térfogata állandó. Ebben az esetben fajhő, mint fajlagos belső energiaváltozás jelenik meg, azaz

$$c_V = \frac{\Delta U}{m\Delta t}\,.$$

Általában a melegítés során a gáz nem csupán melegszik, hanem jelentős mértékben tágul is. Ilyenkor a melegítéssel átadott energia nem csak a gáz belső energiáját növeli, hanem a gáz tágulási munkáját is fedezi. Ez azt jelenti, hogy a melegítésre fordított hőmennyiségből számított aktuális fajhő nagyobb, mint a gáz állandó térfogaton vett fajhője.

$$c_{akt} = \frac{Q}{m\Delta t} = \frac{\Delta U + W}{m\Delta t} > c_V = \frac{\Delta U}{m\Delta t}$$

A gáz tágulása, és így a munkavégzése is a külső körülményektől függhet, ezért a fajhő is különböző lehet. A fajhő értékének meghatározásához ismernünk kell a gáz tágulási folyamatát.

A gázok esetén a fajhőnél többet mondó fogalom a mólhő, azaz az hőmennyiség, ami az gáz egy móljának hőmérsékletét egy kelvinnel emeli. Természetesen a gázok esetén a mólhő is erősen folyamatfüggő mennyiség. A gázok állandó térfogaton vett mólhője a kinetikus gázelmélet alapján könnyen meghatározható. Kihasználva, hogy nincsen munkavégzés, az I. főtétel szerint $\Delta U = Q$, következésképpen az egyatomos gázok állandó térfogaton vett mólhője:

$$C = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{3}{2} N_A \cdot k\,,$$

ahol N_A az Avogadro-szám. A kétatomosaké pedig:

$$C = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{5}{2} N_A \cdot k\,.$$

Vegyük észre, hogy a mólhő a gáz anyagi minőségétől függetlenül csak attól függ, hogy a gáz egy, vagy kétatomos molekulákból áll. Ilyen értelemben a mólhők univerzális, egész gáz-osztályokra jellemző állandók.

Gázok fajhője állandó nyomáson, Robert Mayer-egyenlet

Részletek >>>

4.2. Az első főtétel alkalmazása ideális gázok nevezetes állapotváltozásaira

A termodinamika I. főtételének alkalmazását az ideális gáz könnyen tárgyalható folyamatain tudjuk tanítványainknak megmutatni. Gázok esetén a termodinamika első főtétele az

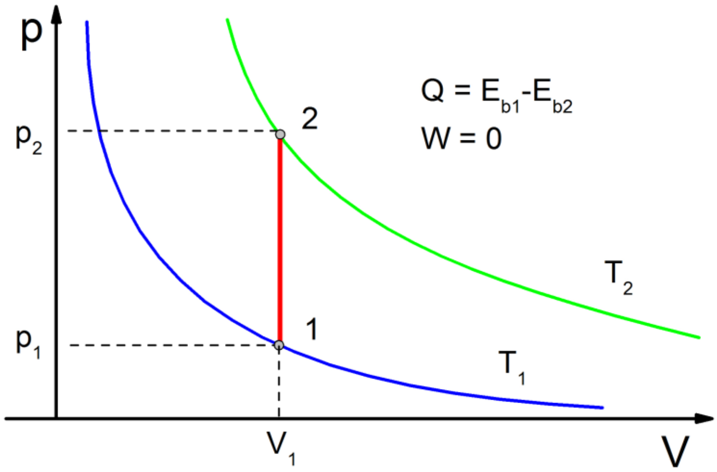
$$\Delta U = Q - p \cdot \Delta V$$

alakot ölti, ahol $W = -p \cdot \Delta V$. a környezet által a gázon végzett elemi munkát jelenti. Itt tehát ΔV olyan kicsiny térfogatváltozás, amelynek során a gáz nyomása állandónak tekinthető. Ha a térfogatváltozás olyan, hogy a nyomás változása nem hanyagolható el, akkor a térfogatváltozást kis lépésekre kell bontani, amelynek során a nyomás közelítőleg állandó. A munkát az elemi lépésekben meghatározott munkák összege adja. A negatív előjel azt jelzi, hogy a környezet akkor végez munkát a gázon, ha a gáz térfogata csökken.

4.2.1. Ideális gáz izochor állapotváltozásának energetikai tárgyalása

Állandó térfogatú tartályba bezárt gáz melegítésekor nő a gáz nyomása és hőmérséklete. Mivel a gáz térfogata változatlan, a folyamat során munkavégzés nincs. A termodinamika I. főtétele így a $\Delta U = Q$ alakra egyszerűsödik. A gáz melegítésekor közölt hő teljes egészében a gáz belső energiáját növeli:

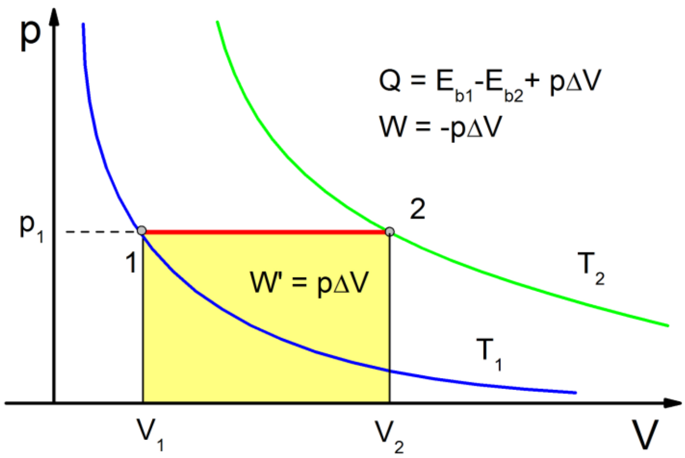
$$\Delta U = mc_v\Delta T$$



4. ábra. Állandó térfogatú (izochor) állapotváltozás p – V diagramja.

4.2.2. Ideális gáz izobár állapotváltozásának energetikai tárgyalása

Izobár állapotváltozás során a gázt melegítjük, miközben állandó nyomás mellett kitágul.



5. ábra. Állandó nyomáson végbemenő (izobár) állapotváltozás p – V diagramja.

A gáz hőmérsékletváltozása jelzi belső energiájának növekedését. A belsőenergia változását a gáz tömegének és a végső és a kezdeti hőmérséklet különbségének ismeretében meghatározhatjuk ($\Delta U = mc_V \Delta T$). A gáz térfogatváltozása mutatja, hogy a folyamat során munkavégzés is történt. A munkavégzés előjele negatív, kifejezve, hogy a munkát a táguló gáz végzi a környezetén. A munkavégzés a p – V állapotsíkon az állandó nyomáson történő tágulást ábrázoló vízszintes grafikon alatti terület mértékszámával egyezik meg. Az első főtétel izobár folyamatra felírva

$$\Delta U = Q - p(V_2 - V_1)\,,$$

ahol Q a gáz állandó nyomáson történt melegítésére fordított energia:

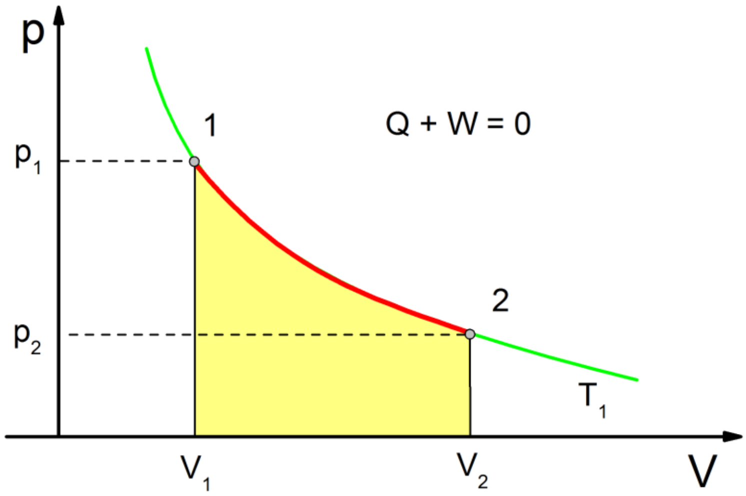
$$Q = mc_p(T_2 - T_1).$$

4.2.3. Ideális gáz izoterm állapotváltozásának energetikai tárgyalása

Izoterm állapotváltozás során a gáz hőmérséklete nem változik, annak ellenére sem, hogy a gázt folyamatosan melegítjük. A melegítés során a gáz folyamatosan tágul. A hőmérséklet állandó értéke jelzi, hogy a gáz belső energiája nem változik ($\Delta U = 0$). A gáz tágul, azaz munkát végez a környezetén ($W < 0$). A termodinamika I. főtételének matematikai alakja:

$$0 = Q - W\,,$$

azaz a melegítés hatására táguló gáz tehát pontosan annyi mechanikai munkát végez a környezetén, amennyi energiát a melegítés során kap. A Q hőmennyiséget a gáz izoterm melegítése során nem tudjuk a szokásos kalorikus formula segítségével kiszámítani ($\Delta T = 0$). Az csak az I. főtételből adódó $Q = W$ egyenlőség alapján, a munkavégzéssel határozható meg[6].



6. ábra. Állandó hőmérsékleten végbemenő (izoterm) állapotváltozás p – V diagramja.

[6] Formálisan a gáz fajhője az izoterm folyamatban végtelen nagynak tekinthető, hiszen hőfelvétel történik, de a hőmérséklet állandó

A végzett munkát a p – V síkon az izoterm állapotváltozást ábrázoló hiperbola - szakasz alatti terület jelenti. Középiskolai matematikai ismeretekkel a V_1 térfogatról V_2 térfogatra táguló gáz munkájának értékét nem tudjuk kiszámítani.

Jobb osztályokban azonban megmutathatjuk a számítás logikai útját, esetleg konkrét esetben számítógéppel numerikusan kiszámíthatjuk a munka közelítő értékét. A tágulás teljes $V_2 - V_1$ tartományát olyan kis ΔV szakaszokra osztjuk, amelyeken belül a nyomást szakaszonként állandó értékűnek tekinthető, azaz a folytonos hiperbolát lépcsős szakaszokkal közelítjük.

Egy ilyen lépcsőhöz tartozó elemi munka $\Delta W_i = p_i \Delta V$. A táguló gáz által végzett munka jó közelítéssel az imént felírt elemi munkák összege:

$$W \approx \sum_i \Delta W_i \, .$$

A közelítés annál pontosabb minél jobban követi a „lépcső" a folytonos hiperbola-függvényt, azaz, minél kisebb ΔV intervallumokra osztjuk fel a $(V_2 - V_1)$ tágulási tartományt.

4.2.4. Az ideális gáz adiabatikus állapotváltozásának bevezetése az I. főtétel alapján

A korábbiakban tárgyalt nevezetes folyamatokat a gázok egy-egy állapotjelzőjének állandó értéke határozta meg. A negyedik nevezetes folyamatot az első főtétel alapján definiáljuk. Adiabatikus állapotváltozásról beszélünk, ha a folyamat során a gáz és a környezete termikusan elszigetelt, azaz a gáz és környezete hőközlés útján nem cserélhet energiát. Adiabatikus állapotváltozás esetén az I. főtétel alakja a $Q = 0$ feltétel miatt egyszerűsödik:

$$\Delta U = W \, .$$

Eszerint, a gáz és a környezet közti munkavégzés a gáz belső energiáját változtatja meg.

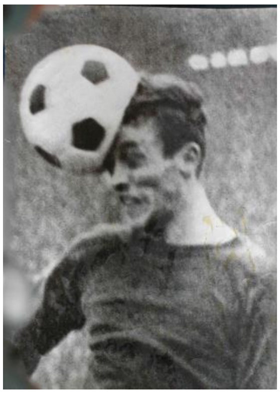
Ha a gázt valamely külső erő összenyomja, a gáz belső energiája a munkavégzéssel kapott energiával növekszik. Ha a gáz tágul, akkor környezetén munkát végez, belső energiája csökken.

A dízelmotorhoz nem kell gyújtógyertya

Részletek >>>

Az adiabatikus állapotváltozás feltétele, hogy a gáz ne tudjon a környezetével termikus kölcsönhatásba kerülni. Ez teljesülhet úgy, hogy a dugattyúval ellátott gáztartályt hőszigetelő anyaggal vesszük körbe. Teljesül azonban akkor is, ha a gáz gyorsan tágul, vagy gyors összenyomódást szenved. Mivel a hőcsere a gáztartály és a környezete közt általában sokkal lassabb folyamat, mint a munkavégzés, a gáz állapotváltozása szigetelés nélkül is közel adiabatikus. Ez okozza a levegő mindennapi életben közismert rugalmasságát.

A levegővel felfújt labdák rugalmasak. A focilabda rugalmasságát a benne lévő levegő adja, a „külső” héjazat, legyen az bőr vagy műanyag, gyakorlatilag rugalmatlan. Amikor a játékos belerúg, vagy belefejel a labdába (7. ábra), mechanikai munkavégzéssel hírtelen összenyomja a labdában lévő levegőt, ami egy pillanatra felmelegszik, belső energiája megnő. A labda rugalmas elpattanásakor a levegő végez tágulási munkát, miközben belső energiája csökken, hőmérséklete visszahűl. Az egész ütközés néhány századmásodpercig tart, eközben gyakorlatilag nincs idő hőcserére a játékos és a labda közt.



7. ábra. Fejelő futball játékos

Hasonló rugalmasságot tanúsít a levegő a kerékpár vagy az autó felfújt kerekeiben is, ahol az út egyenetlenségeit kompenzálja.

Egy érdekes feladat, ami rávilágít az adiabatikus folyamatok sajátságaira

Részletek >>>

Adiabatikus mozgások a légkörben

Részletek >>>

4.3. Körfolyamatok ideális gázokkal

Zárt gázmennyiséggel megvalósítható az egymást követő állapotváltozások olyan sorozata, aminek végén a gáz eredeti állapotába jut. A folyamatok során a gáz állapotjelzői átmenetileg változnak, de a kiindulási és a végállapotban a gáz minden állapotjelzője azonos. Az ilyen folyamatokat *körfolyamatoknak* nevezzük. A körfolyamatok energetikai tárgyalása a termodinamikai gépek működésének megértéséhez szükséges. A termodinamikai gépek működése periodikusan ismétlődő körfolyamatokon alapul. Megvalósítható olyan körfolyamat, aminek során a gáz környezetétől hőt vesz fel és annak egy részét hasznosítható mechanikai munkává alakítja. Az így működő körfolyamat erőgépként hasznosítható. Más esetekben a körfolyamat hűtő vagy fűtőberendezésként működtethető. Ekkor külső munkával kényszerítjük a rendszert, hogy a hidegebb helyről termikus energiát vonjon el és a melegebb környezetben leadja. A természetes folyamat ezzel ellentétes, a termikus energia spontán módon a melegebb helyről megy a hidegebb felé.

A körfolyamatok közt elméleti szempontból kiemelt jelentősége van a két adiabatikus és két izoterm állapotváltozásból álló „Carnot-ciklus"-nak. A Carnot-ciklus hatásfoka anyagtól függetlenül csak a két izoterm állapotváltozás hőmérsékletétől függ, így elméleti lehetőséget ad a hőmérséklet anyagtól független definíciójára. A Carnot-féle körfolyamat másik fontos tulajdonsága, hogy az ugyanolyan hőmérsékleti határok között végbemenő körfolyamatok között az elvileg elérhető maximális hatásfokkal rendelkezik. A Carnot-körfolyamat mennyiségi szinten a középiskolában nem tárgyalható. A matematikai ismeretek hiánya miatt sem az izotermikus állapotváltozás, sem az adiabatikus folyamat során végzett munkát nem tudjuk meghatározni

Állandó, zárt gázmennyiséggel dolgozó, gyakorlati szempontból is lényeges gép nem sok van, a gépkocsimotorok valóságos körfolyamata során például a munkaközeg állandóan változik, csak azért írhatjuk le idealizált körfolyamattal, mert mindig ugyanolyan tulajdonságú, új anyag kerül a motorba. Az 1816-ban Robert Stirling ír lelkész által konstruált gép azonban valóban ugyanazzal a gázmennyiséggel dolgozik a periodikusan ismétlődő körfolyamatok során. Az elmúlt száz évben szinte elfelejtették a konstrukciót, csak a XX. század végén kezdték el alkalmazni, és felhasználási területe ma is folyamatosan bővül. Népszerűségét elsősorban annak köszönheti, hogy napsugárzással fűtve tökéletesen környezetbarát, semmi káros anyag kibocsátása nincs. Mivel hatásfoka sem rossz, egyre több területen használják. A Stirling körfolyamat kvalitatív szinten a középiskolában is jól értelmezhető, a gép demonstrációs változatban is jól működik, akár házilag is elkészíthető, és a modern technikában egyre inkább elterjed. A gázok körfolyamatának bemutatására, ezen keresztül a hőerőgépek elvi működésének bemutatására a Stirling-ciklus ajánlható.

A Stirling – körfolyamat hatásfoka

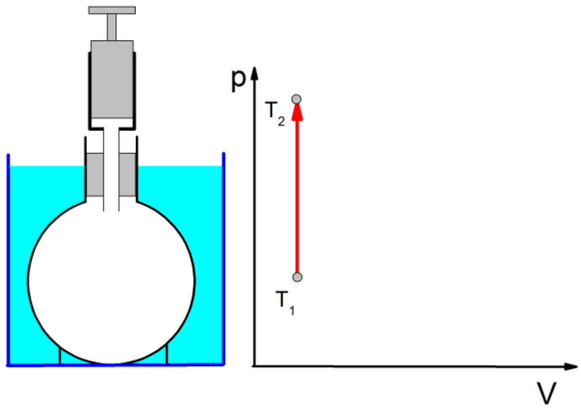
Részletek >>>

A Stirling-körfolyamat a p – V állapotsíkon ábrázolva két izochor és két izoterm állapotváltozási szakaszból áll. Vizsgáljuk egymás után az egyes részfolymatokat!

Tekintsünk egy dugattyúval lezárt, jó hővezető falú edénybe zárt, állandó mennyiségű ideális gázt! A tartályba zárt gázzal hajtsuk végre gondolatban a következő ábrákkal illusztrált, négy lépésből álló kísérletet-sorozatot!

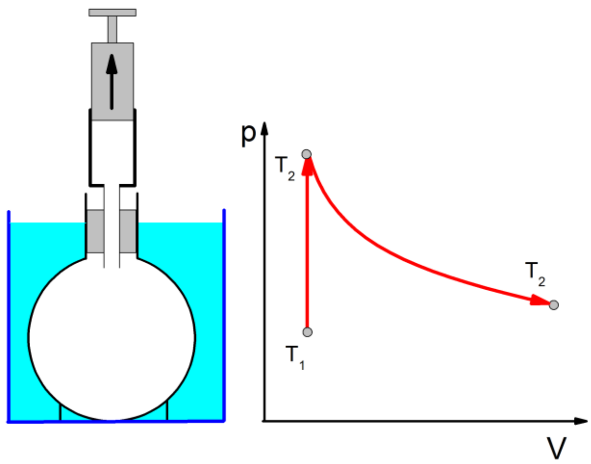
1) Kiindulási állapotban a gáz legyen a hideg víznek megfelelő T_1 kezdőhőmérsékletű, és V_1 térfogatú, p_1 nyomású!

1 → 2: Rögzítsük a dugattyút (és ezzel a gáz V_1 térfogatát) majd a tartályt helyezzük át T_2 hőmérsékletű meleg vízbe! A bezárt gáz állandó térfogaton T_2 hőmérsékletre melegszik és nyomása p_2 értékre nő (izochor folyamat) A magasabb hőmérsékletű környezet a tartály hővezető falán keresztül energiát ad át a gáznak, gáz hőmérsékletének növekedése jelzi, hogy a gáz belső energiája megnőtt: $\Delta U = Q$



8. ábra. A Stirling-körfolyamat első szakasza

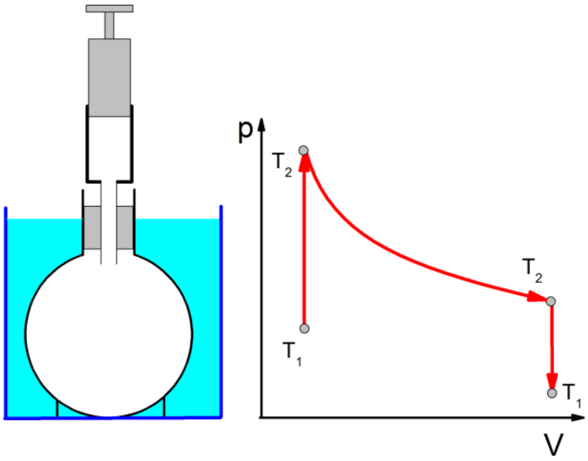
2 → 3: A dugattyú rögzítését feloldva hagyjuk a T_2 hőmérsékletű gázt a T_2 hőmérsékletű környezetben lassan V_2 térfogatra tágulni! A tágulás során a gáz hőmérséklete nem változik (izoterm folyamat), belső energiája is változatlan. A táguló gáz felemeli a dugattyúra helyezett terhet, így emelési munkát végez. Az I. főtétel szerint, mivel a gáz belső energiája nem változik, a munkavégzéshez szükséges energiát a gáz a T_2 környezetből felvett hővel fedezi:$0 = Q - W$.



9. ábra. A Stirling-körfolyamat második szakasza

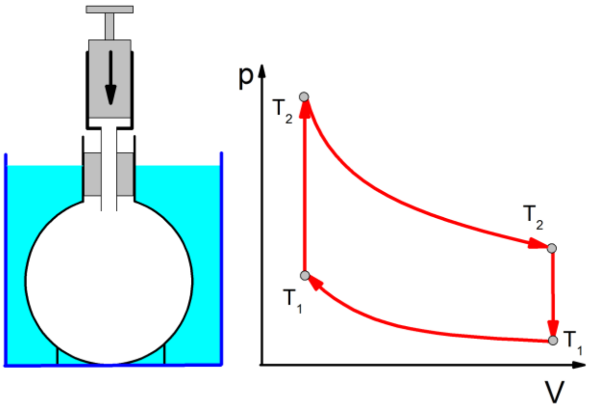
3 → 4: A dugattyút ezután rögzítjük, és az edényt a hidegebb T_1 hőmérsékletű vízbe átemelve a gázt hagyjuk állandó V_2 térfogaton lehűlni (izochor folymat). A lehűlés közben a gáz nyomása lecsökken. A gáz hőmérsékletének csökkenése jelzi, hogy a belső energiája is csökkent, mivel

a térfogat nem változott, a gáz nem végzett munkát. A belső energia csökkenése mutatja, hogy a gáz hőt adott le a környező víznek. Az első főtételt alkalmazva: $\Delta U = -Q$



10. ábra. A Stirling-körfolyamat harmadik szakasza.

4 → 1: A T_1 hőmérsékletű gázt a V_2 térfogatról a dugattyúval lassan visszanyomjuk V_1 térfogatra. Eközben a gáz nyomása nő, de hőmérséklete nem változik. A gáz összenyomásakor mechanikai munkát végzünk, azaz energiát adunk a gáznak, az állandó hőmérséklet azonban azt mutatja, hogy a belső energia változatlan. Az első főtétel szerint ez csak úgy lehetséges, ha a munkavégzéssel közölt energiát a gáz hő formájában átadja a környezetének: $0 = Q + W$



11. ábra. A Stirling-körfolyamat negyedik szakasza.

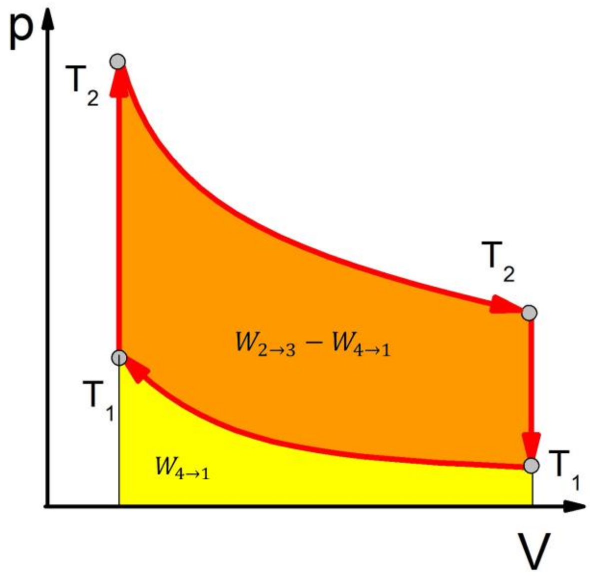
A négy lépésben végrehajtott körfolyamat végén a gáz kiindulási állapotába került vissza, állapotjelzőinek értéke (p_1, V_1, T_1) megegyezik a kiindulási értékekkel. A négy lépésből álló körfolyamat tetszőlegesen megismételhető.

Vizsgáljuk meg, hogy a körfolyamat során mennyi energiát kapott és adott le a gáz hő, illetve munka formájában!

A gáz az első az 1 → 2: izochor melegítéskor ($+Q_{1\rightarrow2}$), és a 2 → 3: izoterm tágulás közben hőt vett fel ($+Q_{2\rightarrow3}$). A 3 → 4: izochor hűlés során ($-Q_{3\rightarrow4}$) és a 4 → 1: izoterm összenyomás közben ($-Q_{4\rightarrow1}$) pedig hőt adott le.

A gáz térfogatának változásával járó munkavégzés az izoterm állapotváltozások során történt. A munkavégzés mértéke a p – V görbék alatti terület. A gáz T_2 hőmérsékletű tágulása során a gáz végzett munkát a környezetén $(-W_{2\to3})$, a T_1 hőmérsékleten a környezet végzett munkát a gázon $(+W_{4\to1})$. Mivel a T_2 izoterma alatti terület nagyobb, mint a hidegebb hőmérséklethez tartozó izoterma alatti terület, a gáz a teljes körfolyamat során több munkát végzett a környezetén, mint a környezet rajta.

$$W_{4\to1} - W_{2\to3} < 0$$



12. ábra. Munkavégzés a Stirling-körfolyamat során.

Mivel a ciklus alatt a belső energia teljes megváltozása zérus, következik, hogy a körfolyamat során a gáz által a környezetből felvett hő több mint a környezetnek leadott hőmennyiségek összege.

$$Q_{1-2} + Q_{2-3} - Q_{3-4} - Q_{41} < 0$$

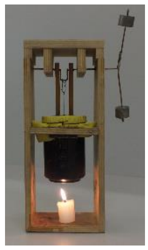
A körfolyamat gépként működött, a felvett hő egy részét általunk hasznosítható munkává alakította. A munkavégzés a ciklus ismétlésével gyakorlatilag „folyamatossá" tehető.

A fenti gondolatkísérletet fordított sorrendben is végrehajthatjuk, először hagyjuk a V_1 térfogatú tartályba bezárt p_1 nyomású levegőt állandó T_1 hőmérsékleten V_2 térfogatra tágulni, ezután rögzített V_2 térfogaton melegítsük fel T_2 hőmérsékletre, majd izoterm módon nyomjuk össze V_1 térfogatra, végül állandó térfogaton hűtsük le T_1 hőmérsékletre! A fordított körbejárási irány megváltoztatja az energiamérleget. A munkavégzéssel a gáznak átadott energia nagyobb, mint a gáz által végzett munka. A gáz által a környezetnek leadott hő viszont több, mint amit a gáz a környezetéből felvesz. A részfolyamatok vizsgálata mutatja meg, hogy a nagyobb hőleadás a magasabb hőmérsékletű környezet felé történik. A befektetett többletmunka eredményeként a körfolyamat fűti a magasabb hőmérsékletű környezetet, miközben hűti a kezdetben már hidegebbet. A fordított irányú Stirlig-ciklus is hasznosítható számunkra, nézőponttól függően tekinthető külső energiabefektetéssel működtetett fűtő vagy hűtőberendezésnek.

WWW

Házilag elkészíthető egyszerű Stirling-motor

http://stirlingtechnology.blogspot.hu/p/a-stirling-motor-mukodese.html



4.4. Halmazállapot-változások – a belső energia fogalmának bővítése

A halmazállapotok áttekintése és a halmazállapot-változások tárgyalása a középiskolai termodinamika tanításában nem nehéz feladat. A fizikatanítás alapozó szakaszában, illetve a kémia tantárgy keretei között a diákok már szemléletes anyagszerkezetei képet kaptak a szilárd, folyékony és légnemű halmazállapotokról. Megismerkedtek a halmazállapotok makroszkopikus jellemzőivel, a szilárd – cseppfolyós és a folyadék – légnemű állapotváltozásokat jellemző olvadáshő és forráshő fogalmával. Foglalkoztak a halmazállapot-változásokkal kapcsolatos mindennapi jelenségekkel. A középiskolai tanítás során a meglévő ismeretek felidézése, elmélyítése és kiegészítése a feladat.

A részecskék közti kötés és a belső energia kapcsolata

Az ideális gáz esetében a rendszer belső energiáját a molekulák kinetikus energiájának összegeként határoztuk meg. Megállapítottuk, hogy egységnyi (mólnyi) gázmennyiség belső energiája csak a Kelvin-fokokban mért hőmérséklet függvénye. A hőmérséklet változása a belsőenergia változását jelzi. Arra is utaltunk, hogy a szilárd vagy folyékony anyagok melegítésekor a hőmérséklet növekedése szintén a belső energia növekedését mutatja. Diákjaink megelőző tanulmányaikból tudják, hogy a halmazállapot-változások közben a hőmérséklet állandó, annak ellenére is, hogy melegítjük az anyagot. A halmazállapot-változások vonatkozásában az I. főtétel további megvilágításra szorul. A szilárd és a cseppfolyós halmazállapotban a részecskéket első és másodrendű kémiai kötések kapcsolják össze, és akadályozzák meg a szabad mozgásukat. A kötésben lévő részecskék potenciális energiája kisebb, mint a szabadon mozgóké. A tanítás során fontos, hogy a megállapításainkat szemléletes képekkel is igyekezzünk alátámasztani. A kötési energia, mint negatív potenciális energia, szemléletes mechanikai példával illusztrálható. A vízszintes síkon a golyók szabadon gurulhatnak. Könnyen helyhez köthető azonban egy golyó, ha a síkba mélyített gödörbe fut.

A gödörben lévő golyó helyzeti energiája csökken. Ha a gödör mély, az energiacsökkenés nagyobb, a golyónak nagy kinetikus energiával kell rendelkeznie, hogy kijusson belőle. A kémiai kötések energetikai szempontból a példában szereplő gödörhöz hasonlóak. A kötésben lévő részecske potenciális energiája a tér adott tartományában lecsökken, a részecskének nagy kinetikus energiára van szüksége, hogy kiszabaduljon a kötésből és így a helyét is elhagyhassa.

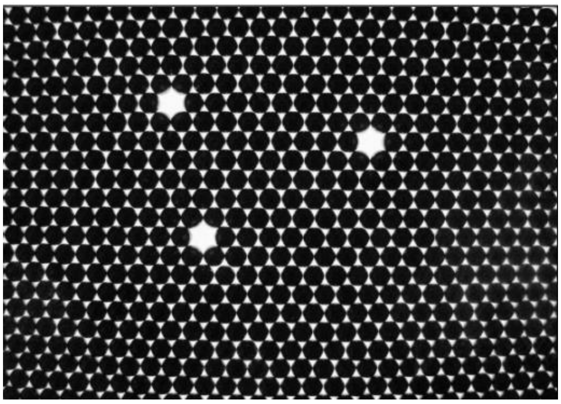
A gödörbe jutó golyó ide-oda gurulhat a gödörben, lehet több kevesebb mozgási energiája, de mindaddig helyhez kötött marad, amíg a kinetikus energiája nem haladja meg a gödör mélységével meghatározható potenciális energiát. Természetesen, a mechanikai hasonlat csak segítség a kötés negatív energiájának illusztrálására, kvantitatív analógiaként nem használható.

Az ún. „kondenzált”, vagy „kötött” anyagi halmazok (szilárd és folyékony anyagok) belső energiáját az összes részecske mozgási energiájának és potenciális energiájának összegeként értelmezzük. A belső energia értéke összességében negatív.

Ugyanazon a hőmérsékleten a meghatározott hőmérsékletű és minőségű anyag belső energiája szilárd állapotban a legkisebb, folyadékként nagyobb, légnemű halmazállapotban a legnagyobb.

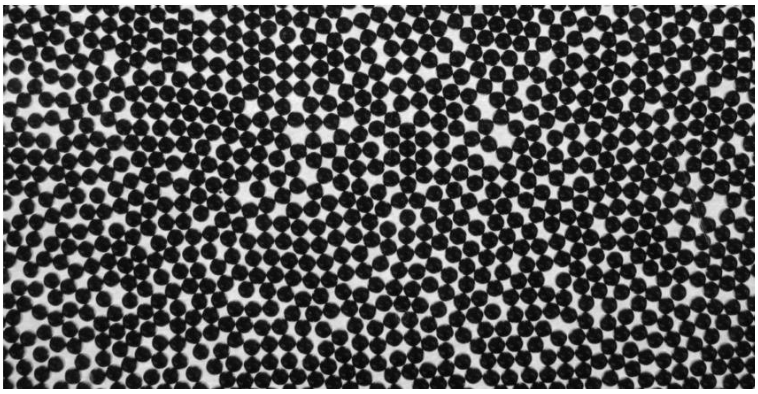
Amikor a szilárd anyagokat melegítjük, a közölt energia először a részecskék kinetikus energiáját növeli, amit a hőmérséklet emelkedése jelez. Az olvadáspontot elérve a kötések egyértelmű stabilitása megszűnik, a részecskék makroszkopikus mértékű térbeli rendezettsége is felbomlik. Az olvadás nem jelenti azt, hogy a részecskék közt minden kémiai kötés felszakad. Az olvadék mikroszerkezete nagyon hasonló a kristályos állapotéhoz, a részecskék többsége változatlanul kapcsolódik más részecskékhez. Ezt jelzi makroszkopikus szinten, hogy a kristályos anyag és olvadékának sűrűsége (ami a részecskék helykitöltésére utal) nagyon hasonló. Mikroszerkezetei anyagvizsgálattal (Röntgen-diffrakció) igazolt, hogy az olvadékban a pillanatszerűen közvetlenül összekapcsolódó részecskék száma nagyon hasonló a kristályszerkezetbelihez, ez a hasonlóság azonban csak nagyon rövid távolságtartományra terjed ki. Az olvadék néhány atom-méretű rendezett tartományok véletlenszerű halmaza.

A kristályos anyagok és az olvadékok szerkezetét szemlélteti a két párhuzamos üveglap között egy rétegben elhelyezkedő apró csapágygolyókból álló modell. A modell síkját lejtősre állítva a golyósokaság a lejtő alján tömörül és enyhe rázogatás hatására jellegzetes hatszöges „kristályszerkezetbe” rendeződik (13. ábra).



13. ábra. Merev golyókból álló kétdimenziós kristálymodell szerkezete, néhány lokális kristályhibával

Az eszköz intenzív rázása (olvasztó melegítés) hatására a hosszútávú tömör rend felbomlik, de a golyósokaság térkitöltése és a golyók lokális rendeződése hasonló a kristálybelihez (14. ábra).



14. ábra. Merev golyókból álló kétdimenziós modell az olvadék szerkezetének szemléltetésére.

Az olvadék makroszkopikus tulajdonságait a mikroszerkezet határozza meg. Folyadék-állapotban a részecskék közti kölcsönhatás meghatározó, de ezek a kapcsolatok labilisak, időről időre felszakadnak, majd egy más formációban újraalakulnak. A kötések folyamatosan ismétlődő tömeges számú, de mégis pillanatszerű felbomlása okozza, hogy az olvadéknak nincs határozott alakja, a nehézségi erő hatására szétfolyik, vagy felveszi a tartó edény alakját. Súlytalanság állapotában a folyadék gömb alakot vesz fel, ami jelzi a részecskék közt működő összetartó erőket, illetve ezek következményeként működő felületi feszültség hatását.

A folyadék – légnemű fázisátalakulás sokkal radikálisabb szerkezetváltozás, mint ami a szilárd anyag megolvadásakor bekövetkezik. Ezt jól mutatja az olvadáshő és a forráshő értékek összehasonlítása. A forráshő nagyságrenddel nagyobb az olvadáshőnél. A szilárd anyag megolvadása során csak a kötések egy része szakad fel, a párolgás vagy a forrás során a molekulák mind végképp elszakadnak egymástól. A molekulák közt gyakorlatilag nincs kölcsönhatás. A folyadékból keletkező légnemű anyagot nevezzük gőznek. A párolgás esetén megkülönböztetjük a zárt térben történő párolgást (forrást) és a szabad légkörben történő párolgást. Az előbbi esetén a párolgás egyfajta dinamikus egyensúlyra vezet, a folyadék feletti légtér telítődik gőzzel, és ezután a folyadék gőz arány állandósul. Szabad párolgás esetén a folyadékból kilépő molekulák szabadon eldiffundálnak a légtérbe, így a párolgás folyamatos marad. Szabad légtérben, illetve olyan zárt térben, ahol a párolgásból adódó gőz nem jut telítésbe, a gőz az ideális gázokhoz hasonló sajátságokat mutat.

A párolgás, illetve a forrás folyamatának kísérleti vizsgálata, illetve a folyamat anyagszerkezeti értelmezése a középiskolában szakköri feldolgozásra ajánlott.

WWW

Fázisátalakulásokkal kapcsolatos kísérletek, mérések, Fizikai kísérletek gyűjteménye I. X/7.

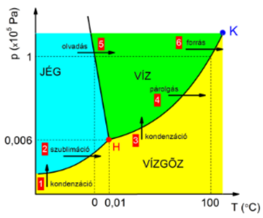
http://metal.elte.hu/~phexp/doc/hot/j7s1s1.htm

Tanulságos középiskolai feladat a víz különböző halmazállapotainak mikroszerkezeti értelmezéséhez

Részletek >>>

Fázisdiagramok (emelt szinten, kiegészítő anyagként ajánlott)

Részletek >>>



4.5. A kalorimetria és a termodinamika I. főtétele

Az középiskolában felelevenítjük és kiegészítjük az általános iskolában szerzett kalorikus ismereteket. A kiegészítés fontos része, hogy az I. főtétel fogalomrendszerébe beillesszük a korábban tanultakat. A kísérletek során az vizsgált anyagokat termikusan elszigeteljük környezetüktől, (kaloriméterbe helyezzük) és eltekintünk a hőtágulás vagy a halmazállapot-változások során az anyag térfogatának változásával járó munkavégzéstől. A kísérlet során a kaloriméterben lévő anyagok hőmérsékletváltozását mérjük. A kalorimetria az anyagok termikus kölcsönhatása során a belső energiaértékek változásait vizsgálja. Az első főtétel értelmében a belső energiák megváltozásának összege zérus,

$$\sum \Delta U_i = 0$$

Az egyes komponensek belső energiaváltozását a hőmérsékletváltozáshoz rendelhető „hőmennyiség” formájában, a fajhők illetve az átalakulási hők figyelembevételével számítjuk.

Példa a kalorimetriával kapcsolatos elméleti feladat (ún. „keverési példa”) megoldására

Részletek >>>

Emelt szintű érettségi mérések a kalorimetria témaköréből

Részletek >>>

Megjegyzés

Az anyagszerkezeti fizikai kutatások fontos módszere a kalorimetria. A mérések során a vizsgálandó anyagot a környezettől jól hőszigetelt, nemesgázzal feltöltött, fűthető kamrába helyezik el. (A nemesgáz-atmoszférára azért van szükség, hogy kizárható legyen a minta fűtése során levegővel történő minden kémiai reakció.) A vizsgálat során a mintát melegítik, miközben folyamatosan mérik a minta hőmérsékletének változását és a melegítésre fordított energiát. A melegedési görbe és a fűtőteljesítmény összevetésével következtetni lehet az anyag belső energiájának változására, illetve az anyagban belső energiaváltozást okozó szerkezeti változásokra.

Az 1976. évi Magyarországon megrendezett Nemzetközi Fizikai Diákolimpia kísérleti feladata: Egy ismeretlen kristályos anyag termikus tulajdonságainak vizsgálat

Részletek >>>

5. A termodinamika II. főtétele

A termodinamika második főtétele a középiskolai, de az egyetemi fizika oktatásnak is egyik legnehezebb problémája. A tanítás nehézségeit ebben az esetben elsősorban a főtétel megértéséhez szükséges fogalmak elvontsága és bonyolult jelentéstartalma okozza. Nehezíti a tanítást, hogy bár a termodinamikai gondolatmenetek általában igen pontosan körvonalazott fogalmakkal dolgoznak, a kimondott tételek kvalitatív következményei gyakran igen frappáns pongyolasággal is megfogalmazhatóak (Például: „Hő nem alakítható teljes mértékben munkává," vagy „A hőhalál (a világvége) akkor következik be, amikor minden energia hővé alakul" stb.) Nem véletlen, hogy talán a termodinamikával kapcsolatban él diákjainkban a legtöbb tévképzet!

A középiskolában a II. főtétel mindenképpen "torzó" marad, mert a mennyiségi formában történő kimondásához, és alkalmazásához szükséges fogalmat, az entrópiát ritka kivételtől eltekintve nem vezetjük be. A fogalom előkészítése azonban valamilyen szinten meg kell, hogy történjék.

Mielőtt a főtétel általános és középiskolai szintű tanítására vonatkozó kérdéseket részleteznénk, rámutatunk a főtétellel kapcsolatos fogalmi nehézségekre, kiemeljük a pontos megértést igénylő új fogalmakat. A problematikus témaköröket azért szedjük csokorba, hogy ezzel is hangsúlyozzuk centrális szerepüket a témakör tanítása során.

5.1. A II. főtétel bevezetésének fogalmi nehézségei

A főtétel tárgyalásának legfőbb nehézsége, hogy amennyiben a legcsekélyebb mértékben is túl kívánunk lépni az elemi szinten, azonnal beleütközünk a kvázisztatikus folyamat és a reverzibilis folyamat fogalmába. A főtétel a folyamatok irányát szabja meg, illetve korlátot ad a termodinamikai gépek hatásfokára. Megfogalmazása többféleképpen is lehetséges és megértése első pillantásra nem is tűnik nehéznek.

Clausius megfogalmazása szerint **hő spontán (**magától, önként**) nem áramolhat alacsonyabb hőmérsékletű helyről magasabb hőmérsékletű helyre**.

A Kelvin által kimondott formában pedig a főtétel: **Nem létezik olyan hőerőgép, amely csak egyetlen hőtartállyal áll kapcsolatban és az onnan felvett hőt teljes mértékben munkává alakítja.**

Mindkét megfogalmazásnak van azonban apró fogalmi buktatója. A Clausius-féle annyira megfelel tapasztalatainknak, hogy igazságát a diákok általában megkérdőjelezhetetlennek tartják, és könnyen elfogadják. Mégis, kissé jobban átgondolva a kérdést, találhatunk ellenpéldának látszó folyamatokat is. Amikor vizes testtel kilépünk az úszómedencéből, és egy kis szél is fúj, a napsütés ellenére gyakran fázni kezdünk, a víz párolgása hőt von el tőlünk, annak ellenére, hogy testünk hőmérséklete alacsonyabb, mint a környező levegőé. A folyamat látszólag magától végbemegy. Ha az ellentmondást fel szeretnénk oldani, a **spontán** kifejezést kell pontosan értelmezni. Nyilvánvaló, hogy testünk csak addig hűl, amíg meg nem száradunk, azaz amíg az összes víz el nem párolog rólunk. Ezután a hőáramlás iránya megfordul és a Clausius által megfogalmazott törvénynek megfelelően a melegebb helyről szállít energiát a hidegebb helyre. A hőcserét tehát a víz párolgása hajtja „fordított irányban”. Az ellentmondás azonnal megszűnik, ha ezt figyelembe vesszük, azaz megértjük, hogy spontán hőcseréről csak akkor beszélhetünk, ha a hőátadáson kívül egyéb változás nem következik be. A víz párolgása azonban egyéb változást is létrehoz, megszáradunk, a testfelületünkre koncentrált vízmolekulák elkeverednek a levegőben.

A Kelvin megfogalmazásban is találhatunk rejtett tartalmat. Itt a **hőerőgép** fogalmát kell pontosítani. Gondoljuk végig például adott gázmennyiség izoterm tágulását az első főtétel alapján. Mivel a gáz hőmérséklete állandó, belső energiája sem változhat. Ugyanakkor a táguló gáz munkát végez, emiatt hőt kell felvennie. A folyamat során a felvett hő teljes egészében munkává alakul. Észre kell vennünk azonban, hogy a folyamat egyszeri lehetőség a hő-munka átalakításra. A hőerőgépeknek azonban jellegzetes sajátossága, hogy folyamatosan működtethetők. Termodinamikai gépet működését tehát csak körfolyamattal ábrázolhatjuk.

5.1.1. A kvázisztatikus és a reverzibilis folyamat.

A termodinamikai diagramok tárgyalása során már megállapítottuk, hogy a folyamatok csak akkor ábrázolhatóak, ha az állapotváltozást leíró görbe minden pontjában léteznek a rendszer állapotjelzői. Az extenzív állapotjelzők, többségével kapcsolatban nem is ébred bennünk ilyen kétely, az intenzív állapotjelzőknek azonban a rendszer minden helyén, a rendszer kiterjedésétől függetlenül azonosnak kell lenniük. Az intenzív állapotjelzők azonossága a rendszer egyensúlyi állapotában következik be. A termodinamikai folyamatok tehát csupa egyensúlyi helyzeten keresztül zajlanak. A csupa egyensúlyi helyzeten át zajló folyamatok nagyon lassúak, kvázisztatikusak, hiszen nincsen hajtóerejük. Ebben az esetben azonban akár fordított irányban is történhetnének, azaz a termodinamikai diagramokon ábrázolt folyamatok **reverzibilisek**.

A reverzibilitás nagyon nehezen érthető fogalom. Magyarázatára például a következő egyszerű példa szolgálhat. Könnyen (súrlódásmentesen) forgó csigán vessünk át hajlékony, elhanyagolható tömegű fonalat és a fonal végeire akasszunk azonos nagyságú tömegeket. Mi történik? A fonalra akasztott tömegek egyensúly tartanak, tehát a rájuk ható erők eredője zérus, ami azt jelenti, hogy a tömegek egyike sem gyorsul. A fonalra akasztott testek vagy nyugalomban maradnak, vagy egyenletesen mozognak. Amennyiben a súrlódás és a fonal tömege valóban elhanyagolható, akkor az eredetileg nyugalomban lévő rendszer a legkisebb lökés hatására egyenletes sebességgel elindul a lökésnek megfelelő irányba. Ellenkező irányú hatásra azonban a mozgás iránya bármikor megfordulhat. A piciny lökés hatására bekövetkező mozgás nagyon lassú, kvázisztatikusan, csupa egyensúlyi helyzeten keresztül jön létre és igen kicsiny hatásra meg is fordulhat, azaz reverzibilis is. Ilyen tulajdonságúak a termodinamika csupa egyensúlyi helyzeten keresztül végbemenő folyamatai is.

5.1.2. A lokális egyensúly

A termodinamikai folyamatok és különösen a második főtétel tárgyalásakor gyakran foglalkozunk olyan rendszerekkel, amelyekben az intenzív állapotjelzők még nem egyenlítődtek ki a teljes rendszerben. Ilyenkor is feltételezzük azonban, hogy az intenzív állapotjelzők időben és térben változva lokálisan léteznek. A második főtétel megértéséhez erre feltétlenül szükségünk van. Az ilyen például térben változó intenzív állapotjelzőkkel bíró rendszerek folyamatai természetesen termodinamikai diagramon nem ábrázolhatók.

5.1.3. Rendezett és rendezetlen folyamatok

A termodinamika első főtételének tárgyalásakor a belső energiának a kinetikus gázelmélet segítségével történő definíciója során már megállapítottuk, hogy a belső energia a gáz rendezetlen formájú kinetikus energiája, amelyet rendezett (munka) és rendezetlen (hő) formájú energiaközlés útján változtathatunk meg. Az első főtétel tárgyalásakor hallgatólagosan többnyire feltételezzük, hogy a munkavégzés és a hőközlés reverzibilis folyamatként megy végbe. A második főtétel tárgyalásakor rá kell mutatnunk arra, hogy a természet valóságos folyamatai irreverzibilisek. Spontán módon csak olyan folyamatok mennek végbe, amelyek során a rendszer rendezetlensége növekszik.

5.2. A termodinamika II. főtételének beágyazása a tananyagba

A második főtétel tanítására az első főtétel tanítása után a kinetikus gázelmélet és a gázok állapotváltozásainak ismeretében kerül sor. A főtétel tartalmának kibontását két pillérre alapozhatjuk. Az egyik a gázok mikroszerkezeti modellje, amelynek segítségével a rendezett-rendezetlen energetikai folyamatok oldaláról közelíthetjük a kérdést, a másik a körfolyamatok hatásfokának szintén az ideális gázra alapozott tárgyalása.

Gyakorlati szempontból a főtétellel kapcsolatban két célt kell elérnünk, az egyik a természetben végbemenő folyamatok irreverzibilitásának megértetése, a másik az, hogy a látszólag korlátlanul rendelkezésre álló termikus energia, például a tengervíz belső energiája a hőerőgépekkel nem hasznosítható teljes mértékben, azaz nem létezik másodfajú perpetuum mobile.

Az általános iskolában az irreverzibilitás csak érzékeltethető. Elsősorban a későbbiekben felhasználható kísérleti tapasztalatok megszerezéséről és szemléletformálásról lehet szó. Speciális példák alapján mindenképpen meg kell beszélni, hogy a rendszerek inhomogenitásai kiegyenlítődnek. A kalorimetria tárgyalásakor a hőmérséklet kiegyenlítődés folyamatát részletesen tárgyaljuk, a nyomás kiegyenlítődése is természetes tapasztalat, érdemes azonban a koncentrációkülönbség kiegyenlítődését is megbeszélni. Erre a gázok részecskemodelljének tárgyalásakor az illó anyagok elkeveredésének bemutatásakor érdemes sort keríteni. A kiegyenlítődési folyamatok tárgyalásakor mindig érdemes megemlíteni, hogy a kiegyenlítődés folyamata, ha egyszer megtörtént, magától nem fordul meg. Különösen a hőmérséklet esetén emelhető ki, hogy bár az energiamegmaradás törvénye megengedné, hogy egy test egyik fele felforrósodjék, a másik pedig lehűljön, ez sohasem fordulhat elő. A gázban szétterjedt, elpárolgó illóolaj, vagy a folyadékban elkevert festékcsepp sem áll össze újra a részecskék rendezetlen mozgásának következtében.

Néhány érdekes film bemutatásával megmutathatjuk, hogy a mechanika pontos oksági (és idő tükrözhető) törvényeinek engedelmeskedő rendszerek is mutatnak megfordíthatatlan viselkedést. (Természetesen ez a mondat nem hangozhat el egyetlen általános iskolai osztályban sem.) Az alábbi filmek azonban nagy sikerrel bemutathatók akár általános, akár középiskolában. Készítsünk filmet (illetve szerezzünk be filmet) a következő egyszerű történésekről:

- észrevehetetlenül csillapodó fonalinga mozgása
- fogathajtó versenyben résztvevő kocsi mozgása (lehetőleg ahol a hajtónak hátrafelé mozgásra kellett rávenni a lovakat),
- kőpadlóra ejtett, és ott összetörő üvegváza
- rántotta sütés és a rántotta elfogyasztása

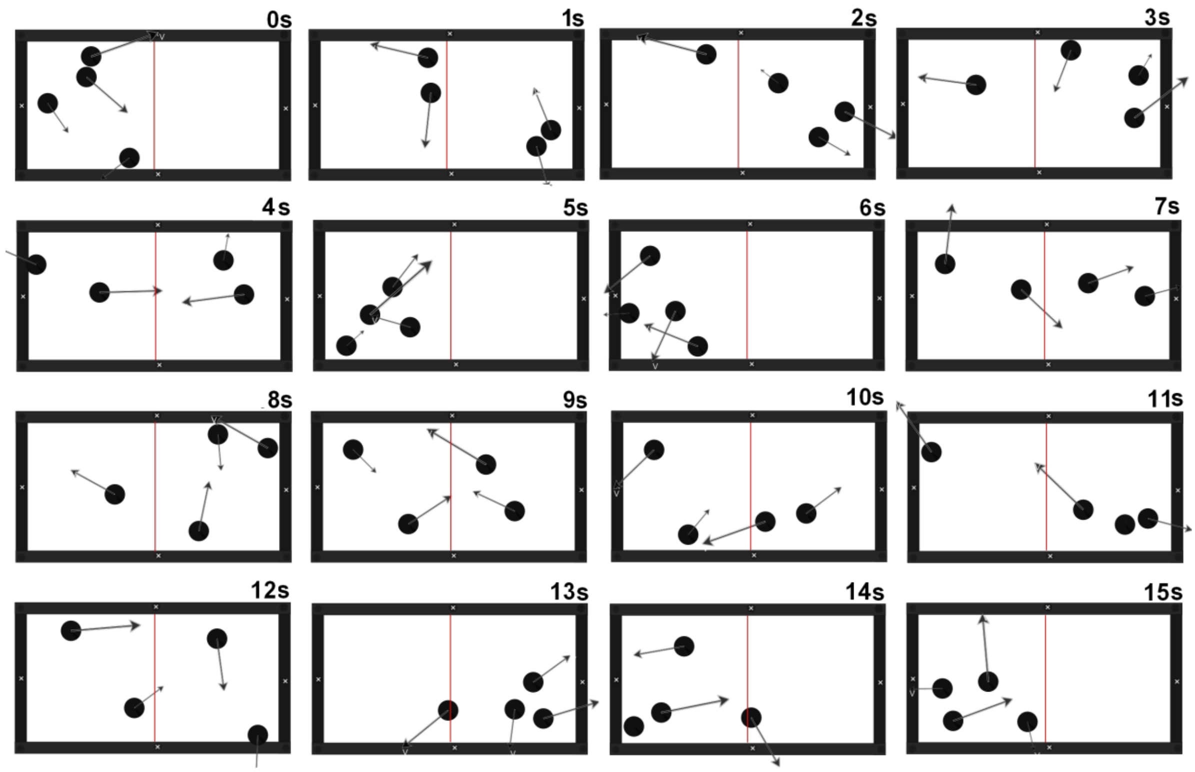
Sorban játsszuk le a filmeket, de visszafelé. Minden fordított irányban vetített film után kérdezzük meg, diákjainkat, hogy mit láttak, vajon vetíthettük-e fordítva a filmet. Az első filmről a vetítés iránya nem állapítható meg. A második esetén, ha megfelelő részletet választottunk (és a lovak a fordítva játszás során előre mennek), kétséges lehet a lejátszás iránya, a harmadik film esetén a darabjaiból összeálló és felugró váza mozgása azonnal mutatja, hogy rosszul, visszafelé vetítettük a filmet. A negyedik általában harsány hahotát vált ki a gyerekekből, mert a történet a nevetségességig lehetetlen. Általános iskolában itt meg is állhatunk; vannak olyan folyamatok, amelyek nem fordíthatók vissza!

Középiskolában a fenti tapasztalatokra építve megerősíthetjük, hogy a magukra hagyott rendszerekben a folyamatok a rendezetlenséget növelik.

5.2.1. A magára hagyott rendszer a rendezetlenség felé tart.

Az első főtétel tárgyalásakor már használtunk szimulációs programokat a kinetikus gázmodell illusztrálására. Érdemes ezeket a programokat különböző kezdeti feltételek mellett hosszabb ideig futtatni és vizsgálni, hogy mi történik a zárt edényben lévő részecskesokasággal. Az alábbi szimulációt Algodoo mozgás-szimulációs programmal készítettük.

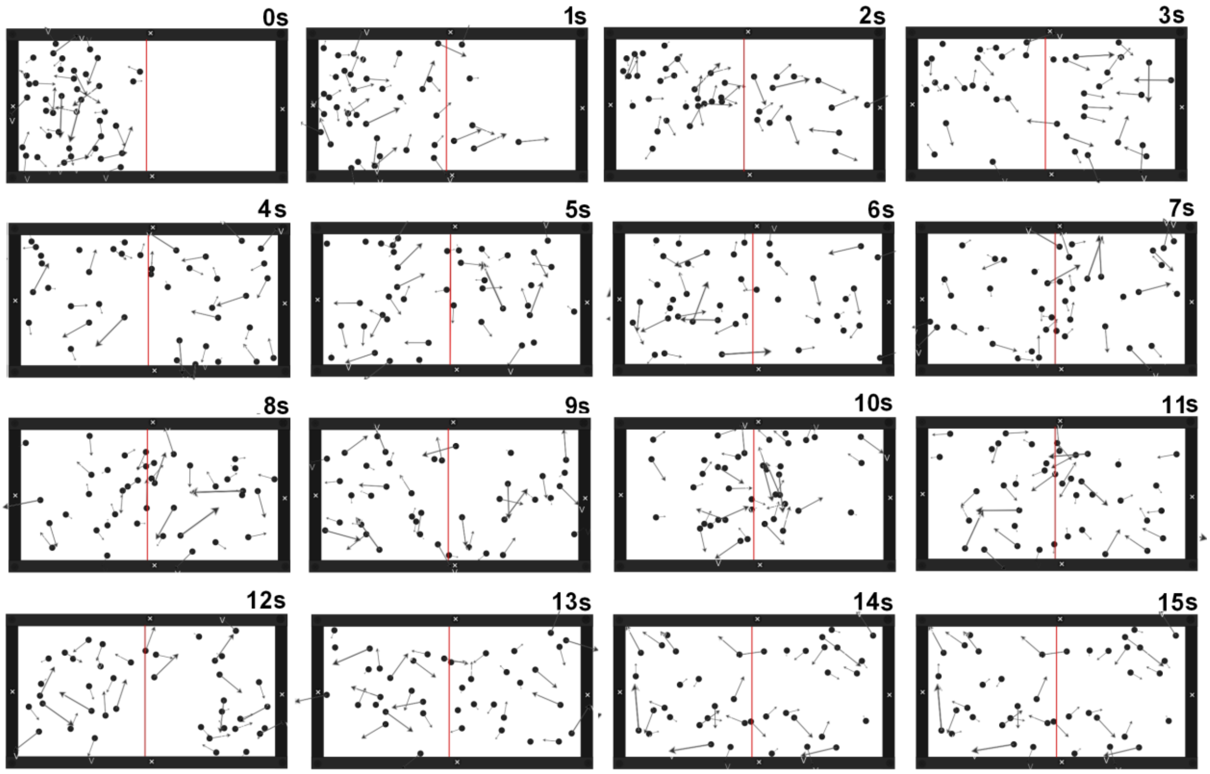
Kezdetben vizsgáljuk csak néhány részecske mozgását. Az ábrasorok egymással és az edény falával tökéletesen rugalmasan ütköző golyók mozgásáról számítógép felhasználásával készültek.



15. ábra. Egy edényben mozgó 4 részecske elhelyezkedése az idő függvényében.

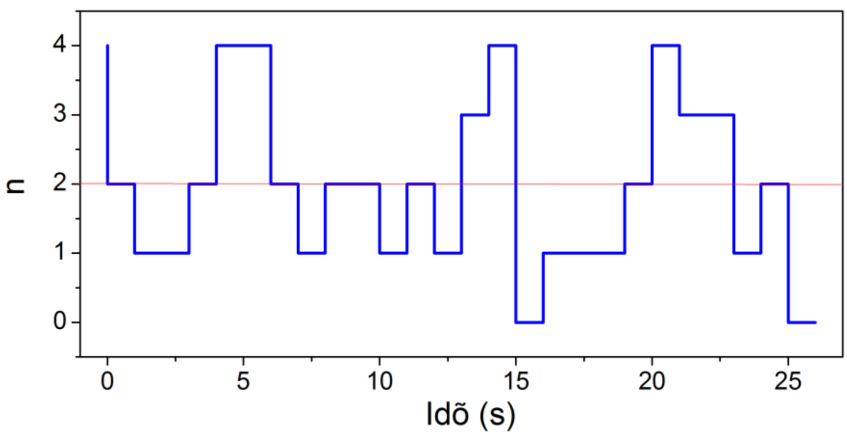
Az ábra négy részecske mozgásáról készült pillanatfelvételeket mutat. Kezdetben a részecskék mindegyike az edény bal oldalán helyezkedett el. Sebességük irányát a körökre rajzolt vonalkák mutatják. Az ábra mutatja, hogy kisszámú részecske esetén viszonylag rövid idő alatt megismétlődik a kezdeti „extrém” állapot.

A következő ábra negyven részecskéből álló rendszer fejlődését mutatja. A kezdeti pillanatban minden molekula a baloldalon helyezkedett el. A molekulákat véletlenszerűen választott sebességgel indítottuk. Látható, hogy az eloszlás viszonylag hamar megközelíti az egyenletes eloszlást, és a továbbiakban nagyjából egyenletes is marad.



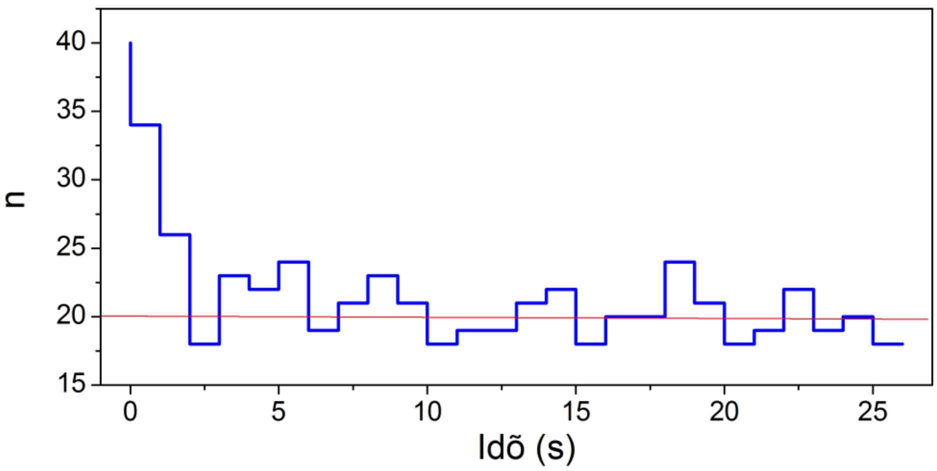
16. ábra. Egy edényben mozgó 40 részecske elhelyezkedése az idő függvényében.

Az következő ábra 4 részecske esetén mutatja a baloldalon elhelyezkedő részecskék számát előző ábra képeinek sorrendjében. Mivel az egyes képek a rendszerről egyenlő időközönként készült pillanatfelvételek, az ábra a részecskeszámot az idő függvényében mutatja.



17. ábra. Az edény bal oldalán elhelyezkedő részecskék száma (n) az idő függvényében, 4 darab részecske esetén.

A hisztogram viszonylag nagy ingadozásokat mutat. A következő képen 40 részecske elhelyezkedésének időbeli változása látható.



18. ábra. Az edény bal oldalán elhelyezkedő részecskék száma (n) az idő függvényében, 40 darab részecske esetén.

A negyven részecskéről készített hisztogramról leolvasható, hogy bár a teljesen egyenletes eloszlás csak ritkán valósul meg, a fluktuációk sem túlságosan nagyok.

A szimulációt sokféle kezdeti állapotból elindítva mindig azt tapasztaljuk, hogy a részecskék eloszlása egyenletessé válik, azaz eltűnnek belőle az inhomogenitások, nem fedezhetünk fel az eloszlásban semmilyen rendezettséget.

A valóságos makroszkopikus rendszerekben a részecskék száma nagyságrendekkel meghaladja a legnagyobb számítógépek segítségével követhető rendszerek részecskéinek számát is. Így méginkább teljesül bennük, hogy a részecskék eloszlása az edényben egyenletessé válik. Ezen a szinten elegendő azt a következtetést levonnunk, hogy a hosszú időre magára hagyott rendszer „elfelejti", hogy milyen kezdeti állapotból indult, a részecskék eloszlása már semmilyen rendezettséget sem mutat. A természeti folyamatok irányára vonatkozóan tehát arra az általános következtetésre juthatunk, hogy a magukra hagyott, külső befolyástól mentes rendszerekben az inhomogenitások megszűnnek, állapotuk a leginkább rendezetlen állapot felé tart.

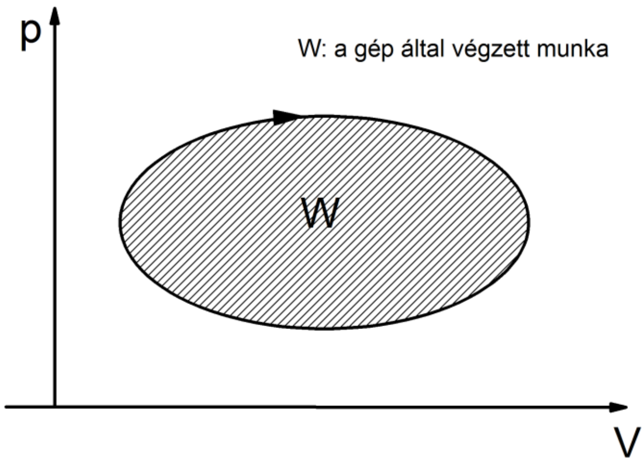
A fenti kép alapján kimondható, hogy a természetben önként végbemenő folyamatok irreverzibilisek, megfordításuk csak külső hatással lehetséges.

Ezen a ponton természetes folytatásként következhet a sokrészecske rendszerek valószínűségi leírása és a statisztikus fizika elemeinek tárgyalása. A statisztikus fizika középiskolai tanítása hazánkban kötelező volt a 80-as évektől az ezredfordulóig a gimnáziumok IV. osztályában (Tóth Eszter, Fizika IV, Tankönyvkiadó). A témakör középiskolai szintű összefoglalása megtalálható (Fizika, /szerk: Holics László/, Akadémia Kiadó, Bp. 2009) összefoglaló kézikönyvekben is. A tananyag középiskolában szokatlan, absztrakt gondolatmenete és a valószínűségi leírás szokatlan matematikája azonban mind a tanárokat, mind a diákokat szinte megoldhatatlan feladat elé állította, emiatt hamarosan még a szakkörökről is kiszorult.

A fentiek alapján kimondhatjuk a II: főtétel már említett Clausius-féle megfogalmazását; **Hő spontán (**magától, önként**) nem áramolhat alacsonyabb hőmérsékletű helyről magasabb hőmérsékletű helyre**.

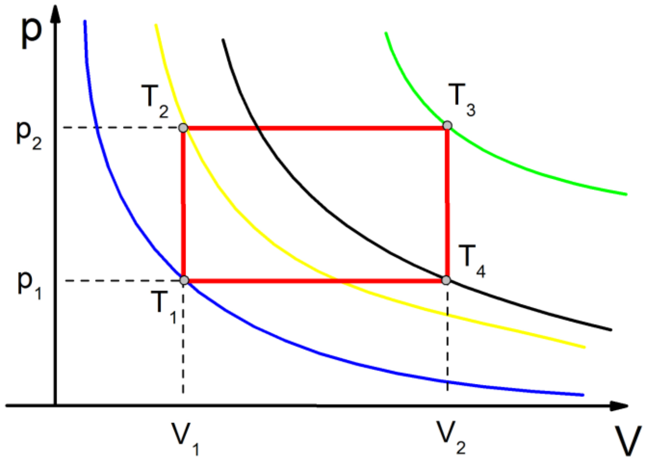
5.2.2. A hőerőgépek vizsgálata

A gimnáziumi osztályokban érdemes az energetikai leírás felől is megközelíteni a második főtétel kérdését. A mindennapokban használt gépek nagy része periodikusan működő hőerőgép, amely működése során ugyanazt a ciklust ismétli; Hőt vesz fel, munkát végez, majd hőt ad le és a gép minden változás nélkül eredeti állapotába kerül vissza. Ezeknek a gépeknek a működése a termodinamikai diagramokon körfolyamatokkal reprezentálható, amelyek közül néhányat már az első főtétel kapcsán érdemes volt a p-V diagramon részletesen végigkövetni. Azért érdemes p-V diagramot használni, mert mint már rámutattunk, a folyamat grafikonja alatti terület ebben az esetben megegyezik a végzett munkával (19. ábra). A termodinamikai diagramokra alapozott gondolatmenetekben mindig olyan gépekkel foglalkozunk, amelyek munkaközege ideális gáz. Mindenekelőtt tisztázni kell, hogy a termodinamikai diagramon ábrázolt folyamatok reverzibilisek, azaz mindkét irányban végbemehetnek. Hőerőgépet akkor reprezentál a körfolyamat, ha iránya felülről nézve megegyezik az óramutató járásának irányával. Ekkor ugyanis a gép által végzett munka pozitív. Amennyiben a körfolyamaton fordított irányban megyünk végig, akkor a folyamat célunktól függően hűtőgépet vagy fűtőgépet reprezentál. A II. főtétel kapcsán a hatásfok fogalmára és mennyiségi meghatározására kell fektetni a hangsúlyt.



19. ábra. Egy körfolyamat sematikus p – V diagramja. A satírozott terültet a hőerőgép által végzett munkát adja meg.

Érdemes továbbá olyan körfolyamatot választani, amelynek részfolyamataira vonatkozóan mind a hő, mind munka könnyen számítható. Ilyen például a p – V diagramon jól szemléltethető két izobárból és két izochórból álló körfolyamat, amely bár elvileg nem a legegyszerűbb, de hatásfoka könnyen kiszámítható (20. ábra).



20. ábra. Két izobárból és két izochórból álló körfolyamat.

A körfolyamat annál hatékonyabb, minél kevesebb hőfelvétellel, minél több munkát nyerhetünk vele, így a hatásfokot célszerű a

$$\eta = \frac{W}{Q_{fel}}$$

kifejezéssel definiálni. A hatásfokot az I. főtétel alkalmazásával a

$$\eta = \frac{W}{Q_{fel}} = \frac{Q_{fel} - Q_{le}}{Q_{fel}}$$

alakra hozhatjuk. (A képletekben a hők abszolút értéke szerepel, indexük jelöli a gép szempontjából a hőátadás irányát.)

A diagramon látható körfolyamat hatásfokának kiszámítása jó felidézése lehet az ideális gázra vonatkozó ismereteknek. Legyen adott a grafikonon jelölt körfolyamatban p_1, p_2, V_1, V_2, és T_1. Ezekkel az adatokkal az univerzális gáztörvény segítségével meghatározhatók a körfolyamat fordulópontjaiban a hőmérsékletek és a körfolyamatban részt vevő gáz mólszáma:

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}, \qquad T_3 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}, \qquad T_4 = T_1 \frac{V_2}{V_1}, \qquad n = \frac{p_1 V_1}{R T_1}.$$

Ezeknek felhasználásával a hatásfok:

$$\eta = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{n\left[C_V(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2)\right]} = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{\frac{p_1 V_1}{R T_1}\left[C_V T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right) + C_p T_1 \frac{p_2}{p_1}\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)\right]}.$$

A formula a megadott paraméterek változtatásával tovább alakítható.

A hatásfok

$$\eta = \frac{W}{Q_{fel}} = \frac{Q_{fel} - Q_{le}}{Q_{fel}}$$

definíciójából azonnal látszik, hogy a leghatékonyabb gép az lenne, amely működése során nem ad le, hanem csak felvesz hőt. Az ilyen gép hatásfoka 1, ami azt jelenti, hogy a felvett hőt 100%-osan munkaként hasznosítja. Ezt a lehetőséget az I. főtétel (az energiamegmaradás törvénye) nem tiltja meg. Az ilyen gép számára csak nagy belső energiájú környezetet (hőtartályt) kellene biztosítani, ahonnan a gép korlátlanul felvehetne hőt, amit azután munkaként hasznosítanánk. Gyakorlatban pl. a tengerek lehetnének a hőtartályok. A tengervíz belső energiájának utánpótlását a Nap folyamatosan biztosítja, így lényegében korlátlanul felhasználható energiaforráshoz jutnánk. (Ezt a gépet nevezzük másodfajú perpetuum mobilének.)

A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy ilyen hőerőgép nem létezik. Ezt mondja ki a termodinamika II. főtételének Kelvin féle megfogalmazása; **Nem létezik olyan hőerőgép, amely csak egyetlen hőtartállyal áll kapcsolatban és az onnan felvett hőt teljes mértékben munkává alakítja.**

A főtétel kimondása után mindenképpen érdemes a fordítva járatott gépek hatékonyságának jellemzésével is foglalkozni. A hűtő és fűtőgépek működése során munkát fektetünk be és a gép az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályból von el és a magasabb hőmérsékletűben ad le hőt. Attól függően, hogy fűtés, vagy hűtés az elérendő cél, a gép akkor hatékonyabb, ha minél kevesebb munka árán minél több hőt ad le magasabb hőmérsékleten, illetve minél több hőt von el alacsony hőmérsékleten. A fűtőgép és a hűtőgép jósági tényezője tehát rendre:

$$\eta_{fűtő jósagi} = \frac{Q_{le}}{W}$$

$$\eta_{hűtő jósagi} = \frac{Q_{fel}}{W}$$

Amennyiben ugyanazzal a körfolyamattal végezzük a fűtést és a hűtést is, akkor a két jósági tényező között fennáll a

$$\eta_{fűtő jósagi} = \frac{Q_{le}}{W} = \frac{Q_{fel} + W}{W} = 1 + \frac{Q_{fel}}{W} = 1 + \eta_{hűtő jósagi}$$

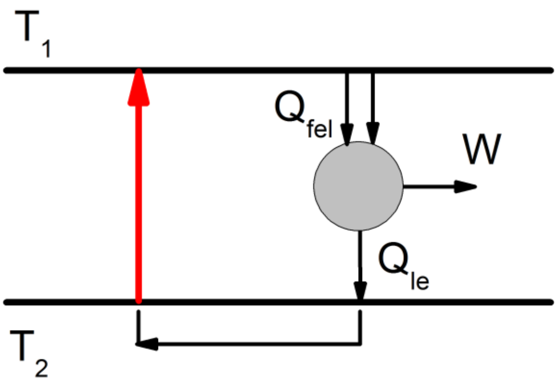
(A képletekben most is a hők abszolút értéke szerepel, indexük jelöli a gép szempontjából a hőátadás irányát.)

A hatásfokkal kapcsolatban mindenképpen tisztáznunk kell, hogy a termodinamikai diagramok alapján a gépek teljesítménye csak további feltevések bevezetésével határozható meg. A termodinamikai diagramok reverzibilis körfolyamatai kvázisztatikusak, idő csak mesterségesen rendelhető hozzájuk.

5.2.3. A II. főtétel Clausius- és Kelvin-féle megfogalmazásának ekvivalenciája

A kérdéskör lezárásához feltétlenül hozzá tartozik a kétféle megfogalmazás ekvivalenciájának kimondása. Az ekvivalencia bizonyítása a matematikából ismert indirekt módszerrel történhet. Azt mutatjuk meg, hogy amennyiben a második főtétel valamelyik megfogalmazása nem lenne igaz, akkor a másik sem állhatna fenn.

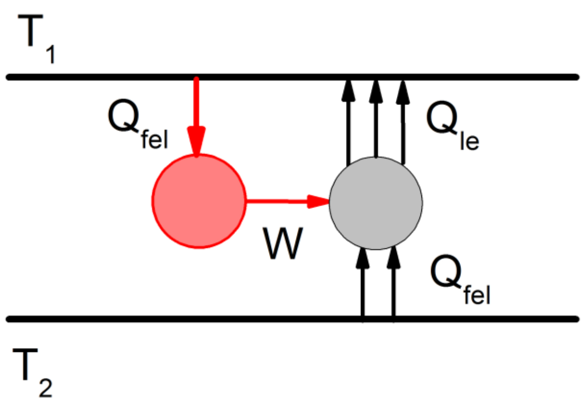
A bizonyítás egyszerű diagramokkal szemléltethető. Tegyük fel, hogy a Clausius által kimondott elv nem igaz, vagyis találunk olyan folyamatot, amelynek során a hő spontán áramlik a T_1 hőmérsékletű hőtartály felől a T_2 hőmérsékletű felé ($T_2 > T_1$). Belátjuk, hogy ekkor konstruálható egy hőtartályos hőerőgép. Működtessünk a két hőtartály között olyan hőerőgépet, amely az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartálynak éppen annyi hőt ad át egy ciklus során, mint amennyit a spontán folyamat visszaszállít a magasabb hőmérsékletű tartályba (21. ábra).



21. ábra. Egy hőtartályos hőerőgép előállítása

A gép által leadott hőt a spontán folyamattal visszaszállíttatva a magasabb hőmérsékletű hőtartályba, az általunk használt gép és a spontán folyamat együttesen olyan gépnek felel meg, amely csak egyetlen hőtartállyal van kapcsolatban. Amennyiben tehát a Clausius-féle megfogalmazás hamis, akkor a Kelvin féle is az.

Be kell látnunk még, hogy amennyiben a Kelvin-féle megfogalmazás nem igaz, tehát létezik egyetlen hőtartállyal kapcsolatban álló (100% hatásfokú) gép, akkor található olyan folyamat is, amely spontán hőt szállít az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartály felől a magasabb hőmérsékletű felé. Az előző bizonyításrészhez hasonlóan most a spontán folyamatot létrehozó eszközt konstruálhatjuk meg (23. ábra).



23. ábra. Gép, ami spontán hőt szállít az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartályból a magasabb felé.

Járassunk fordítva egy hőerőgépet, és a gép működtetéséhez szükséges munkát fedezzük a feltételezett egy hőtartályos géppel. Ekkor a fordítva járatott gép biztosan több hőt ad le a magasabb hőmérsékletű hőtartályban, mint amennyit az egy hőtartályos onnan felvesz. Ez azt jelenti, hogy a két gép együttesen olyan rendszert alkot, amely minden külső hatás nélkül hőt szállít alacsonyabb hőmérsékletről magasabb hőmérsékletre. A Kelvin-féle megfogalmazás hamissága tehát maga után vonja a Clausius-féle megfogalmazás hamisságát is.

A gondolatmenet tanári szemmel bármennyire is egyszerűnek látszik, nagyon nehéz. Végiggondolásához mégis elegendő az ábrákon látható diagramokkal való szemléltetés semmiképpen sem érdemes algebrai számításokat végezni a gépek hatásfokának bevezetésével. Olyan osztályokban, ahol az indirekt bizonyítások gondot okozhatnak, elegendő kijelenteni, hogy a II. főtétel kétféle megfogalmazása ekvivalens.

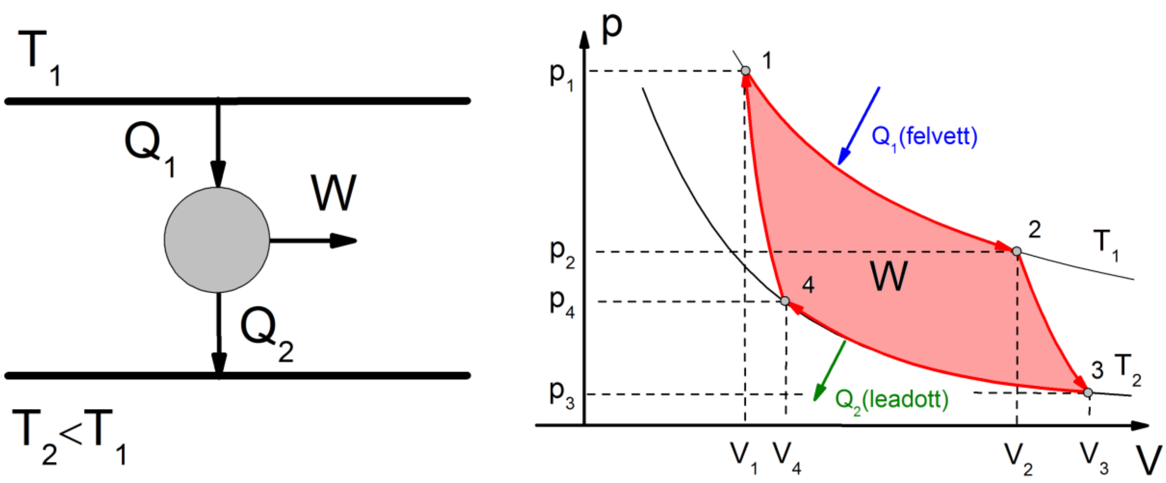
Megjegyzés: Mindenképpen érdemes elmondani, hogy a XX. század elején a II. főtételből kiindulva egyes filozófusok megalkották a „hőhalál" elméletet. Gondolatmenetük leegyszerűsítve az volt, hogy zárt rendszerekben az inhomogenitások kiegyenlítődése során a részecskék hőmozgása erősödik, s ez a rendszer hőmérsékletének emelkedésével jár. Amikor minden inhomogenitás megszűnik, a rendszer már teljesen rendezetlenül mozgó részecskékből áll, így a rendezett életfolyamatok lehetetlenné válnak. Amennyiben a teljes világegyetemet zárt rendszernek tekintjük, akkor ez egyben a világ végét, a pusztán hőmozgást végző anyaghalmaz kialakulását jelenti. A hőhalál elméletet a világegyetem tágulása azonnal cáfolja, mert a tágulás folyamatosan fenntartja a rendezett mozgás lehetőségét.

A második főtétel fenti tárgyalása döntően kvalitatív gondolatmenetekre épül. Csak látszólagos könnyebbség azonban a matematikai formulák szinte teljes hiánya a gondolatmenetek mélyek és nagyon absztraktak. Sok osztályban megelégedhetünk azzal, hogy a Clausius-féle megfogalmazást elmondjuk.

5.3. A II. főtétel mélyebb tárgyalása, az entrópia fogalom előkészítése

Előrebocsátjuk, hogy az ebben a fejezetben tárgyalt anyagrészek csak nagyon érdeklődő és jó képességű osztályokban kerülhetnek tárgyalásra. A gondolatmenetek logikája absztrakt, finom és pontos következtetéseket igényel. Ha a tanulócsoport nem fogékony erre, akkor riasztó lehet a tanulók számára a megemészthetetlen okfejtések közlése! Teljes pontosságra és minden levezetés elvégzésére semmilyen tanulócsoportban sem lesz módunk. A tananyag tárgyalása mindenképpen egzakt gondolatmenetek és tanári közlések keveréke lesz, amelynek arányai a pillanatnyi tanórai helyzethez igazodva alakulnak ki.

A II. főtétel pontosabb megértéséhez feltétlenül szükséges a Carnot-körfolyamat tárgyalása. A Carnot-körfolyamatban a munkaközeg két hőtartállyal áll kapcsolatban, így a legegyszerűbb olyan folyamat, amit a II. főtétel is megenged (24. ábra).



24. ábra. Carnot-körfolyamat.

Érdemes a diagram 1-gyel jelölt pontjából indulva először kvalitatív módon végigmenni a Carnot-körfolyamat részfolyamatain. Az 1-2 szakaszon a gáz izotermikusan tágul, emiatt munkát végez, s mivel belső energiája nem változik, a végzett munkának megfelelő hőt vesz fel. A 2-3 szakaszon adiabatikus tágulás történik, a gáz munkát végez és ennek megfelelően belső energiája csökken. A 3-4 szakaszon a gázt izotermikusan összenyomjuk, munkát végzünk rajta és ezt a munkát a gáz hő formájában leadja környezetének, hiszen belső energiája a folyamat során állandó. A körfolyamat a 4-1 adiabatikus szakasszal zárul. A gázt összenyomjuk, emiatt belső energiája és hőmérséklete is megnő.

A hatásfok kiszámításához szükségünk lenne az izoterm folyamatokban végzett munka kiszámítására, illetve az adiabata egyenletre. Mindkét összefüggés csak integrálszámítási ismeretek birtokában határozható meg.

A Carnot-körfolyamat hatásfoka

Részletek >>>

Tanulócsoportjaink többségében erre nincs lehetőség. A Carnot-körfolyamat hatásfokát adó kifejezés azonban rendkívül egyszerű:

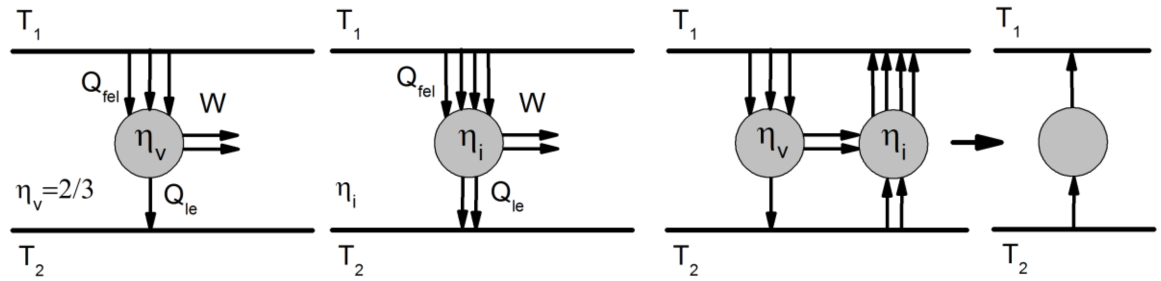
$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

és ismeretében rendkívül sok általános következtetés tehető. Ezért érdeklődő osztályokban tanári közlésként érdemes elmondani.

5.3.1. A Carnot-körfolyamat hatásfoka független a munkaközegtől

A Carnot-körfolyamat hatásfokát ideális gázzal végrehajtott körfolyamatra adtuk meg, (illetve határoztuk meg). Felmerül a kérdés, hogy vajon miért ennyire fontos a speciális anyaggal végrehajtott körfolyamat? A II. főtétel kétféle megfogalmazásának ekvivalenciáját bizonyító indirekt gondolatmenethez hasonló módon belátható, hogy a Carnot-körfolyamat hatásfoka független a körfolyamat munkaközegétől.

Tegyük fel, hogy létezik olyan valóságos anyag, amelynek η_v hatásfoka ugyanolyan hőmérsékleti határok között nagyobb, mint az ideális gázzal végzett körfolyamaté (η_i). Működtessük a valóságos anyag körfolyamatát hűtőgépként és fedezzük a működéshez szükséges munkát az ábrán látható módon az ideális gáz körfolyamatával. Az ábrákon a nyilak száma szemlélteti a munka és a hő nagyságát.



25. ábra. Konstrukció annak bizonyítására, hogy ideális gázzal végzett körfolyamat hatásfoka nem különbözhet a valós gázzal végzettől.

Az ábráról azonnal leolvasható, hogy a két gép összekapcsolásával olyan spontán folyamat jön létre, amelynek hatására az alacsonyabb hőmérsékletű helyről hő áramlik a magasabb hőmérsékletűre. A két gép tehát nem lehet különböző hatásfokú. (Amennyiben az ideális gázzal működő gép hatásfoka lenne nagyobb a reális anyaggal működőnél, akkor a valódi anyaggal működő gépet használnánk hűtőgépkén a bizonyításhoz!)

5.3.2. Az anyagtól független hőmérsékletmérés

A Carnot-körfolyamat hatásfokának anyagtól való függetlensége elvi lehetőséget teremt az univerzális hőmérséklet mérésre. Működtessük például Carnot-körfolyamatot a jég olvadáspontja ($T_0 = 273\ K$) és a mérendő hőmérsékletű hely között. Ha a mérendő hőmérséklet alacsonyabb a 273 K-nél, akkor legyen az olvadó jég a magasabb hőmérsékletű hőtartály. Mérjük meg a körfolyamat

$$\eta(273, T) = \frac{273 - T}{273}$$

hatásfokát, amiből a mérendő hőmérsékletre:

$$T = 273(1 - \eta)$$

adódik. Ha a mérendő hőmérséklet magasabb, mint az alappont hőmérséklete, akkor a Carnot-gép magasabb hőmérsékletű, hőtartálya legyen a mérendő hely.

Az eljárás nemcsak a hőmérséklet fogalom elvi tisztázását szolgálja. Az abszolút zérus pont közelében a hőmérséklet mérésére ezt a módszert is használják.

5.3.3. A redukált hőösszeg és a Carnot-körfolyamat hatásfoka

A Carnot-körfolyamat hatásfokának felírásakor a felvett és a leadott hő abszolút értékét használtuk és a hőátadás iránya szerint előjeleztük. Könnyebben kezelhető összefüggéshez jutunk, ha a hőt előjeles mennyiségként kezeljük. Vezessük be a Carnot-folyamat magasabb hőmérsékletén végbemenő hőcserére a Q_1, az alacsonyabbon végbemenőre pedig a Q_2 jelölést. A hőcsere a szokásos megállapodás szerint pozitív, ha rendszer veszi fel és negatív, ha a rendszer adja le a hőt. Ezzel a Carnot-körfolyamat hatásfoka a

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

alakot ölti. Az összefüggést néhány lépésben átrendezve:

$$1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

illetve

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

összefüggéshez jutunk. A $\frac{Q}{T}$ mennyiséget redukált hőnek nevezzük. Az összefüggés szerint a reverzibilis Carnot körfolyamatban a redukált hők összege zérus.

Tanári közlésként érdemes elmondani, hogy az összefüggés általánosan igaz, a redukált hők összege bármely reverzibilis körfolyamatban zérus. Az általános körfolyamatokat kicsiny izoterm és adiabatikus szakaszokra kell bontani és az izoterm szakaszokon bekövetkező előjeles hőcserét kell osztani az adott szakasz hőmérsékletével és összegezni. Tehát reverzibilis körfolyamatra:

$$\sum_{zárt,i} \frac{Q_i}{T_i} = 0$$

Az utóbbi összefüggés alapján kimutatható, hogy adott (T_{max}, T_{min}) hőmérsékleti határok között lezajló reverzibilis körfolyamatok közül a Carnot-körfolyamat hatásfoka a legnagyobb.

Írjuk fel tetszőleges reverzibilis körfolyamatra a redukált hőösszeg zérusságát, de válasszuk szét a felvett és leadott hőket:

$$\sum_{hőfelvétel,i} \frac{Q_i}{T_i} - \sum_{hőleadas,k} \frac{Q_k}{T_k} = 0$$

Az összegezés az első szummában azokon az izotermákon fut végig, ahol hőfelvétel, a másodikban azokon, ahol hőleadás történik. Írjuk minden hőfelvételi szakasz hőmérséklete helyett a maximális hőmérsékletet, ekkor az első összeg csökken. Helyettesítsük minden hőleadási szakasz hőmérsékletét a minimális hőmérséklettel. Ennek hatására ez az összeg csökken, tehát

$$\sum_{hőfelvétel,i} \frac{Q_i}{T_{max}} - \sum_{hőleadas,k} \frac{Q_k}{T_{min}} \leq 0$$

A maximális és a minimális hőmérséklet a megfelelő összegekben állandó, így kiemelhető a szumma jel alól. A számlálókban maradó hőösszeg pedig megegyezik a körfolyamat során felvett illetve leadott hővel. Tehát:

$$\frac{\sum_{hőfelvétel,i} Q_i}{T_{max}} - \frac{\sum_{hőleadás,k} Q_k}{T_{min}} \leq 0$$

illetve

$$\frac{Q_{fel}}{T_{max}} - \frac{Q_{le}}{T_{min}} \leq 0$$

Az összefüggés átrendezhető a

$$\frac{T_{min}}{T_{max}} \leq \frac{Q_{le}}{Q_{fel}}$$

Ha az egyenlőtlenség mindkét oldalát kivonjuk 1-ből. akkor

$$1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \geq 1 - \frac{Q_{le}}{Q_{fel}}$$

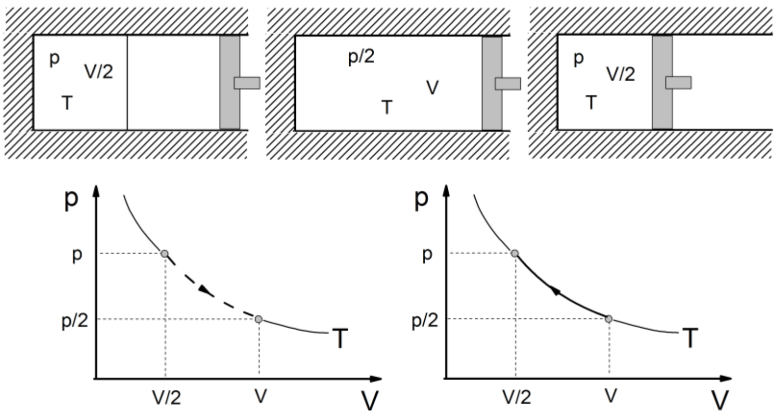
vagyis

$$\frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = \eta_C \geq \frac{Q_{fel} - Q_{le}}{Q_{fel}} = \eta$$

Ami azt jelenti, hogy a maximális és minimális hőmérsékleti határok között végbemenő Carnot folyamat hatásfoka nagyobb, mint tetszőleges az adott hőmérsékleti határok között végbemenő körfolyamat hatásfoka.

5.3.4. A Clausius-egyenlőtlenség

A redukált hők összegzését eddig csak reverzibilis körfolyamatra végeztük el. Gondoljuk végig most az összegezést olyan körfolyamatra, amelynek van irreverzibilis szakasza is. Foglalkozzunk a következő rendszerrel (26. ábra):



26. ábra. Irreverzibilis szakaszt tartalmazó körfolyamat.

A V térfogatú edény egyik oldalát zárja le dugattyú, és az edény felét válassza le könnyen kivehető fal. Az edényt a környezettől zárja el adiabatikus szigetelés. Az edény dugattyúval átellenes felében legyen ismert mennyiségű és állapotú ideális gáz, a másik felében légüres tér. Végezzük a rendszerrel a következő körfolyamatot: Rögzítsük a dugattyút, és távolítsuk el a falat, azaz engedjük az edény fél térfogatába zárt gázt hirtelen kitágulni kétszeres térfogatra. Ezután oldjuk fel a dugattyú rögzítését valamint az adiabatikus szigetelést is, és nyomjuk össze nagyon lassan, csupa egyensúlyi helyzeten keresztül a gázt ismét eredeti térfogatára.

Az első szakaszban a gáz állapotváltozása nem egyensúlyi helyzeteken keresztül, azaz irreverzibilisen történik. A folyamat közben sem hőmérséklete, sem nyomása, de még térfogata sem adható meg. Rövid idő elteltével azonban a gáz kitölti az edény teljes térfogatát és egyensúlyba kerül. A folyamat során a gáz nem végzett munkát, hiszen vákuumba tágult és hőt sem vett fel, az adiabatikus szigetelés miatt. Az első főtétel értelmében tehát belső energiája és így hőmérséklete is állandó maradt. Ez a folyamat a p-V diagramon nem ábrázolható, a folyamatot illusztráló ábrán ezért szerepelnek csak a végpontok!) A gáz kezdeti és végállapota már egyensúlyi állapot, mindkét állapotban léteznek az állapotjelzők. A folyamat végpontjai ugyanazon az izotermán vannak, így a két állapot között felírhatjuk a Boyle-Mariotte törvényt. Mivel a végállapotban a gáz térfogata kétszerese a kezdetinek, a nyomásnak a kezdeti nyomás felére kellett csökkennie.

A második folyamat reverzibilis, és az izoterm összenyomás során a dugattyú munkát végez a gázon. Emiatt hőmérséklete emelkedne, hogy a hőmérséklet mégis állandó maradjon, a gáznak hőt kell leadnia. (Ezért kell feloldani az adiabatikus szigetelést is.) A körfolyamat során a gáz hőt adott le, így a redukált hők összege is negatív.

A most tárgyalt egyszerű, irreverzibilis körfolyamatban a redukált hőkre kapott eredmény általánosan is igaz:

Irreverzibilis szakaszt tartalmazó körfolyamatban a redukált hők összege negatív. Az irreverzibilis és reverzibilis körfolyamatokra vonatkozó eredmény a

$$\sum_{zárt,i} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

összefüggésben foglalható össze. Ez a Clausius-féle egyenlőtlenség, ami a termodinamika második főtételének egyik matematikai megfogalmazása.

Megjegyzés:

Nyilvánvaló, hogy innen már csak egy lépés az entrópia, mint állapotjelző bevezetése. Szakkörön esetleg ez a lépés megtehető. Itt azonban csak annyit kívántunk megmutatni, hogy a második főtétel alapvető tartalmát kifejező Clausius-egyenlőtlenség viszonylag egyszerű lépésekben megfogalmazható.

6. A termodinamika III. főtétele

A termodinamika első két főtétele a középiskolai tanításban gyakorlatilag ugyanolyan formában fogalmazható, mint ahogyan termodinamika tudományos szintű leírásában szokásos. Ezzel szemben a harmadik főtétel esetén erre nincsen mód. A harmadik főtétel szokásos megfogalmazásai ugyanis általában az entrópiára vonatkozó állítások. A leginkább ismert Nernst tételnek nevezett megfogalmazás szerint: **A homogén folyékony és szilárd anyagok entrópiája nulla kelvin hőmérsékleten zérus**. Nagyon absztrakt a harmadik főtétel Nenst-Simon féle alakja is: **A kondenzált rendszerek entrópiájának változása az olyan reverzibilis izoterm folyamatokban, amelyek hőmérséklete zérushoz közeledik, tart a nullához.**
Középiskolában ezeknek az állításoknak valamilyen általános következményét érdemes megfogalmazni harmadik főtételként. Ilyen általános következménye a harmadik főtételnek, hogy **A nulla kelvin hőmérséklet tetszőlegesen megközelíthető, de teljesen sohasem érhető el**. Ezt az állítás viszonylag szélesen elterjedt, és véleményünk szerint ezt érdemes harmadik főtételként kimondani a középiskolában. (A pontos megfogalmazások akár ebből a jegyzetből is kimaradhattak volna, de tanárként mindenképpen tudnunk kell róluk, hiszen az érdeklődő diákok az interneten a III. főtételre rákeresve, vagy egyetemi tankönyvbe beleolvasva könnyen rájöhetnek, hogy a középiskolában egészen mást tanultak, mint amit a tudomány elfogad.)
A harmadik főtételt az első és második főtétel energetikai vonatkozásaihoz hasonlóan is megvilágíthatjuk. Az első főtétel kimondja, hogy semmiből nem nyerhetünk energiát, azaz nem létezik **elsőfajú perpetuum mobile**, a második főtétel kizárja a **másodfajú perpetuum mobile** lehetőségét, azaz a hő korlátlan munkává alakításának lehetőségét. Ezt a főtétel Kelvin-féle alakjából (nem létezik egy hőtartályos hőerőgép) szoktuk kissé pongyolán következtetve úgy is fogalmazni, hogy nem létezhet 100% hatásfokú hőerőgép. A Carnot körfolyamat $\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ hatásfoka azonban éppen 100% lenne, ha $T_1 = 0$ volna, s ezt a II. főtételnek sem Clausius- sem Kelvin-féle megfogalmazása nem tiltaná. A III. főtétel tehát az utolsó „kiskaput” zárja be az energiaproblémáink könnyű megoldása felé képzelt úton. Emiatt a harmadik főtételt a **„harmadfajú perpetuum mobile”** megvalósíthatatlanságának elveként is szokás kimondani.
A harmadik főtétel szorosan összekapcsolódik az anyagoknak az abszolút zérus hőmérséklet közelében mutatott különleges viselkedésével. Erre már a gáztörvény abszolút záruspont felé extrapolálásakor kaptunk figyelmeztetést, hiszen a Gay-Lussac törvények érvényben maradása a gáz térfogatának illetve nyomásának eltűnéséhez vezetett volna. A főtétel alapján belátható (nem középiskolai módszerekkel) az is, hogy a zérusponthoz közeledve az anyagok hőkapacitása is zérushoz tart. Ennek alapján már jobban érthető, hogy miért nem érthető el az abszolút zérus hőmérséklet. Annak közelében ugyanis, a zérus hőkapacitás miatt, már a legkisebb hő is a hőmérséklet emelkedéséhez vezet. Az abszolút zéruspont közelében bekövetkező további különleges jelenség a szupravezetés és a szuperfolyékonyság.
Végül megjegyezzük, hogy a III, főtételt próbálták elméleti úton feleslegessé tenni, azaz levezetni a II. főtételből. Ezek a próbálkozások azonban kudarcot vallottak.

Termodinamika és a molekuláris hőelmélet mellékletek

T1. Folyadékos hőmérő készítése

A folyadékos hőmérő működése a folyadék hőtágulásán alapul. A folyadék ΔV térfogatváltozása arányos a folyadék eredeti V térfogatával és a ΔT hőmérsékletváltozásával:

$$\Delta V = V \cdot \beta \cdot \Delta T ,$$

ahol β a folyadék anyagi minőségére jellemző hőtágulási együttható.

A hőmérő egy olyan folyadékot tartalmazó tartály, amelyhez egyenletes vastagságú, vékony, hosszú üvegcső csatlakozik. A folyadék teljesen kitölti a tartályt, sőt a cső egy részét is. Melegítés hatására a folyadék tágul és csőben megemelkedik a folyadék szintje. A folyadék anyagi minőségétől, a folyadékos tartály térfogatától és a cső belső keresztmetszetétől függ, hogy 1 °C hőmérsékletváltozás hatására mennyit emelkedik a folyadékszint a csőben. Ha ez utóbbit meghatározzuk és a cső mellé ennek megfelelő hőmérsékletskálát illesztünk, a folyadékszint magassága a skálán közvetlenül jelzi a folyadék hőmérsékletét. Ha a hőmérőfolyadék mennyisége nem túl sok és a tartály üvegfala sem túl vastag, a folyadék hőmérséklete könnyen felveszi a környezet hőmérsékletét. Működő, mérésre is alkalmas folyadékos hőmérőt saját magunk is készíthetünk.

Szükséges eszközök:

Kis térfogatú (kb. 50 ml) Erlenmeyer lombik, kifúrt gumidugó, benne 70-80 cm hosszú 4 mm belső átmérőjű, mindkét végén nyitott üvegcső, színezett alkohol (spiritusz).

Házi készítésű hőmérőnk pontosságát, a folyadéktartály térfogata és az üvegcső belmérete határozza meg. A fotón is látható hőmérő esetén az 50 ml-es lombikhoz 4 mm belméretű cső csatlakozik. Ekkor 1 °C hőmérsékletkülönbségnek közel 1 cm skálahossz felel meg.

Az eszköz elkészítése tanári felügyelettel és részvétellel történhet. A munka lépései a következők:

1) Az üvegcsövet vezetjük át az átfúrt gumidugón. Ez nem egyszerű feladat, mert a csőnek szorosan, légmentesen kell illeszkednie a dugóba. A szoruló és ezért súrlódó cső nehezen megy át a furaton, ezért erőltetéskor könnyen eltörhet, és ha nem vagyunk felkészültek az eltört cső tenyerünkbe fúródhat. **Ezt a munkafázist a balesetveszély miatt csak felnőtt (tanár) végezheti és ő is csak védőfelszerelésben!** A súrlódás csökkentésére ajánlott az üvegcsövet kevés glicerinnel, olajjal vagy szappanos vízzel csúszósabbá tenni, és a csövet forgatva tolni előre a furatban.
2) A lombikot tálcára helyezzük, és színültig megtöltjük spiritusszal, majd óvatosan a lombik szájába nyomjuk bele mélyen az üvegcsöves dugót. A dugó kiszorít némi alkoholt a lombikból, és a folyadékszintet felnyomja a csőbe. (Ha levegőbuborék maradna a lombikban azt el kell távolítanunk. Ez egyszerűen megtehető, ha a dugó és az üvegfal közé nagyobb acéltűt szúrunk. A tű mellett a levegő eltávozik.) A hőmérő

optimális működéséhez az üvegcsőbe felnyomódó alkohol szintjét is be kell állítani. Szobahőmérsékleten végezve a feltöltést az a jó, ha folyadékszint a cső alsó harmadáig emelkedik. A dugó benyomásával a szint egyszerűen növelhető. A színt csökkentése úgy történhet, hogy a megtöltött lombikot csővel lefelé fordítjuk, óvatosan kirázunk belőle kevés folyadékot.

3) A folyadékszint beállításával a hőmérő lényegében kész, csak kalibrált skálára van még szükségünk. Skálaként az üvegcső mellé helyezett vékony papír vagy műanyagcsíkot használhatunk, amire filctollal tudunk skálát rajzolni. A fotón bemutatott hőmérő skálája fehér műanyag (a villanyszerelési szakboltokban beszerezhető 2 cm széles szögletes kábelcsatorna egyik fele.)

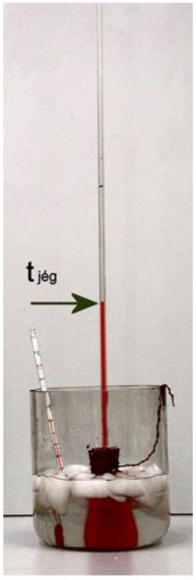
A hőmérő kalibrálása:

A Celsius-féle hőmérsékletskála elkészítéséhez a hőmérő szárán két ismert hőmérsékletet kell bejelölni, majd a két jel távolságát a két hőmérséklet különbségének megfelelő számú szakaszra felosztani. A skála két egymást követő osztásvonala 1 °C -nyi hőmérsékletkülönbséget jelez. A hőmérők skáláját általában a légköri nyomáson olvadó jég hőmérsékletének (0 °C), illetve a légköri nyomáson forrásban lévő víz hőmérsékletének (100 °C) bejelölésével és a távolság 100 részre történő felosztásával készítik. Természetesen más kalibráló hőmérsékletek is használhatók, ha azokat pontosan ismerjük, vagy egy már hiteles másik hőmérővel mérni tudjuk.

A kalibráló mérés lépései (lásd az illusztráló fotók):

1) Állítsuk hőmérőnket egy nagyobb edénybe, amelyben jég – víz keveréke van. Várjunk amíg a hőmérőfolyadék felveszi a jeges víz hőmérsékletét (a hőmérő folyadékszintje már nem változik) és jelöljük meg alkoholos filctollal a folyadékszintet az üvegcsövön. Ez a jel felel majd meg a hőmérőn a 0 °C hőmérsékletnek.

2) Állítsuk ezután a hőmérőt szobahőmérsékletű (állott) vízbe, várjuk meg, amíg a folyadékszínt egyensúlyba kerül és jelöljük meg az üvegcsövön ennek is a helyét! Olvassuk le szobai hőmérőn a környezeti hőmérsékletet (pl. 22 °C)! Az utóbbi szintvonal tehát a hőmérőnk skáláján 22 °C -ot jelöl.



Mérjük le mérőszalaggal a két jel távolságát az üvegcsövön és osszuk el a hőmérsékletkülönbség számértékével (példánkban 22-vel)! Így megkapjuk, hőmérőnk skálájának egységét, azaz, hogy 1 °C hőmérsékletkülönbségnek mekkora skálahosszúság felel meg. Készítsük el ennek megfelelően a hőmérő skáláját a cső teljes hossza mentén és rögzítsük a csőhöz. A rögzítéskor ügyeljünk arra, hogy a csőre korábban bejelölt kalibráló szintek a megfelelő skálaosztással illeszkedjenek! (Házi készítésű hőmérőnk pontosságát, a folyadéktartály térfogata és az üvegcső belmérete határozza meg. A fotón is látható hőmérő esetén az 50 ml-es lombikhoz 4mm belméretű cső csatlakozik. Ekkor 1 °C hőmérsékletkülönbségnek közel 1 cm skálahossz felel meg.

3) A hőmérő készítése a hiteles működés ellenőrzésével fejeződik be. Állítsuk a lombikot meleg vizet tartalmazó edénybe, és helyezzünk mellé egy gyárilag hitelesített hőmérőt is. A kis idő elteltével a folyadékszintek mozgása megáll (hőmérsékleti egyensúly). Ha jól dolgoztunk a házilag készített hőmérőnk ugyanazt a hőmérsékletet mutatja, mint a gyári készítésű.

Vissza >>>

T2. Gay-Lussac I. törvényének mérése, a gázok hőtágulása

Feladat:

Igazolja Gay-Lussac I. törvényét!

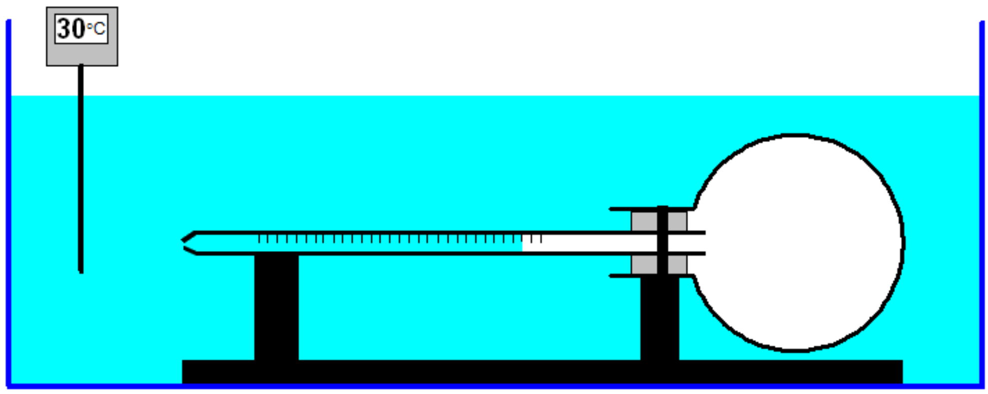
Mérje meg, hogyan változik a lombikban lévő levegő térfogata állandó nyomáson, a hőmérséklet változtatásának hatására!

Szükséges eszközök:

50 ml-es lombik, gumidugóval lezárva, a dugó átfúrva, furatában 2 ml össztérfogatú, 0,1 ml beosztású (néhány mm belső átmérőjű) úgynevezett „osztott" pipetta-cső, mindezek a pipetta vízszintes helyzetében rögzítve egy akváriumkád alján. Érzékeny (tizedfok leolvasású) folyadékos vagy digitális hőmérő, meleg víz, hideg víz, edények.

A mérés leírása:

A kísérleti összeállítást a rajz szemlélteti.



A levegővel teli lombikot gumidugó zárja le, a gumidugó furatába 0,1 ml-es beosztású pipetta-cső illeszkedik. A lombik és a cső úgy van vízszintesen rögzítve (megfelelő súlyú alapra), hogy helyzete a víz alatt, a felhajtóerő ellenére is változatlan maradjon. Az összeállítás véglegesítése előtt a lombik és az üvegcső együttes térfogatát a pipetta első jeléig határoztuk meg (vízzel való feltöltéssel), az így kapott V_0 térfogatérték a munkahelyen megtalálható.

A nehéz állványra rögzített lombikot állványostul helyezze vízzel tölthető edénybe – célszerűen egy megfelelő méretű akváriumba! Az akváriumba annyi 30-40 fokos meleg vizet töltsön, hogy a víz a lombikot 4-5 cm magasan ellepje. A vízszintet az akvárium külső falán műanyag szigetelőszalag-csíkkal jelölje meg és a továbbiakban ügyeljen arra, hogy a vízszint ne nagyon térjen el ettől.

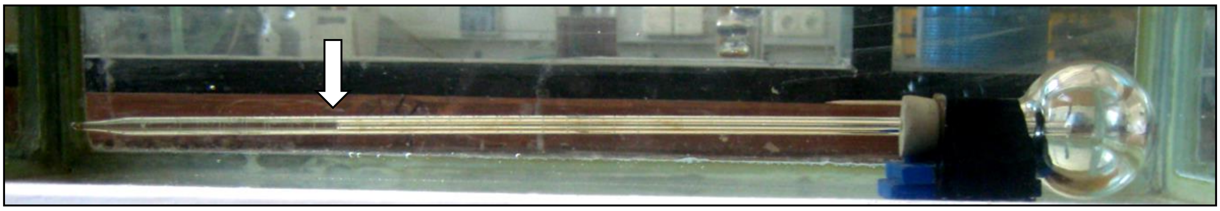
A meleg víz felmelegíti a lombikot és a benne lévő gázt. A tágulás miatt a lombikból kibuborékol a levegő. A buborékolás megszűnte az egyensúly beállását jelzi. Olvassa le a hőmérsékletet, majd merjen ki a medence meleg vizéből, öntsön helyére hideget, és keverje össze! A kissé lehűlt vízben a lombik levegője összehúzódik. Ezt jól jelzi, hogy a vízszintes pipetta-csőbe behúzódik a víz. A mérést akkor kezdje, amikor a meniszkusz eléri a pipetta első osztásvonalát. Ekkor a gáz térfogata V_1, hőmérséklete a vízfürdő aktuális hőmérsékletének megfelelő. Ismételt vízcserével hűtse tovább a rendszert! A térfogat és hőmérséklet leolvasását akkor végezze, ha már beállt az új egyensúly! Dolgozzon óvatosan, ne alkalmazzon túl nagy hűtést, legalább 4-5 mérésnek kell belefárnie a maximálisan mérhető, mindössze 2 ml-nyi térfogatváltozásba! (Tájékozódásul gondolja át, hogy a 0 °C-os 273 ml gáz-mennyiség térfogata 1 fok hatására 1ml-nyit változik.)

Végezzen legalább négy mérést, azaz minimum négy hőmérséklet–térfogat értékpárt határozzon meg!

- *Ábrázolja grafikusan a bezárt levegő térfogatát a hőmérséklet függvényében!*
- *Értelmezze a kapott grafikont és ehhez kapcsolódva fogalmazza meg Gay-Lussac I. törvényét!*
- *A grafikon alapján határozza meg a levegő térfogati hőtágulási együtthatójának értékét! Adja meg a mérés relatív hibáját, felhasználva a hőtágulási együttható táblázatból kikeresett irodalmi értékét!*

Megoldás:

A leírt kísérleti összeállításról mérés közben készített fotót az ábra mutatja, a nyíl a csőben visszahúzódó levegőoszlop határát jelzi.



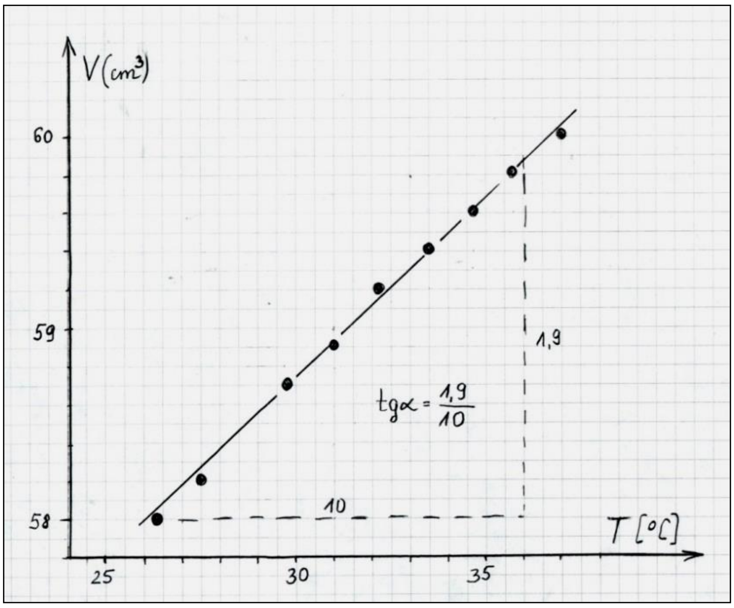
Végezzünk legalább négy mérést a leírtak szerint, azaz minimum négy hőmérséklet–térfogat értékpárt határozzunk meg!

Az elvégzett méréshez 50 ml-es lombikot használtunk, a bezárt gáz kezdeti térfogata 0 °C hőmérsékletre átszámolva $V_0 \approx 53$ ml.

A mért hőmérséklet és térfogat értékeket a táblázat tartalmazza.

T (°C)	37	35,7	34,7	33,5	32,2	31,0	29,7	27,5	26,4
V (ml)	60	59,8	59,6	59,4	59,2	58,9	58,7	58,2	58,0

A levegő mért hőtágulási grafikonja az ábrán látható.



A mért értékek egyenesre illeszkednek. Az egyenes egyenlete:

$$V = V_0 + V_0 \beta T \ ,$$

ahol T a Celsius fokokban mért hőmérséklet, V a gáz térfogata T hőmérsékleten, V_0 a gáz térfogata T = 0 °C hőmérsékleten, β a levegő hőtágulási együtthatója.

Gay-Lussac I. törvénye szerint adott mennyiségű gáz melegítés hatására bekövetkező térfogatváltozása állandó nyomáson, egyenesen arányos a hőmérséklet változásával és a gáz 0 °C hőmérsékleten mért térfogatával. A β arányossági tényező a gáz hőtágulási együtthatója, a gázok anyagi minőségétől független, állandó érték. A β hőtágulási együttható számértékét a mérési eredményeinket feltüntető térfogat - hőmérséklet grafikon meredekségéből határozzuk meg. Az egyenes meredeksége:

$$tg\alpha \ = V_0 \, \beta = 0{,}19 \ ,$$

ahonnan β mért értékére:

$$\beta_{mért} = 3{,}58 \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{°\mathrm{C}}$$

adódik.

Pontos mérések szerint az ideális gázok 1 °C melegítés hatására 0 °C hőmérsékleten mért térfogatuk 1/273-ad részével tágulnak, azaz

$$\beta = \frac{1}{273} \approx 3{,}66 \cdot 10^{-3} \, \frac{1}{°\mathrm{C}}$$

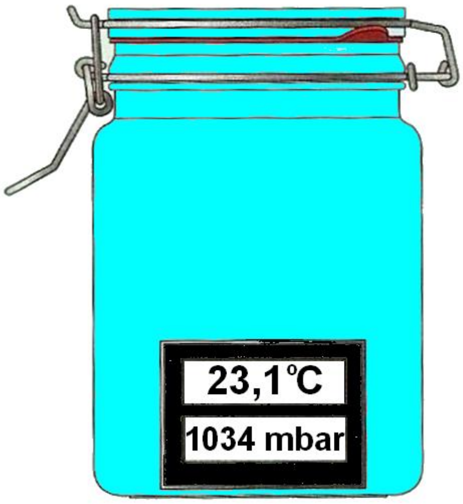
Mérésünk relatív hibáját megkapjuk, ha az irodalmi és a mért érték különbségét elosztjuk az irodalmi értékkel:

$$\frac{\beta - \beta_{mért}}{\beta} = \frac{(3{,}66 - 3{,}58)}{3{,}66} \approx 0{,}02$$

Vissza >>>

T3. Gay-Lussac II: törvényének igazolása

A méréshez az ábrán bemutatott, csatos üvegfedéllel légmentesen lezárható befőttes üveget használhatunk, amibe kisméretű digitális hőmérőt és nyomásmérőt helyeztünk.



Egyszerű kísérleti összeállítás a levegő nyomása és hőmérséklete közt állandó térfogat mellett fennálló kapcsolat kimérésére.

A kísérlet megkezdése előtt a légmentesen lezárt üveget, benne a hőmérővel és a nyomásmérővel, néhány órára hűtőszekrénybe tesszük. Méréskor a lehűlt üveget a bezárt levegővel kivesszük a hűtőszekrényből és szobahőmérsékleten hagyjuk lassan felmelegedni. Mivel az üveg hőtágulása elhanyagolhatóan kicsi, a lezárt üvegben lévő levegő térfogata állandónak tekinthető. A levegő lassú felmelegedését és a vele járó nyomásnövekedést az üvegbe bezárt mérőeszközök mutatják. A lassú melegedés közben időről időre leolvassuk hőmérséklet és nyomásértékeket, majd a mért értékeket grafikusan ábrázoljuk. A mérési pontokra illeszkedő egyenes igazolja, hogy állandó térfogaton a gáz nyomása arányosan változik a hőmérséklettel. Szakköri feladatként megmutatható, hogy pontosan ugyanezt az eredményt kapnánk, ha nem levegővel, hanem valami más gázzal (pl. széndioxid) végezzük el a mérést. Az anyagi minőségnek tehát itt sincs szerepe, hasonlóan Gay-Lussac I. törvényéhez. Az abszolút hőmérsékleti skála bevezetésével a törvény matematikai alakja is hasonlóan egyszerűbbé válik.

Vissza >>>

T4. A Boltzmann-állandó értékének meghatározása számítással és méréssel

A Boltzmann-állandó számítása kémiai ismeretek alapján

A Boltzmann-állandó értékét egyszerűen meghatározhatjuk az állapotegyenlet és a kémiában tanultak alapján. Az állapotegyenletből kifejezve a k Boltzmann-állandót

$$k = \frac{pV}{NT}$$

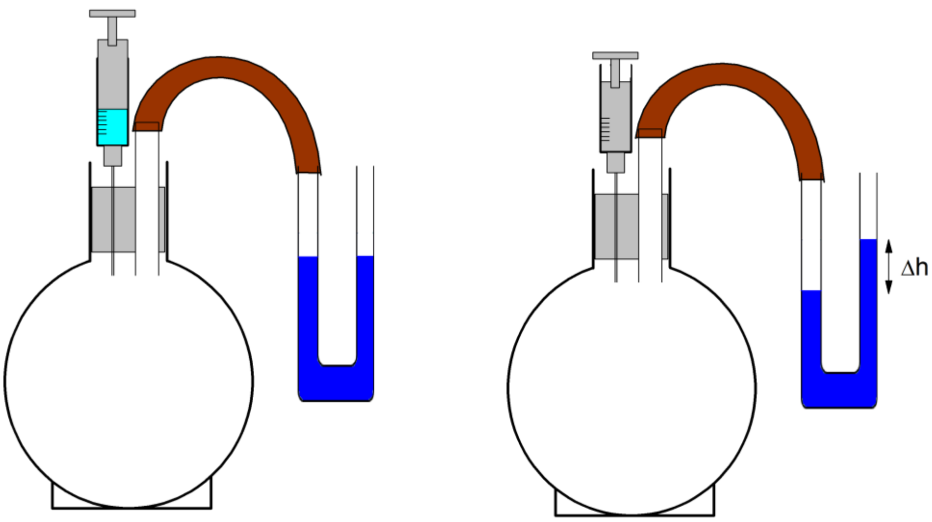
Avogadro-törvénye kimondja, hogy a gázok azonos térfogataiban, azonos nyomás és hőmérséklet esetén azonos a részecskék száma. A mólnyi anyagmennyiség $6 \cdot 10^{23}$ db részecskét tartalmaz. Kémiában tanult kísérleti tapasztalat, hogy 1 mol gáz térfogata 0 °C-on (273 K) és 10^5 Pa atmoszférikus nyomáson 22,41 liter, azaz $22{,}41 \cdot 10^{-3}$ m^3. Az így ismert adatokat felhasználva a fenti kifejezéssel a Boltzmann-állandó értéke

$$k = \frac{10^5 \cdot 22{,}41 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23} \cdot 273} = 1{,}3 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$$

A Boltzmann állandó meghatározása egyszerű demonstrációs mérőkísérlettel

Kísérleti összeállítás:

A mérési összeállítás egy kb. 10 literes, de pontosan kimért térfogatú üveg (pl. üveg-demizson), amit egy speciálisan előkészített gumidugóval légmentesen zárunk le. Az előkészítés során a dugót kifúrjuk és a furatba rövid üvegcsövet illesztünk, továbbá a dugón egy injekciós tűt is keresztülszúrunk. A dugón átvezetett üvegcsőre gumicsövet húzunk és azt üvegcsőből U alakra hajlított hosszú szárú víz-manométerhez csatlakoztatjuk



Kezdeti egyensúlyi állapotban a manométer két szárában azonos magasságú a vízoszlop, azaz az üvegbe bezárt gáz nyomása megegyezik a légköri nyomással. Injekciós fecskendőbe 1 cm^3 etilétert szívunk fel, majd a fecskendőt a dugón átszúrt injekciós tűre húzva a teljes étermennyiséget egy határozott mozdulattal az üvegbe spricceljük, de a fecskendőt nem távolítjuk el. Az üvegbe juttatott éter gyorsan elpárolog és részecskéi elkeverednek a levegőmolekulákkal. A gázrészecskék számának megnövekedése miatt a palackban megnő a gáz nyomása. (A gáz hőmérsékletének megváltozásától és a térfogat megváltozásától eltekinthetünk.) A nyomásnövekedés értékét a manométer mutatja. A zárt manométerszárában a vízszint lecsökken, a nyitott ágban felemelkedik. Olvassuk le a folyadékszintek különbségének legnagyobb értékét! A leolvasott Δh szintkülönbséghez tartozó nyomásváltozás értéke:

$$\Delta p \ = \ \Delta h g \rho_{víz}$$

A mért nyomásváltozást a bezárt gázrészecskék számának növekedése okozza. Írjuk fel a bezárt gáz kezdeti állapotára és a megváltozott állapotára (feltételezve az egyensúlyt) az állapotegyenletet!

$$p_0 V = N_{levegő} kT \ ,$$

$$(p_0 + \Delta p)V = \left(N_{levegő} + N_{éter}\right)kT \ .$$

A második egyenletből az elsőt kivonva kapjuk, hogy

$$\Delta p V = N_{éter} kT \ .$$

Innen a k Boltzmann-állandó értéke a kísérleti adatok felhasználásával meghatározható:

$$k = \frac{\Delta p V}{N_{éter} T},$$

ahol V a kísérleti üveg ismert térfogata, T a környezet egyensúlyi hőmérséklete Kelvinben mérve Δp a mért nyomásváltozás értéke. Az étermolekulák száma ($N_{éter}$) az éter-folyadék beinjektált térfogatával ($V_{éter} \ = 1 \ cm^3$), a folyadék sűrűségével ($\rho_{éter} \ = 0{,}71 \ g/cm^3$), és az éter mol tömegével, ($M_{éter} = 74$ g, ami $6 \cdot 10^{23}$ db étermolekula össztömege) számítható ki:

$$N_{éter} = \frac{V_{éter} \cdot \rho_{éter}}{M_{éter}} \cdot 6 \cdot 10^{23}$$

A méréssel a Boltzmann-állandó értéke kb. 10% hibával megkapható.

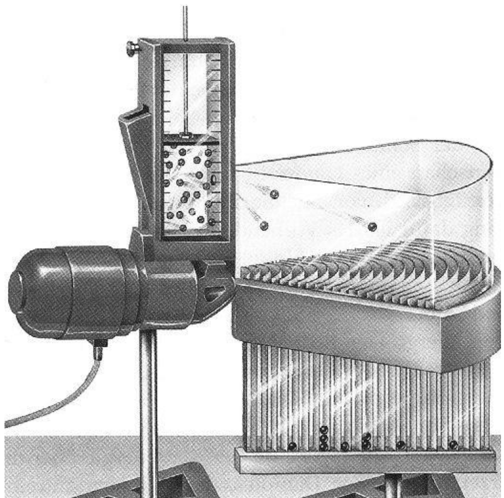
Figyelem!

Az éter-gőzök kis mennyiségben belélegezve bódító, álmosító hatásúak, nagy mennyiségben mérgezőek, ezért a mérőkísérlet ***csak tanári vezetéssel*** végezhető el.

Vissza >>>

T5. A kinetikus gázelmélet mechanikus és számítógépes modelljei

A tanszer-kereskedelemben többféle modell-berendezés kapható. Általában az átlátszó oldalfalú tartályt felül könnyen mozgatható dugattyú zárja, az alját motorral, vagy elektromágnessel rezgetett dugattyú adja. Az edénybe szórt apró műanyaggolyókat a rezgő dugattyú mozgásba hozza. Az egymással és a falakkal ütköző golyók kaotikus mozgásukkal kitöltik az edényt és felemelik az edényt záró könnyű dugattyút. A dugattyú magassága az ütköző részecskék számától és átlagos sebességétől függ. Ha az edénybe több golyót teszünk, vagy megnöveljük a rezgetés intenzitását a „gáz" kitágul, azaz megemeli a dugattyút. A dugattyút súlyokkal megterhelve a gáz összenyomható. Az igényesebb modell-készülékek akár egyszerű mérésekre is alkalmasak. Ha például adott intenzitású rezgetés mellett a dugattyú súlyát megkétszerezzük, a dugattyú lesüllyedésével a gáztér térfogata a Boyle – Mariotte törvénynek megfelelően a felére csökken. Az ábrán látható „rázógép" ennél is többet tud. A gáztartály oldalán kis rés nyitható. Azok a golyók, amelyek itt éppen a falra merőleges sebességgel mozognak, a nyíláson keresztül akadálytalanul kirepülnek a gáztérből. A nyílás alá átlátszó falú rekeszekre osztott gyűjtő edényt kell elhelyezni. A lyukon vízszintes irányban kirepülő golyók mozgása vízszintes hajítás, a hajítási távolság annál nagyobb, minél nagyobb a golyó vízszintes sebessége. A nyílástól távolodva kiosztott rekeszekben hosszabb idő alatt felgyűlő golyók mennyisége jelzi, hogy milyen a modellgázban a részecskék sebességeloszlása. A fotón látszik, hogy a lyuktól távolodva a rekeszekben először nő, majd csökken a golyók száma. A kirajzolódó eloszlás a gázrészecskék Maxwell-féle sebességeloszlásához hasonló.



A gázok kinetikus modelljének illusztrálására számítógépes programok is használhatók. A legtöbb ilyen program interaktív. Beállíthatóak a gáz makroszkopikus paraméterei (térfogat, nyomás, hőmérséklet, részecskeszám) és a számítógép, a kinetikus gázelmélet beprogramozott összefüggéseit felhasználva animációként megjeleníti a részecskék mozgását, megadja a részecskesokaság mikroszkopikus statisztikus jellemzőit (sebességeloszlás, energia-eloszlás, stb.) A fordított irányú szimulálás is lehetséges, megadjuk a gépnek a részecskék számát és a részecskék sebességeloszlását (pl. mozogjon minden részecske azonos sebességgel.) A számítógép ezekből kiindulva és a golyócskák ütközésével számolva megmutatja, hogyan alakul ki a kezdeti rendezett állapotból a gázra jellemző rendezetlen hőmozgás. Természetesen a mikroszerkezeti statisztikus adatok mellett a számítógép azt is jelzi, hogy a részecskesokaságot milyen fenomenologikus állapotjelzőkkel (p, T) lehet jellemezni. Az elmondottak értelmében a számítógépes programok nem a kinetikus elmélet bevezetésére, hanem inkább összefoglaláskor hasznosak.

Vissza >>>

T6. Egyszerű makroszkopikus kísérletek a kinetikus gázelmélet igazolására

HCl és NH_3 gázok diffúziója levegőben (szakköri kísérlet, tanári vezetéssel)

A gázok molekuláinak kinetikus gázelmélettel leírt rendezetlen hőmozgását a diffúzió jelensége is bizonyítja. Különböző anyagi minőségű gázokból álló gázkeverék egy tartályban akkor van egyensúlyi állapotban, ha a különböző anyagú molekulák tökéletesen elkeveredtek, mindegyik összetevő koncentrációja, illetve parciális nyomása a tartály bármely kiválasztott résztérfogatában megegyezik. Ha az anyagi összetevők eloszlása inhomogén (a tartály bizonyos helyén nagy, a többi helyen kisebb), nem beszélhetünk egyensúlyról. Abból a tértartományból, ahol a koncentráció nagy anyagáramlás indul meg a kisebb koncentrációjú helyek felé. Ez az irányított anyagáramlás a diffúzió. A diffúzió mindaddig tart, amíg a koncentrációkülönbségek a tartályban megszűnnek. A makroszkopikus mértékű irányított anyagáramlást a gázmolekulák rendezetlen hőmozgása eredményezi. A kinetikus gázmodell segítségével levezethető, hogy azonos külső feltételek esetén a különböző anyagi minőségű gázok diffúziójának sebessége arányos az adott molekulák termikus átlagsebességével.

Egyszerűen elvégezhető mérőkísérletünkben sósav- és ammónia-gáz diffúziósebességét hasonlítjuk össze szobahőmérsékletű atmoszférikus levegőben. Eredményeink igazolják, hogy a különböző gázok diffúziósebességének aránya a mérési pontosságon belül megegyezik a két molekula termikus átlagsebességének arányával.

A kísérletben használt mindkét anyag, az ammónia (NH_3), és a sósav is normál viszonyok közt gáz állapotú anyag. Mivel mindkettő nagyon jól oldódik vízben, a vegyszer kereskedelemben tömény oldataik kerülnek forgalomba. Ha a tömény oldatokat tartalmazó üvegeket kinyitjuk, az oldatokból sósav és ammónia gáz szabadul fel. Az üvegeket egymáshoz közelítve jó látható füst képződik. Az üvegekből a levegőbe jutó kétféle gáz ugyanis keveredés közben kémiai reakcióba lép, a kémiai reakció egyenlete:

$$HCl + NH_3 = NH_4Cl.$$

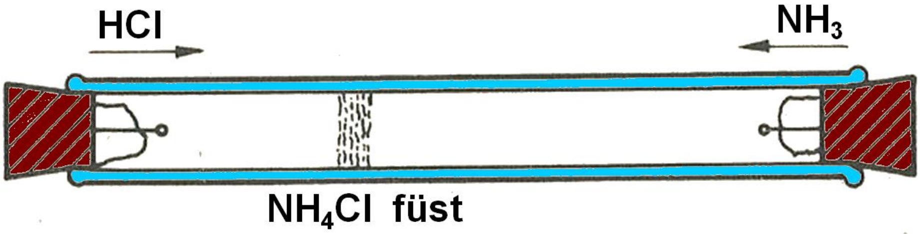
A reakciótermék az ammóniumklorid szilárd kristályos anyag. A kétféle gázból képződött kristályok olyan aprók, hogy a levegőben lebegnek, ezt a füstöt látjuk. Ez teszi lehetővé, hogy a kétféle gáz diffúzióját egyszerűen megvizsgáljuk.

A kísérlet leírása

Szükséges eszközök: kb. méteres hosszúságú és 1,5-2 cm átmérőjű üvegcső, mindkét végében egy-egy gumidugóval, (a két gumidugó csőbe illeszkedő végére gombostűvel erősítsünk egy-egy kisebb vattacsomót) egy-egy üveg tömény sósav és ammóniaoldat, gumikesztyű, mérőszalag, stopperóra, a cső alá helyezhető sötét papírcsík (ami a finom füst megfigyelése miatt fontos.)

A csövet helyezzük a sötét alátétre, és rakjuk a cső mellé a mérőszalagot! Az egyik vattacsomót itassuk át tömény ammónia-, a másikat tömény sósav-oldattal (a vatták ne csurogjanak!), majd a dugókat óvatosan, egyidejűleg dugjuk az üvegcső két végébe! A dugók elhelyezésével egyidőben indítsuk el a stopperórát!

A cső egyik végén sósav, a másikon ammónia gáz szabadul fel és diffundál a levegőben a cső közepe felé. Az egymással szemben diffundáló gázok találkozási helyét előbb vékony, majd egyre vastagodó rétegben képződő fehér NH_4CH füst jelzi.



A füstréteg észlelésekor állítsuk le a stoppert és olvassuk le a gázok diffúziójának idejét! Mérjük le mérőszalaggal a füstréteg távolságát a két vattacsomótól, azaz a sósav-gáz csőben megtett útját!

A kétféle gáz diffúziósebességét megkapjuk, ha a csőben megtett távolságukat osztjuk a mért idővel. A mérések alapján mindkét gáz diffúziósebessége 10^{-5} m/s nagyságrendű, arányuk 3:2 az ammónia javára.

Eredményünk alapján érdemes nagyságrendi összehasonlítást tenni a mért diffúziósebesség és az egyes molekulák ekvipartíció tétel alapján számított átlagsebességével:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Ez utóbbi értéke 10^2 m/s nagyságrendű, a molekuláris sebesség tehát 7 nagyságrenddel nagyobb az átlagos diffúziósebességnél.

A kinetikus gázelmélet szerint a molekulák átlagos sebessége a tömegük négyzetgyökével fordítottan arányos, illetve hasonló arányban áll a móltömegek négyzetgyökével is.

$$\frac{\bar{v}_{HCl}}{\bar{v}_{NH_3}} = \frac{\sqrt{M_{NH_3}}}{\sqrt{M_{Cl}}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{36{,}5}} \approx \frac{4}{6}$$

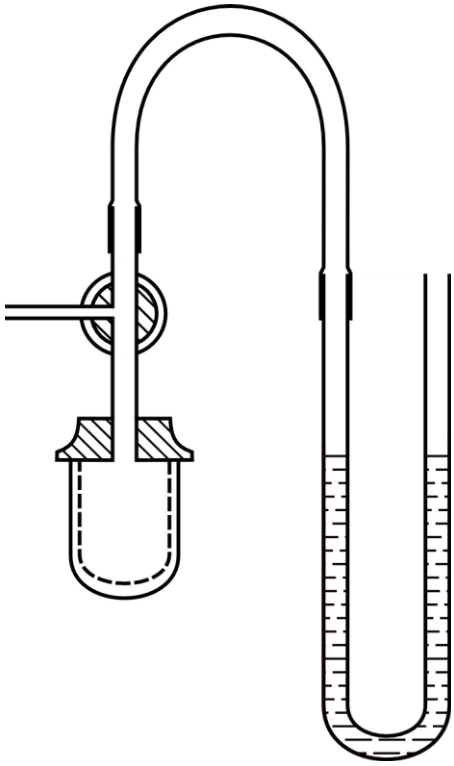
A két gáz diffúziósebességének hányadosa jó közelítéssel szintén 2/3-nak adódik, ami mutatja, hogy a diffúziósebesség és a molekulák átlagsebessége valóban egyenes arányban áll.

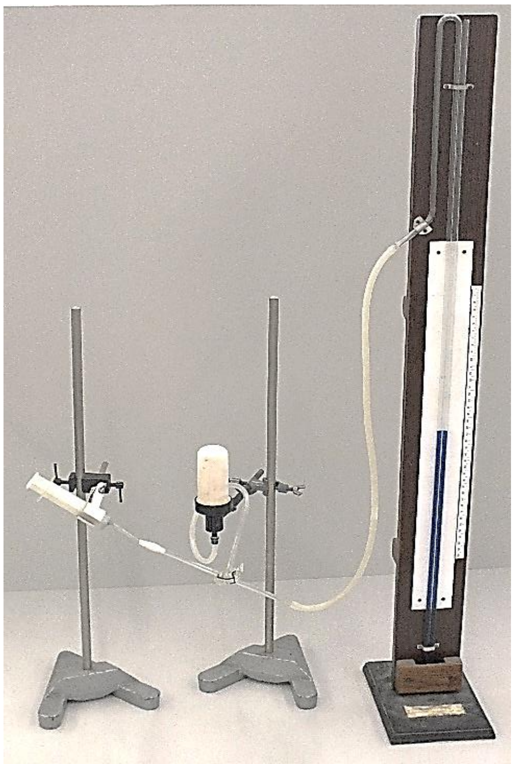
Gázmolekulák diffúziója porózus falon keresztül

A máz nélküli porcelán, az égetett agyagkerámia lukacsos szerkezetű anyag. Az apró egymáshoz tapadt kristályszemcsék közt sok parányi üreg található. Ezek egy része véletlenszerűen összekapcsolódva zeg-zugos járatokat képez az anyag két makroszkopikus határfelülete közt. Az ilyen anyagokból készült edények fala nem jelent áthatolhatatlan akadályt a gázmolekulák számára, de lassítja, és épp ezért jól tanulmányozhatóvá teszi a koncentrációkülönbség hatására meginduló diffúzió folyamatát, és a különböző gázok diffúziójának különbségeit. A következőkben levegő, hidrogén és étergőz porózus falon keresztül történő diffúzióját vizsgáljuk.

Levegőmolekulák diffúziója kerámia-falon keresztül

A kísérleti összeállítás vázlatát az ábra mutatja. Az U alakú, üvegcsőből készült vízmanométert egy háromállású csap közbeiktatásával gumicsővel csatlakoztatjuk egy porózus falu, zárt kerámiahengerhez. (A porózus kerámiahenger a tanszerkereskedelemben beszerezhető.)





Alapállapotban a kerámiahengert légköri nyomású levegő tölti ki, a manométer mindkét szárában azonos magasságban áll a vízoszlop. Nyomásegyensúly esetén a porózus falon keresztül Δt időtartam alatt ugyanannyi levegő-részecske jut a külső levegőből a henger belsejébe, mint onnan vissza. Az egyensúly ún. „*dinamikus egyensúly*”.

A háromállású csap megfelelő elfordítása után orvosi fecskendővel szívjunk ki levegőt a hengerből! A csapot úgy zárjuk el, hogy a manométer csak az agyaghenger belsejével legyen kapcsolatba! Figyeljük meg milyen nyomásváltozást jelez a manométer!

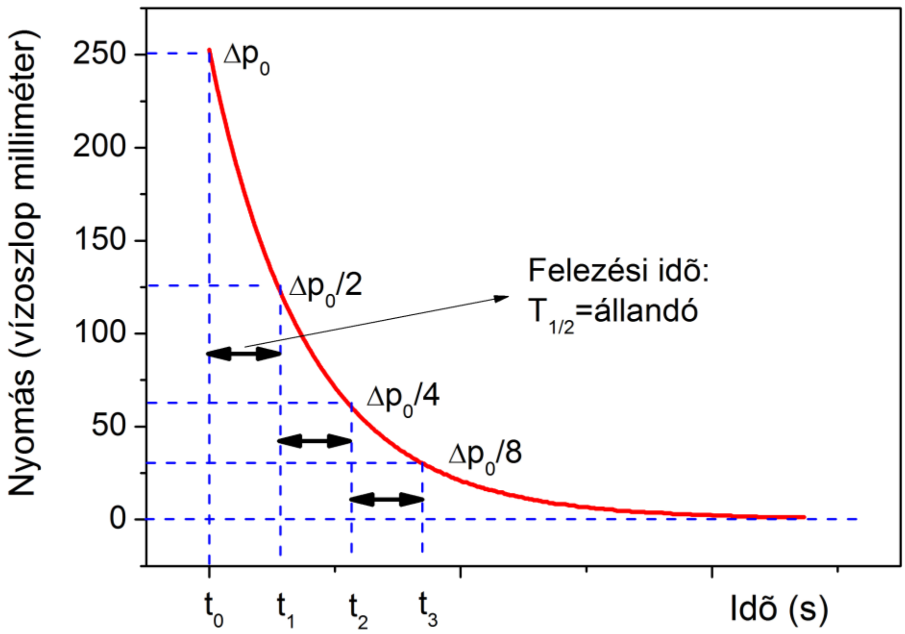
A levegő kiszívásakor a henger belsejében lecsökkent a molekulaszám, a manométer a henger jelzi a belső gáznyomás csökkenését a külső légnyomáshoz képest. A csapot zárva a nyomáskülönbség fokozatosan csökken, míg végül az egyensúly helyre nem áll.

Szakköri mérés

Szakköri mérésként ajánljuk a nyomás időbeli változásának részletes vizsgálatát!

A nyomáskülönbség – idő függvénykapcsolat egyszerűen vizsgálható, ha a kísérlet végrehajtásakor metronómot üzemeltetünk és az egyik manométer-ág mellé helyezett papírcsíkon minden ütésre megjelöljük a folyadékszint pillanatnyi állását. (Az egyensúlyi manométerállást a mérés megkezdése előtt érdemes megjelölni, így nem kell sokáig várnia az egyensúly teljes visszaállására.) Ábrázoljuk grafikonon a nyomáskülönbség abszolút értékét a idő függvényében! A nyomást - vízoszlop milliméter egységekben, az időt metronóm-ütés egységekben érdemes mérni.

Természetesen a fenti egyszerű kézi „mérés" helyett dolgozhatunk videotechnikával (a manométer állásának változását videofelvételen rögzítjük, majd a videót kockánként vetítve határozzuk meg a nyomáskülönbséget, az időt a felvétel időpillanata adja.) Még technikásabb és ezért diákjaink számára még érdekesebb, ha a kísérletet a manométerre állított web-kamerával figyeljük és a kamera képén megfigyelhető folyadékszint-elmozdulást számítógépes célprogrammal in-situ kiértékeljük és ábrázoltatjuk. A méréshez alkalmas számítógépes technika a Webcam Laboratory számítógépes mérőrendszer „univerzális naplózás" programja. Ez utóbbi méréstechnika alkalmazásával kapott nyomáskülönbség – idő grafikont az ábra mutatja.



A grafikonról közvetlenül leolvasható, hogy a nyomásváltozás sebessége kezdetben a legnagyobb, majd a nyomásegyensúlyhoz közelítve rohamosan csökken. A függvény további érdekes tulajdonságokat is mutat. Szemeljük ki a folyamat egy tetszőleges pillanatát, jelöljük ezt t_0 -lal! A t_0 pillanatban az egyensúlytól mért nyomáseltérés értéke Δp_0. Olvassuk le a grafikonról, hogy mennyi idő után csökken az előbbi nyomáseltérés $\left(\frac{\Delta p_0}{2}\right), \left(\frac{\Delta p_0}{4}\right)$ *és* $\left(\frac{\Delta p_0}{8}\right)$ értékre! Azt tapasztalhatjuk, hogy az időpontok egyforma időközönként követik egymást (lásd ábra). Válasszunk ki ezután egy másik tetszőleges Δp_1 pontot a grafikonon és határozzuk meg újból mekkora idő alatt csökken Δp_1 fele értékre. Ismételjük meg ezt további néhány pont kiválasztásával!

Az egyensúlytól mért nyomáseltérés feleződéséhez szükséges időtartam minden esetben közel azonosnak adódik. Ezt az időtartamot „felezési időnek” nevezhetjük, ez az adat a folyamat egyik jellemző paramétere. A felezési idővel jellemezhető függvény az exponenciális függvény, minden olyan fizikai folyamatra jellemző, aminek pillanatnyi sebessége az egyensúlyi állapottól mért pillanatnyi eltérés értékével arányos (kinetikusan elsőrendű folyamat).

Vissza >>>

T7. Gázok fajhője állandó nyomáson, Robert Mayer-egyenlet

A gáz tágulásának legegyszerűbb és igen gyakori módja az állandó nyomáson történő tágulás. Ez történik, ha például dugattyúval lezárt hengerben lévő gázmennyiséget melegítünk és hagyjuk a gázt állandó nyomáson tágulni.

Az első főtételből kiindulva határozzuk meg a gáz állandó nyomáson, illetve állandó térfogaton mért fajhőjének különbségét $(c_p - c_V)$!

Írjuk fel a főtételt az állandó nyomáson táguló gázra, de vegyük figyelembe, hogy a gáz belső energiája csak a hőmérséklet függvénye! A belső energia változása tehát ΔT hőmérsékletváltozás esetén ugyanakkora, akár állandó térfogaton, akár állandó nyomáson melegítjük a gázt:

$$\Delta U = Q - p\Delta V \, ,$$

$$c_V m \Delta T = c_p m \Delta T - p\Delta V \, ,$$

$$\left(c_p - c_V\right) m \Delta T = p\Delta V \, .$$

Az ideális gáz állapotegyenletét felhasználva

$$pV = \frac{m}{M} N_A k T, \qquad p\Delta V = \frac{m}{M} N_A k \Delta T \, .$$

Behelyettesítés után kapjuk, hogy

$$\left(c_p - c_V\right) m \Delta T = \frac{m}{M} N_A k \Delta T \, ,$$

$$\left(c_p - c_V\right) = \frac{N_A k}{M} .$$

Eredményünk szerint a két fajhő különbsége az anyagi minőségre jellemző állandó. A mólhők különbsége anyagi minőségtől független univerzális állandó:

$$\left(C_p - C_V\right) = N_A k \, ,$$

ahol N_A az Avogadro-szám, k a Boltzmann-állandó.

A kinetikus gázelméletből az egyatomos ideális gáz állandó térfogaton vett mólhőjének értéke:

$$C_V = \frac{3}{2} N_A \cdot k \, .$$

A kétatomos gáz esetén:

$$C_V = \frac{5}{2} N_A \cdot k .$$

Ezek felhasználásával az egyatomos ideális gáz fajhője, állandó nyomáson:

$$C_p = \frac{5}{2} N_A \cdot k$$

A kétatomos ideális gáz fajhője, állandó nyomáson:

$$C_p = \frac{7}{2} N_A \cdot k$$

A gázok állandó nyomáson és térfogaton vett fajhőjének különbségét Robert Mayer hajóorvos és természettudós, az I. főtétel egyik megalapozója tiszteletére Robert Mayer - egyenletnek nevezzük.

WWW

Gázok fajhőjének kísérleti meghatározása, Fizikai Kísérletek Gyűjteménye I. X.4.8.

http://metal.elte.hu/~phexp/doc/hot/j4s8.htm

Vissza >>>

T8. A dízelmotorhoz nem kell gyújtógyertya

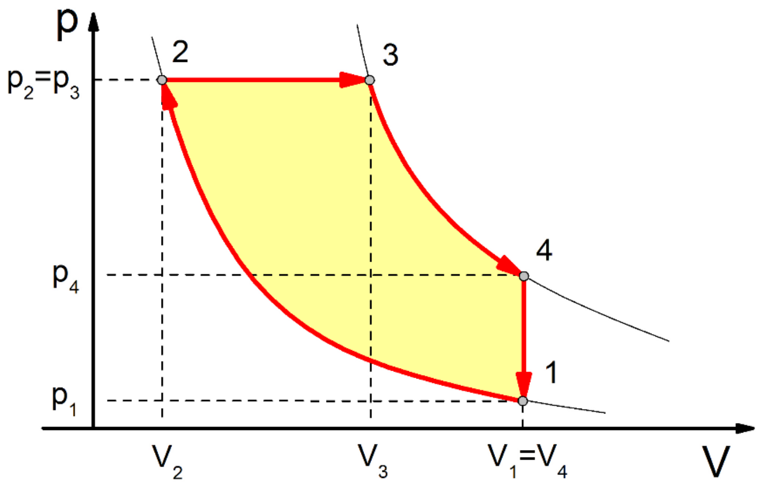
A négyütemű belsőégésű motorok közé tartozó Diesel-motort 1893-ban szabadalmaztatta Robert Diesel német mérnök. A motor hatásfoka jobb, mint a benzinnel működő Otto-motoré, ami elsősorban a motor nagyobb kompressziójának köszönhető. A Diesel-motor és az Otto-motor működése már az első ütemben eltér. A benzines motor benzin levegő keveréket szív be, a diesel-motor tiszta levegőt. A második ütem mindkét motor esetén a beszívott gáz gyors, adiabatikus összenyomása, aminek során az felmelegszik. A benzines motoroknál a túl nagy kompresszió, a melegedés miatt a benzin-levegő keverék spontán robbanását eredményezi és lehetetlenné teszi a motor működésének precíz szabályozását. A benzines motoroknál ezért a kritikus kompresszió alatt kell maradni, és a robbanást megfelelő időpillanatban adott szikrával beindítani. A kompresszió maximális értékét a benzinhez adagolt speciális anyagokkal (szuper-benzin) kicsit lehet javítani, de 7:1 arányt nemigen lehet meghaladni. A diesel-motor tiszta levegőt szív be, ami a hengerben akár 20:1 arányban is összenyomható, hiszen a magas hőmérsékleten mindaddig nincs ami meggyulladjon, amíg a maximális kompresszió pillanatában nem fecskendeznek olajat a forró légtérbe. A forró levegőben az olajsugár felszínén azonnal megindul az égés, ami robbanásszerű gyorsasággal terjed át a levegőben elkeveredő teljes olajmennyiségre. A dízel-motorban nincs szükség gyújtógyertyára, a precíz működést az üzemanyag pontos beinjektálása biztosítja. A motor működésének harmadik üteme az ún. „munka-ütem, amikor a robbanás során a gáz adiabatikusan kitágul, és lefelé löki a dugattyút. A negyedik ütem az elhasznált üzemanyag távozása a hengerből. Az ideális Diesel - körfolyamatot a p – V állapotsíkon az ábra mutatja.

1 → 2: A levegő adiabatikus összenyomása

2 → 3: Állandó nyomású (izobár) állapotváltozás – égés

3 → 4: A forró, nagynyomású gázok adiabatikus tágulása

4 → 1: Állandó térfogatú hűtés, gázcsere



A levegő adiabatikus összenyomását kísérő felmelegedés látványos kísérlettel demonstrálható. A régebben tűzgyújtásra használt „pneomatikus tűzszerszám” A régi iskolák szertáraiban még megtalálható.

Az egyszerű eszköz egy talpazattal ellátott vastag falú üvegcső, amibe tömített dugattyú illeszkedik. A dugattyú végére gyúlékony folyadékkal átitatott vattát lehet erősíteni. A dugattyú hírtelen lenyomásakor a felmelegedett levegőben a vatta meggyullad.

WWW

A pneomatikus tűzszerszám használata

https://www.youtube.com/watch?v=GrMDpTRY7qM

Vissza >>>

T9. Egy érdekes feladat, ami rávilágít az adiabatikus folyamatok sajátságaira

Motiváció:

Egyik fizikaversenyen a következő feladatot kellett megoldani:

Adott mennyiségű ideális gáz ugyanabból az állapotból hőcsere mentesen egyik esetben úgy tágul ki eredeti térfogatának kétszeresére, hogy az edény másik oldalán vákuum van, egy másik esetben pedig nagyon lassan úgy, hogy közben a környezetével ekkor sem cserél hőt, és a gázt elzáró dugattyú tömege nagyon kicsi. Melyik esetben lesz nagyobb a gáz nyomása?

A feladat megoldása a következő:

Elemezzük először az első folyamatot. Amikor a gáz vákuumba tágul, akkor környezetére, „a semmire” nem tud erőt kifejteni, vagyis munkát sem tud végezni rajta. Így az első folyamatban sem munkavégzés, sem hőfelvétel nem történhet. Az első főtétel értelmében ez azt jelenti, hogy a folyamat során a gáz belső energiája, s ezzel együtt a gáz hőmérséklete is változatlan marad. A folyamat irreverzibilis, de kezdeti és végállapota egyensúlyi állapot. Mivel a kezdeti és végállapotban a hőmérséklet azonos, a két állapot között felírható a Boyle-Mariotte törvény, amelyből azonnal következik, hogy ha a gáz térfogata kétszeresére növekedik, akkor nyomása felére csökken. Tehát a vákuumba tágulás végén a gáz nyomása a kezdeti nyomás fele lesz.

A második folyamat nagyon lassú, csupa egyensúlyi helyzeten keresztül végbemenő tágulás. A tágulás során a gáz munkát végez környezetén, s mivel hőcsere nincsen, a munkavégzést belső energiájának csökkentésével fedezi. Ha a gáz belső energiája csökken, akkor hőmérséklete is kisebb lesz. Legyenek a gáz kezdeti illetve végállapotának állapotjelzői rendre p_0, V_0, T_0, illetve p, V, T, és írjuk fel a két állapotra vonatkozó gázegyenletet majd fejezzük ki belőle a végállapot nyomását:

$$p = p_0 \frac{V_0 T}{V T_0} = \frac{p_0}{2} \frac{T}{T_0}$$

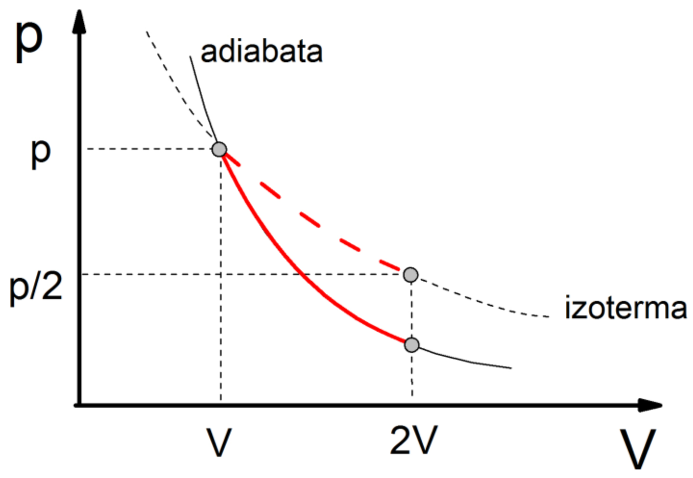
Mivel a végállapot hőmérséklete kisebb, mint a kezdetié, $p < \frac{p_0}{2}$. A gáz nyomása tehát az első esetben lesz nagyobb.

Természetesen a nyomás a második esetben is pontosan meghatározható, hiszen ebben az esetben a kezdeti és a végállapot is ugyanarra az adiabatára esik, így a $pV^\kappa = const$ adiabata egyenletből azonnal adódik, hogy $p = \frac{p_0}{2^\kappa}$, ami valóban kisebb mint $\frac{p_0}{2}$. A feladat szépségét azonban éppen az adja, hogy a nyomások nagyságának pontos meghatározása, a középiskolában általában nem szereplő adiabata egyenlet felhasználása nélkül is válaszolhatunk a feltett kérdésre.

A megoldás a dolgozatot javító kollégákat is nagyon elgondolkoztatta és vitára késztette. A probléma gyökere az adiabatikus folyamat jelentésének pontos megértésében és az adiabatikus folyamathoz tapadó szokásos feltevések tartalmának tisztázásában rejlik.

A hőcsere mentesség azt jelenti, hogy mindkét folyamat adiabatikus, ezért az első főtétel szerint a rendszer belső energiája csak munkavégzés miatt változhat. Az első folyamat, a vákuumba tágulás azért irreverzibilis, mert extrém gyorsasággal történik. Ennek a folyamatnak csak a kezdeti és végállapota ábrázolható a p – V síkon, maga a folyamat nem jeleníthető meg rajta, mert a tágulás során a gáz nincs egyensúlyi állapotban, állapotjelzői definiálatlanok. Ez természetesen azt is jelenti, hogy az elemi munka $p\Delta V$ kifejezése sem használható. A kezdeti és a végállapot azonban egyensúlyi állapot, tehát a gáz állapotjelzői megállapíthatóak.

A második folyamat felel meg a szokásos termodinamikai folyamatoknak, amelyek kvázisztatikusak, és a folyamat során a gáz minden állapotjelzője értelmezhető. A gáznak ezt a második folyamatát a kezdeti és végállapot között húzódó adiabata írja le. Amennyiben tehát a feladat két folyamatát a p – V diagramon is szemléltetni akarjuk, akkor a következő ábra készíthető (ábra). Az ábrán a kezdeti és végpontot összekötő, izoterma szaggatott vonala jelzi, hogy azokon az állapotokon a rendszer nem megy keresztül.



A gondolatmenet megértését nehezíti, hogy gyakran hőszigetelés-mentesen végbemenő folyamatokat is adiabatikusnak tekintünk, ha elegendően gyorsan mennek végbe. Ilyen közismert példa a szódáspatronból kiáramló gáz tágulása. A gyorsaság ebben az esetben azt jelenti, hogy a folyamat elegendően gyorsan történik ahhoz, hogy a patronból kiáramló gáz és a környező levegő között a hőcsere elhanyagolható legyen. Ugyanakkor a folyamat elegendően lassú ahhoz, hogy a gáz állapotjelzői értelmezhetőek legyenek. A „gyorsaság” tehát azért fontos, mert a szódáspatron esetét nem kaloriméterbe elzárva vizsgáljuk, hanem adott hőmérsékletű szobában. A patron a szoba hőmérsékletét néhány perc után veszi át, s erre utalunk, amikor azt mondjuk, hogy nincs idő a hőcserére és ezért a folyamat jó közelítéssel adiabatikus. A gáz sistergő (tehát lefojtott) tágulása során azonban végig létezik a nyomása, hőmérséklete, s ezért ábrázolhatjuk a folyamatot a p – V síkon görbeként. Ennél azonban vannak jóval gyorsabb folyamatok is, a robbanások, melyek csak kezdő és végpontjukkal ábrázolhatók.

Vissza >>>

T10. Adiabatikus mozgások a légkörben

Az adiabatikus mozgásoknak szinte mintapéldája a föld közelében a felmelegedés miatt vagy a hegyek oldalán való fel- illetve leáramlásban résztvevő légrészek vertikális mozgása. A zivatarfelhők kialakulása, a termikek mozgása, illetve a hegyek oldalán leszálló főn szél keletkezésének fizikája az adiabatikus légmozgásokkal magyarázható.

Ezek a mozgások azért adiabatikusak, mert bennük a levegő mozgása elegendően lassú, hogy kvázisztatikusnak tekinthessük, ugyanakkor elég gyors, hogy a környezettel való hőcsere azonos legyen (Lásd T9)

A következőkben a zivatarfelhő és a főn szél keletkezésének kvalitatív magyarázatával foglalkozunk.

A zivatarfelhő

A zivatarfelhőket, mint minden felhőt, levegő és vízpára keverékéből álló gáz és a vízpárából kicsapódott nagyon kicsiny vízcseppek és jégszemcsék alkotják. A jégszemcsék döntően a zivatarfelhő tetején, szétterjedő üllő alakú sapkában helyezkednek el.

A zivatarfelhő általában heves feláramlás eredményeként jön létre. (A heves feláramlás természetesen csak áramlástani szempontból gyors, termodinamikailag annyira lassú, hogy a felhőben zajló folyamat során az állapotjelzők értelmezhetőek.) A nagy páratartalmú levegőben a napsugárzás és a sugárzás elnyelődési folyamatai miatt keletkezik feláramlás, ún. konvekció. A rövidhullámú napsugárzást a levegő lényegében átengedi, így a napsugárzás a Földet melegíti fel. A felmelegedő Föld azután hosszúhullámú sugárzást bocsát ki, amit a levegő elnyel, a hosszúhullámú a sugárzás tehát képes a levegő felmelegítésére. Így a troposzférát alkotó vékony levegőhéj, bár alapvetően a Nap hőjének hatására melegszik, nem felülről, hanem a gáztűzhelyre feltett lábosban melegedő vízhez hasonlóan alulról kapja a hőt.

A feláramlás magyarázatát ez a melegedési folyamat adja. A melegedés miatt a Föld közelében felmelegedő levegő kitágul, sűrűsége csökken, s a környező hidegebb levegőben buborékként felszáll. A felhajtóerő a mindnyájunk által már az általános iskolában megismert Arkhimédész törvénnyel magyarázható. Számoljunk hát ezzel egy kicsit!

Tételezzük fel, hogy a talaj közelében a V térfogatú levegőrész környezetének T hőmérsékleténél nagyobb T_f hőmérsékletre melegszik. Jelöljük a felszálló buborék, a termik sűrűségét ρ_f-fel, a környezetét pedig ρ -val ($\rho_f > \rho$). A meleg levegőrész gyorsulva emelkedni kezd, mozgásegyenlete:

$$aV\rho_f = (\rho - \rho_f)Vg \,,$$

ahonnan gyorsulása

$$a = \frac{\rho - \rho_f}{\rho_f} g \,.$$

Érdemes megfigyelni, hogy a gyorsulás nem függ a termik térfogatától, tetszőleges méretű levegőrész ugyanúgy gyorsul, ha sűrűsége a környezetétől eltérővé válik. A sűrűség helyett alkalmasabb, ha a gyorsulást a hőmérséklettel fejezzük ki. Helyettesítsük be tehát a sűrűség helyére a gázegyenletből adódó

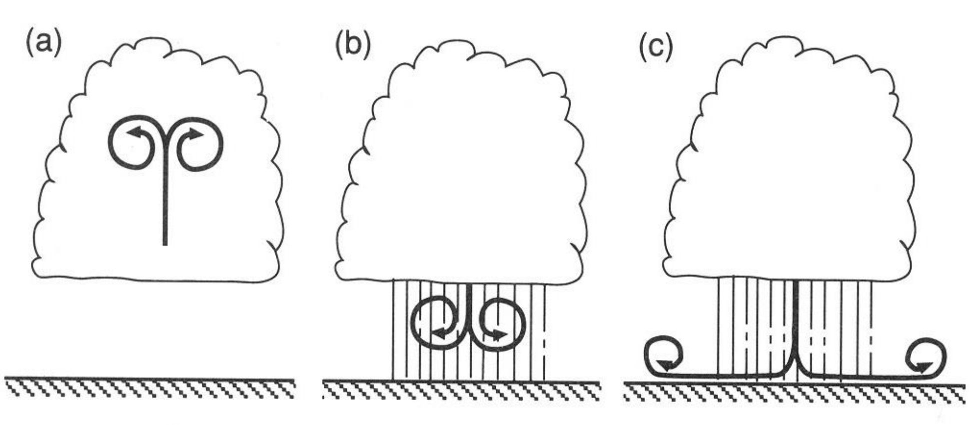
$$\rho = \frac{p}{RT}$$

kifejezést. Azt kapjuk, hogy

$$a = \frac{T_f - T}{T} g \, .$$

Az emelkedő levegő a légnyomás csökkenése miatt nagymértékben tágul, a környezetével gyakorlatilag nem cserél hőt, s emiatt gyorsan hűl. (A folyamatot a szódásüveg patronból kiáramló és a gyors tágulás miatt lehűlő széndioxid tágulásához hasonlóan képzelhetjük el.) Kimutatható, hogy az emelkedő levegő (egyéb hatások híján) százméterenként egy fokot hűlne, s hamarosan elérné a környezet hőmérsékletét, azaz gyorsulása megszűnne. A levegő nagy páratartalma miatt azonban komoly „hőtartalékkal" rendelkezik. Amikor hőmérséklete eléri a harmatpontot, akkor páratartalma elkezd kicsapódni. A felszabaduló hő a százméterenkénti hűlést kb. 0,65 °C -ra csökkenti. (A páratartalom kicsapódása a felszálló levegő emelkedése szempontjából éppen olyan, mint amikor az emelkedő hőlégballonban bekapcsolják a ballont fűtő gázégőket, a melegítés miatt csökken a ballon levegőjének sűrűsége, a felhajtóerő pedig növekszik.)

Végül azonban az emelkedő levegő hőmérséklete kiegyenlítődik a környezetével, a gyorsulás megszűnik, s a még lendületben lévő levegő egyensúlyi helyzeténél kissé tovább emelkedve szétterül a magasban. (Ez általában a troposzféra határán következik be, mert ott a környezet hőmérséklete gyakorlatilag függetlenné válik a magasságtól.) A szétterülő emelkedő légbuborék visszahajlik, s két ellentétes irányban forgó légörvényt is kialakul benne (a. ábra).

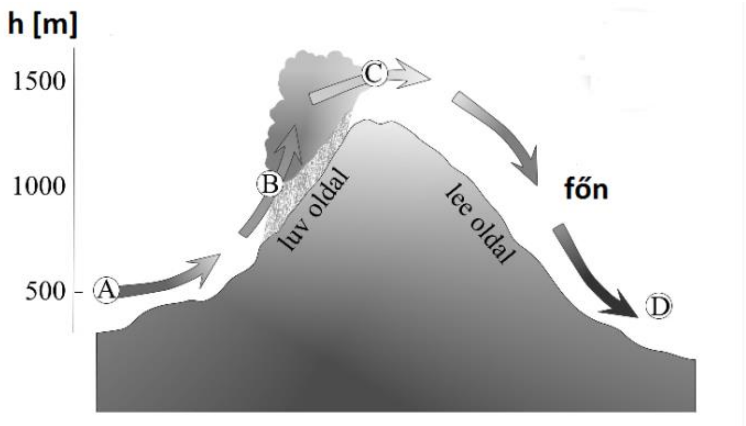


A troposzféra határára érkező levegő hőmérséklete már olyan alacsony, hogy a felsodort vízcseppek is kifagynak, kialakul a jégtűkből álló hófehér üllő.

Eddig a termik emelkedésére koncentráltuk figyelmünket, érdemes azonban a környezettel és a kicsapódó vízgőz mozgásával is foglalkozni. Amikor a termik emelkedése elkezdődik, akkor a felszálló levegő helyére a környezetből levegő áramlik, ami folyamatosan nedves és meleg levegővel táplálja a termiket. A felhő derekára (5-6 km) érve, mint már említettük, megindul a vízpára kicsapódása, s a felhőcseppek növekedésnek indulnak, és esőcseppekké válnak. A felhőcseppeket az emelkedő levegő felfelé sodorja, a nagyobbra nőtt esőcseppek azonban lefelé mozogva és esetleg párologva, hideg légáramot keltenek. A lefelé zúduló hideg levegő a talajba ütközve szétterül, és oldalirányban kiáramlik. Ezt a zivatarfelhőből fújó erős hideg szelet nevezzük kifutó szélnek, amit néhány percen belül többnyire heves esőzés követ. A szétterülő hideg levegő a környező levegőbe ütközve kétoldalt visszapördül és ellentétes irányban forgó örvényeket alkot (b, c ábra), ugyanakkor elvágja a feláramló meleg levegő utánpótlásának útját. A nedvesség eső, esetleg jég formájában kihullik a felhőből, a felhő életciklusa befejeződik.

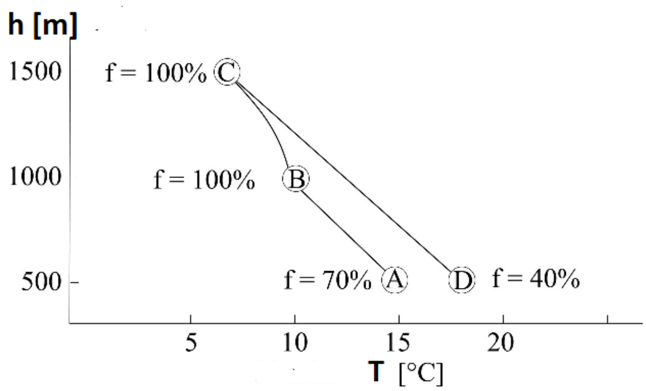
A főn szél

A főn szél tipikus példája az Alpok hegységben tapasztalható, amikor a hegység a délről érkező nagy nedvességtartalmú levegőt emelkedésre kényszeríti, majd a levegő a hegy túloldalán meleg, száraz szél formájában lefelé áramlik. A folyamatot sematikusan az ábra mutatja. A folyamat elemzése alkalmas arra, hogy a fázisátalakulást is tartalmazó adiabatikus folyamatoknak a sajátosságait is jobban megértsük. A hegy oldalán felfelé emelkedő telítetlen levegő a folyamat elején ideális gázként viselkedik, mivel a környezettel nem cserél hőt, adiabatikusan tágul, és 100 méterenként körülbelül 1 fokkal hűl. A hűlés miatt azonban hamarosan telítetté válik, és nedvességtartalma kicsapódik.



A meteorológiában ezt a szakaszt nedves adiabatikus folyamatnak nevezik. A levegő továbbra is ideális gázként viselkedik, a vízpára azonban kicsapódik, s ez hőfelszabadulással jár. Lényegében az történik, hogy a levegő-vízpára keverék belső energiájának összetétele megváltozik, a kondenzálódott víz belső energiája sokkal kisebbé válik, mint a páráé volt. A teljes rendszer belső energiája azonban nem csökkenhet, így a lecsapódás folyamata úgy fogható fel, mintha az emelkedő levegővel hőt közöltünk volna. A vízzé kondenzálódott pára eső formájában el is távozik a rendszerből. A nedves adiabatikus folyamat során tehát az emelkedő levegő a külső környezetből nem jut energiához, de belső energiájának átrendezése és a csapadék kihullása miatt úgy foghatjuk fel, mintha hőt közöltünk volna vele. Emiatt a hegy tetejéig emelkedő levegő kevésbé hűl mintha telítetlen állapotban maradt volna, hőmérséklete 100 méterenként már csak körülbelül 0,65 fokkal lesz kisebb. A hegy lee oldalán a lehűlt levegő lefelé mozog, és adiabatikusan melegszik. Mivel most páratartalma mindvégig a telítési érték alatt marad, a 100 méterenkénti hőmérsékletemelkedés mindvégig nagyjából 1 fok marad. Az eredmény az, hogy a hegyen átbukó szél sokkal melegebben érkezik a hegy lábához a lee oldalon, mint amilyennel eredetileg a lúv oldalon rendelkezett. A lefelé fújó szél, a főn, forró és száraz levegőt hoz.

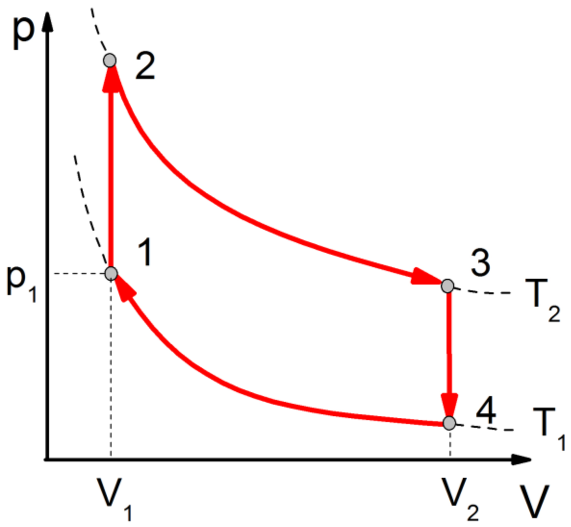
Az ábrán az emelkedés folyamata az A pontból indul, a B pontig az ideális gázra vonatkozó adiabata egyenlet szabja meg a hőmérséklet emelkedését, onnan a B-C szakaszon nedves adiabatikus hűlés történik, majd a C ponttól végbemenő lefelé áramlás ismét az ideális gázra vonatkozó törvények szerint történik. Az ábrára bejelöltük a relatív nedvesség hozzávetőleges értékét, ami mutatja, hogy a hegyen átkelő szél nedvesség tartalmának nagy részét elveszíti a folyamat első, emelkedő szakaszában



Vissza >>>

T11. A Stirling – körfolyamat hatásfoka

Megállapítottuk, hogy a Stirling-körfolyamat két izochór, és két izoterm szakaszból áll (ábra).



Az ábra jelöléseit használva, megállapítható, hogy a körfolyamatban a gáz:

- az 1-2 izochór szakaszon munkát nem végez és $nC_V(T_2 - T_1)$ hőt vesz fel,
- a 2-3 izoterm szakaszban $nRT_2 ln\frac{V_2}{V_1}$ tágulási munkát végez, és minthogy belső energiája nem változik, ugyanennyi hőt vesz fel.
- a 3-4 izochór összenyomódás során munkavégzés nincsen azonban a hűlés miatt belső energiája csökken és ezért $nC_V(T_2 - T_1)$ hőt ad le. (Ez a hőcsere abszolút értéke.)
- a 4-1 izoterm szakaszon a környezet $nRT_1 ln\frac{V_2}{V_1}$ munkát végez a gázon. A gáz belső energiája azonban nem változik, ezért ugyanennyi hőt lead a környezetnek.

Ennek alapján egyszerűen felírhatjuk a Stirling-körfolyamat hatásfokát:

$$\eta = \frac{Q_{fel} - Q_{le}}{Q_{fel}} = \frac{\left[nC_V(T_2 - T_1) + nRT_2 ln\frac{V_2}{V_1}\right] - \left[nC_V(T_2 - T_1) + nRT_1 ln\frac{V_2}{V_1}\right]}{nC_V(T_2 - T_1) + nRT_2 ln\frac{V_2}{V_1}}$$

A számlálóban a két izochór folyamatban felvett és leadott hő kiejti egymást, így a hatásfok az

$$\eta = \frac{R(T_2 - T_1) ln\frac{V_2}{V_1}}{C_V(T_2 - T_1) + RT_2 ln\frac{V_2}{V_1}}$$

összefüggésre egyszerűsödik. A hatásfok egyszerűen összehasonlítható a T_2, T_1 hőmérsékleti határok között végbemenő Carnot-körfolyamat $\eta_C = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$ hatásfokával. Osszuk végig a számlálót és nevezőt is $RT_2 ln\frac{V_2}{V_1}$-vel. Azt kapjuk, hogy

$$\eta = \frac{\frac{T_2 - T_1}{T_2}}{1 + \frac{C_V(T_2 - T_1)}{RT_2 ln\frac{V_2}{V_1}}} = \frac{\eta_C}{1 + \frac{C_V \eta_C}{Rln\frac{V_2}{V_1}}}$$

Az összefüggés mutatja, hogy a Stirling körfolyamat hatásfoka kisebb, mint a Carnot-körfolyamaté, hiszen a nevezőben 1-nél nagyobb szám áll.

Az irodalomban, de különösen az interneten számtalan hibás megállapítás található a Stirling-gép hatásfokára vonatkozóan. Különösen elterjedt, hogy hatásfoka megegyezik a Carnot-körfolyamatéval. A hibát (csúsztatást) többnyire ott követik el, hogy jóelőre megállapítják, hogy a két izochór szakaszon a hőfelvétel és a hőleadás kiejti egymást. Emiatt a hatásfok számlálójában és a nevezőjében sem veszik figyelembe az $nC_V(T_2 - T_1)$ tagot. Ez azonban csak a teljes hőegyenleg esetén, tehát csak a számlálóban jogos, a nevezőbe csak a felvett hőt kell beírni, s ott az $nC_V(T_2 - T_1)$ tagot semmi sem kompenzálja. A fenti levezetés ezt meggyőzően cáfolja. A cáfolathoz azonban elegendő annyi is, hogy azonos hőmérsékleti határok közökét izotermából és két izochórból álló körfolyamat hatásfoka nem lehet azonos két izotermából és két adiabatából álló körfolyamatéval.

A hatásfok meghatározásának kritikus pontja a középiskolában az izoterm munkavégzés kiszámítása, mert ahhoz integrálszámítási ismeretek szükségesek. A gondolatmenet a következő: A T hőmérsékletű izoterma V_1 V_2 szakaszán a munka:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} pdV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRTln\frac{V_2}{V_1}.$$

Vissza >>>

T12. Tanulságos középiskolai feladat a víz különböző halmazállapotainak mikroszerkezeti értelmezéséhez

Feladat:

A vízmolekula négy másik vízmolekulával képes másodlagos kötés (hidrogén-híd) kialakítására. A jégben minden lehetséges kötés kialakul, a vízben azonban csak a kötések egy része.

- *Az alábbi adatok segítségével becsüld meg, hogy hány hidrogén-kötés jut átlagosan egy vízmolekulára a 100 °C -os vízben!*

A H-híd kötés energiája: $5 \cdot 10^{-20}$ J

A víz forráshője: 2,25 kJ/g

A légköri nyomás: 10^5 Pa

(A 100 °C -os vízgőzt, az egyszerűség kedvéért, tekintsük ideális gáznak!)

1) Megoldás:

A víz forralásakor befektetett hő fedezi a rendszer belső energiájának megváltozását, azaz a 100 °C -os vízben még meglévő H-híd kötések felszakítását, továbbá a gőz keletkezésével járó tágulási munkát. Tekintsünk 1 mól (18 g) vizet! Az elforraláshoz szükséges hő ekkor

$$Q = L \cdot m = 2{,}25 \cdot 18 = 40{,}5 \text{ kJ}.$$

A gőzképződéssel járó tágulási munka p_0 légköri nyomáson

$$W = p_0 \Delta V ,$$

ahol ΔV a 100 °C -os víz és a 100 °C -os gőz térfogatának különbsége. A feladat útmutatása szerint a gőz ideális gáznak tekinthető, így térfogatát az állapotegyenlettel kapjuk meg:

$$V = \frac{NkT}{p_0} = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{10^5} = 3{,}08 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

Mivel ez lényegesen nagyobb a víz térfogatánál a térfogatváltozás a gőz térfogatával közelíthető ($V_{víz} = 18 \cdot 10^{-6}$ m^3). A tágulási munka így

$$W = 3{,}08 \cdot 10^3 \text{ J}$$

A mólnyi víz belső energiájának változása:

$$\Delta U = Q - W = 40{,}5 \cdot 10^3 - 3{,}08 \cdot 10^3 \approx 37 \text{ kJ}$$

Mivel egyetlen H-híd kötés energiája $5 \cdot 10^{-20}$ J, a mólnyi víz elforralásakor $7{,}4 \cdot 10^{23}$ db kötés szakad fel. Ezt elosztva a molekulák számával adódik, hogy a 100 °C-os vízben minden vízmolekulára átlagosan:

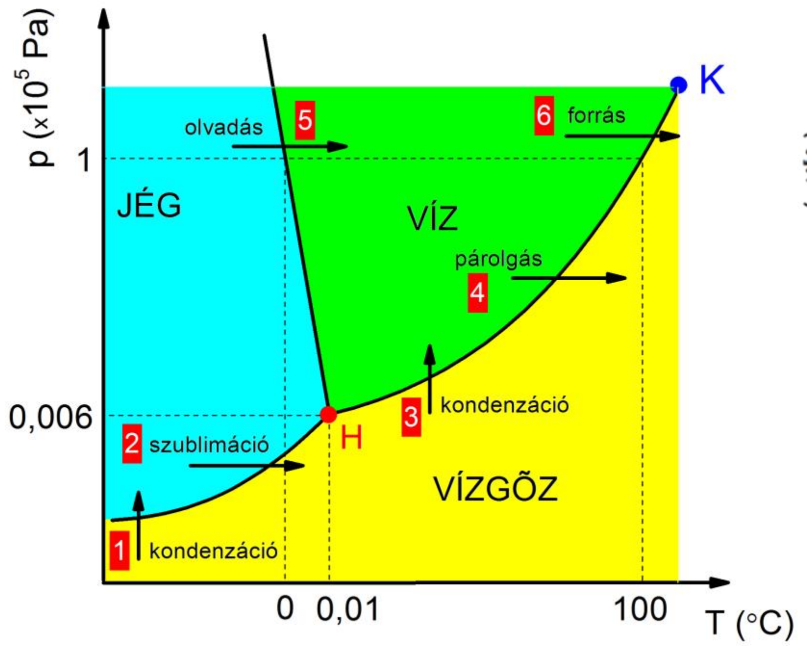
1,2 H-híd kötés jut.

(A jégben minden molekula másik négy molekulához kötődik. Mivel minden H-híd két molekulához tartozik, az egy vízmolekulára jutó kötések száma a jégben kettő.)

Vissza >>>

T13. Fázisdiagramok (emelt szinten, kiegészítő anyagként ajánlott)

Számos hétköznapi tapasztalat szerint adott kémiai anyag halmazállapotát nem csupán a hőmérséklet de a nyomás is meghatározza. A tiszta víz olvadás/fagyás-pontja 10^5 Pa légköri nyomáson 0 °C. A nagyobb nyomáson az olvadáspont csökken, kisebb nyomáson nő. A víz normál nyomáson 100 °C -on forr, de lecsökkentett nyomású légtérben akár szobahőmérsékleten is forrásba hozható. A három halmazállapot esetén megadható az a hőmérséklet és nyomás tartomány amiben az adott halmazállapot stabil. A halmazállapotok stabilitási viszonyai és az egyensúlyi fázisátalakulások adatai az ún. „fázisdiagramon" ábrázolhatók. A víz fázisdiagramját az ábra mutatja.



A diagram vízszintes tengelyén a Celsius-skálán mért hőmérséklet, a függőleges tengelyen a külső nyomás olvasható le. A színezett három mező a szilárd (jég) folyékony (víz) és légnemű (vízgőz) halmazállapotok egyensúlyi állapottartományát mutatja. Alacsony nyomáson és magas hőmérsékleten a légnemű vízgőz stabil. Nagy nyomáson és kis hőmérsékleteken a jég, a köztes tartományban a víz cseppfolyós halmazállapota van egyensúlyban. A tartományokat elválasztó határvonalak pontjai azokat a nyomás – hőmérséklet értékpárokat jelzik, ahol a szomszédos két halmazállapot egyformán egyensúlyban van. Ilyen körülmények közt (pl. 0 °C és 10^5 Pa nyomás esetén) a jég és a víz bármilyen arányú megoszlásban tetszőleges ideig megmarad egymás mellett. Egyetlen olyan pontja van a grafikonnak, ahol mindhárom halmazállapot egyformán egyensúlyban van. Ez az ún. „hármas-pont" (H), ahol a három egyensúlyi határgörbe egybefut. A víz hármaspontjának koordinátái: t_H = 0,01 °C, p_H = 6 10^2 Pa. A hármaspont ún. „fix pont" amihez a precíziós hőmérőket lehet kalibrálni. (A köznapi gyakorlatban használt kalibrációs pont a jég olvadáspontja, ami azonban a aktuális légnyomástól függően kicsit eltérhet az „igazi" 0 °C értékétől.)

A fázisdiagram másik nevezetes pontja a víz – gőz egyensúlyi görbe felső végpontja az ún. „kritikus pont” (K). A kritikus pont után nem tudunk különbséget tenni a víz cseppfolyós és gőz állapota között, a két fázist addig jól elválasztó felszín eltűnik. A kritikus pont után az anyag „fluid” állapotáról beszélünk. A víz kritikus pontjának koordinátái T_{krit} = 374 °C, p_{krit} = $218 \cdot 10^5$ Pa.

Vizsgáljunk meg a fenti fázisdiagramon néhány önkényesen kiválasztott folyamatot, ill. fázisátalakulást a számozás sorrendjében!

1. Induljunk ki 0 °C -nál alacsonyabb egyensúlyi állapotú vízgőzből, és a hőmérsékletet változatlanul tartva növeljük a gőz nyomását! A gőz – jég közel vízszintesen futó határgörbéjét (szublimációs görbe) elérve a gőzből megindul a molekulák kondenzációja jégkristállyá.
2. Ellenkező irányú folyamat esetén, ha alacsony hőmérsékletű jeget állandó nyomáson melegítve átlépünk a jég- gőz határgörbén a jég teljes mennyisége a cseppfolyósodás nélkül közvetlenül, gőzzé válik (szublimál).
3. A kis nyomású vízgőz nyomását állandó hőmérsékleten növeljük. Elérve a gőz – víz határgörbét, azaz az adott hőmérsékletre jellemző telítési gőznyomást, megindul a gőz kondenzációja vízzé. A határgörbét telítési gőznyomás – hőmérséklet görbének nevezzük.
4. A cseppfolyós víz tartományából indulva állandó nyomás mellett növeljük a hőmérsékletet. A víz párolog, telítési gőznyomás-görbéhez érve a víz és a gőz egyensúlyba kerülnek, a melegítést tovább folytatva a víz elforr.
5. 10^5 Pa légköri nyomáson 0 °C hőmérsékletig a jég melegszik, majd elérve a jég – víz egyensúlyi határgörbét a jég olvadni kezd. Ha a melegítést a folyamat közben leállítjuk, a jég és a víz mennyiségi arányuktól függetlenül egyensúlyban marad.
6. Változatlanul atmoszferikus nyomáson melegítve a vizet elérjük a telítési gőznyomás értékét (ez 100 °C -os víz esetén 10^5 Pa) a víz itt forrni kezd, és a melegítést folytatva teljes mennyiségében gőzzé alakul.

A fázisdiagramról leolvasható adatok gyakorlati szempontból is érdekes feladatmegoldásra is felhasználhatók. A fázisdiagramok középiskolai alkalmazására két feladat bemutatásával adunk példát.

1) Feladat

A legtöbb fizikatankönyvben szerepel a jég olvadáspontjának nyomásfüggéséhez kapcsolódva a példa miszerint a korcsolya éle alatti nyomás megolvasztja a jeget. L.D. Landau és A.I. Kitajgorocszkij, világhírű elméleti fizikusok „Fizika mindenkinek” c. ismeretterjesztő könyvükben (Gondolat, Bp. 1975) ezzel kapcsolatban megjegyzik: „ *...naiv az a gyakran hallható magyarázat, amely szerint a korcsolya azért csúszik a jégen, mert az olvadáspont csökken a nyomás miatt. ... A korcsolya élére eső nyomás túl kicsi, így az ezáltal kiváltott olvadáspont-csökkenés nem játszhat szerepet a korcsolyázásban*.”

Gondolkozzunk fordított irányban, mint a nagy fizikusok, és becsüljük meg a fázisdiagramra alapozott számítással, milyen vastagságúnak kell lennie a korcsolya élének, hogy a sportoló súlyából származó nyomás a korcsolya alatt megolvassza a jeget! Legyen a korcsolyázó tömege m = 50 kg, a korcsolya hossza l = 40 cm, a jég hőmérséklet -5 °C.

Megoldás:

A fázisdiagramon a jég olvadáspontjának nyomásfüggését megadó görbe gyakorlatilag balra hajló egyenesnek tekinthető. Meredeksége a grafikonról leolvasható két adat alapján meghatározható. Eszerint

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6 \cdot 10^2 - 10^5}{0{,}01} = -0{,}994 \cdot 10^7 \ \frac{\mathrm{Pa}}{\mathrm{°C}}$$

Ebből adódik a -5 fok olvadáspont csökkenéshez szükséges nyomásnövekedés értéke:

$$\Delta p = 4.97 \cdot 10^7 \ \mathrm{Pa}$$

Ezt a nyomásnövekedést a sportoló súlya biztosítja a korcsolya élének megfelelő felület alatt:

$$\Delta p = \frac{mg}{lx}$$

A korcsolya élének *x* vastagsága innen

$$x = \frac{mg}{l \cdot \Delta p} \approx \ 2{,}5 \cdot 10^{-5} \ \mathrm{m} = 25 \ \mu\mathrm{m}$$

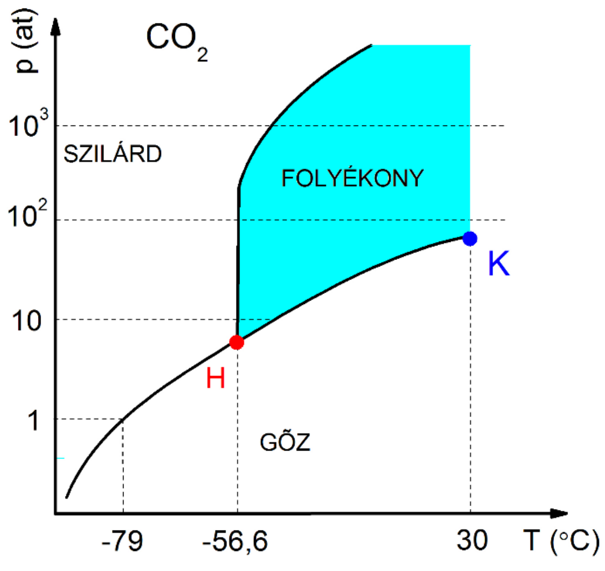
A korcsolya élére kapott érték irreálisan kicsi. A jég olvadása a korcsolya alatt kísérleti tény, az ehhez szükséges nagy nyomáshoz azonban borotvához hasonló korcsolya kéne, ami a valóságban nem teljesül. A jeget a korcsolya alatt nem a nyomás, de sokkal inkább a korcsolya súrlódása miatt keletkező súrlódási hő olvasztja meg.

2) Feladat

A szódavízpatron tömege feltöltve 34,615 g, üresen 26,928 g, térfogata 10 cm^3.

- *Becsüld meg a tele patronban lévő gáz nyomását!*

(A széndioxid fázisdiagramját az oldalsó ábra mutatja)



Segítő információk:

Valamely tiszta anyag viselkedése a halmazállapot-változások szempontjából jól áttekinthető a *p* – *T* diagram (fázisdiagram) alapján. A három nyomásgörbe a $p - T$ síkot három tartományra osztja, amelyek az anyag (stabilis) szilárd, folyékony és légnemű halmazállapotához tartoznak. A határgörbék pontjai azokat a nyomás és hőmérséklet értékeket jelentik, ahol a szomszédos tartományokhoz tartozó halmazállapotok egymással egyensúlyban egyszerre vannak jelen. A határgörbék H metszéspontjának (hármaspont) megfelelő hőmérsékleten és nyomáson (és csak itt!) három halmazállapot van egymással egyensúlyban. Az alsó, ún. „gőznyomás-görbe" a K kritikus pontban végződik. Az ehhez tartozó kritikus hőmérsékletnél magasabb hőmérsékleten a cseppfolyós állapot nem különböztethető meg a légnemű állapottól.

Megoldás

Első lépésként vizsgáljuk meg lehet-e a patronban a széndioxid a szokásos gáz-állapotban!

A tele és az üres patron tömegének különbsége a CO_2 tömegét adja (m_{CO_2} = 7,68 g). Ismerve a széndioxid móltömegét (M = 44 g), megadható a patronban lévő anyagmennyiség mólszáma:

$$n_{CO_2} = \frac{m}{M} = \frac{7{,}68}{44} = 0{,}17.$$

Felírva az állapotegyenletet, továbbá felhasználva a patron ismert térfogatát (V = 10 cm^3), a szobahőmérsékletet (T = 293 K), a mólszám (n = 0,17) és az univerzális gázállandó (R = 8,31 J/molK) értékét, kiszámítható a nyomás:

$$p = \frac{nRT}{V} = 4{,}1 \cdot 10^8 \text{ Pa} = 4100 \text{ at.}$$

A fázisdiagram szerint ilyen magas nyomáson a széndioxid szobahőmérsékleten is cseppfolyósodik. A patronban tehát a CO_2 döntő része cseppfolyós állapotú, a maradék légnemű. A 20 °C -fokos szobahőmérséklethez tartozó egyensúlyi gőznyomás értéke a fázisdiagramról leolvasható. A patronban lévő nyomás becsült értéke tehát 50 - 100 at. között lehet.

Vissza >>>

T14. Példa a kalorimetriával kapcsolatos elméleti feladat (ún. „keverési példa”) megoldására

Egy termoszban 100 g tömegű -30 °C -os jég van, amire 50 g tömegű 120 °C -os gőzt vezetünk. Milyen egyensúlyi végállapotba áll be a rendszer?

A feladat megoldása során a legtöbb diák számára kézenfekvő feltételezésnek tűnik, hogy a gőz által leadott hő megolvasztja a jeget, így a végállapot $T_{közös}$ hőmérsékletű víz lesz.

Az egyensúlyi hőmérséklet meghatározásához fel kell írnunk az eredetileg gőz állapotú vízmennyiség által leadott összenergiát (belső energiájának csökkenését), ami egyenlő az eredetileg jég állapotú vízmennyiség által felvett energiával (belső energiájának növekedésével).

Feltételezett végállapot $T_{közös}$ hőmérsékletű víz:

$$leadott\ energia\ =\ felvett\ energia$$

$$m_g c_g \Delta T_g + m_g L_f + m_g c_v (100 - T_{közös}) = m_j c_j \Delta T_j + m_j L_o + m_j c_v T_{közös}$$

Az ismert adatok számértéke:

m_g = 0,1 kg, m_j = 0,05 kg, c_g = 2 kJ/kg°C, c_j = 2,1 kJ/kg°C, ΔT_g = 20 °C, ΔT_j = 30 °C, L_f = 2260 kJ/kg, L_o =333,7 kJ/kg, c_v = 4,2 kJ/kg°C.

Az adatokat behelyettesítve és az egyenletet az keresett közös hőmérsékletre ($T_{közös}$) rendezve, a számítást elvégezve a keresett véghőmérsékletre 561,4 °C adódik.

A kapott eredmény nyilvánvalóan nem lehet jó, hiszen a víz hőmérséklete normál nyomáson nem lehet 100 °C feletti. A kapott irreális eredmény azt jelzi, hogy a végállapot 100 °C -os víz és gőz keveréke kell legyen.

Az energiaegyenleget újra fel kell írni, úgy hogy a jégből 100 °C -os víz lesz, míg a gőznek csak egy X mennyiségéből lesz 100 °C -os víz, a maradék 100 °C -os gőzként marad meg.

Feltételezett végállapot $T_o = 100$ °C -os hőmérsékletű víz és gőz keverék.

$$m_g c_g \Delta T_g + (m_g - x) L_f = m_j c_j \Delta T_j + m_j L_o + m_j c_v T_o\,,$$

$$x = \frac{m_j c_j \Delta T_j + m_j L_o + m_j c_v T_o - m_g c_g \Delta T_g - m_g L_f}{-L_f} = 0{,}083\ \text{kg}\,.$$

Az egyensúlyi végállapotban tehát 133g 100 °C -os víz és 17g 100 °C -os vízgőz van a termoszban.

A kalorimerikus feladatok esetén nem biztos, hogy azonnal jól érezzük mi lesz az egyensúlyi végállapot. Ha tévedünk és az energiamérleget rossz feltételezéssel írjuk fel, a kapott végeredmény jelzi a hibát. A tárgyalt feladat erre mutat példát. Az első feltételezésünk hibásnak bizonyult, amire a képtelen végeredmény hívta fel a figyelmet. Nem érzékeltük, hogy a szilárd – folyadék, illetve a folyadék – légnemű halmazállapot-változás energetikailag nagyon különbözik. Az olvadáskor a molekuláris kötéseknek csak egy tört része szakad föl, lecsapódáskor sokkal több kötés alakul ki, mint ami olvadáskor felszakad. A lecsapódási hő a kötések kialakulásakor történő energiacsökkenésen túl tartalmazza a gőz lecsapódásával járó térfogati munkát is.

Vissza >>>

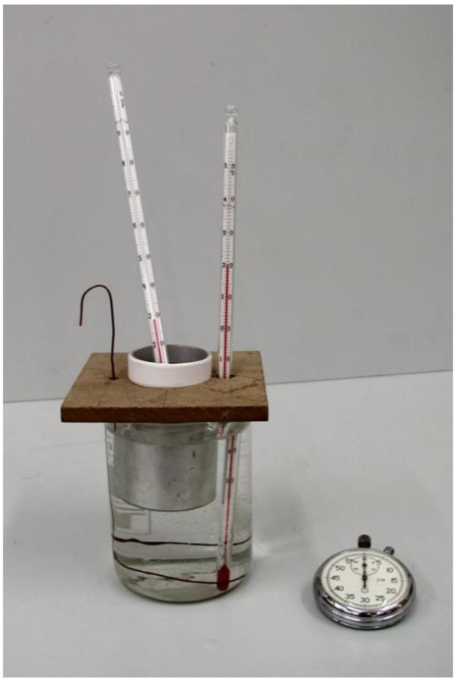
T15. Emelt szintű érettségi mérések a kalorimetria témaköréből

A termikus kölcsönhatás vizsgálata

Feladat:

Vizsgálja meg a hőmérsékletkiegyenlítődés folyamatát bemért mennyiségű csapvíz és ismeretlen tömegű meleg víz esetén!

Mérési eredményei alapján határozza meg a meleg víz mennyiségét!



Szükséges eszközök:

Nagyobb főzőpohár, oldalán a feltöltés mértékét mutató jelzéssel, kisebb, henger alakú alumínium-edény, ami a főzőpohárra illő nehezebb fedőlemezbe van rögzítve, a fedőlapon két furat van a keverőpálca ill. a hőmérő behelyezésére, 2 db egyforma hőmérő (ajánlott a tizedfok érzékenységű digitális hőmérő, de a kísérlet elvégezhető a fotón látható tanulókísérleti folyadékos hőmérővel is), drótból hajlított keverő, stopper, mérőhenger, csapvíz tartóedényben, meleg víz termoszban, milliméterpapír.

A kísérleti összeállítást a fotó mutatja.

A mérés leírása

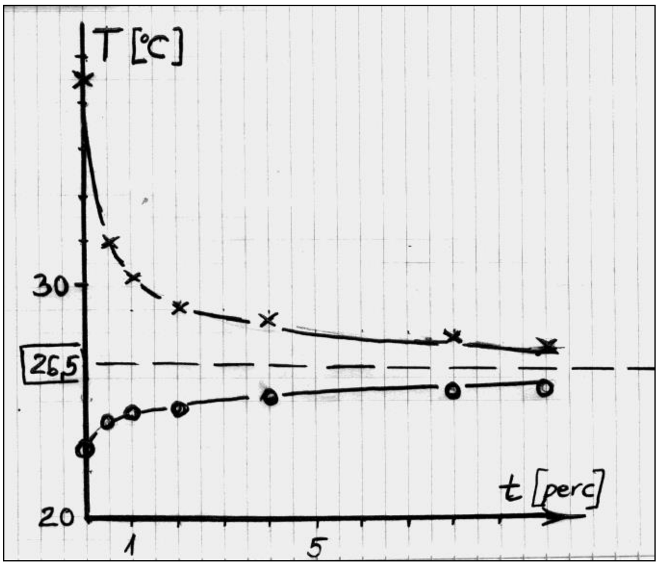
A nagyobb főzőpohárba öntsön a jelig csapvizet, majd helyezze a vízbe a fedőhöz rögzített belső fémedényt illetve a fedő furatán átvezetett keverőpálcát! A belső alumíniumhengerbe öntsön annyi meleg vizet, hogy a belső és a külső vízszint kb. megegyezzen!

Helyezzen egy-egy hőmérőt a két edénybe, rövid várakozás után olvassa le a hőmérsékleteket és indítsa el a stopperórát. Mérje egyenlő időközönként (célszerűen félpercenként) a két vízmennyiség hőmérsékletét! 4-5 perc eltelte után szüntesse be a mérést!

- *Ábrázolja ugyanazon grafikonon a két vízmennyiség hőmérsékletét az idő függvényében!*
- *A grafikon alapján becsülje meg a közös hőmérsékletet és határozza meg egyszerű számítással a belső hengerbe öntött melegvíz mennyiségét!*

Megoldás

A bemutatott mérés során 200 ml (M ≈ 200 g) 23 °C -os, állott vizet öntöttünk a külső edénybe, majd termoszból 39 °C -os meleg vizet a belső alumínium-hengerbe. Ez utóbbi mennyiségét nem mértük le. A hőmérőket a változás mértéke szerint először félpercenként, percenként, majd nagyobb idők elteltével olvastuk le. A hőcserét a külső víz keverésével segítettük. Nem vártuk meg a hőmérsékletek teljes kiegyenlítődését, amikor a változás már lelassult, a mérést befejeztük. A mért adatok alapján készített hőmérséklet – idő grafikonokat az ábra mutatja.



A grafikon mutatja, hogy a mérés során mindkét vízmennyiség hőmérséklete változik. A melegebb víz hűl, a hidegebb melegszik. A hőmérsékletváltozás sebessége (mindkét vízmennyiség esetén) kezdetben a legnagyobb, majd ahogy a két edényben mért hőmérsékletértékek közelednek egymáshoz, a változás egyre lassul (Érdemes megjegyezni, hogy a hőmérsékletváltozás időfüggése exponenciális lefutású). Főleg a grafikonok kezdeti szakaszán szembetűnő (de később is igaz), hogy a hőmérsékletváltozás sebessége a kisebb mennyiségű meleg víz esetén nagyobb, a külső edényben lévő nagyobb mennyiségű víz esetén kisebb.

A grafikon alapján becslést adhatunk a hőmérsékletkiegyenlítődés során beálló közös hőmérsékletre. Ez nyilvánvalóan a két egymáshoz közelítő görbe köztes tartományában van, a változásokról korábban mondottak szerint a középvonaltól lejjebb, a nagyobb víztömeg görbéjéhez közelebb. A grafikonunkon szaggatott vonal jelzi az egyensúlyi hőmérséklet 26,5 °C -ra becsült értékét. (Megjegyezzük, kísérleti összeállításunkkal ezt az értéket nem tudnánk pontosan kimérni. Ennek az oka, hogy rendszerünk a valóságban nem termikusan zárt rendszer, a hosszabb időtartamok alatt a környezeti veszteségek /amit a kiegyenlítődési folyamat kezdeti, gyors szakaszában elhanyagolhatunk/ jelentőssé válnak.)

Méréseink alapján becslést tehetünk a belső hengerbe méretlenül töltött meleg víz mennyiségére. Ehhez a grafikon alapján extrapolált közös hőmérsékletre és a külső hengerben lévő hidegebb víz korábban lemért mennyiségére van szükségünk. Felételezzük, hogy a környezeti veszteségek, továbbá az edények hőkapacitása elhanyagolható! Ekkor az ismeretlen

(m_x) mennyiségű meleg víz leadott energiája (a hőmérsékleti egyensúly beálltakor) megegyezik az ismert mennyiségű hidegebb víz által felvett energiával, azaz

$$m_x c_{víz} \cdot (t_m - t_k) = M c_{víz} \cdot (t_k - t_0)\,,$$

ahol $c_{víz}$ a víz fajhőjét, t_m a meleg víz, t_0 a hideg víz kezdeti hőmérsékletét, t_k az extrapolációval megbecsült közös hőmérsékletet jelöli. Az egyenlet alapján, az ismert értékeket felhasználva a keresett vízmennyiség értéke

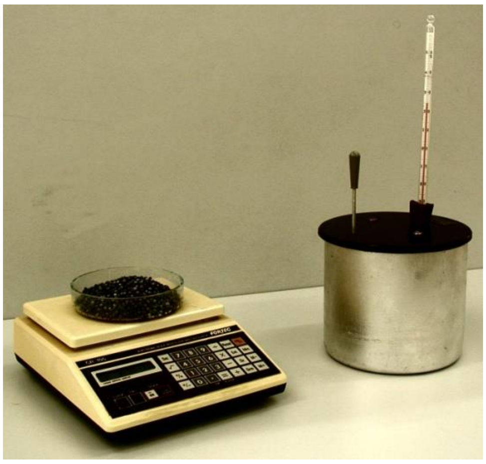
$$m_x \approx 56\,g\,.$$

Ellenőrzésként utólag lemértük a termoszból az alumínium-hengerbe kitöltött víz mennyiségét. A mérőhengerrel mért víz mennyisége 68 ml, azaz kb. 68 g. Becslésünk és a mért víz mennyisége több, mint 20% eltérést mutat. A jelentős hiba oka a hőveszteségek elhanyagolása. Számításunkban feltételeztük, hogy a meleg víz energiája csak a hidegebb víz melegítésére fordítódik. A valóságban az alumínium-hengert, a hőmérőket, a keverőpálcát és a külső üvegpoharat, is melegítettük. Amikor a közös hőmérséklet alapján visszaszámoltunk a meleg víz mennyiségére érhető módon kaptunk kevesebbet, mint a valódi érték. A meleg víz így adódó tömegkülönbséghez rendelhető termikus energia a mérőberendezés veszteségeit jellemzi, ennek egy foknyi hőmérséklet változáshoz rendelhető hányadát gyakran a kaloriméter „vízértékének” nevezik.

Szilárd anyag fajlagos hőkapacitásának (fajhőjének) meghatározása

Feladat:

A rendelkezésére álló eszközökkel, a víz fajhőjének és a kaloriméter hőkapacitásának ismeretében, határozza meg a kiadott fém fajhőjét!



Szükséges eszközök:

Ismert hőkapacitású kaloriméter tetővel, keverővel, hőmérővel, szobai hőmérő, 3 db közepes főzőpohár, meleg víz, nagyobb méretű tálca, törlőruha, mérleg, száraz állapotú, szobahőmérsékletű apró alumínium darabok (pl. alumínium szegecsek).

A mérés leírása:

Mérje le a szárazra törölt kaloriméter tömegét fedővel, keverővel és a hőmérővel együtt! Töltse meg a kalorimétert – körülbelül háromnegyed részéig − forró vízzel, és mérje le ismét a berendezés tömegét a vízzel együtt. A két mérlegelés alapján az edénybe öntött víz tömege pontosan meghatározható.

Szobai hőmérőn olvassa le a szobahőmérsékletet, majd mérjen le a szobahőmérsékletű, száraz fémdarabokból kb. kétszer annyit, mint a kaloriméterbe töltött víz tömege. A fém tömegének nem kell pontosan megegyeznie a víz tömegének kétszeresével, de a mérés legyen pontos!

Olvassa le a kaloriméterben lévő meleg víz hőmérsékletét a hőmérőn! (A hőmérő leolvasása előtt bizonyosodjon meg róla, hogy a mérlegeléssel töltött idő alatt a kaloriméter hőmérséklete stabilizálódott!)

Helyezze a kaloriméterbe a lemért tömegű, szobahőmérsékletű száraz fémdarabokat! Néhány percnyi kevergetés alatt beáll az új hőmérséklet. Olvassa le ismét a hőmérő állását (T_2)!

- *A megadott és a mért adatok alapján határozza meg a szilárd anyag fajhőjét!*
- *A kapott eredményt hasonlítsa össze az alumínium függvénytáblázatban található fajhőértékével!*
- *Ismertesse, mi okozhatja a mért és elméleti értékek esetleges eltérését!*

Megjegyzés:

- A víz fajhőjének táblázati értéke: *c*= 4,18 kJ/kg.
- A kaloriméter hőkapacitása az adott eszközre jellemző, a konkrét érték a kaloriméteren olvasható.
- A víz tömegének meghatározásához elfogadható a térfogat mérése mérőhengerrel is.

Megoldás

A mérést a leírás szerint végezzük el. Az mért adatokat jelölése legyen a következő:

m_c	A száraz kaloriméter tömege (fedővel, hőmérővel, keverővel együtt)
m_0	A kaloriméter tömege a bele töltött forró vízzel
m_v	A víz tömege ($m_v = m_0 - m_c$)
$m_{fém}$	A száraz alumínium darabok tömege
T_0	A szobahőmérséklet értéke
T_1	A kaloriméter és a bele töltött meleg víz közös hőmérséklete
T_2	A kaloriméter egyensúlyi hőmérséklete a fémdarabok behelyezése után

Az új közös hőmérséklet (T_2) mutatja, hogy a melegebb víz (és kaloriméter) belső energiája csökkent (ΔU_1), míg a fémé megnőtt (ΔU_2). Mivel a kaloriméter a külvilág felé szigetelt, a két energiaváltozás mértéke azonos:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2$$

A víz és a kaloriméter belső energiájának változása

$$\Delta U_1 = m_v c \cdot (T_1 - T_2) + C(T_1 - T_2)\,,$$

ahol a már használt jelöléseken túl c a víz fajhőjét, C a kaloriméter hőkapacitását jelöli. (A víz fajhőjének táblázati értéke: c = 4,18 kJ/kg, a kaloriméter C hőkapacitása az adott eszközre jellemző.) A fém belső energiaváltozásának mértéke:

$$\Delta U_2 = m_{fém} c_{fém} \cdot (T_2 - T_0)\,,$$

ahol $c_{fém}$ a fém meghatározásra váró fajhőjét jelenti. Az energiaváltozások egyenlőségét felhasználva a fajhő keresett értéke:

$$c_{fém} = \frac{(m_v c + C) \cdot (T_1 - T_2)}{m_{fém} \cdot (T_2 - T_0)}\,.$$

Próbamérésünk során a megelőző mérési feladatban vizsgált C = 270 J/fok hőkapacitású kaloriméterrel dolgoztunk, és alumínium fajhőjét határoztuk meg. A kaloriméterbe 249 g tömegű, forró vizet töltöttünk, majd rövid várakozás után a hőmérőn leolvastuk az egyensúlyi hőmérsékletet (T_1= 79 °C). A melegvizes kaloriméter-edény $m_{fém}$ = 136 g szobahőmérsékletű, száraz alumínium-szegecset öntöttünk (a szobahőmérséklet T_0 = 23 °C). Eztán a kaloriméterben T_2 = 74,5 °C egyensúlyi hőmérséklet állt be.

Az alumínium fajhője a mért adatok alapján: $c_{fém}$= 0,86 J/g,

(ami elfogadhatóan megegyezik a táblázatban megtalálható fajhőértékkel (900 J/kg).

Kristályosodási hő mérése

Feladat:

Határozza meg kalorimetrikus méréssel túlhűtött sóolvadék kristályosodása során felszabaduló energia, egységnyi tömegű anyagra vonatkoztatott értékét (kristályosodási-hő)!

Szükséges eszközök:

Ismert tömegű túlhűtött sóolvadék (célszerűen „nátriumacetát-trihidrát”), ismert hőkapacitású (vízértékű) iskolai kaloriméter keverővel, hőmérővel, stopper-óra, szobahőmérsékletű állott víz, mérőhenger. Az kísérleti eszközöket és anyagokat a fotó mutatja.

Megjegyzés:

A kísérletben felhasznált anyag a sportkereskedelemben téli kézmelegítő párnaként, gyógyászati segédeszközként, mint fülmelegítő párna, zárt műanyag tasakban kapható. Az anyag ismételten sokszor felhasználható. A tasakban lévő kristályos anyag forró vízben felolvasztható, majd a vízfürdőből kivéve szobahőmérsékleten túlhűthető.

Felhasználható a méréshez kristályos nátrium-tioszulfát (fényképészeti fixírsó) is, amely szintén vízfürdőn olvasztható fel és hideg vízben túlhűthető. A túlhűtött fixírsó-olvadékot tartóedénnyel együtt helyezzük kaloriméterbe. (A fixírsó kristályosodását apró kristályszemcse beledobásával indíthatjuk meg.

A mérés leírása

A mérőhenger segítségével töltsön a kaloriméterbe ismert mennyiségű szobahőmérsékletű vizet! (A víz tömege kb. 6-7 -szerese legyen a műanyagtasakban lévő folyadék előzetesen lemért és megadott tömegének.) A szobahőmérsékletű folyadékot tartalmazó tasakot emelje a kaloriméter fölé, majd a tasakban lévő görbült fémlapocska átpattintásával indítsa be a kristályosodást! Amint meggyőződött a folyamat beindulásáról, rakja a tasakot a kaloriméter vizébe, tegye rá a tetőt, helyezze be a hőmérőt és indítsa el az órát! A kristályosodás során az anyagból energia szabadul fel, ami melegíti a kalorimétert és a beletöltött vizet. Óvatos rázogatással, a kaloriméter körkörösen görbült keverőjének le-fel mozgatásával segítse víz melegedését, közben percenként olvassa le a hőmérsékletet! Az idő- és hőmérséklet értékeket jegyezze fel! A mérést folytassa, amíg a melegedés tart!

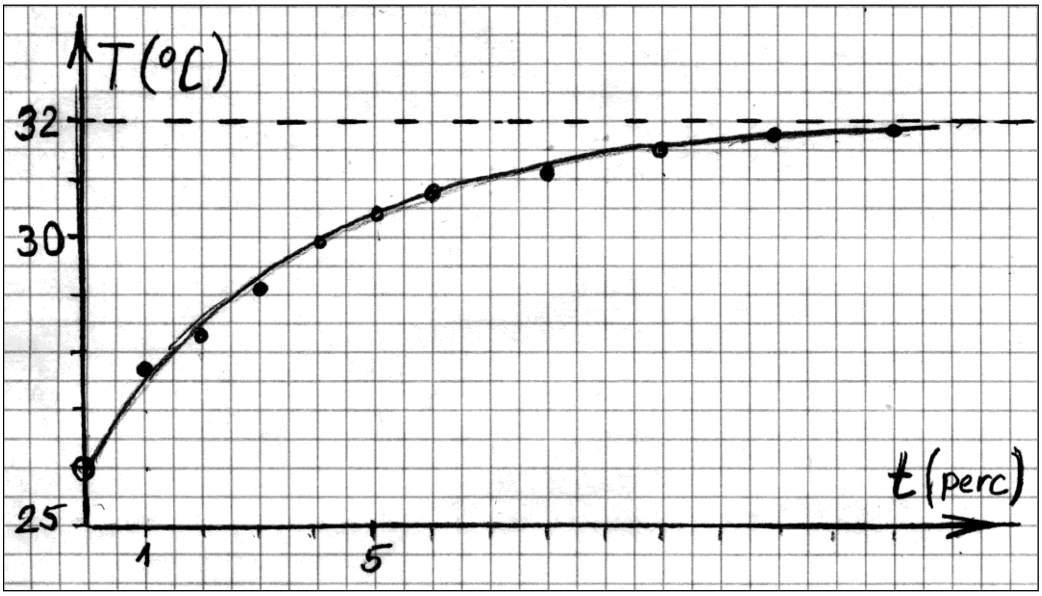
- *Készítse el a kaloriméter melegedését jellemző idő – hőmérséklet grafikont, és határozza meg a rendszer maximális hőmérsékletét!*
- *Az anyag tömegét, a víz tömegét és fajhőjét, a kaloriméter hőkapacitását (vízértékét) ismerve, a kiindulási és a végső hőmérséklet mért értékeit felhasználva írja fel az energiamegmaradást kifejező egyenletet! Az egyenletből számítással határozza meg az anyag tömegegységére jutó kristályosodási hőt!*

Megoldás

Próbamérésünk során a fotón látható, dupla alumínium falú kaloriméter-edényt használtuk. A kaloriméter hőkapacitása (előzetesen elvégzett mérés szerint $C \approx 285$ J/°C). A kaloriméterbe 500 ml vizet öntöttünk és beleraktuk a leforrasztott műanyagtasakban lévő, 83 g tömegű túlhűtött folyadék állapotú anyagot. A rendszer egyensúlyi kiindulási hőmérséklete 26 °C volt.

A kristályosodás beindítása után a kaloriméter hőmérsékletének növekedését az idő függvényében mértük. Az adatokat a táblázat, a melegedési görbét a grafikon mutatja.

Idő (perc)	0	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14
Hőmérséklet (°C)	26	27,6	28,4	29,1	29,9	30,5	30,8	31,2	31,5	31,5	31,8



A grafikon mutatja, hogy a hőmérséklet kezdetben gyors, majd egyre lassuló ütemben nő. Véghőmérsékletnek a hőmérsékletnövekedés aszimptotikus értékét (≈ 32 °C) tekinthetjük.

A kristályosodás során felszabaduló energia felmelegítette a kezdetben 26 °C -os rendszert (a kaloriméter belső tartályát, a beletöltött vízmennyiséget és a kezdetben szintén 26 °C -os anyagot) 32 °C -os véghőmérsékletre. Az energia-mérleget felírva

$$L \cdot m_{anyag} = C \cdot \Delta T + m_{víz} c_{víz} \cdot \Delta T + m_{anyag} c_{anyag} \cdot \Delta T$$

Ahol L a kristályosodási hő, C a kaloriméter ismert hőkapacitása, $m_{víz}$ a bemért vízmennyiség, m_{anyag} a nátriumacetát mennyisége, ΔT a mért maximális hőmérsékletváltozás.

Az egyenlet jobb oldalán lévő utolsó tag (az anyag melegedésére fordított energia) elhanyagolható. (A nátriumacetát relatív mennyisége a vízhez képest kicsi, és fajhője, mint a szilárd anyagoké általában, kisebb mint a vízé) Az elhanyagolás után a kristályosodási hő L értéke jó közelítéssel meghatározható.

$$L \approx \frac{(C + m_{víz} c_{víz}) \cdot \Delta T}{m_{anyag}}$$

Az elvégzett mérés adatainak felhasználásával (C = 285 J/°C, $m_{víz}$ = 0,5 kg, m_{anyag} = *83 g*, ΔT = 6 °C) és az elhanyagolás figyelembevételével kristályosodási hő közelítő értéke:

$$L \approx 153\ kJ/kg.$$

Vissza >>>

T16. Az 1976. évi Magyarországon megrendezett Nemzetközi Fizikai Diákolimpia kísérleti feladata: Egy ismeretlen kristályos anyag termikus tulajdonságainak vizsgálat

1. *A feladatlap és a rendelkezésre álló anyagok, eszközök*

A munkahelyen rendelkezésre áll egy ismeretlen termikus tulajdonságú apró kristályszemcsékből álló X anyag, és ismert fajhőjű (c_0 = 0,5 cal/g°C) folyadék (A kristályos anyag a folyadékban nem oldódik.) Mindkét anyag pontos tömege a tartó-edényen olvasható. A kísérlet esetleges ismétlésére mindkét anyagból dupla adag áll rendelkezésére.

- *Vizsgálja meg az X kristályos anyag termikus tulajdonságait szobahőmérséklet és 80* °C *között!*
- *Határozza meg az X anyag hőtani jellemző adatait!*
- *Mérési eredményeit foglalja táblázatba és ábrázolja grafikusan is!*

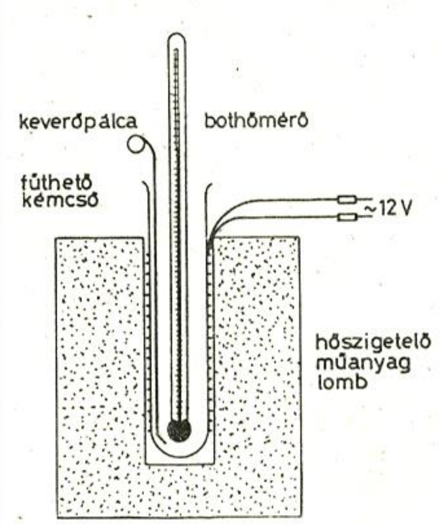
A feladat elvégzéséhez a következő eszközök állnak rendelkezésére:

- 12 V feszültségű áramforrás,
- egy 12 V feszültségre köthető, fűtőszállal körültekert kémcső
- két műanyag-hab hasáb, a fűthető kémcső méreteinek megfelelő üreggel
- egy alkoholos bothőmérő
- egy stopperóra, egy keverőpálca

Megjegyzés:

Az ismertetőt olvasók tájékoztatására közöljük, hogy az ismeretlen kristályos anyag 2 g fényképészeti gyakorlatban használt fixírsó, a folyadék 8 g petróleum volt. A kémcsövek fűtésére 0,3 mm átmérőjű, kb. 2,5 m hosszú (30 ohm) ellenálláshuzal szolgált, amit egyenletesen tekertünk a kémcsőre úgy, hogy az kb. a petróleum felszínének magasságáig érjen.

2. *A feladat megoldása*



A feladat megoldásának első lépéseként a fent felsorolt eszközökből az 1. ábrán bemutatott mérőberendezést kellett összeállítani.

A jó hőszigetelést biztosító műanyagtömb belsejébe 12 V feszültséggel fűthető kémcső süllyeszthető. A fűthető kémcső szolgál az anyag melegítésére. A kémcsövet melegítve és az anyag hőmérséklet-változását a kémcsőbe helyezett hőmérőn egyenlő időközönként leolvasva felrajzolható az ún. melegedési görbe (a hőmérséklet a melegítési idő függvényében). A melegítési görbe alapján (ha ismert a fűtött kémcső által az anyagnak átadott hasznos teljesítmény) meghatározhatók a melegített anyag hőtani paraméterei.

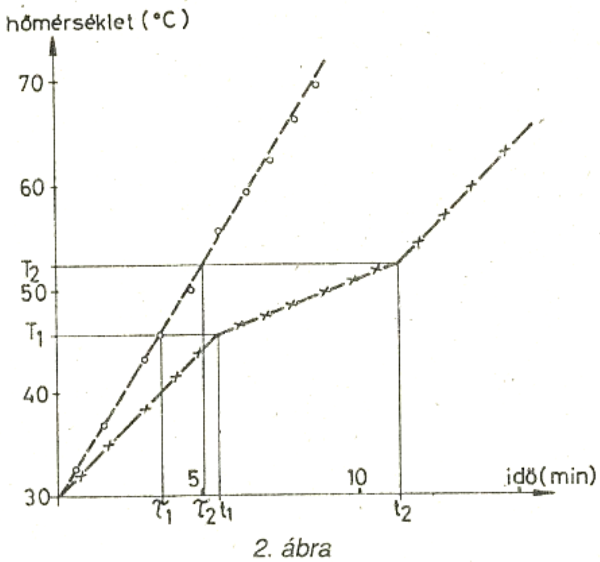
A feladat megoldása elvben igen egyszerű, a mérés tényleges elvégzése során azonban két lényeges gyakorlati probléma merül fel:

- A kémcső fűtőteljesítménye a hőszigetelés tökéletlensége miatt feltehetően jóval kisebb, mint a befektetett elektromos fűtőteljesítmény. Mivel a veszteségek a hőmérséklet emelkedésével egyre növekednek, a hasznos fűtőteljesítmény értéke sem marad állandó, változik a hőmérséklettel.
- A szemcsés szerkezetű szilárd fixírsó rossz hővezető, az egész anyagmennyiség egyenletes melegítését az egyszerű mechanikus keverés nem biztosítja.

A kémcső hasznos fűtőteljesítménye kalibráló méréssel határozható meg. A megadott fajhőjű és tömegű petróleum melegedési görbéjét kimérve a teljes hőmérséklettartományban, meghatározható a kémcső hasznos fűtőteljesítménye.

A kristályos anyag (fixírsó), a feladatban is közölt információ szerint nem oldódik a folyadékban (petróleum). A fixírsót tehát a kalibráló mérésnél használt petróleummal együtt célszerű melegíteni. Ezzel biztosított, hogy nem változnak a kalibráló melegedéskor meglévő hőátadási körülmények, továbbá a hőmérséklet-eloszlás is egyenletesebb, mint ami a magában melegített szemcsés, kristályos anyagnál elérhető lenne.

A fenti meggondolások alapján elvégzett mérések eredményét a következő ábra grafikonjai mutatják.



2. ábra

A szaggatott vonal a folyadék, a folytonos pedig a kristályos anyag és a folyadék együttesének melegedési görbéje. Utóbbinak kis meredekségű (középső) szakasza arra utal, hogy a kristályos anyag a melegítés során megolvadt. (Ez a kísérlet során közvetlenül is érzékelhető a keverőpálca vagy a hőmérő mozgatásakor.)

A melegedési görbék alapján a fixírsó következő hőtani adatai számíthatók ki:

a.) olvadáshő
b.) olvadáspont
c.) a kristályos anyag fajhője
d.) az olvadék fajhője

a.) Az olvadáshő meghatározása

A folyadék melegedési görbéjéből meghatározhatjuk azt a hőmennyiséget, amelyet a fűtött kémcső a beletöltött anyagnak a különböző hőmérsékleteken átad. Minthogy a folyadékban melegített anyag – a diagram szerint $\Delta t = t_2 - t_1$ idő alatt olvad meg, s ennyi idő alatt a folyadék is $\Delta T = T_2 - T_1$ fokkal melegszik, és mert a pusztán a folyadék számára ehhez $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ idő szükséges, ezért a készülék a $T_1 < T < T_2$ hőmérséklettartományban időegységenként

$$q = \frac{c_0 m_0 \Delta T}{\Delta\tau}$$

energiát ad át a betöltött anyagnak. A készülék feltehetően akkor is ennyi hőt ad át időegységenként a kémcső belsejének, amikor a kristályos anyag is a folyadékkal együtt van, ezért a Δt ideig tartó olvadási folyamat során összesen

$$Q = \frac{c_0 m_0 \Delta T}{\Delta\tau} \Delta t$$

hőt termel. Ez a hő egyrészt a kristályos anyag megolvasztására, másrészt a folyadék ΔT-vel való felmelegítésére fordítódik

$$\frac{c_0 m_0 \Delta T}{\Delta\tau} \Delta t = L_x m_x + c_0 m_0 \Delta T \, .$$

Innen az ismeretlen anyag (a fixírsó) L_x olvadáshője kiszámítható.

b.) Az olvadáspont meghatározása

Az anyag olvadáspontjának a folytonos diagram kis meredekségű szakaszának közepéhez tartozó hőmérsékletet fogadhatjuk el.

c.) A kristályos anyag fajhőjének meghatározása

Jelölje a folytonos görbe alsó lineáris szakaszának iránytangensét K_2, a szaggatott görbe azonos hőmérséklettartományához tartozó, ugyancsak lineáris szakaszának iránytangensét K_1! Ezekkel a jelölésekkel

$$c_0 m_0 K_1 = (c_0 m_0 + c_x m_x) K_2 \, ,$$

ahonnan a keresett fajhő :

$$c_x = c_0 \frac{m_0}{m_x} \cdot \frac{K_1 - K_2}{K_2} \, .$$

Látható, hogy c_x értékének pontossága nagymértékben függ a K_1 és K_2 értékek megadásának pontosságától.

d.) Az olvadék fajhőjének meghatározása

Az olvadék fajhőjét – elvileg – a szilárd fázis fajhőjének megahatározásánál leírt módon kaphatnánk meg. A diagramok adott szakaszának csak nagy bizonytalansággal meghatározható iránytangensei a kapott eredményt kétségessé tehetik.

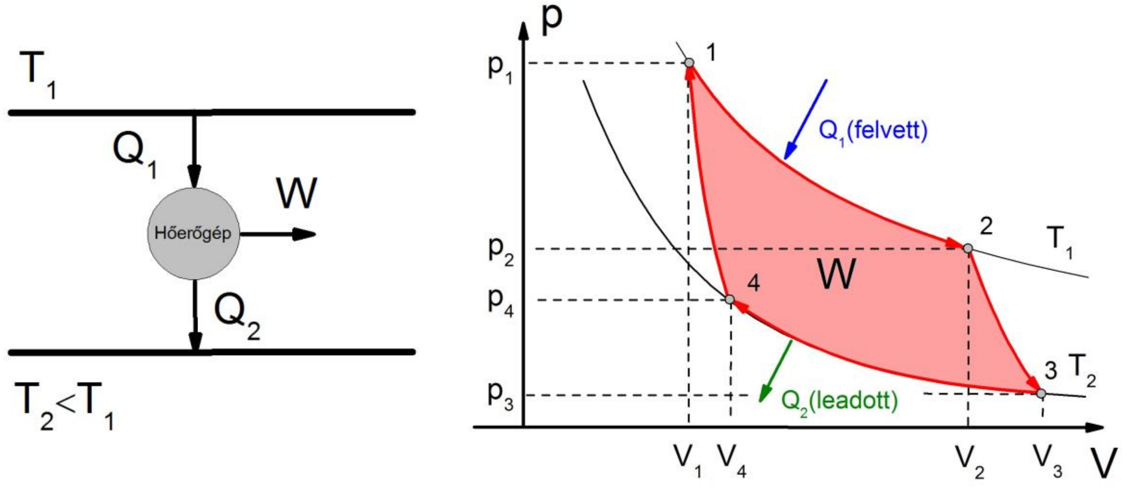
Vissza >>>

T17. A Carnot-körfolyamat hatásfokának meghatározása

Írjuk fel a Carnot-körfolyamat hatásfokát az

$$\eta = \frac{Q_{fel} - Q_{le}}{Q_{fel}}$$

alakban.



Az ábra szerint a körfolyamat során a gáz a magasabb hőmérsékletű izoterm szakaszon vesz fel, és az alacsonyabb hőmérsékletűn ad le hőt. A felvett hő megegyezik a T_1 hőmérsékletű szakaszon a gáz által végzett munkával, azaz az ábra jelöléseivel:

$$Q_{fel} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT_1 ln \frac{V_2}{V_1}$$

Hasonlóképpen a T_2 hőmérsékletű szakaszon leadott hő:

$$Q_{le} = \int_{V_4}^{V_3} pdV = RT_2 \int_{V_4}^{V_3} \frac{dV}{V} = RT_2 ln \frac{V_3}{V_4},$$

azaz a hatásfok:

$$\eta = \frac{RT_1 ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 ln \frac{V_3}{V_4}}{RT_1 ln \frac{V_2}{V_1}}$$

Írjuk fel az adiabata egyenletet a 4-1 és 2-3 szakaszra a $TV^{\kappa-1} =$ állandó formát használva:

A 4-1 szakaszra:

$$T_2 V_4^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}.$$

A 2-3 szakaszra:

$$T_2 V_3^{\kappa-1} = T_1 V_2^{\kappa-1}.$$

Osszuk el a második egyenletet az elsővel, és a kapott egyenletből vonjunk $(\kappa - 1)$ –ik gyököt, azt kapjuk, hogy

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1},$$

vagyis a hatásfokban szereplő logaritmust tartalmazó tényezőkkel egyszerűsíthetünk, azaz a hatásfok:

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

A teljesség kedvéért még az adiabata egyenletet kell meghatározni. Adiabatikus folyamatban nincs hőfelvétel, így az első főtétel differenciális alakja:

$$nC_V dT = -pdV\,,$$

illetve a gázegyenletet felhasználva:

$$nC_V dT = -\frac{nRT}{V} dV\,.$$

A változókat szétválasztva és integrálva az egyenletet azt kapjuk, hogy

$$ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{C_V} ln\frac{V_1}{V_2},$$

amiből

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{R}{C_V}}.$$

Vissza >>>

VIII. MINDENNAPOK MÓDSZERTANI GYAKORLATA

Bevezetés

A fizikatanítás legfontosabb feladata a szaktárgyi tartalmak eredményes közvetítése a diákok felé. Ehhez elengedhetetlen a tematikus szaktudományi háttér és a szakdidaktika ismerete, de az eredményességhez legalább ennyire fontos a mindennapi gyakorlat módszereinek ismerete és tudatos alkalmazása is. A fizikatanár napi munkájának elengedhetetlen fontos része a kísérletezés. A jól megválasztott és szakszerűen végrehajtott kísérletek emlékezetes élménnyé teszik a fizikaórákat, ugyanakkor a parttalan kísérletezgetés időpocsékolás, ami fontos feladatoktól veszi el az időt. A kísérletezéshez elengedhetetlen a megfelelő infrastruktúra, kísérleti eszközök, szertár, előadóterem, labor. Ezek kialakítása, folyamatos fejlesztése és zökkenőmentes működésének biztosítása a fizikatanárok feladata.

A feladatmegoldást sokan tartják a fizikai gondolkozás igazi iskolájának. Itt érezhetik meg a diákok, hogy a megismert törvényeket hogyan lehet legkülönbözőbb konkrét problémák megoldására alkalmazni. A feladatmegoldás lényegéhez hozzá tartozik a matematikai módszerek alkalmazása is. A fontos annak a tudatosítsa, hogy a fizikai törvények alapján végzett számítás a megtapasztalható valóságot adja vissza. A feladatmegoldás, ha a kapott eredmények kísérleti ellenőrzésére soha nem kerül sor, értelmetlen „agytornává” silányul. A feladatmegoldás fontos a fizikában, de nem válhat öncélúvá.

Minden tanár fontos feladata a tehetséges tanítványainak optimális szakmai fejlődését segítse. A tehetséggondozásnak ma Magyarországon kidolgozott rendszere van. Az első lépés a tanórán az osztályteremben kezdődik, ahol a jó tanár észreveszi a diák kiemelkedő képességeit, érdeklődését, motiváltságát. Ezen a szinten személyre szabott fakultatív feladatok, bíztatás és dicséret a legfontosabb. Ezt követi rendszerint az iskolai versenyeken való jó szereplés, az iskolai szakkör munkájában való részvétel. Az igazán kiemelkedő tehetségekkel regionális és országos szinten megszervezett tehetséggondozó hálózat foglalkozik. A tanár feladata, hogy az erre érdemes diákokat oda irányítsa.

A fizikatanulás legfontosabb segédeszköze jelenleg a nyomtatott tankönyv. Minden szaktárgy tankönyvének mások a jellemzői. A fizikatanár akkor tud jó tankönyvet választani dákjainak, és akkor tudja jól használni a tankönyvet saját munkájának támogatására, ha van képe az ideális fizikatankönyvről. Könnyen elképzelhető, hogy néhány év múlva a papír alapú könyveket digitális tankönyvek váltják fel. Ez azonban csak a forma változását jelenti, azt nem, hogy a tartalomnak a formához kell igazodni.

A hagyományos táblán végzett tanári munka napi kihívás a tanárjelöltek és a fiatal tanárok számára. A táblának (legyen az krétás, filctollas, vagy digitális) ma is funkcionális szerepe van az oktatásban. A jó táblavázlat irányítja, rendszerezi a gondolatokat, tükrözi az órai munka menetét. A táblát másolva tanulja meg a kisdiák a rendezett munkát és a másolástól az évek során eljut az önálló tartalmas jegyzeteléshez.

A XXI. század a számítógép évszázada lesz a közoktatásban is. A számítógépes multimédia alkalmazására a fizikaoktatás sok látványos lehetőséget kínál, amivel feltétlenül élnie kell a fizikatanárnak. A sorrend azonban itt is fontos, a fizikai tartalomhoz kell megkeresni az megfelelő számítógépes módszert és az eszközhasználat nem válhat öncéllá.

Végül hangsúlyozni szeretnénk, hogy a fizika tanulása nem korlátozódhat az iskolai falai és a tanóra időkeretei közé. A jó tanárnak ismernie kell azokat a lehetőségeket, amikor bemutathatja, hogy fizikai megfigyeléseket, kísérleteket, méréseket az iskolán kívül is lehet folytatni és az iskolai fizikai ismeretek alapján számos mindennapi jelenségre magyarázatot lehet találni. Az iskola falain kívül tartott fizikaóráknak, tanulmányi kirándulásoknak szemléletformáló jelentősége van.

Jegyzetünk következő részében néhány, a fizika tematikus témaköreihez nem köthető, gyakorlati vonatkozású tanári feladattal foglalkozunk.

1. Kísérletezés a fizikaórán

A kísérletezés és a természet törvényeinek megismerése Galilei óta elválaszthatatlanul összetartoznak. Galilei fogalmazza meg a tudományos megismerés alapvető módszerét. Eszerint minden a jelenségek alapos, részletekbe menő megfigyelésével kezdődik. Ezután meghatározzuk (definiáljuk) azokat a fizikai mennyiségeket, amiknek szerepet tulajdonítunk az adott jelenségben, majd feltételezéseket teszünk a fontosnak vélt mennyiségek közötti összefüggésekre. A feltételezések igazolására a matematikai alakban megfogalmazott összefüggésekkel számolva igyekszünk olyan következtetésekre jutni, amelyek már kísérletekkel, mérésekkel ellenőrizhetőek. Ha ez utóbbi sikerül a korábbi feltételezésünket, hipotézisünket igazoltnak tekinthetjük mindaddig, amíg az valamely kísérleti ténnyel nem kerül ellentmondásba. R. P. Feynman Nobel-díjas amerikai fizikus *Mai Fizika* c. nagysikerű könyvsorozatának első kötetében (1.1. pont) Galileivel egybehangzóan fogalmaz így: *„A tudományos igazság kizárólagos kritériuma a kísérlet”*. Bármily logikusnak tűnik is egy elmélet, bármilyen bonyolult modellszámítás eredménye támaszt alá egy feltételezést, az egész mindaddig nem tekinthető többnek hipotézisnél, amíg tényleges konkrét kísérlettel igazolni nem tudjuk. A kísérletek fizika tudományban betöltött alapvető jelentősége vitathatatlanná teszi, hogy a fizika tanításához a kezdetektől hozzá tartoznak a kísérletek.

Az iskolai kísérletek lényegi szerepe a diákok motiválása, az új ismeretek elsajátításának támogatása és a fizikai törvényekből levont következetések igazságának gyakorlati bizonyítása. A kísérletek jelentőségének hangsúlyozása mellett fontos leszögezni, hogy nem az elvégzett kísérletek minél nagyobb száma a fontos. Sokkal lényegesebb az elvégzett kísérleteket lényegi beágyazása az oktatási folyamatba. A tanár feladata, hogy az adott tanulócsoporthoz alkalmazkodva az óra témájához és a kitűzött konkrét oktatási célhoz legjobban illeszkedő kísérleteket kiválassza.

A kísérletek kiválasztásánál a tankönyvre és tanári szakanyagokra, kísérletgyűjteményekre támaszkodhat.

1. ábra. Fizikai kísérletek gyűjteménye 1-3.

A kísérletek csoportosítása különböző szempontok szerint történhet:

- A kísérletek elsődlegesen az oktatásban betöltött funkciójuk alapján oszthatók különböző csoportokba. Így beszélünk például érdeklődést felkeltő, motiváló kísérletekről, a törvények megfogalmazását megalapozó mérésekről, a megértést támogató kísérletekről, a fizikai törvények gyakorlati alkalmazását bemutató kísérletekről, a feladatmegoldást támogató kísérletekről, stb.
- Megkülönböztethetünk tanári- és tanulói kísérleteket, aszerint, hogy ki az, aki a kísérleteket, méréseket végzi.
- Csoportosíthatjuk a kísérleteket technikai szempontok szerint. Beszélünk egyszerű, eszközöket alig igénylő ún. „szabadkézi" (Hands On-Experiments) kísérletekről, és speciális felszerelést, műszerezettséget igénylő összetett mérőkísérletekről. Technikai szempontból külön csoportot alkothatnak a számítógéppel támogatott kísérletek, mérések. Vannak nagy méretekben elvégezhető, jól látható kísérletek, de vannak olyanok is, amik csak közvetlen közelről, sőt esetleg csak mikroszkópon keresztül figyelhetők meg. Ez utóbbiak bemutatása egy egész osztály számára csak úgy biztosítható, ha például a jelenséget kivetítjük.
- Érdemes különbséget tenni valódi anyagokkal, tényleges testekkel végzett kísérletek és ún. „modell-kísérletek" között. Ez utóbbiak egy speciális csoportját jelentik a számítógépes szimulációk.

A fenti szempontok közül az alábbiakban csak az első két csoporttal foglalkozunk részletesebben, elsősorban azzal a céllal, hogy a tanár számára megkönnyítsük a megfelelő kísérlet választását.

1.1. Az iskolai kísérletek funkció alapján történő áttekintése

Motiváló, érdeklődést keltő kísérletek, fizika-show

A kísérlet egyik fontos feladata a diákok motiválása, a figyelem felkeltése, illetve ráirányítása egy-egy érdekes jelenségkörre. Erre a célra a látványos, vagy a váratlan, meglepő eredményt adó kvalitatív kísérletek az alkalmasak. Természetesen a bemutatás is a feladathoz illeszkedik, pl. nagyban fokozhatjuk a hatást, ha egy váratlant eredményt adó kísérletről, elmondva, hogy mit fogunk csinálni, előzőleg megszavaztatjuk az osztályt. A kísérlet végeredményére tett állásfoglalás után mindenki fokozott figyelemmel kíséri a történéseket. A sikeres kísérlet után már csak összegezni kell a tapasztalatokat, és beígérni a magyarázatot az óra végére. Ha a szavazással elérjük, hogy több gyerek figyel az órán, mert izgatja miért nem tudta eltalálni a végeredményt, már eredményt értünk el. Tévedés azt hinni, hogy annál nagyobb lesz az érdeklődés, minél több a látványos és meglepő bevezető kísérlet. Egy-két jól kiválasztott kísérlet, ami nem forgácsolja szét a diák figyelmét több mint egy egész „fizika-show”. A kísérleti „fizika-show”-k, ugyanolyan régi múlttal rendelkeznek, mint maga a tudomány. Galilei már rendszeresen tartott kísérleti bemutatókat, csillagászati megfigyeléseket a pápai és a firenzei fejedelmi udvar érdeklődő előkelőségeinek. Otto Guericke az első vákuumszivattyú megalkotója 1654-es regensburgi Birodalmi Gyűlésen magának a császárnak és udvarának demonstrálta a légnyomás erejét híres kísérletével, amikor négy-négy igásló sem tudta széthúzni azt a két részből összerakott vastag falú fémburát, amit a külső levegő nyomása préselt egymáshoz, miután a belső részből a levegőt kiszivattyúzta. Az elektrosztatikai kísérletek a XVIII. században szalonok szórakoztató mutatványai voltak, Faraday a londoni Royal Society épületében hetente tartott kísérletekkel illusztrált tudományos előadásokat a nagyközönségnek. Napjainkban is változatlan az érdeklődés a látványos fizikai kísérletek iránt. Ezt bizonyítják a TV-műsorok, interaktív jelenség-bemutató kiállítások is. A „Csodák Palotája” Budapesten, „Varázstorony” Egerben, „Mobilis” Győrben, stb.) hasznos és motiváló szórakozást jelentenek, és segítik a fizika tanítását, de szerepük az iskolai fizikatanítás szempontjából csak másodlagos, és nem pótolja az órai kísérletezést.

Megértést támogató kísérletek, mérések

A fizika tanítása/tanulása szempontjából a kísérletek legfontosabb szerepe a motiváción túl az, hogy segítse, támogassa egy-egy jelenség vagy témakör lényegi megértését. Mivel a jelenségek és a fizikatanítás részfeladatai is sokfélék, az egyes célokhoz illeszkedő kísérletek is igen különbözőek.

Az új anyagot feldolgozó órákon az alapkísérleteket úgy célszerű kiválasztani, hogy azok a lehetőség szerint egyezzenek meg a tankönyvben leírt kísérletekkel. A jó tankönyv nem csupán leírja és képeken, fotókon szemlélteti a kísérletet, de ezen túl összefoglalja a tapasztalatokat és megfogalmazza a magyarázatot is. Ez az alsóbb évfolyamokon különösen fontos, mert megkönnyíti a diákok otthoni tanulását. Nem kell félni attól, hogy az érdeklődő diák esetleg előre elolvassa a következő leckét és ezért a kísérlet már nem lesz érdekes számára. Általában a fordított eset áll fenn, az a diák, aki már „ismeri” a kísérletet fokozottan figyel, vajon tényleg azt látja-e, amiről olvasott.

Az új anyagot támogató kísérletek közt kiemelt szerepe van a demonstrációs méréseknek. Ezek célja sokféle lehet. A legtöbbször egy-egy fizikai törvény tapasztalati megfogalmazásának alapozása, vagy a már kimondott törvény utólagos igazolása. A demonstrációs mérések vezetése általában tanári feladat. A tanári rutin biztosíthatja a rendelkezésre álló rövid idő optimális kihasználását. A méréshez hozzá tartozik a kísérleti összeállítás megismerése, a mért adatok grafikus ábrázolása és ennek alapján a függvénykapcsolat megállapítása (példaként lásd Mikola cső, Galilei lejtő, stb.). Természetesen a tanári vezetés nem jelenti azt, hogy a diákok csak passzív szemlélők lennének, a jó tanár konkrét részfeladatokon keresztül a tanulókat is bevonja az aktív munkába. A kísérletek egy másik csoportját jelentik azok a mérések, ahol egy-egy anyagi paraméter (pl. tömeg, elektromos ellenállás, olvadáshő, stb.) kimérése, valamely univerzális fizikai állandó nagyságrendi meghatározása (pl. gravitációs állandó, fénysebesség) a feladat. Itt a fizikai ismeretek gyakorlásán és elmélyítésén túl a mérési módszerek megismertetése, a mérési kompetencia fejlesztése a cél. Itt is lehetnek olyan feladatok, ahol indokolt a közvetlen tanári vezetés, míg más esetekben a munkát kiscsoportos tanulókísérletek formájában célszerű megszervezni. A mérőkísérletek közt külön csoportot alkotnak a számítógépes mérések

Az analitikus gondolkodás fejlesztésében, a fontos szerepe van az egyszerű kísérletek kvalitatív értelmezésének. Különösen jól használható ilyen célra egy sor hagyományos gyerekjáték. A középiskolás kamaszok öncélúan már nem játszadoznak (kísérleteznek) ezekkel, de kihívásnak érzik azt a feladatot, hogy értelmezzék egyes játékok működését (pl. szomjas kacsa). A feladat megoldása során nem csak kísérleti készségük fejlődik, nem csak a megismert törvények alkalmazását gyakorolják, de tudatosul bennük, hogy a fizika a hétköznapi szituációk megértésében is hasznos lehet. A kreatív problémamegoldást fejlesztő hagyományos fizikapéldák is társíthatók kísérletekkel. Az „elmélet” és a „gyakorlat” ilyen szemléletformáló összekapcsolásának két alapesete van. Az egyik, amikor a feladatot egyszerű kísérletből (vagy kísérlet-értékű dokumentumból- pl. fotó, videó) kiindulva fogalmazzuk meg, érzékeltetve, hogy a fizikai problémákat kiindulópontja a természet vagy a technika egy-egy jelensége. A kísérlet és az elméleti feladatok összekapcsolásának másik lehetősége, hogy a hagyományosan kitűzött feladat végeredményét egyszerű és gyors kísérlettel ellenőrizzük. Ez az összekapcsolás természetesen nem lehetséges minden feladatnál, de számos olyan eset van, amikor megfelelő tanári felkészülés után jól alkalmazható. Az előzetes tanári felkészülés lényege az, hogy a feladat adatait úgy adja meg, hogy azok jól illeszkedjenek a kísérletben használt szertári eszközök, anyagok paramétereihez.

Külön érdemes megemlíteni a fizikai tartalmak megértését támogató modellkísérleteket. Ezek közt vannak tárgyi modellek (pl. a robbanó motorok működését szemléltető modellek, kisméretű működő gőzgép, alkohol és víz térfogatcsökkenéssel járó keveredését szemléltető golyómodell, vagy a gázok kinetikus modelljét szemléltető összeállítás, amiben rezgő dugattyú tartja állandó rendezetlen mozgásban a gáz részecskéit jelképező apró műanyag golyók sokaságát.

A modellkísérletek másik csoportját a számítógépes szimulációs kísérletek képezik. Itt a számítógép a beprogramozott fizikai alapegyenletek alapján bonyolult számításokkal határozza meg a vizsgált fizikai rendszer viselkedését. A számítások eredményei a képernyőn a legváltozatosabb formákban jeleníthetők meg. A számítógép kirajzolja például az egyensúlyi eloszlás grafikonját, bemutatja a mozgás valósághű lefutását, kirajzolja a fény útját, megjeleníti, hogy változik az atomreaktorban felszabaduló energia a láncreakciót szabályozó moderátorok segítségével, stb. Ahogyan a számítógépes modellkísérletek jelentősége a tudományban folyamatosan nő, úgy válik egyre gyakoribbá az iskolai fizikatanításban is.

1.2. Tanári és tanulói kísérletek

A fizikatanítás évszázadai során az iskolai kísérletezés a tanári bemutató kísérletekre szorítkozott. A XX. századi reformpedagógiai irányzatok vetették fel a tanulói kísérletezés bevezetését, ezzel is növelve a diákok aktivitását a tanulási folyamatban. A jelen iskolai gyakorlatában mindkét kísérletezési módszer jelen van. Mindkettőnek vannak előnyei és nehézségei. A szaktanárnak az általános biztonsági feltételek, az iskolai lehetőségek és az adott tanulócsoport sajátságainak figyelembevételével kell eldönteni mikor milyen módszert választ a tananyag kísérleti feldolgozására.

A tanári kísérletezés előnye, hogy a rutinosan kísérletező tanár szakszerűbben és lényegesen rövidebb idő alatt tudja bemutatni a kísérletet, és vezetni, koordinálni a méréseket. A sikeres tanári kísérletezés természetesen komoly előkészítő munkát kíván. Az óra előtt ellenőrizni kell az eszközök működőképességét, ki kell próbálni a kísérletet, el kell végezni a mérést. A kísérleti összeállítást úgy kell elhelyezni, hogy a kísérlet lényegi része minden diák számára jól látható legyen (ha szükséges ehhez kamerát kell használni). Meg kell tervezni a kísérletet bemutató táblai rajzot és a tapasztalatok rögzítésének módját, ha szükség van a mérési adatok grafikus ábrázolására előkészítjük, hogy pl. írásvetítő segítségével négyzethálót vetíthessünk a táblára, stb. Tévedés úgy hinni, hogy a tanári kísérlet azt jelenti, hogy a tanár dolgozik, a diákok meg passzívan figyelik. A tanári kísérletezés azt jelenti, hogy az eszközöket a rutinos tanár kezeli, de a kísérlet kognitív feldolgozása a diákok bevonásával, aktivitásával történik. A jelenségek megfigyelése, a tapasztalatok megfogalmazása, mérések esetén a műszerek leolvasása, az adatok rögzítése a diákok feladata. Mivel a kísérletezés technikai végrehajtása a gyakorlott tanár számára kevesebb időt igényel, több idő marad a tapasztalatok megbeszélésére és füzetbeli rögzítésére, a mérések kiértékelésére, a tartalmi kérdések hangsúlyozására.

A tanulói kísérletezés lényege, hogy a kísérlet összeállítása és elvégzése is a diákok feladata. Az általános tapasztalatok szerint a 7-10. évfolyamon a tanulók motiváltan, szívesen kísérleteznek. Erre az aktivitásra szükség van, így fejleszthető leghatékonyabban a fizikatanítás céljai közt megjelölt „kísérletezési kompetencia". A tanulói kísérletezésnek különböző formái és szervezési módszerei ismertek. A tanulókísérletek klasszikusnak mondható változata az 1970-es években terjedt el Magyarországon. A diákok a tanóra keretében, párban vagy kis csoportokba szervezve ugyanazokat a kísérleteket végezték tanári irányítás szerint. Ennek lényeges tárgyi feltétele volt, hogy az iskolákat ellássák sajátosan a tanulói kísérletezésre tervezett eszközkészletekkel. A tanulókísérleti órákon minden csoport kapott egy készletet, amiből a tanár (esetleg kiosztott feladatlap) útmutatása alapján maguk a diákok állították össze a szükséges eszközt és végezték el a kísérletet, mérést. A frontális tanulói kísérletezés levezetése a legnehezebb tanári feladatok egyike. A munka az előkészítéssel kezdődik, a tanárnak (laboráns a magyar iskolákban igen ritka) ellenőriznie kell valamennyi kísérleti készlet állapotát, majd saját magának el kell végeznie a kísérletet és mérést. Ennek során meg kell tervezni az egyes részfeladatokat, figyelembe véve a csoportok közti esetleges differenciálást is, és át kell gondolni a munka időbeli ütemezését is. A tanóra eredményes vezetése gondos előkészület esetén is nehéz. A diákok általában lelkesen tevékenykednek, de mivel a kísérletezésben gyakorlatlanok, lassan dolgoznak és munka közben döntően a tevékenység köti le a figyelmüket. A tanárnak nem könnyű az eredményességéhez szükséges munkafegyelmet minden csoportra kiterjedően fenntartani, az elakadóknak segíteni, a kérdésekre válaszolni és ezeken túl a fizikai tartalom szempontjából fontos momentumoknak kellő hangsúlyt is biztosítani. Összefoglalva elmondható, hogy a kísérleti kompetencia fejlesztését leszámítva a tanulókísérleti óra hatékonysága tartalmi szempontból általában csekély. Az iskolai fizikatanítás feltételeiben az utóbbi évtizedekben jelentős változások történtek. A fizika óraszámok drasztikusan csökkentek, miközben a tartalmi követelmények lényegében változatlanok maradtak, az iskolák folyamatos napi működését biztosító források csökkentek, a természetesen amortizálódó tanulókísérleti eszközök pótlására és újak beszerzésére az iskolák többségében nincs lehetőség. Mindezek együttes hatására a tanulói kísérletek klasszikus gyakorlata háttérbe szorult. A megváltozott körülmények közt a kísérletezési kompetencia fejlesztéséhez új módszereket kell találni. Az egyik lehetséges módszer, különösen az alsóbb évfolyamokon a fakultatív otthoni kísérletezés támogatása lehet. A 13-16 év között a diákok nagy része akár otthon is szívesen kísérletezik, különösen, ha erre tanári bíztatást és sikeres munka esetén jegybeli elismerést is kap. Az otthoni kísérletezéshez jó segítséget jelentenek a ma is aktuális Öveges-könyvek, de a számítógépes világhálón is találhatók bőven kísérleti leírások, sőt rövid kísérleteket bemutató videók is.

2. ábra. Önálló tanulói kísérletezéshez ajánlott kiadványok.

A tanár feladata, hogy az otthoni kísérletezésre alkalmas anyagrészek esetén felhívja a diákok figyelmét a fakultatív munka lehetőségére. Az otthon elvégzett és a tanórán néhány percben bemutatott sikeres kísérlet megérdemli az elismerést.

További lehetőség a kísérletezési kompetencia fejlesztésére az érdeklődő diákok számára szervezett szakkör, vagy önképzőkör, ahol a diákok tanári felügyelet mellett, de lényegében önállóan kísérletezhetnek. A szakköri foglalkozások témája lehet például az érettségi vizsga mérési feladatinak feldolgozása. Ez a feladat általában az érettségi vizsgára történő felkészülés utolsó szakaszára marad. Sokkal hatékonyabb azonban, ha a méréseket az illeszkedő témakör tanórai tárgyalásához időzítve több tanévre elosztva dolgozzuk fel és az érettségire készülve csak gyors ismétlésre van szükség.

A tanulói kísérletezésre jó lehetőséget kínál évente legalább egy-egy projekt-feladat beépítése is a helyi tantervbe. Ilyenkor a projekt témáját úgy érdemes kitűzni, hogy a feldolgozásban a különböző tevékenységi formáknak (köztük a kísérleti munkának is) hangsúlyos szerep jusson.

Az iskolai kísérletezés biztonsága

A fizikai kísérletek közben előfordulhatnak véletlen balesetek. A szaktanár feladata, hogy a lehetséges balesetek esélyét a minimálisra csökkentse. Alapvető szabály, hogy kísérletet vezető fizikatanár felelős az iskolai munka biztonságáért, az ezt szolgáló szabályok betartásáért. A szaktanár csak egyszerű és biztonságos kísérleteket bízhat diákjaira, és a kísérletek iskolai végrehajtásánál jelen kell lennie.

Néhány esetben központi szabályozás tiltja a tanulói kísérleteket. Ilyen előírás például, hogy diák csak maximum 25V váltófeszültséggel, vagy 40V egyenfeszültséggel végezhet elektromos kísérleteket, ezeket meghaladó feszültségek esetén csak tanár kísérletezhet. Hasonlóan nem végezhetnek kísérletet a diákok egészségre ártalmas vegyi anyagokkal, radioaktív preparátumokkal. Fokozott elővigyázatosságot igényel minden nyílt láng használata, és potenciális veszélyforrásnak tekinthető minden 60°C -ot meghaladó hőmérsékletűre melegített tárgy. Az optikai kísérletekhez gyakran használt lézer használata is súlyos sérülést okozhat, ha valakinek közvetlenül a szemébe világítunk. A nem említett esetekben a tanár megítélésén múlik, hogy alkalmasnak tartja-e a kísérletet és az ahhoz szükséges eszközöket önálló tanulói munkára.

2. Fizikaszertár és a szaktanterem

A színvonalas középiskolai fizikatanítás fontos tárgyi feltétele a megfelelő infrastruktúrával felszerelt szaktanterem, a tanulói csoportmunkára alkalmas laborhelység és az ezekhez csatlakozó szertár. Az iskolák többségében ez reményünk szerint adott, az iskolába érkező fiatal fizikatanárnak csak az a feladata, hogy a feltételeket megismerje és szakszerűen használja. Vannak azonban olyan (új) iskolák is ahol a feltételek még nem adottak, vagy alapvető korszerűsítésre, felújításra szorulnak és a fiatal tanár pályázati lehetőséget kap, a fizikatanítás dologi feltételeinek megteremtésére. A következőkben leírtak az ilyen jellegű fejlesztőmunkához kívánnak segítséget adni.

A középiskoláink többségében a fizika óraszáma nem igen teszi lehetővé, hogy az órákon a diákok rendszeresen csoportosan kísérletezzenek. Az időkeret maximális kihasználása úgy valósulhat meg, hogy a kísérletek döntő részét a gyakorlott szaktanár mutatja be az osztálynak, és a diákok a tapasztalatok összefoglalásában, értelmezésében vesznek részt. Ilyen esetben a fizikatanítás legmegfelelőbb helyszíne a hagyományos fizika-előadó.

Azokban az iskolákban ahol nagyobb óraszámban emelt szinten tanítják a fizikát, a tanári kísérletek mellett fontos szerepe van a diákok kiscsoportos kísérletezésének, mérési gyakorlatainak. A tanulói kísérleti munka helyszíne a szaktanterem vagy fizikai diáklaboratórium.

Az előadó és a szaktanterem (labor) épületgépészeti alapfelszereltségében hasonló, bútorzatában és a bútorzat elrendezésében különbözik.

2.1. Fizika-előadó

Az előadót és a szaktantermet úgy kell megtervezni és kialakítani, hogy az helyszíni kísérletezéshez szükséges infrastruktúra (víz, elektromos energiaellátás, gáz, üvegfalú vegyszerfülke elszívóval) rendelkezésre álljon. A korszerű fizikatanításban nélkülözhetetlen oktatási segédeszközöket (kivetítőt, ernyőt, számítógépet, internet-elérést) az előadóban és a szaktanteremben egyaránt biztosítani kell.

Az fizika-előadó klasszikus elrendezése kicsit a színházteremhez hasonló. A színpad helyén nagyméretű masszív kísérleti asztal áll, felülete karc, vegyszer és égésnek ellenálló kell legyen. Célszerű, ha a vízcsap és kiöntő, lehetőség szerint vezetékes gáz be van építve az asztalba. Az elektromos energiaigényeket kiszolgáló speciális tápegységet szintén az asztalhoz közel érdemes elhelyezni. (A hálózatra csatlakozó központi tápegység a kísérletezés szempontjainak megfelelően különböző elektromos paramétereket biztosító csatlakozási lehetőségeket biztosít. A 230 V szabvány hálózati feszültségen túl szükség van háromfázisú hálózati csatlakozóra, szabályozható egyen- és váltófeszültségre, továbbá néhány előre meghatározott feszültségű és terhelhetőségű, egyen és váltakozó törpefeszültségre. Az iskolai céloknak megfelelő tápegységek a szakkereskedelemben beszerezhetők. Az egyes kísérletekhez esetenként szükséges nagyfeszültséget nem az központi tápegység biztosítja, ehhez speciális tápegységek használhatók.)

Az asztal körül elegendő szabad teret kell hagyni a kísérletek bemutatásához alkalmilag szükséges kiegészítő állvány, asztal, stb. elhelyezésére és a bemutatáshoz szükséges szabad mozgáshoz. Hagyományosan az asztal mögötti falra szerelik fel az átlagos iskolai falitáblánál nagyobb, legalább kétrétegű elhúzható táblát. (Az elhúzható tábla mögött a falba süllyesztve helyezhető el a kémiai kísérletek bemutatására szolgáló üvegfalú vegyifülke) A tábla mellett vagy fölött célszerű elhelyezni az állandó helyre telepített vetítőernyőt. Az előadóterem fontos tartozéka a funkcionálisan változtatható világítás. Alapkövetelmény, hogy a helység ablakait teljesen, ill. részlegesen el lehessen sötétíteni, a kísérletező tér (asztal) és a padsorok megvilágításának egymástól függetlenül szabályozhatónak kell lennie.

Alapkövetelmény, hogy minden tanuló jól lássa a táblát, a kivetítést és követni tudja a központi asztalon folyó munkát. Ezt a megfelelő megvilágításon túl a diákok padsorainak lépcsőzetes megemelésével lehet jól biztosítani. A lépcsőzetes padozaton az padok (asztalok) rögzítettek. Mivel az előadóteremben a diákok nem kísérleteznek, a padok nem kívánnak különleges felszerelést.

2.2. Fizika szaktanterem (labor)

A fizika-szaktanterem alapvető infrastruktúrája (víz, gáz, elektromos tápfeszültségek, számítógép, internet) hasonló, mint az előadóteremben. Mivel azonban itt a diákok kísérleteznek, a bútorzat és annak elhelyezése lényegesen eltér az előadóétól.

A szaktanteremben 2-3 fős munkaasztalok kapnak helyet. Az asztalok legalább 2 m^2 felületűek, hogy azon a különböző eszközök, számítógép, és a diákok füzetei is elférjenek. Az asztalokat úgy kell rögzítetten elrendezni, hogy a szükséges mozgásteret a kísérletezéshez biztosítsuk, és a tanár jól átláthassa a teremben folyó munkát. Az asztalokat legalább elektromos csatlakozókkal és számítógép-hálózati csatlakozással el kell látni, érdemes lehet egy korlátozott wifi hálózatot is biztosítani. Az asztalok elektromos hálózata csak időszakosan üzemel, a tanár feladata az asztalok feszültségellátását központilag szabályozni (diák csak törpefeszültséggel – max. 40V - dolgozhat). Előnyös, de nem alapvető szükséglet, hogy a laborasztalokhoz vízcsap és kiöntő, valamint vezetékes gáz is csatlakozzék. Természetes követelmény a szaktanteremben is a megfelelő világítás, a tábla, a kivetítő.

A szaktanteremben folyó munka megkívánja, hogy a terem ne legyen zsúfolt, a kísérletező csoportok egymást ne akadályozzák, és a tanár jól át tudja tekinteni a munkát. A szaktanteremben így maximum 5-6 tanulói munkaasztal helyezhető el, a foglalkozások tehát osztott tanulócsoportokban történnek.

Nagy létszámú iskolákban, az igényes fizikatanításhoz több előadóra vagy szaktanteremre is szükség van.

2.3. Szertár és előkészítő helyiség

Az iskolában folyó rendszeres kísérletező munka fontos feltétele a megfelelő méretű szertár és előkészítő helyiség. Funkciója összetett: egyaránt szolgál az eszközök, anyagok tárolására és a kísérletezést biztosító háttérmunkára.

A szertárban az eszközök tárolására zárt üvegszekrények a legalkalmasabbak, így a műszereket úgy védjük a portól, hogy közben jól átlátható a szekrény tartalma is. Optimális esetben a fizika nagy fejezeteinek kísérletei eszközei külön-külön szekrényekbe helyezhetők el. A többféle célra használható eszközök, műszerek (elektronikus mérleg, mérőszalag, változtatható fordulatszámú motor, lámpák, lézer, elektromos mérőműszerek, stb.), szintén külön szekrényben kapnak helyet. A gyakran és sokféleképp alkalmazott állványok, rudak rögzítő elemek, fogók, röp-zsinórok, elektromos hosszabbítók, csatlakozók, stb. nyitott polcon könnyen hozzáférhető módon helyezhetők el.

A kísérletek előzetes összeállítása, kipróbálása fontos része a fizikaórákra történő tanári felkészülésnek. A kísérletek összeállításának helye a szertár, vagy külön előkészítő helyiség. A kísérletek kipróbálására az előkészítés helyszínén minden infrastruktúrára szükség van, ami az előadóban vagy a szaktanteremben adott (megfelelően nagy asztal, víz, gáz, elektromos tápegység, számítógép, kivetítés, tábla, sötétítési lehetőség). Praktikus, ha a szertárban minden fizikatanár számára rendelkezésre áll egy könnyen gurítható kocsi-asztal, amin a szertárban kipróbált és összeállított kísérletet elhelyezheti, hogy másnap az óra előtt már csak be kelljen tolni a terembe. A kísérletek összeállításának segítését szolgálja a szertárban elhelyezett tanári kézikönyvtár is (kísérletleírások, szakkönyvek, táblázatok stb.).

A mindennapi használatban folyamatosan szükség van az eszközök tisztántartására (pl. edények mosogatása) és kisebb javítások (rögzítések, kontaktushibák, stb.) elvégzésére. Ezek feltételét biztosítja az előkészítő helyiségben berendezett műhelysarok. A műhelysarok egy átlagos univerzális barkácsműhely felszerelését (kézi szerszámok, állványos fúrógép, forrasztópáka, csavarok, szögek, ragasztók, drót, stb.) kívánja meg.

Nagyobb iskolákban fontos, hogy a tanárok háttérmunkáját, kiemelten a szertári előkészítés, karbantartás vonatkozásában laboráns vagy technikus segítse. A szertár, illetve az előkészítő helyiség a technikus állandó munkahelye is.

A fizika-szertár, előadó és szaktanterem akadálytalan működésének biztosítása, az eszközök karbantartása és szertár folyamatos fejlesztése a szaktanári munkaközösség kollektív feladata. A közös munkát „szertáros”-ként egy tapasztaltabb tanár fogja össze, de abban minden szaktanárnak részt kell vállalnia.

WWW

További ötletekért érdemes felkeresni taneszköz gyártó cégek honlapját

http://www.ld-didactic.de/en.html

http://taneszkozok.hu/

http://taneszkoz.unas.hu/

3. A feladatmegoldás szerepe a fizikatanításban

A feladatmegoldás a fizikatanítás egyik legfontosabb eszköze. Szerepe egyaránt fontos az ismeretek megértetésében, a rögzítést segítő gyakorlás során, de a tanulói teljesítmény értékelésében is. Feladatok igen különbözőek lehetnek. Feladat lehet egy fizikai fogalom szavakban történő megfogalmazása egy dolgozatban, a mérési adatok ábrázolása, grafikon értelmezése, a kísérlet szisztematikus hibáinak számbavétele, egy-egy fizikatörténeti esemény vagy új tudományos eredmény bemutatására végzett internetes forráskutatás, stb. A fizikaórán a legkülönfélébb feladatoknak van létjogosultsága, de ezek közt kiemelt szerepe van a fizikai törvények matematikai megfogalmazásán alapuló számításos feladatok megoldásának. A továbbiakban az ilyen feladatok megoldásával foglalkozunk.

A számításos feladatokkal kapcsolatban gyakran mondjuk, hogy ez a fizikai gondolkodás igazi iskolája. Az igazán jó feladatok (legyenek egyszerűek, vagy összetettek) valóban tükrözik a fizika gondolkodásmódjának legfontosabb jellemzőit.

A fizika a természeti jelenségek megfigyeléséből indul ki, a megfigyelések alapján fizikai mennyiségeket definiál, amikhez mérési utasítást, mértékegységet rendel. A fizikai törvények egy-egy jelenségkör, jelenség szempontjából alapvető fizikai mennyiségek közötti ok-okozati összefüggéseket fogalmaznak meg matematikai egyenletek alakjában. Fontos, hogy a törvények alapján végzett számítások segítségével egy-egy konkrét jelenségre vonatkozóan, kísérletileg is igazolható mennyiségi következtetésekre, eredményekre juthatunk. Mivel a fizika lényegéhez tartoznak a számítások és ezeken keresztül történik a természeti jelenségek mennyiségi leírása, a fizika tanítása elképzelhetetlen ennek érzékletes bemutatása nélkül. A számításos fizikafeladatok ezért nélkülözhetetlenek a középiskolában. Fontos azonban leszögezni, a feladatmegoldás nem célja, hanem csak egyik alapvető eszköze a fizikatanításnak.

3.1. Mitől nehezek a fizikapéldák?

A számításos fizikai feladatok megoldása a diákok többsége szerint nehéz feladat. Amíg a 7-8. évfolyamon a fizikatanítás hangsúlya a jelenségek megismerésén, a kísérleteken, méréseken van, és a számításos feladatok szerepe kisebb, a diákok általában kedvelik a fizikát. A középiskolában, ahol a jelenségek mennyiségi leírása, és ehhez kapcsolódva a számításos feladatmegoldás szerepe meghatározóvá válik, sokan fordulnak el a fizikától. Ennek döntő oka a feladatmegoldások során átélt kudarc.

A szakmódszertani kutatások szerint annak az egzakt vizsgálata, hogy miért nehéz a diákoknak a fizikai feladatok megoldása, és mely feladatok a nehezek, szinte lehetetlen. A feladatok nehézségének megítélése ugyanis erősen személyfüggő, függ a diák egyéni gondolkozásmódjától, előismeretitől, rutinjától. Néhány általános megállapítást azonban mégis tehetünk.

- A legkönnyebb példák azok, amelyek nem kérnek többet, mint egy-egy törvény használatát, a megadott adatok behelyettesítését a formulába és az így kapott egyenlet megoldását.
- Nehezek azok a feladatok, amelyek megadott számértékek nélkül paraméteres feladatmegoldást kívánnak. A konkrét adatokkal történő feladatmegoldás még a középiskola felsőbb évfolyamain is jóval könnyebb az átlagos diáknak, mint a paraméteres megoldás.
- Lényegesen nehezebbé válik a feladat, ha a számításhoz szükséges adatokat a példa nem közvetlenül tartalmazza, megszerzésük előzetes megfontolásokat igényel. Ez lehet kiegészítő számítás (közölt más adatok alapján) egy jelenséget bemutató fotó elemzése és azon végzett mérés, vagy akár a hiányzó számértékek adatbázisból történő kikeresése is.
- Nehéznek számítanak azok a példák, amelyek egy-egy gyakori megértési problémát jelző tévképzetet érintenek.
- Nehezíti a feladatok megoldását, ha a példa több olyan adatot is tartalmaz, ami nem szükséges a feladat megoldásához, vagy hiányzik egy alapvető fizikai mennyiség értéke, ami a közölt adatokból sem határozható meg, de paraméterként beírva az egyenletekbe a számítás során „kiesik”.
- Általánosságban igaz, hogy a feladat annál nehezebb, minél több fizikai törvény alkalmazását kívánja meg, minél több egymásra épülő kérdést tartalmaz, minél összetettebb. A legnehezebb feladatok azok, amelyek az egész szakterület lényegi megértését kívánják meg.

Általános vélemény szerint a fizikát a matematikai számítások teszik nehézzé. Ennek ellentmond, hogy a matematika a tantárgyak kedveltségi sorrendjében lényegesen előbbre áll, mint a fizika. A fizikai feladatmegoldás igényli a matematikát, de többnyire nem a számítások elvégzése jelenti az igazi problémát. A matematika szóhasználatával élve a fizika feladatok mindig „szöveges feladatok”. A szöveges feladatok pedig minden esetben előzetes gondolkozást, logikai lépéseket igényelnek a megoldást már puszta számítássá tevő egyenletek „felállításához”. A feladatmegoldás tehát mindig két lépésből áll, az első a feladat matematikai modelljének, a megfelelő egyenleteknek a megkonstruálása, a második az egyenleteknek a megoldása. A fizikában a feladatmegoldás nehézsége többnyire az első lépésből fakad, mert a konkrét feladat (szituáció) esetén meg kell találnia a diáknak, hogy mely ismert törvényt lehet/kell felhasználnia, illetve a törvényből kiindulva, hogyan juthat el számítással a feladat kérdésének megválaszolásához. Az eredményes feladatmegoldás egyaránt megkívánja a szövegértést (ehhez kapcsolódva a szituáció elképzelését) a szükséges fizikai előismereteket, a törvények lényegi megértését, és a matematikai alapkompetenciákat. A feladatmegoldás fontos befejező lépéseként nem hagyható el a végeredmény számértékének és mértékegységének ellenőrzése, abból a szempontból, hogy az eredmény valóban reális-e.

3.2. A feladatmegoldás bevezető szinten (az általános iskolában)

A feladatmegoldás tanítása az általános iskolában a legegyszerűbb feladatokkal kezdődik. Ilyennek tekinthetők azok a példák, amelyek egyetlen fizikai törvény alkalmazásával megoldhatóak. Itt a törvény felismerésén túl általában a megadott adatok behelyettesítése és az elemi számítások elvégzése jelenti az egyetlen kihívást. A 8. évfolyam végén elvárható, hogy a tanulók a három fizikai mennyiség kapcsolatát tartalmazó, megtanult törvényeket, összefüggéseket értsék és tudják alkalmazni feladatok megoldásában. Matematika vonatkozásában ez alig jelent többet a négy alapműveletnél, és az egyenletrendezésnél. A többlet, hogy világosan kell látniuk a diákoknak a fizikai formulák lényegi tartalmát, a fizikai mennyiségek kapcsolatát, ok-okozati összefüggéseit, továbbá figyelembe kell venni, hogy a fizikai mennyiségek nem csak számértékkel, de mértékegységekkel is rendelkeznek.

3.3. A feladatmegoldás tanítása középiskolában

Középiskolában a feladatmegoldás az egyszerű feladatok körének bővítésével ún. „típus-példákkal” folytatódik, de a feladatok már fokozatosan összetettebbé válnak. Kezdetben ez csak ugyanazon jelenséggel kapcsolatosan feltett több részkérdésében jelenik meg, de az aktuálisan tárgyalt témakörben marad. Később a feladatokon keresztül a különböző tanult témakörök is összekapcsolódnak, ezáltal az összetett feladatok egyben a régebben tanult anyagrészek ismétlésére is lehetőséget adnak. Az egyszerű feladatoknak az új anyagként megjelenő törvény rögzítésében, és alkalmazásokkal illusztrált megértetésében van fontos szerepe. A feladatok megoldása így a tanítási folyamat szerves része. Amikor feladatmegoldást tanítunk, az egyes fizikai problémák kognitív megközelítését tanítjuk.

A feladatmegoldás tanítása kezdő szinten frontális osztálymunka keretében a leghatékonyabb. A munkát a tanár alapvetően kérdésekkel irányítja, amikre a diákok jelentkezés alapján, vagy tanári felszólításra adnak választ. A tanár feladata hogy kérdéseivel, illetve a jó válaszok nyilvános dicséretével motiválja a közös munkát, miközben szükség esetén kiegészíti, korrigálja vagy éppen mindenki számára világosan összefoglalva hangsúlyt ad a megoldás sarokpontjainak. A táblán a tanár dolgozik. A rendezett táblai munka mintát ad a diákoknak. A diákok a tanári táblát füzetükbe másolva, tanulják meg és rögzítik a feladatmegoldás logikáját legjobban visszatükröző formákat. A forma nem cél, hanem eszköz a rendezett gondolkodás támogatására. A feladatmegoldás táblaképe tükrözi a megoldás menetét.

A fizikai példamegoldás tipikus algoritmusa:

a) Első lépés a teljes feladat tájékozódó elolvasása. Ennek során világossá válik, hogy egyetlen kérdést tartalmazó egyszerű feladatról van szó, vagy több egymásra épülő kérdést kell megválaszolni.
b) Ezután az újbóli szakaszolt olvasás közben rögzítjük a megadott adatokat és szükség esetén, vázlatos rajzon ábrázoljuk a szituációt, betűkkel jelölve az ismert paramétereket. A vázlatrajz elkészítése segít a probléma lényegi megértésében (frontális feladatmegoldás során a probléma megvitatásában). Itt válik egyértelművé, hogy milyen fizikai ismeretek, törvények alkalmasak a feladat (részfeladat) megoldására, továbbá összetett feladat esetén mi a logikai kapcsolat a feladat-részek között.
c) A szükséges törvény(ek) matematikai kifejezésének felírása, a kérdésre választ adó megoldás logikai útjának tisztázása. Rendelkezésünkre áll-e minden szükséges adat a megoldáshoz? Ha nincs minden megadva, hogyan juthatunk hozzá a szükséges adatokhoz?
d) A számítások elvégzése
e) Az eredmény (részeredmény) ellenőrzése

(Összetett feladat esetén a megoldás c, d, e pontjában foglaltak a részkérdéseknek megfelelően ismétlődnek)

A feladatmegoldás tanítása nem ér véget a tananyaghoz kapcsolódó mintafeladatok közös feldolgozásával. A közös gondolatmenet ismétlése a rögzítés fontos eszköze. Az közös iskolai feladatmegoldáshoz hozzá tartoznak a közös gondolatmenet ismétlését jelentő kötelező vagy fakultatív házi- és gyakorló feladatok. (Kiváló példát ad a közösen feldolgozott feladatok és a megfelelő házi feladatok párba állítására a már klasszikusnak számító Dér - Radnai - Soós: Fizikai feladatok I., II. c. kiadvány.)

A feladatmegoldás gyakoroltatása során fontos, hogy ne elégedjünk meg a formális reprodukcióval, hanem a bevésett formákon túl fordítsunk figyelmet a konkrét probléma elemzésére is. Így az egyszerű rutin-példák nagyon hasznos segítséget adnak a későbbiekben diákjainknak a nehezebb összetett feladatok megoldásában is. Az egyszerű feladatok begyakorolt megoldása az átlagos középiskolai osztályokban a jó középszintet jelenti. Tudomásul kell vennünk, hogy diákjaink jelentős része nem birkózik meg az összetettségük miatt nehéz, vagy különleges kreatív ötleteket igénylő feladatokkal.

3.4. Idealizált modell-példák és a fizikafeladatok valóságtartalma

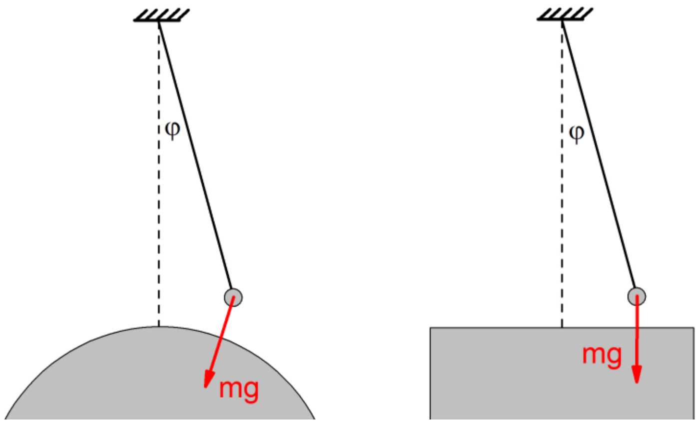
A tankönyvekben, példatárakban található fizikafeladatok sokszor olyan ideális esetekre vonatkoznak, amilyenek a valóságban nincsenek. Ezekre a fizikapéldák megfogalmazása során fel is hívják a figyelmet (a kötél súlytalan, nem nyúlik, a lejtőn nincs súrlódás, az elektromos ellenállás hőmérsékletfüggésétől tekintsünk el, a telep belső ellenállását hanyagoljuk el, stb.) Természetesen merül fel a kérdés a diákokban, hogy ilyen irreális feltevésekkel mi értelme van fáradságos számításokat végezni, hiszen azok eredmény biztosan más, mint a valóság.

A probléma két oldalról közelítve tisztázható. Az egyik a fizikában gyakran alkalmazott sikeres módszer a *modellalkotás* lényegének megvilágítása, hiszen az említett egyszerűsítés ennek egyik megjelenési formája. A középiskolai példák közelítései azonban kétfélék, s ezt világosan el kell választanunk. Egyik részük az alkalmazott fizikai modell sajátossága és meghatározott pontossági igény mellett nem veszélyezteti a számítások valóságtartalmát. (Ilyen például a fonalinga, vagy fizikai inga lengésidő képletének meghatározásakor alkalmazott közelítés, vagy a merev asztallap deformációjának elhanyagolása.) A másik közelítés típus kifejezetten a matematikai egyszerűsítést szolgálja, s gyakran csak a középiskola matematika eszközeinek hiányosságából fakad (pl. a közegellenállás elhanyagolása a hajítások esetén, vagy a csiga tömegének az elhanyagolása a csigán átvetett kötélre akasztott testek mozgásának leírásakor). Ez a csoportosítás természetesen nem szigorú, számos ponton átfedő lehet. (Tekinthetjük például az elméleti fizika lineáris közelítéseit is pusztán matematikai egyszerűsítéseknek.) Nagyon fontos azonban, hogy a közelítések felsorolása miatt ne vesszen el a fizikai törvények alkalmazásának hitele. Gyors eszű, okos diákok minden fizika példához könnyen találnak újabb és újabb elhanyagolásokat. Ezeknek nagy része azonban a jelenség szempontjából teljesen lényegtelen. (Ilyen például, hogy a csigán átvetett fonal nyújthatatlan, vagy az asztalra tett könyv esetén az asztallap deformálódása elhanyagolható, s természetesen a statika példákban a tartó fonalak, lapok hőtágulását sem kell figyelembe venni.) Amikor az egyszerűsítéssel élünk, azt kell világosan látni, hogy milyen paraméterek mellett fogadható el az elhanyagolás. Ha a feladat a feltételeknek eleget tesz, az idealizálás mellett számított eredmény jól megközelíti a valóságot. Az igazi művészet az, hogy észrevegyük, ha valamelyik, általában elhanyagolt, másodrendűen kicsiny hatás az adott körülmények között döntővé válik.

Ez jól érzékeltethető a nagyon hosszú fonalinga elméleti példáján keresztül. A fonalinga lengésidejét kis kitérések esetén a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

formulával szoktuk megadni. Amennyiben azonban az inga hosszát a Föld sugarának nagyságrendjére növeljük, akkor a megoldás kis kitérések mellett is rossz közelítésre vezet. Ekkor ugyanis egy addig nem is említett rejtett közelítés válik érvénytelenné. Az inga lengésidejének meghatározásakor magától értetődő módon feltételeztük, hogy a gravitációs erő a nehézségi erővel helyettesíthető, azaz homogén, mindenütt azonos irányú és nagyságú. A nagyon hosszú inga esetén azonban a gravitációs tér irányának változását már figyelembe kell venni.



3. ábra. Föld sugarával összemérhető és egy annál sokkal kisebb inga.

Az ábrának megfelelően a forgómozgás alapegyenlete ekkor a

$$-2mgR\sin\varphi = mR^2\beta$$

alakot ölti. A kis szögekre vonatkozó közelítés értelmében $\sin\varphi \approx \varphi$, s az inga szögkitérése és szöggyorsulása rendre a

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

illetve

$$\beta(t) = \varphi_0\,\omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$$

Visszahelyettesítve ezeket a mozgásegyenletbe, az ingamozgás körfrekvenciájára $\omega^2 = g/2R$ adódik, amiből a lengésidő

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}},$$

azaz a nagyon hosszú inga lengésideje a gravitációs tér irányának változása miatt a homogén térbeli lengésidőhöz képest $\sqrt{2}$-szörösére változik.

A másik fontos feladat a fizikatanítás során, hogy rendszeresen mutassunk be tanítványainknak olyan feladatokat, aminek számított végeredménye a helyszínen, kísérleti módon, egyszerűen és gyorsan ellenőrizhető.

3.5. Fizikapéldák a hétköznapi gyakorlatból

Nagyon fontos, hogy a feladatmegoldás során kezdetektől mutassunk be közvetlenül kísérleti jelenségekhez, vagy a hétköznapi élet kérdéseihez kapcsolodó fizikai feladatokat.

A kinematikában és a dinamikában az autózás fizikájának számos kérdése szolgálhat példaként a fizika és a mindennapi gyakorlat kapcsolatának bemutatására. Lásd K15, P5 és P11-es mellékletek

A feladatmegoldás és a kísérletek összekapcsolására a hidrosztatika, és a geometriai optika, az egyszerű elektromos áramkörök kínálnak két oldalról közelíthető jó problémákat, témákat.

Az egyszerű feladatok nehezített változatát jelentik azok, amelyek egy törvény mélyebb megértését vizsgálják, illetve azok, amelyekben a megoldáshoz szükséges adatokat a diák a helyszínen elvégzett kísérlet, vagy egy jelenségről (kísérletről) készített fotó alapján kell, hogy egyszerű méréssel megállapítsa.

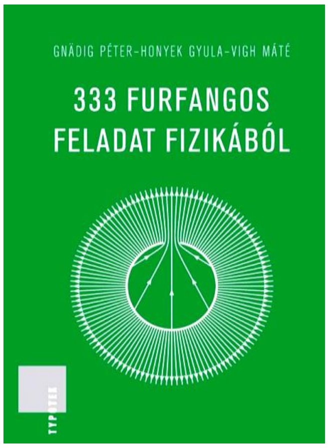
3.6. Feladatmegoldás és tehetséggondozás

A fizikai gondolkodás fejlesztésében, a tehetséggondozásban is kiemelt szerepe van a feladatmegoldásnak. Itt az összetett, egyre nehezebb feladatok jelentik a fejlődés útját. A 9-10. évfolyamon néhány nehezebb, de nem igazán nehéz feladat órai megtárgyalása során a tanár már ki tudja választani a tanulócsoportból azt a néhány diákot, aki nem csak érdeklődést mutat, de van érzéke és kitartása is a fizika mélyebb megértésére és kreatív alkalmazására. Az ilyen diákok többsége kitüntetésnek veszi, ha tanára a korábbi munkája elismerésként meghívja szakkörre, önképzőkörbe. Szakkörben az egyre nehezebb, összetettebb feladatok megoldása a tehetséggondozás egyik legfontosabb módszere.

A tehetséges diák gondolkodásmódja gyakran eltér az átlagétól. A tehetségnek, a kreativitásnak általában az egyéni meglátások, fogalomtársítások, analógiák felismerése az egyik jellemzője. A tehetséggondozásban a feladatmegoldás igazi problémamegoldást jelent. Ebben a tanár szerepe is más, mint az osztályban. A megoldás direkt vezetése helyett itt inkább konzulensi, moderátori szerepe van. A probléma tanári felvetése után lehetőséget kell adni a diákoknak, hogy egyéni logikájuk szerint megértsék a feladatot és elinduljanak a megoldás útján. A kezdeti lépéseket most is érdemes a résztvevőkkel megbeszélni. A megbeszélés során a tanárnak a vitát mederben tartó moderátor szerepe van. A segítő irányításhoz ilyenkor általában elég a jó gondolatok megdicsérése, esetleg egy-két kérdés megfogalmazása. A szakköri munka nagy felelősséget ró a tanárra. A közös feladatmegoldásba csak nagyon felkészülten és a témakör biztos ismeretében szabad belefogni. A szakkörön a tanárnak tudatában kell lenni annak is, hogy tanítványai között minden bizonnyal vannak olyanok, akik később a fizika alkotó művelőivé válnak, s akiknek gondolkozása a tanár és a diák közötti tudáskülönbség ellenére már most gyorsabb és hatékonyabb lehet az övénél. Az igazán tehetséges diákokkal foglalkozó tanár gyakran szembesül azzal, hogy valamelyik diákja számára is meglepő gondolattal, új megoldási javaslattal áll elő, esetleg olyannal is, aminek helyességét a tanár azonnal nem látja át. Ilyenkor érdemes őszintén megmondani, hogy a gondolat meglepő, és átgondolásához időre van szükségünk. Ezután lépésről lépésre haladva a diákokkal együtt követjük végig a gondolatmenetet. Különösen fontos tehát, hogy a tanár maximálisan igyekezzék belehelyezkedni a diákok gondolatmenetébe, és csak a diákok között esetleg elmérgesedő vitát szabad tekintélyelvi alapon elvágni. Talán furcsán hangzik, de a tehetséges diákokkal való együtt gondolkodásban a diák egyenrangú vitapartnerként való elfogadása a tanári tekintély kialakításának egyik legfontosabb feltétele.

Az iskolai szakköri munkához sok hasznos kiadvány, köztük versenyfeladatokat összefoglaló példatárak kínálnak segítséget, tanárnak, diáknak egyaránt.

4. ábra. Versenyfeladatokat összefoglaló példatárak



Részletek a „333 furfangos feladat fizikából" kiadvány fülszövegéből: „ …A feladatok megoldásához a fizika középiskolai szintű ismeretére van szükség. Ez azonban nem elegendő: a feladatok megoldása csaknem minden esetben egy-egy csavaros, furfangos gondolatot is igényel, amely még a fizikában jártas, idősebb Olvasókat is töprengésre késztetheti.

A példatár három részből áll. Az első részben találhatóak a feladatok, amelyeket a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokban, illetve a hazai és nemzetközi fizikaversenyeken megjelent legszebb feladatokból válogattak a szerzők. A második részben minden feladathoz rövid útmutatást kapnak az Olvasók, ami segít elindulni a megoldás útján, de nem fosztja meg őket a „heuréka" - élménytől. A harmadik rész a feladatok részletes megoldását tartalmazza, amit gyakran a feladathoz kapcsolódó, a fizikai szemléletet tágító megjegyzés egészít ki."

Fontos, hogy minél több fizikatanár hívja fel diákjai figyelmét és bátorítsa őket a nagy hagyományú tehetséggondozó folyóirat a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (Kömal) tanulmányozására és az évközi feladatmegoldó pontversenybe való belépésre. Sok évtizedre visszatekintve elmondható, hogy a magyar fizikában és a műszaki tudományokban eredményes alkotómunkát végző szakemberek közül nagyon sokan aktívan részt vettek a Kömal munkájában. A Kömal keretei közt folyó tehetséggondozó munkát kiváló felkészültségű és elkötelezett fizikusok, fizikatanárok vezetik, az iskolai szaktanárnak az első lépésekhez kell bíztatnia, lelkesítenie tanítványát.

WWW

KöMaL Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

www.komal.hu

A kiemelkedő képességű diákokkal történő foglalkozás meghaladja az átlagos középiskola lehetőségeit. A tehetségek speciális fejlesztésére regionális központi szervezésű tehetséggondozó szakkörök, programok állnak rendelkezésre. A szaktanár feladata, ha ilyen diákja akad az, hogy elirányítja a megfelelő helyre.

4. Tehetséggondozás

A pedagógus egyik fontos feladata, hogy időben felismerje az átlagon felüli tehetséggel rendelkező diákokat, és megfelelő módon segítse őket. Természetesen ahhoz, hogy a tehetséget meglássuk, lelkiismeretesen foglalkoznunk kell az átlagosakkal és az átlag alattiakkal is. A tehetség kibontakozása gyakran hosszabb időt vesz igénybe, folyamatosan követnünk és segítenünk kell diákjaink fejlődését, hogy időben észrevegyük a bontakozó tehetség jeleit. A tehetség sok összetevőből áll, mindegyik elemére figyelnünk kell.

4.1. A tehetség összetevői

Az igazán tehetséges gyerek az **általános képességek** vonatkozásában is átlagon felül áll. Általános képességek alatt itt nem csak az IQ tesztek eredményét értjük. Azok általában a velünk született intelligenciát mérik, amelyek az idők során lényegesen nem változnak meg. Az átlagos képességek tárgykörébe tartoznak a kognitív, felfogásbeli képességek, az absztrakciós képesség, a memória. Az általános képességek közé soroljuk az olyan alapvető kommunikációs képességeket is, mint például a gondolatok megfogalmazása, kérdésfeltevés, a lényeg felismerése és kiemelése, stb. Természetesen ezek összefüggenek az IQ-val, de mégsem teljesen azonosak.

A tehetség következő eleme a **kreativitás.** A kreatív diákra jellemző a széleskörű érdeklődés, eredeti gondolkodás, egy-egy megismert probléma újrafeldolgozása. A kreatív diák jóval mélyebben érdeklődik a tanultak mélyebb tartalma, összefüggésrendszere iránt, mint átlagos társai. A kreativitás felismerésében nagyon fontos jelzés a diák problémaérzékenysége, az ötletgazdagsága.

A kreatív gondolkodás sokféleképpen jelentkezhet a tanítás során. Gyakran előfordul, hogy a kreatívan gondolkodó diák másként fogalmazza meg a tanultakat, vagy máshogy érti, amit a tanár kérdez. A diák kreativitása sokszor a gondolatok rendszertelen csapongásának is tűnhet, különösen akkor, ha kifejezőkészsége még nem elég fejlett, hogy jól visszaadja a gondolattársításainak lényegi részét. A kreatív diák sokszor próbára teszi a tanár türelmét. Mivel a hallottakat egyéni utakon dolgozza fel, úgy tűnik nem is figyel, gyakran visszakérdez, máskor fárasztóan „okoskodónak" tűnik, amikor a standardtól eltérő új megoldásokat javasol, kezdeményez. Fontos, hogy a tanár az ilyen helyzeteket ne zavaró körülménynek fogja fel. El kell fogadni, hogy az igazán tehetséges gyerek más mint a többi, más megközelítést is kíván. A tehetséges gyerekkel való megfelelő foglalkozás által gazdagodhat a tanár egyénisége és pedagógiai eszköztára is.

Nagyon fontos eleme a tehetségnek a **motiváció.** Hiába jó képességű egy gyerek, ha nincs benne érdeklődés, ambíció, kitartás, és elkötelezettség. A motiváltságot belső és külső tényezők egyformán alakítják. Fontos, hogy a diákban legyen kellő nyitottság, érzelmi intellektus, hogy megtalálja a kapcsolatot azokkal az emberekkel, pl. tanáraival, akik támaszai lehetnek, készek és tudnak is neki segíteni.

A **belső motiváció** a diákból magából jön. A jó teljesítmény jelenthet neki örömet, sikerélményt, az önmegvalósítás egy formáját. Motiváló erő lehet sokszor a feszültségoldás is. A megértés öröme oldja azt a kognitív feszültséget, amit egy ismeretlen, esetleg megoldhatatlannak tűnő probléma jelent.

A megoldás oldja azt a bizonytalanság-érzést, hogy valamit, nem ért, nem ismer, amit kéne, és ezért nem jól teljesít.

Külső motiváló erő a jutalom, a közösségi elvárásoknak és bizalomnak megfelelő viselkedés, feladat megoldása, de néha az elmarasztalás is, ha az osztályközösségen belül egyértelműek az értékek és a követelmények.

A siker és a kudarc is nagy motiváló erő lehet. Bíztatással és támogató érzelmi háttérrel nagy segítséget adhat a tanár a diáknak abban, hogy a kudarcot ne bukásként élje meg, hanem át tudja magában fordítani motiváló erővé, és tanulni tud belőle a jövőre vonatkozóan. Ha a külső kapcsolat hiányzik, a gyerek magányos. Külső támogatás nélkül a kiváló adottságú gyerekek is könnyen elvesztik motiváltságukat és gyakran emiatt is elkallódhatnak.

A tehetség negyedik összetevőjeként a kiváló **speciális képességeket** kell megemlítenünk. Ezek nem feltétlenül vannak átfedésben az iskolai tantárgyakkal. Nagyon sokféle olyan tevékenység van, amit lehet átlag alatt, átlagosan vagy átlagon felül végezni. Tehetséges lehet egy diák zenében, sportban, képzőművészetben, táncban. Lehet kivételesen jó szervező, közösségteremtő alkat, vagy rendelkezhet korán megnyilvánuló remek üzleti érzékkel is. Minden egyes új élethelyzetben új tehetségtartalmak kerülhetnek elő. Nagyon fontos, hogy **nem jelenthetjük ki egyik diákunkról sem, hogy eleve tehetségtelen!**

4.2. Hogyan ismerhető fel a tehetség?

A szaktárgyi tudás és a tanulásban megmutatkozó jártasság a tanórán kiderül, például kreatív versenyfeladatokon keresztül. Vannak azonban olyan képességek, amelyek csak hosszabb idő alatt, nem osztálytermi szituációkban, hanem csapatmunkában vagy komplex projekt feladatok közben jutnak a felszínre.

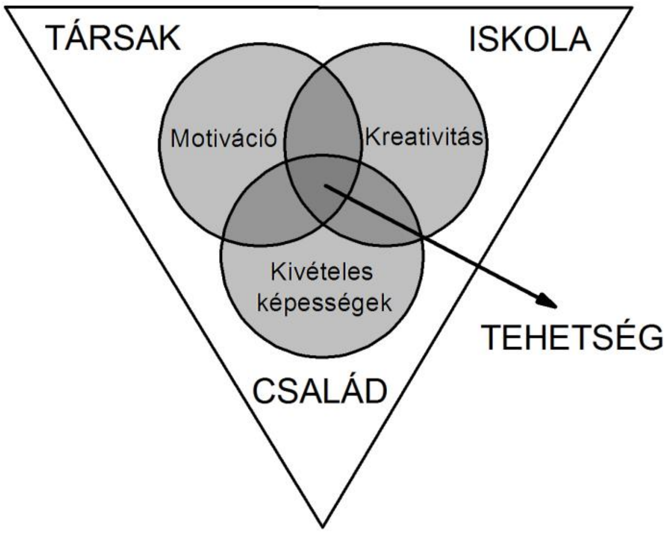
A tehetséges gyerek más, neki is nehéz. Különböző módon viselkedhetnek: álmodozók, fontoskodók, izgő-mozgók és néha magányosak is.

Van olyan, aki belesimul az osztályba, próbál nem kitűnni, de azért szeretne jól megfelelni a tanár követelményeinek. Előfordul olyan is, aki szándékosan alul teljesít, nehogy jó teljesítményével kitűnjön, és emiatt kinevessék. Úgy érzi, hogy a tehetség nem előny, inkább rejtőzködik. Az ilyen gyereknek nehéz visszaépíteni az önbizalmát.

Gyakran **a szokatlan viselkedés** hívja fel a figyelmet arra, hogy nem átlagos diákkal van dolga a tanárnak. A tehetséges diák általában érzékenyebb, mint társai. Sok szituációban megélte már, hogy eltérő viselkedése miatt meg nem értés, vagy kifejezett sértés éri kortársaitól, vagy akár saját családjától. A tipikus reakció ilyenkor a magába fordulás, végső soron az általános bizalmatlanság. A felgyülemlő feszültség, néha váratlanul, deviáns magatartási formákban tör felszínre. A tanárnak ezekre az esetekre is oda kell figyelnie, bizalommal, törődéssel lehet ezt a problémát feloldani.

A tehetség kibontakozását meghatározó körülmények

Az alábbi összefoglaló ábra szemléletesen mutatja a tehetség kibontakozásának feltételrendszerét. Az egyéni sajátságok (kivételes képességek, motiváció, kreativitás) mellett fontos meghatározó szerepe van a családnak, a kortársaknak és „hivatalból" az iskolának.



5. ábra. Tehetség kibontakoztatásának meghatározó körülményei.

Családi háttér- szerepe a tehetség kibontakoztatásában

Magyarországon jelenleg minden felmérés azt mutatja, hogy a tanulók egyéni teljesítményét döntően befolyásolja a családi háttér. A gyerekkel szemben támasztott elvárások, a szülők személyes példája odafigyelése és támogató segítése nagyon fontos, Minden jó szándék és szeretet ellenére a család nem mindig ítéli meg reálisan a gyerek adottságait és teljesítményét. Ez adódhat elfogultságból, de abból is, hogy a szülők általában nem felkészült szakértői a tehetséggondozásnak. Tehetséggondozás dolgában az az optimális, ha a család és az iskola egyeztet és összhangban segíti a gyerek fejlődését. A szakszerű iránymutatás általában az iskolától várható el, míg a család a feltételek biztosításával, elismeréssel, dicsérettel, biztatással támogatja a munkát.

Osztályközösség, kortárs csoport

A fiatalok számára meghatározó referenciapont a kortárs közösség. A tehetséges diák más mind átlagos társai, ezért általában nem könnyű a helyzete az osztályközösségben. Optimális eset, ha az iskola szellemisége elismeri és jutalmazza a teljesítményt (és nem csupán a tanulási eredményekben jelentkező teljesítményt) miközben következetes és kiszámítható környezetet teremt a tanuláshoz. Fontos, hogy a tanár segítse és támogassa a tehetséges gyerekek beilleszkedését az osztályba, személyes barátságok kialakulását. Fontos, hogy a társak ne tartsák a tehetséges diákot se különcnek, se kívülállónak, elfogadják és befogadják közösségükbe.

Tehetséggondozás az iskolában

A tehetség felfedezése és segítése az iskola feladata, fontos a bíztatás és a folyamatos irányítás, de fontos a terhelés helyes mértékének megtalálása is.

A tehetséges diákok egy része szinte minden tantárgyból az átlagnál jobban teljesít. Bármihez nyúl, mindent eredményesen csinál. Minden tanár neki ad plusz feladatot, minden tantárgyból ő megy versenyekre. Vigyázni kell, mert a túlzott terhelés nem segíti, hanem gátolhatja a tehetség kibontakozását. A tanári közösségen belül egyeztetni kell, hogy a tehetségeket milyen irányban és miként fejlesszük.

A tehetséggondozás első szintje **osztálykereteken belül** történik. A diák képességeit a tananyag számonkérésén túl személyre szabott külön többletfeladatokkal tudja feltérképezni a szaktanár. Tanórán kívül a hosszabb távon megoldandó **projekt munka** lehetőséget nyújt a komplex képességfejlesztésre. **A szakköri foglalkozásokon** lehetőség nyílik a tanórai anyag kibővítésére, önálló tanulói kísérletekre, illetve tanulmányi versenyekre való felkészítésre.

A többletfeladat vállalásához, elismerés, dicséret adhat motivációt. Fizikából, matematikából az iskolai tehetséggondozás kibővítését jelenti, ha szaktanári ajánlásra, bíztatásra a diák megpróbálkozik a KÖMAL (Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok) kitűzött korcsoportos feladatainak megoldásával és rendszeres beküldésével.

4.3. Országos és regionális tehetséggondozás

A tehetséggondozás feladatait országosan a Nemzeti Tehetségsegítő Tanács http://tehetsegpont.hu/az-ntt-munkabizottsagai) munkabizottságain, tagszervezetein és a munka helyszíneit biztosító „Tehetségpontokon" keresztül koordinálja.

A tehetséggondozás formái szakterületenként igen eltérőek. A fizika szakterületen a tehetséggondozás nagy hagyománnyal rendelkező fórumai a tanulmányi versenyek. A munka érdemi része a versenyekre való felkészülés/felkészítés folyamata, aminek motiváló célja és lezáró eseménye maga a verseny.

Az iskolák az érdeklődő diákok számára szakköröket, diákköröket szerveznek ahol az érdeklődő fiatalok számára lehetőséget biztosítanak a kötelező tantervi anyagot meghaladó tartalmak megismerésére. A legtöbb iskola házi versenyeken választja ki azokat a tehetséges diákokat, akik megfelelő további felkészülés után részt vehetnek a regionális vagy országos versenyek selejtező fordulóin. Az iskolai tehetséggondozás, a szakkör vezetése, és a versenyekre történő felkészítés a szaktanár feladata.

Az országos tanulmányi versenyeket általában több fordulóban korosztályonként szervezik meg, de vannak regionális, iskolacsoportokhoz, sőt egy-egy nevesebb iskola vagy egyetem által rendszeresen meghirdetett és tematikus versenyek is.

Az országos fizika tanulmányi versenyek közül az alábbiak legismertebbek:

1. Öveges József Kárpát-medencei Fizikaverseny

Feladatmegoldó verseny általános iskolások részére

Szervezője: az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Általános Iskolai Oktatási Szakcsoportja

2. Mikola Sándor Országos Középiskolai Tehetségkutató Fizikaverseny,

9-10. évfolyam (15-16 év). feladatmegoldó verseny, a döntőben kísérleti feladat is van.

Szervezője: Vermes Alapítvány, Sopron

3. Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny (OKTV):

Feladatmegoldás, döntőben kísérleti forduló is van.

Szervező: az Oktatási Hivatal (Minisztérium)

4. Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (KÖMAL)

Pontverseny. Mérő és számításos feladatokat is tartalmaz

Szervező: Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány

5. Országos Szilárd Leó fizikaverseny: 11-12 osztály

Tematikus verseny. Téma: magfizika, környezetvédelem. Feladatmegoldás, a második fordulóban kísérletek is vannak.

Szervező: Szilárd Leó Tehetséggondozó Alapítvány

6. Eötvös verseny:

Feladatmegoldó verseny 18-19 éves (gimnázium, és az egyetem I. évfolyama)

Szervező: KÖMAL

Országos tehetséggondozó szakkörök

A tanárnak a tehetséges diák útját az iskolán túl is építenie kell. Ha már úgy ítéli meg, hogy nem tud tovább segíteni neki, meg kell találnia azt a személyt vagy közösséget, akinek a tehetséggondozást átadhatja, akinek segítségével a fiatal tovább tud fejlődni.

Az országban különböző tehetséggondozó szakkörök működnek, ahol a tanuló az őt érdeklő tudományos területen segítőket, mentorokat találhat A megfelelő honlapokon mindegyik elérhető.

Kutató Diák Mozgalom (http://www.kutdiak.hu/)

Az egyik ilyen országos szervezet, amely több egyetemi és kutatóintézeti kutatóhellyel áll kapcsolatban, mentorhálózatán keresztül sokfelé el lehet jutni. A ”Kut-diák” mozgalom nagyon népszerű az országban, sokféle hazai és nemzetközi versenyre, diák konferenciára segíti eljutni azokat a tehetséges diákokat, akik a nemzetközi színtéren is meg tudják méretni magukat. Azoknak érdemes felvenni velük a kapcsolatot, akik egy kiválasztott területen már önálló kutatást szeretnének végezni.

Olimpiai szakkör (http://www.komal.hu/info/bemutatkozas.h.shtml)

Az olimpiai szakköröket. a középiskolai Matematikai lapok országos hálózata működteti országszerte. Itt nem az önálló tudományos munkára helyezik a hangsúlyt, hanem arra, hogy a fizikát a feladat és problémamegoldáson keresztül minél mélyebben megértse a tehetséges diák. A Nemzetközi Fizikai Diákolimpiára való felkészítés is ezeken a szakkörökön, illetve a KÖMAL által szervezett táborokban történik.

Természet Világa Diákpályázat (http://www.termeszetvilaga.hu/)

A folyóirat minden évben kiír a diákoknak pályázatot önálló kutatási témára.

Nemzetközi fizikaversenyek

A nemzetközi fizikaversenyek sokfélék. Különböznek a résztvevő országok, különbözhet a verseny jellege. Vannak ahol a feladat és problémamegoldás legjobbjai mérik össze tudásukat, vannak ahol egy-egy nyílt végű feladat megoldásán végzett kutatómunka eredményeit, a kísérletező készséget és kísérletek bemutatását hasonlítják össze. Minden diáknak segíteni kell megtalálni azt, ami neki a legjobban megfelel. A versenyek honlapján elérhetőek a bővebb információk.

Nemzetközi Fizikai Diákolimpia (http://ipho.elte.hu/)

Az évente megrendezett Fizikai Diákolimpia évente más-más országban kerül megrendezésre. A különböző nemzetiségű versenyzők a helyi szervezők által összeállított feladatsor, illetve kísérleti probléma megoldásában mérik össze tudásukat. A magyar diákok a verseny elindítása óta vesznek részt, és szerepelnek hagyományosan jól a versenyeken. A magyar versenyzők felkészítés a már említett olimpiai szakkör keretében történik.

Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye (http://hypt.elte.hu/)

A verseny csapatverseny, és egészen más rendszerű, mint az olimpia. Előre megadott ún. „nyílt végű" problémákkal kell a kiválasztott csapatnak foglalkoznia. A diákok hónapokon keresztül otthon dolgozhatnak, feladatuk az ismert illetve a felkészülés során megismert fizikai törvények alkalmazása a diák számára "szokatlan" problémák elemzésekor. A problémák sokrétűek: a természetből, a mindennapi életből származnak, és a fizika számos területéhez kapcsolódnak. Gyakran pillanatnyilag kutatott tudományterületek, határtudományok is bekerülnek a kiválasztott problémák közé. A verseny szervezése és gondozása az ELTE Fizikai Intézetében történik.

Ifjú kutatók Nemzetközi Konferenciája (http://metal.elte.hu/~icys/)

A nemzetközi versenyen a diákok 10-15 perces, angol nyelvű előadásban mutatják be munkájukat. Az előadások matematika, fizika, informatika és környezettudomány témakörben lehetségesek. A verseny szervezése és gondozása az ELTE Fizikai Intézetében történik.

5. Milyen a jó fizika tankönyv

5.1. A tankönyv alapfeladata a tanulási-tanítási folyamatban

A tankönyv a tanítás legfontosabb segédlete. Egyaránt fontos a diák és a tanár számára.

A diák számára a tankönyv az önálló tanulás és az otthoni munka alapja. A diák a tankönyv (és a füzet) segítségével idézi fel tanórák anyagát. A tankönyv és az órai munka szoros kapcsolata fontos feltétele a tanulás eredményességének. A tankönyvnek azonban akkor is érthetőnek és tanulhatónak kell lennie, ha a diák valamilyen oknál fogva nem volt jelen a tanórán, így a tankönyv alapján pótolni tudja az elmaradást. A tankönyv a tárgyszerű, lexikális ismereteken túl mintát kell adjon a fizikai gondolkozás és problémamegoldás területén is.

A tanár számára a jó tankönyv segíti a tanmenet elkészítését, és napi segítséget ad a tananyag feldolgozásához. Fontos, hogy a szaktanár megtalálja azt a tankönyvet, aminek szemléletével, tananyag feldolgozási módjával azonosulni tud.

5.2. A tankönyvekkel kapcsolatos elvárások

A tankönyvvel szemben elsődleges követelmény, hogy fenti alapfeladatának megfeleljen, hatékonyan segítse a szaktárgyi tartalmak elsajátítását, eredményesen támogassa a diák egyéni munkáját.

A fenti hagyományosnak tekinthető elvárásokon túl az utóbbi évtizedekben egyre több új igény fogalmazódik meg a tankönyvekkel szemben. Ezek többségét jó értelemben „marketing” - jellegűnek tekinthetjük.

Sokan úgy látják, hogy a diákok fizikatanulási kedvének biztosítására tankönyvnek motiváló szerepet kell vállalnia. A tankönyv legyen formai és tartalmi vonatkozásban is színes és vonzó! Legyen benne sok színes fotó, jópofa, karikatúra-szerű illusztráció, hiszen a vizualitásnak egyre nagyobb szerepe van az ismeretszerzésben is! A tankönyv tartalmazzon a tananyaghoz kapcsolódó érdekességeket, ezek motiválhatják a diákokat, hogy erőfeszítéseket tegyenek a jelenségek megértéséért. Mutassa be a téma gyakorlati vonatkozásait, lehetőség szerint high-tech alkalmazásokat, mert a köznapi ember számára ezek tehetik érdekessé a fizikát! Az új elvárások ésszerűek és tankönyveink egyre inkább próbálnak is ezeknek megfelelni. A feladat azonban nem egyszerű, hiszen a könyvek ívterjedelme korlátozott. A korlátokat nem csupán az előállítási költségek jelentik, de funkcionális okok is indokolják. A tankönyvi lecke túlzott terjedelme egy-két érdeklődőt kivéve ijesztő a diákok többsége számára. Irreális, hogy az iskolában töltött 6-7 óra után másnapra 5-6 tankönyv sok oldalának elolvasását, és a lényeges részek megtanulását is megkívánjuk. A tapasztalat szerint a hosszú leckéket el sem olvassa a diákok jelentős része.

Az elmondottakból következik, hogy a tankönyveknek mértéktartónak kell lenni, szerkesztése során okos kompromisszumokra van szükség. Törekedni kell a színességre, de ez nem mehet a tananyag tartalmi feldolgozásának rovására. Hiába mutat jól egy egész oldalas bravúros színes fotó a tankönyvben, ha ennek az az ára, hogy kimarad például a téma alapkísérletének érthető leírása, vagy magyarázata, egy szemléletformáló mintapélda megoldásának bemutatása, stb.

5.3. Alapkövetelmények a jó tankönyvvel szemben

A fentiekben tárgyalt szempontokon túl a tankönyvnek tartalmi szempontból hármas követelménynek kell megfelelnie: szaktudományos, pedagógiai és nyelvi szempontból egyaránt szakszerűnek kell lennie.

Szaktudományi elvárások

A tankönyv nem tartalmazhat szaktárgyi hibákat: rosszul leírt, elvégezhetetlen vagy veszélyes kísérleteket, rossz következtetéseket, magyarázatokat hibásan megfogalmazott törvényeket, hibás ábrákat, megoldhatatlan vagy rosszul megoldott feladatokat, példákat.

Pedagógiai, szakdidaktikai követelmények

A szűken értelmezett szakmai követelményeken túl a tankönyvekkel szemben fontos pedagógiai követelmények is vannak. Ezek közül a legfontosabb, hogy a tankönyv vegye figyelembe a diákok aktuális életkori sajátságait, érdeklődését, absztrakciós képességét, nyelvi kifejezőkészségét. A tananyagot ezekhez alkalmazkodva kell feldolgozni. Csak így biztosítható, hogy a diák ne csupán megtanulja, hanem igazán megértse, „elsajátítsa" és a mindennapokban is alkalmazni tudja a tananyagot. Az iskoláskorban a gyerek érdeklődése, szellemi kapacitása gyorsan változik. A fizikai ismeretek lineáris feldolgozása az általános és középiskolában lehetetlen feladat. A fogalmak kialakítása, az összefüggések bemutatása csak fokozatosan történhet, időről időre visszatérve a korábban tanultak pontosítására, szintetizálására. Súlyos és sajnos gyakori hiba, hogy a tankönyvíró csak a szaktudományos egzaktságot tartja fontosnak és ezért a szakmailag pontos fogalmak érthetetlenek maradnak a diákok többsége számára. (Egyszerű példa lehet erre a pillanatnyi sebesség fogalma, ami még a gimnáziumban sem fogalmazható meg teljes szaktudományos igényességgel, azaz az elmozdulás – idő függvény adott pillanatához tartozó deriváltjaként. Hasonlóan idézhető egy korábbi 10. osztályos tankönyv, fizikai szempontból kifogásolhatatlan, de a diákok többsége számára mégis nehezen felfogható meghatározása a testek tömegére vonatkozóan: „A tömeg az a skaláris fizikai mennyiség, amely a sebességet megmaradó mennyiséggé szorozza".)

Nyelvi kifejezésmód fontossága

A gondolkodás és az értelmes beszéd fejlesztése szorosan kapcsolódik egymáshoz. A fizika tankönyvek szép magyar nyelvezete, stílusa fontos tartalmi követelmény. A mondanivaló közérthetősége, a kísérletek leírása, a következtetések, ok - okozati kapcsolatok, világos és egyszerű megfogalmazása, helyesírási, nyelvhelyességi és mondatszerkezeti szempontból egyaránt fontos. Kiegészíti ezeket a követelményeket a fizikai szakkifejezések helyes használata, illetve megfelelő integrálásuk az általános nyelvi környezetbe. A szaknyelv számos idegen eredetű elnevezést, nemzetközileg is használt kifejezést tartalmaz. A szakkifejezések helyettesítése magyar szavakkal – bár általában dicséretes szándékból ered – nem mindig célszerű. Figyelembe kell vennünk, hogy a természettudományok az emberiség legáltalánosabb, egyetemes kultúr-kincsét jelentik. Ezzel együtt jár, hogy egyes nemzetközi szakkifejezések (pl. impulzus, impulzusmomentum, spin, fraktál, szoliton, galaxis, szupernova, stb.) a magyar szaknyelvben éppúgy használatosak, mint más nyelvekben. A fizikatanítás során nem e kifejezések erőltetett magyarosítása, hanem a jelentésük, tartalmuk világos megértetése és a szakszerű használatuk megtanítása a feladat.

5.4. A tankönyv felépítése

Az általános és középiskolában a diákok többségének gondolkodása konkrét, absztrakciós készsége a kamaszkorban kezd igazán fejlődni. A jó fizika tankönyv ehhez alkalmazkodva döntően induktív felépítésű, kísérlet- és jelenség-centrikus. A tankönyv témakörök szerint tagolt, az egymást követő fejezetek egymásra épülnek. Az általános iskolában kívánatos, hogy a tankönyv tanegységei egyértelműen megfeleltethetők legyenek a tanórákkal. A középiskola felsőbb osztályaiban a tankönyv tagolása döntően a témakörök szerint történik, de itt is előny, ha a fejezetek egy-egy tanórán feldolgozható „leckékre" bonthatók. A tankönyv fejezeteinek számát az évi óraszámhoz kell igazítani.

Fontos követelmény a tankönyvekkel szemben a megfelelő tipográfiai szerkesztés. Ez nem csupán a jó minőségű könyvet jelenti, ami könnyen olvasható, szép ábrákat, fotókat tartalmaz. Mindezek mellett fontos a könyv tartalmat kiemelő jó tagolása, az egyes tartalmi és funkcionális egységek jól áttekinthető elkülönítése, a megtanulás szempontjából fontos (mintaértékű) megfogalmazások hangsúlyos kiemelése.

Az új ismeretanyagot feldolgozó tankönyvi fejezet (lecke) ajánlott felépítése a következő:

1) Bevezető rész, amely a szűkebb témához kapcsolódó mindennapi jelenségek felidézésével, érdekességek, vagy éppen „high-tech" alkalmazások bemutatásával (fotók) felkelti az érdeklődést és kedvet csinál a részletek megismeréséhez.

2) Kísérlet vagy kísérletek, mérés leírása (fotó, rajz a kísérleti összeállításról). A fotó és a rajz nem elegendő a kísérlet tanulói értelmezéséhez, szükség van a megfigyelt kísérleti tapasztalatok, mérési eredmények világos szóbeli megfogalmazása, a mérési adatok grafikus ábrázolására, stb. Gyakori tanári tévhit, hogy a könyvben leírt kísérlet a diákok számára már nem érdekes. Ez alapvető tévedés, hiszen a diák részéről egy kísérletet élőben látni, közvetlenül megfigyelni esetleg tevőlegesen is közreműködni benne, jóval nagyobb élmény, mint a leírását elolvasni. A tankönyvi kísérletleíráshoz természetesen

hozzátartozik a kísérletek, mérések alapján levont következtetések, összefüggések értelmező megfogalmazása is. A könyv leírása a közvetlen élményekkel megerősítve segíti hatékonyan a kísérlet lényegének megértését és fejleszti a diák szakmai kommunikációs készségét.

3) A definíciók, törvények, mértékegységek, stb. „megtanulandó” formájának tipografikusan kiemelt rögzítése (szavakkal és formulákkal történő „vastag betűs” megfogalmazása). Ahogyan az idegen nyelvek tanulásánál nem szégyen szófordulatokat, szituációs mondatokat szóról szóra megtanulni, ugyanúgy hasznos a fizika szakmai kifejezésmódjának megtanulása is. Természetesen a megtanult definíciók, törvények nem sokat érnek tartalom nélkül, de értve őket nagyon megkönnyítik a diák szakszerű kommunikációját és gyors felidézésük segít a problémamegoldásban is.

4) Alkalmazási példák, feladatok (mintafeladat kidolgozásával). A fizika törvényeinek tanulása nem öncélú, azért fontos hogy gondolkodásunkban, mindennapi jelenségek értelmezése során, gyakorlati feladatok megoldásában alkalmazni tudjuk. Ez az ún. „tudás-transzfer”, ami azt jelenti, hogy a megtanult ismerteket egy másik szituációra, problémára átvíve alkalmazzuk, a fizikatanítás legnehezebb feladata. A jó tankönyv erre is mutat példákat. Megfogalmazza a problémát, felveti a kérdést, megfogalmazza a feladatot, majd részletesen és módszeresen bemutatja a megoldás módját. Fontos hogy a mintafeladatok bemutatása a tankönyvben könnyen és jól azonosítható legyen.

5) A tanulást segítő önellenőrző kérdések, kvalitatív és kvantitatív feladatok. A tanulás eredményességét ellenőrző kérdések, a tanegység legfontosabb részeit emelik ki. Elsősorban a tananyag megértését tesztelik. A fejezet végén szokásos kvalitatív és kvantitatív feladatok a tudás-transzfer gyakoroltatására szolgálnak.

6) Kiegészítő érdekességek, feladatok, olvasmányok a kiemelten érdeklődő tanulók számára. A fizika közvetlenül kapcsolódik a mindennapi természeti jelenségekhez és a gyakorlati technikai alkalmazáshoz. Ezek a mindenkitől kötelezően elvárt tananyag mennyiségét jelentősen meghaladják, de a legjobb diákok számára érdekességet és hasznos kiegészítést jelentenek. A jó tankönyvben a törzsanyag és a kiegészítő érdekességek jól elkülönülnek egymástól.

7) Témazáró összefoglalás. A jó tankönyv egy-egy fizikai témakör leckéinek lezárásaként röviden összefoglalja a legfontosabb tartalmakat.

A jó tankönyvvel szemben fontos követelmény a mértékletesség. Egy-egy „megtanulandó” lecke terjedelme (ábrákkal, képekkel, ellenőrző kérdésekkel együtt) se legyen több általános iskolában 2-3, középiskolában 3-4 oldalnál. A lecke ne tartalmazzon sok új fogalmat, megtanulandó szakkifejezést (általános iskolában ez maximum 4-5 új fogalom, szakkifejezés).

Gyakori hibája a tankönyvíróknak, hogy a téma színesítésére minden érdekes jelenséget, kísérletet belezsúfolnak a leckébe. Itt is igaz, hogy a kevesebb gyakran többet ér.

Egy-egy évfolyam fizika könyvének kiválasztásakor érdemes figyelembe venni, hogy az adott évi tananyagnak vannak előzményei, és lesz folytatása is. Ezért a tankönyvírók rendszerint több évfolyamra kiterjedő tankönyvsorozatokat írnak. Tankönyvválasztáskor célszerű tehát az egész tankönyvsorozatot együtt megvizsgálni, kiemelt figyelemmel a sorozat könyveinek egymásra épülésére.

5.5. Tankönyvet kiegészítő fórumok, szakanyagok

A tankönyvek használatának segítésére nagy szükség van kiegészítő elektronikus szakanyagokra. Ezek két alapvető csoportba sorolhatók:

- *Diákoknak szóló honlap.* A honlap fakultatív segítséget kínál a tematikus tanuláshoz (pl. segítő/ellenőrző elektronikus teszteket, „programozott" feladatmegoldásokat, az adott témakörhöz tartozó kiegészítő és szemléltető anyagokat (pl. videókat, fotókat))

  Tartalmazhat ezeken túl új tudományos eredményekről szóló ismeretterjesztő leírásokat, technikai alkalmazások leírását, tudománytörténeti érdekességeket stb.

- *Tanári munkát segítő honlap.* Itt a tankönyv felhasználását segítő elektronikus tanári segédkönyv, illetve különböző elektronikus segédanyagok lehetnek elérhetők. A segédanyagok fontos részét képezhetik elektronikus feladatlapok, szemléltetésre ajánlott fotók, videók, számítógépes programok, szimulációk, stb. Fontos része lehet a honlapnak egy olyan tanár-blog, ami kommunikációs lehetőséget biztosít a könyvet tanító szaktanárok problémáinak, tapasztalatainak megbeszélésére.

6. Tábla és füzet

A tanórán folyó szaktárgyi munka fontos segédeszköze a tanár által használt tábla és a diákok által vezetett füzet. A kettő összefügg: a diákok azt írják a füzetbe, amit a tanár felír a táblára. Ez a legegyszerűbb és leghatékonyabb módja annak, hogy a diákok lassan és fokozatosan megtanulják, hogyan kell a fizikát jegyzetelni, egy kísérleti összeállításról vázlatrajzot csinálni, milyen egyezményes formák betartásával válik jól értelmezhetővé a mérési jegyzőkönyv, mit kell leírni a feladatok megoldása során, hogy tükrözze a megoldás logikáját is.

A tábla lehet a hagyományos, krétával (vagy filctollal) írható tábla, de lehet számítógéphez kapcsolt „intelligens" (interaktív) tábla is. A lényeg az, hogy a rajzot, a szöveget a tanár helyben, az órán rajzolja és írja, miközben magyaráz, illetve megindokolja mit miért úgy ír és rajzol (ez utóbbi vezeti/szoktatja rá a diákokat a későbbi önálló jegyzetelésre.) Az előre elkészített rajz, számítás, stb. biztosan szebb, mint az órán készülő, de sokkal kevésbé hatékony. Az „előre gyártott" táblaképet a diák gépiesen másolja, míg a jó tanárral együtt dolgozik, tudatosodik benne, mi, mit jelent, miért került éppen oda ahol van, stb. A tábla természetesen nemcsak a hagyományos frontális órának a segédeszköze, hanem éppúgy használható tanulókísérletek és csoportos felfedeztető módszerrel vezetett órák esetén is. Ilyen esetekben is ajánlott azonban, hogy a táblára a tanár írjon és rajzoljon, még akkor is, ha a diákok „irányítják". A táblai munka során a rutinos tanár észrevétlenül korrigálja, javítja a diákok munkáját és ezzel a füzetbe jobban átlátható logikusan felépülő vázlat kerül. Természetesen a táblahasználatot más médiák is kiegészíthetik (pl. írásvetítő, ami felhasználható a táblai grafikon rajzolását megkönnyítő négyzetháló táblára vetítésére vagy akár egy kísérlet - mondjuk mágnes-rúd környezetében vasreszelékkel kirajzoltatott erővonalkép – kivetítésére.) Használhatunk a tábla mellett video-projektort, számítógépet, stb. Természetesen a speciális média-használatra a táblai óravázlatban a megfelelő helyen utalni kell.

Elképzelhető, hogy a jövő iskolájában a hagyományos táblát kivetített számítógép-képernyő fogja felváltani, és a diák füzet helyett a központi géppel összekapcsolt „tablet”-et használ majd. A tanári vezetéssel folyó közös munka és ebben a tanár személyes szerepe azonban alapvetően nem fog változni. (Kifejezetten káros lehet, ha az informatikai eszközöket előre gyártott vázlatok kivetítésére használjuk, amelyeket azután a tanulók saját gépükre másolnak: Ezzel támogatjuk, hogy a tanulók figyelme elkalandozzék az óra témájától, és feladják a jegyzetelést, hiszen otthon úgyis megnézhetik a vázlatot. A vázlat azonban nem pótolja sem a tanári magyarázatot, sem a tankönyvet.)

Tanári munka a táblán

Az órai munkát rögzítő táblán szerepelnie kell az óra tartalmára utaló címnek és a dátumnak. Az óra címe lehet a feldolgozott új anyagrész megjelölése, a tankönyvi fejezet címe, vagy az órai tevékenységre utaló jelzés (pl. A rezgésidő kiszámítása és mérése, gyakorló óra, témazáró összefoglalás, gyűjtőlencse képalkotásának tanulókísérleti vizsgálata, stb.)

A tanóra egymást követő logikai egységeit célszerű sor eleji számozással jelölni.

Az elvégzett kísérletekre, vagy az elképzelt kísérleti helyzetekre vonatkozóan érdemes egyszerűsített lényegi vázlatrajzokat (esetleg fázisrajzokat) készíteni a táblán. A kifejező táblai rajz tömören, vizuális formában fejezi ki a lényeget (szerencsés esetben közvetlenül felidézve az élő kísérlet vizuális élményét). Megfelelő összhang esetén a rajzhoz tartozó magyarázat, kísérleti tapasztalat, stb. a tankönyvből elolvasható és megtanulható.

A kísérleti tapasztalatot, a mérések eredményeit rögzítő értéktáblázat, az ennek alapján készített grafikon szintén felkerül a táblára, csakúgy, mint a grafikonról leolvasott összefüggés. A fizikai mennyiségeket jelölő betűket mindig következetesen kell használni, újonnan bevezetett mennyiségként a betű jelentését szóban is meg kell adni, és nem szabad elfeledkezni a mértékegységről (és annak szemléletes jelentéséről sem – pl. a D rugóállandó azt fejezi ki, hogy mekkora erő kell/kellene az adott rugó 1m-nyi megnyújtásához). A törvények esetén nem elegendő a törvényt kifejező matematikai formula felírása, szükség van a törvény szavakban kifejezett megfogalmazásának rögzítésére is.

A tábla ad helyet a feladatmegoldás frontális bemutatására, gyakoroltatására is. A diákok és a tanár munkáját is könnyíti, ha a feladatmegoldásnak formát ad. Ha a tanár következetesen betartja az általa választott formát a diákok is könnyen átveszik azt, és munkájuk saját maguk számára és mások számára is áttekinthetőbb világosabb lesz. A munka formai rendezettsége segíti a gondolkozás rendszerezését is.

A füzet

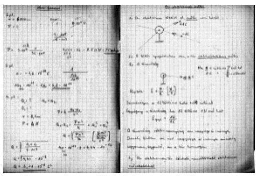
A diák füzete nem a diák magánügye! A füzetben leírtak az iskolai munka részét alkotják. Okosan és diákjai érdekében cselekszik az a tanár, aki a közös munka kezdetén egyértelművé teszi, hogy a füzetet a közös munka eszközének tekinti, és néhány szabályt elfogadtat:

- Célszerű, ha a fizikafüzet négyzethálós, mert a háló megkönnyíti a rajzolást és szerkesztést. (természetesen ehelyett választható a mindig kéznél lévő és a füzetbe beragasztható mm-papír is)
- A füzetbe célszerű radírozható ceruzával írni, mert az könnyen javítható.
- A tanórán az kerül a füzetbe, ami a táblán szerepel, illetve amit kiegészítésként a tanár lediktál. (Felsőbb osztályokban természetesen a diákok saját jegyzetei is bekerülhetnek a füzetbe.)
- A füzetben a megoldott feladatok forrása visszakereshetően szerepeljen.

A diákokkal meg kell értetni, hogy a rendezett füzetvezetés az ő érdekükben történik. Az otthoni felkészülés alapja a korábbi órákon történtek felidézése. Az készül eredményesen, aki a füzetből és a tankönyvből együtt tanul. Tanulni, különösen hosszabb távon csak rendezett óravázlatból lehet. A szabályok másik fontos oka, amit szintén tudatosítanunk kell az, hogy az rendezett füzetvezetés alapján lehet megtanulni, majd önállóan jegyzetelni, röviden és értelmesen kifejezni magukat. A jól vezetett füzet hosszú idő eltelte után is jól visszaidézi a rég elmúlt tanórán történteket.

Nyomozás: Mi történt egy félszázada tartott fizikaórán?

Részletek >>>



7. Multimédia és IKT alkalmazások szerepe a fizikatanításban

Az ismeretek elsajátítása annál eredményesebb, minél több, egymást támogató információs csatornán keresztül jut el a befogadóhoz. A fizika tanításában ezt régóta alkalmazzuk. A demonstrációs és jelenség-bemutató kísérletek a probléma megértését, a mérések a megoldás megtalálását segítik. A helyszínen végzett kísérlet szerepe a fizikatanításban meghatározó, amit tudatosan odafigyelve saját szemünkkel láttunk, az sokkal jobban beépül emlékezetünkbe, mint amit csak szóban hallunk, vagy könyvben olvasunk. Természetesen a tanár nem némán mutatja be a kísérletet, a látvány és a látottakra vonatkozó szóbeli kiegészítés illetve értelmezés összekapcsolódva igazán hatékony.

A közvetlen megfigyelést idézik fel, illetve szükség esetén pótolják a filmek, fotók. A rajzolt ábrák szerepe a lényeges „látvány-elemek” és az értelmezést segítő információk összekapcsolása. (Pl. a kísérleti szituációt ábrázoló vázlatrajzon feltüntethetők a testek lényeges adatai, berajzolhatók a kölcsönhatásokat jellemző erővektorok, stb.) Az ábrák között a fizikában sajátos szerepe van a grafikonoknak, amik vizualizálva mutatják be a fizikai mennyiségek közötti függvénykapcsolatokat. A grafikonokról számadatok olvashatók, számítások végezhetők, és így a grafikonok alapján mennyiségi leírást adhatunk a vonatkozó jelenségről. Természetesen a tanulási folyamatban a rajzolt ábrákhoz, grafikonokhoz is hozzá tartozik a verbális kiegészítés, írott vagy élő beszéd formájában.

A tanulás igazi hatékonyságának nagyon fontos feltétele a tanulói aktivitás. Ez egyrészt a tudatos figyelést jelenti, másrészt a megértést folyamatosan segítő-ellenőrző kommunikációs aktivitást. (A folyamatos kommunikáció hagyományos formája a mester és tanítvány személyes kapcsolata. Ez az ún. „tutor-rendszer" tette világhírűvé Oxford és Cambridge egyetemeit, de ez teszi hatékonnyá a szaktanári munka fontos részét képező iskolai felzárkóztató és tehetséggondozó foglalkozásokat is.)

A pedagógiai kutatások egyértelműen igazolják, hogy a tanulási folyamatban a megértés és a bevésés annál hatékonyabb, minél több információs csatornán keresztül történik az információk közvetítése.

Az információközlés két meghatározó klasszikus formája a beszéd és az írott szöveg, (reáliák esetén kiegészítésként a matematikai számítás). Az iskolai oktatás szervezetté válását követően ezek mellett egyre nagyobb szerepe lett a rajzolt ábráknak, grafikus ábrázolásoknak, majd az „élő" bemutatásnak, kísérletezésnek. Nagy előrelépést jelentett a XX. sz. második felében a fotó, majd a vetített mozgókép megjelenése az oktatásban. A fotók, oktatófilmek bemutatásának technikai nehézkessége azonban korlátot jelentett a széleskörű alkalmazásban, a „vetítés" csak a tanítás alkalmi kiegészítését jelenthette. A televízió (iskolatelevíziós műsorok) majd az asztali számítógépek által biztosított digitális kép- és hangtechnika nyitott igazán új korszakot az iskolai tanításban. A verbális ismeretközlés mellett meghatározó szerepe lett a vizualitásnak, a különböző információs csatornák összekapcsolásának. A különböző információhordozók funkcionális összekapcsolása esetén beszélünk „multimédia-alkalmazásról".

A pedagógiai kutatások igazolják, hogy az információs csatornák összekapcsolásán túl a diák befogadó aktivitásának van meghatározó szerepe a tanulás hatékonyságában (konstruktivista pedagógia). Az ismeretek befogadása feltételezi azok lényegi megértését, és az ezt segítő személyes, aktív kommunikációt. A számítógépek elterjedése új lehetőségek soha nem létező széles skáláját biztosítja az egyéni és kollektív kommunikációnak. (Társadalomkutatók szerint a számítógép társadalomalakító szerepét a gyors információközlés és a széles körű kommunikáció és interaktivitás biztosítása jelenti.) A számítógépek széleskörű alkalmazása az oktatásban is nagy lehetőségeket jelent. A „többcsatornás" információátadást biztosító multimédia, és a tanulási folyamatban a tanulói interaktivitást és komplex kommunikációt segítő számítógépes alkalmazások együttese jelenti az „információs és kommunikációs technológia" (IKT) alkalmazását az oktatásban.

Meggyőződésünk, hogy az ember lényegi sajátságaiból adódóan a számítógép a jövőben sem tudja átvenni (a saját személyiséggel rendelkező) tanár szerepét, és a „virtuális osztályterem", azaz a különböző helyszíneken, számítógépen egyedül dolgozó, és egymással a hálózaton keresztül kommunikáló diákok „virtuális" közössége sem helyettesítheti a valódi emberi kapcsolatokat jelentő diákközösséget. A számítógépek tanulást támogató és kommunikációs segítségére azonban szükségünk van az iskolai munka hatékonyabbá tételében.

A következőkben néhány példával illusztráljuk az IKT alkalmazások új lehetőségeit. Hangsúlyozzuk azonban, hogy e területen csak a fejlesztés legelején állunk, és biztos, hogy a következő évek, évtizedek ma még előre nem látható gyors fejlődést hoznak. Ez az új technikai megoldásokon túl az optimális alkalmazások szakmódszertani kidolgozását is feltételezi. A megfelelő módszerek megtalálása az egyes fizikatanárok és a fizikatanárok szakmai közösségének feladata.

7.1. Video-kísérlet a fizikaórán

Az általános gyakorlat szerint a számítógépes alkalmazások közül legelterjedtebb a fizikai videokísérletek bemutatása fizikaórán. A hazai és külföldi videomegosztó portálok kínálata bőséges és vegyes. Vannak köztük valóban hiánypótló videók, amik olyan jelenségeket vagy olyan kísérleteket mutatnak be, amelyekre más lehetőség tantermi körülmények között nincs. Ennek oka lehet a helyszín különlegessége, a természeti jelenség ritkasága, a folyamat lassúsága vagy éppen gyors lefutása, ami mindkét esetben különleges felvételi technikát kíván. Nyilvánvaló, hogy a Tacoma-híd rezonancia-katasztrófáját csak videón lehet bemutatni, csakúgy, mint az űrhajósok kísérletezését a Holdon. Be kell mutatnunk olyan történeti dokumentumfilmeket is, mint pl. Fermi Chicago-ban megépített első atomreaktorának üzembe helyezése, az első atombomba ledobása. A kristálynövekedés irányfüggésének bemutatását videofilmen az teszi indokolttá, hogy a folyamat a valóságban csak mikroszkóp alatt figyelhető meg, és nagyon hosszú megfigyelést igényel. Az idősűrítéssel készült videofelvétel előnye nem csupán az, hogy az egész osztály egyszerre látja a jelenséget, hanem az is hogy felgyorsítva a folyamat sokkal jobban érzékelhető. Sajnos nem kevés olyan középiskola van, ahol a fizikaszertár felszereltsége hiányos. Ezeken a helyeken, amíg a szükséges eszközök beszerzése nem történik meg, a fontos kísérletek videón történő bemutatása pótolhatja a hiányt.

Az esetek többségében azonban a video semmiképpen sem helyettesítheti fizikaórán az élő kísérletezést. A kísérletezés azonban még az egyszerű esetekben is időigényes (előzetes összeállítás, kipróbálás, majd az osztálytermi bemutatás), és még a lelkiismeretes előkészítés után is ki vagyunk téve annak, hogy a kísérlet nem sikerül. Nagy a csábítás, hogy a hosszadalmas és bizonytalan munkát egy garantált eredményt mutató, rövid videoklip levetítésével helyettesítsünk. Nagyon fontos, hogy ellen tudjunk állni a kísértésnek és minden élőben bemutatható kísérletet valóban bemutassunk az osztályban. Csak így tudatosodik a diákjainkban, hogy a kísérleti valóság személyes megtapasztalása, a saját kísérletezés, elengedhetetlen a fizikában. A kísérletezés a fizikai megismerés folyamatának lényegi része.

7.2. Videofelvételek számítógépes kiértékelése

A video-kísérletek közt speciális helyet foglalnak el azok a videoklippek, amelyek számítógéppel kiértékelhető kvantitatív mérési eredményeket adnak. Itt nem a jelenség bemutatása a cél, hanem a mérés. Videóra vett mozgások számítópépes kiértékeléséhez különböző programok szerezhetők be, vagy tölthetők le szabadon a világhálóról.

A mozgáselemző program első alkalmazásakor célszerű saját, helyben készült videofelvétellel dolgozni (pl. egy enyhe lejtőn leguruló golyó mozgásáról okostelefon digitális kamerájával videofelvételt készítünk, majd azt a mozgáskiértékelő programba beolvastatva az osztállyal közösen elvégezzük a kiértékelést.) Az első közös munka után a diákoknak kiadható a feladat, hogy készítsenek maguk felvételeket (pl. sportmozgásokról, vagy közlekedési eszközökről), amiket azután a programmal ki is értékelnek.

WWW

Videopoint mozgáselemző szoftver

http://www.vpfundamentals.com/

„Tracker" Ingyenesen letölthető mozgáselemző számítógépes program

Részletek >>>

7.3. Webkamera alapú többfunkciós számítógépes mérőrendszer, WebCam Laboratory program

A magyar fejlesztésű szoftvercsomag a vizualitást és számítógépes mérést kapcsolja össze. A program a számítógéphez kapcsolt webkamera digitális képének számítógépes feldolgozásán alapul. Egyéni kísérletezésre és iskolai célú felhasználásra egyaránt alkalmas. Az alábbiakban felsorolt hét funkciójából az első négy tanórai frontális foglalkozásokon és egyéni vagy kiscsoportos diák-kísérletezésben egyaránt jól felhasználható. A d) és e) funkció (nagyobb időigénye miatt) szakköri foglalkozásokon, projektmunkában, egyéni és csoportos kísérletezésben használható. A g) funkció lényegében egy játék, de segítheti az elmozdulás – idő grafikon helyes értelmezésének kialakulását. A programcsomag hét kísérleti területe:

a) Kétdimenziós mozgások automatikus követése (a mozgó test színkódjának érzékelésével), a mozgást jellemző *elmozdulás, sebesség* és *gyorsulás* függőleges és vízszintes összetevőinek grafikus ábrázolása az idő függvényében, az adatok rögzítése.

b) Mozgások nyomvonalának felrajzolása, rögzítése.

c) Webkamerával készített (vagy más forrásból betöltött) fotókon végezhető hosszúság-, szög- és területmérése.

d) Különböző mérőműszerekkel követett folyamatokon mért érték digitalizálása és grafikus ábrázolása az idő függvényében.

e) Lassú lefolyású folyamatokról gyorsított videofelvételek készítése.

f) Természeti jelenségek megfigyelése mozgásérzékelő kamera segítségével.

g) Játék: program által felrajzolt elmozdulás – idő grafikon kézzel való követése.

A program a helyben történt webkamerás felvételek kiértékelésén túl képes előre rögzített videofelvételeket is elemezni, így szélesebb körű alkalmazást biztosít.

WebCam Laboratory többfunkciós számítógépes mérőprogram bemutatása

Részletek >>>

7.4. Fizika – magyar fejlesztésű kvantitatív mozgás-szimuláló program

A magyar fejlesztésű számítógépes program az élő fizikai kísérletek kiegészítéseként alkalmas az egyszerű kétdimenziós mozgások valósághű megjelenítésére, úgy hogy a mozgás közben megjelenő grafikonról a mozgást jellemző adatok is leolvashatók. A program sokoldalúan felhasználható a grafikus szemlélet fejlesztésére, a tanult kinematikai és dinamikai ismeretek gyakoroltatására, a feladatmegoldás támogatására.

Fizika - kvantitatív mozgás-szimuláló program használata

Részletek >>>

WWW

Interneten elérhető egyéb kétdimenziós mozgás-szimulációs programok

http://www.algodoo.com/

http://physion.net/

7.5. Audacity - akusztikus mérőprogram alkalmazása fizikaórán

A szabadon felhasználható akusztikus mérőprogram nem kifejezetten iskolai felhasználásra készült, de jól és sokoldalúan felhasználható a fizikatanításban is. Használata magától értetődő a hangtan tanítása során, de alkalmazható ezredmásodperc pontosságú időmérésre minden olyan esetben, amikor a mérendő időtartam kezdetéhez és végéhez egyértelműen hang kapcsolható.

Audacity program alkalmazása fizikaórán

Részletek >>>

7.6. Internet alkalmazása a fizikatanításban

A számítógépekhez kötődő legfontosabb IKT-alkalmazást az Internet jelenti. Az internet alapfunkciója kettős. Egyrészt az internet korábban elképzelhetetlen bőségben és változatosságban biztosítja a legkülönbözőbb információkat. Másrészt az internet közvetlen és sokoldalú kapcsolatteremtésre, kommunikációra ad lehetőséget, lényegében minden megkötés nélkül. A középiskolás diákok jól ismerik a világhálót és saját céljaikra használják is azt. Az internet a fizikaoktatás számára mindkét alapfunkcióját tekintve új lehetőséget kínál. A fizikatanár feladata, hogy rávezesse tanítványait, hogy miként használhatják fel az internet lehetőségeit fizikai tudásuk bővítésére.

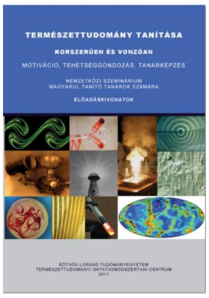
Az internet, mint információforrás

A világhálón a legkülönbözőbb információk megtalálhatók. Sok közöttük fontos, értékes és igaz, de bőségesen vannak torz, megtévesztő állítások, hamisított adatok, stb. Az interneten elérhető információk értelmes felhasználásának elsődleges feltétele, hogy meg tudjuk találni a számunkra szükséges információt, illetve legyen érzékünk annak eldöntésére, hogy mely információt vehetjük komolyan, tekinthetjük igaznak, és mik azok, amiket jobb, ha kétkedéssel fogadunk. A fizikatanár feladata, hogy a fizikát érintő kérdésekben az internetes információ-keresés gyakorlatára és a szerzett információk felhasználási szabályaira megtanítsa tanítványait. Sokkal nehezebb feladat annak megtanítása, hogy miként különböztethető meg az igazság és a naiv félreértelmezésen vagy a kifejezett megtévesztés szándékával közölt hamis állítás. A megkülönböztetés a külső formai jegyek alapján nagyon nehéz. Az áltudományos tanok hirdetői, éppen a hitelesség látszatára törekedve igyekeznek tudományosan fogalmazni, és tudományos szóhasználattal élni. Ami gyanússá teheti a tartalmat az, ha a szerző „magányos kutatóként” jelent be valami nagyjelentőségű találmányt az interneten, és ezt például azzal indokolja, hogy a tudósok találmányára spekulálva irigységből mellőzik, elhallgatják. Hasonlóan gyanút keltő, ha az új tudományos eredményt hasznosító készülék is beszerezhető az interneten keresztül. Kételkedésre ad okot, ha a valaki olyat hirdet, ami ellentmondásban áll a fizika általánosan elfogadott és nagyon sokszor kísérletileg igazolt alaptörvényeivel, például a megmaradási tételekkel.

Az igaz és hamis információk megkülönböztetéséhez érdemes megtanítani diákjainkat, hogy ne csak a tartalomra figyeljenek, de azt is nézzék meg honnan származik a hír. A komoly tudományos intézmények, kutatóintézetek, egyetemi laboratóriumok, vagy tudományos szakmai civil szervezetek nagy hangsúlyt fektetnek arra, hogy a tőlük származó hírek, beszámolók, ismeretterjesztő cikkek hitelesek legyenek. Hasonlóan hitelesnek fogadhatók el a nemzetközi szakfolyóiratok lektorált cikkei csakúgy, mint a megaszintű tudományos ismeretterjesztés nemzetközi folyóiratai (Nature, Scientific American, American Journal of Physics, stb.). Információforrásként külön említést érdemel korunk „on-line” enciklopédiája a közismert Wikipédia. A Wikipédia anyagát az olvasók bővítik és a szócikkek hitelességét is az olvasók ellenőrzik. Bárki vállalkozhat egy téma kifejtésére, kommentárt, kiegészítést fűzhet egy-egy kérdéshez, illetve kifogásolhatja a már kész tartalmak általa hibásnak tartott részeit. Az oldalakat szakemberek is olvassák, sokan közülük kifejezett ellenőrzési szándékkal, mert az ismeretterjesztés hitelességét szívügyüknek tartják. Ha egy-egy tartalmi hiba bejelentése jogos, hamar kijavításra kerül, a hiba elkövetője pedig figyelmeztetést kap, végső soron kizárható a szerkesztésből is. A Wikipédián található információk döntő többsége – éppen a széleskörű társadalmi ellenőrzés miatt – legtöbbször hiteles.

WWW

Hrasko Gábor: „Hiszi a piszi!” - szkepticizmus az oktatásban. („Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan” Nemzetközi szeminárium magyarul tanító tanárok számára, 2011, 120-124. old.)



http://fiztan.phd.elte.hu/letolt/konfkotet2011.pdf

Az internet által biztosított új kommunikáció lehetőségei a tanításban

Az iskolában a tanórán kívüli szakmai jellegű közösségi kommunikáció hagyományos helye a faliújság volt. A fizikatanár a faliújságra tette ki, ha érdekes cikket talált valamilyen folyóiratban. Itt lehetett elolvasni ki kapta fizikából az év Nobel-díját és miért. Ide tette ki a tanár az iskolai háziverseny kitűzött feladatait és a „Kömal” havi versenypéldáit, a beküldési határidővel együtt, stb. Természetesen a fizika-faliújságra tanári bíztatásra vagy önszorgalomból a diákok is írhattak cikkeket. A faliújság érdekességét az adta, hogy hetente, kéthetente tartalma megújult. Az okostelefonok és az internet korában a faliújság szerepét új elektronikus kommunikációs csatornának kell átvennie, ha azt szeretnénk, hogy az órai anyagot kiegészítő érdekességek, a fizika új eredményiről szóló összefoglalók, vagy az aktuális szakmai hirdetések eljussanak fizikát kedvelő diákjainkhoz. A formák közül szabadon választhatunk.

A tanár írhat blog-ot, amibe interaktív módon bekapcsolódhatnak a diákok is. A blog témája bármi lehet, ami a fizikához vagy a természettudományokhoz, esetleg a technikai alkalmazásokhoz kapcsolódik. A blog kiváló lehetőség például, hogy rámutasson az interneten megjelenő áltudományos hírekre, cikkekre, hirdetésekre, tartalmazhat linkeket érdekes fizika témájú honlapokhoz, vagy épp egy érdekes videóhoz a Youtube-on.

Néhány középiskolában a fizikaszakkörnek, diákkörnek jól működő külön honlapja van, amit a tanár és a diákok együtt szerkesztenek, töltenek meg tartalommal.

WWW

Mandelbrot Diákkör Szent László ÁMK, Baja

http://slideplayer.hu/slide/2064610/

Az internet számos új lehetőséget kínál a házi feladatok kiadása, elkészítése és tanári ellenőrzése területén. Egy érdekes próbálkozás e téren, hogy a tanár az okostelefonokkal kiolvasható QR-kóddal interneten keresztül adja ki a diákoknak személyre szólóan a feladatokat. (A telefonba beolvasva a kódot, a telefon azonnal a kóddal jelzett weblapra csatlakozik, ahol a feladat szövege, ábrája, esetleg a feladattal kapcsolatos video, stb.

megtalálható.) Az első iskolai tapasztalatok szerint még a fizika iránt nem érdeklő diák is leolvassa telefonjával a QR-kódot és megnézi a feladatot, a hozzá kapcsolt kiegészítőkkel együtt, sőt egyszerű kíváncsiságból össze is hasonlítja az ő feladatát a társakéval. Az összehasonlítás természetesen egyfajta szakmai diszkusszió, aminek a példa megértése is része. Az a diák, aki korábban elő sem vette a fizikakönyvet, hogy elolvassa a házi feladatot, pusztán a népszerű technikának köszönhetően most a társaival a feladatokról beszélget.

Az internetes feladatkitűzés önmagában sok színes lehetőséget tartalmaz a feladat jobb megértésének támogatására (rajz, fotó, videó, internetes kiegészítés, stb.)

Az elektronikus formában kitűzött feladat megoldására célszerű elektronikus feladatlapot mellékelni. Ezt a diák saját otthoni számítógépén tölti ki és az interneten keresztül juttatja vissza a tanárnak. Ha a feladatlap formailag megfelel a már hivatkozott Google-teszt-nek. Természetesen az elektronikus feladatkitűzés, a feladatlap elkészítése először többletmunkát jelent a tanárnak, ami azonban az évek során többszörösen is megtérül, a javítási munka egyszerűsödésével.

Google-teszt

Részletek >>>

Az internet új lehetőséget jelent a tanárok szakmai kapcsolatteremtésében és kapcsolattartásában is, függetlenül attól, hogy milyen földrajzi távolságra vannak egymástól. Tanárközösség szerveződhet egy tanár-blog köré, ami lehetőséget ad a pedagógiai és szaktárgyi problémáik megvitatására, lehetővé teszi, hogy a tagok kölcsönösen segítsék egymást ötletekkel, szakanyagokkal, pl. elektronikus feladatlapokkal, esetleg közös diákprogramot szervezzenek két helyszínen az interneten keresztül. A tanárközösség szerveződhet közös oktatási program köré is (pl. oktatási kísérlet egy új módszer kipróbálására). Az interneten keresztül napi szinten tartott kapcsolat nagyon komoly segítséget jelenthet a napi munkában.

Végül érdemes szólni arról is, hogy az internet nemzetközi kapcsolatok építésére is lehetőséget ad, ami szakmai tartalommal is megtölthető. Ez lehet több ország iskoláit összefogó központi program, mint amilyen az Európai Sulinet Virtuális Iskola Fizika szekciója. és a hazai Sulinet Fizika rovata által szervezett napállandó mérés volt korábban.

Jarosievitz Beáta: A napállandó mérése Európában – Beszámoló (Fizikai Szemle 2003/7. 257.o)

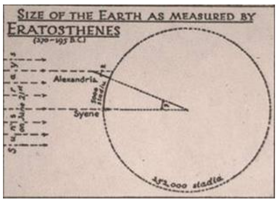
http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0307/beata0307.html

Szervezhető azonban közös nemzetközi program akár két iskola egy-egy osztályának részvételével is. Kiváló téma a közös programhoz a Föld sugarának közös megmérése Eratoszthenész módszerével, ha a két iskola közel azonos délkörön fekszik. (A potenciális partneriskolával a térképen történő keresgélés után az interneten lehet felvenni a kapcsolatot).

A mérés lényege, hogy ugyanazon a napon délben a két helyszínen egyszerre kell meghatározni egy függőlegesen földbe vert rúd árnyékának hosszát, illetve ebből a delelő Nap állásának szögét. A két iskola gömbi távolsága a két helyszín GPS-koordinátáiból számítható.

WWW

Eratoszthenész történelmi mérése



http://wyp.csillagaszat.hu/files/eratosthenes/history.html

!

A multimédia és IKT eszközök szerepéről a fizikatanításban témáról részletesebben olvashat Bérces György „Számítógép a fizika tanításában” című jegyzetében.

http://ttomc.elte.hu/kiadvanyok/2

8. Számonkérés értékelés

A számonkérés és értékelés a hazai iskolai életnek a kezdetektől máig is szerves része. A mai iskolai gyakorlat az intézményesült tömegoktatás során szükségszerűen alakult ki a 19 - 20. században. A rendszeres évközi számonkérés és az értékelés, hasonlóan a félévi és év végi osztályzatokhoz, az oktatás minden szereplője számára fontos. A diáknak szüksége van a folyamatos napi tanulásra, nem másodsorban pedig az eredményes tanulás gyakorlatának elsajátítására. A rendszeres számonkérés jó értelemben vett kényszer és motiváció a számára a sokszor érdektelen és fárasztó napi munka elvégzésére. Az értékelés visszajelzés, hogy munkája mennyire eredményes. A tanulói teljesítmény értékelése a szülők számára is fontos visszajelzés, aminek alapján követni tudják a gyerek előmenetelét. A tanár számára a számonkérés során válik egyértelművé mennyire értették meg és sajátították el az adott anyagot a diákok, fény derül az esetleges hiányosságokra, a szükséges korrekciókra.

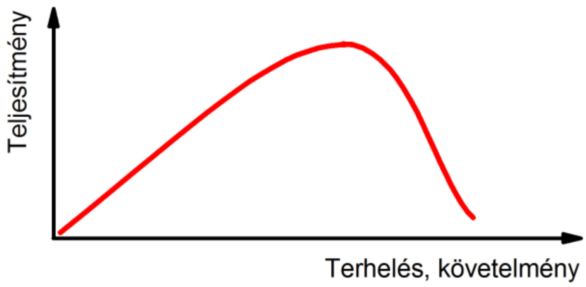
A tanári munkának nem feltétlenül kellemes és könnyű, de fontos része a diákok tudásának és kompetencia-teljesítményének rendszeres számonkérése és értékelése.

A pedagógia reform irányzatainak előretörése miatt azonban mind a számonkérés, mind az értékelés iskolai szerepe viták kereszttüzébe került. Vannak akik alapjaiban vonják kétségbe a számonkérés és az értékelés hasznosságát az iskolában. Úgy látják, hogy pszichológiai szempontból a számonkérés káros stressz-hatást jelent a tanulók számára, a hagyományos, számjegyekkel történő osztályozás pedig nem elég informatív és a gyengébben teljesítők számára megalázó. Magyarországon is léteznek olyan reformpedagógiai programok, ahol formális számonkérés nincs, és az értékelés sem osztályzatokkal történik, hanem bíztatás jellegű árnyalt szöveges formában. Az előbbiekkel szemben a másik szélsőséges nézet szerint a tanítás eredményességét döntően a szigorú számonkérés és minősítés határozza meg, a közoktatás akkor lehet eredményes, ha ezeket erősítjük.

Véleményünk szerint az igazság a két szélsőséges álláspont között van.

8.1. A követelményrendszer, mint a számonkérés alapja

A NAT és a kerettanterv iránymutatást tartalmaz az adott tantárgy oktatási ciklusaira vonatkozó követelményekről. Ez az iránymutatás a tanárnak szól. A tanár feladata, hogy ennek megfelelően az osztály adottságainak, érdeklődésének figyelembevételével a tanmenet elkészítésével párhuzamosan meghatározza a reális követelményeket. A feladat, különösen új osztály esetén, nem könnyű, mert a helyes követelmény-állítás fontos feltétele a tanulók optimális fejlesztésének. A diákok által nyújtott teljesítmény és a velük szemben támasztott elvárások között kapcsolat van, amit jól érzékeltet az alábbi sematikus grafikon



6. ábra. A diákok által nyújtott teljesítmény és a velük szemben támasztott elvárások közötti kapcsolat.

A grafikon jelzi, hogy követelmény nélkül nincs teljesítmény. Az egyértelműen meghatározott, elvárt követelményhez a diákok általában igyekeznek alkalmazkodni, ezért a követelmények növelésével (és természetesen a munkához szükséges segítség megadásával) a teljesítmény közel arányosan nő. A görbe jellegzetesen aszimmetrikus lefutású maximum-görbe. A teljesítmény maximalizálása az optimális követelményszint beállításával érhető el. Ezzel azonban vigyázni kell, mert a görbe aszimmetriája miatt könnyen átléphetjük azt a kritikus értéket, ahol diákjaink „feladják” és teljesítményük rohamosan zuhan. A jó tanár a görbe bal oldalán a lineáris szakasz vége felé, de a maximum elé igyekszik beállítani a követelményszintet. Ezt az is indokolja, hogy diákjaink egyénenként is a bemutatotthoz hasonló személyes terhelhetőség-görbével rendelkeznek, amelynek a maximuma többé-kevésbé eltérhet az osztályra vonatkozó átlagtól. Jobb kissé alacsonyabb követelményszint mellett egységesen dolgozó osztályt irányítani és a kiemelkedőket külön feladatokkal terhelni, mint a magasabb követelmények miatt leszakadók felzárkóztatásáért küzdeni. A követelményszint beállítása különösen új osztály esetén lassú, óráról órára történő folyamat, amikor pontosítjuk a napi feladatot, instrukciókat adunk a tanuláshoz és felkészítjük a diákokat a számonkérés módjára és az értékelés szempontrendszerére.

8.2. A számonkérés és értékelés iskolai gyakorlata

A magyar iskolarendszerben (kevés kivételtől eltekintve) a számonkérés és az értékelés nem különül el a tanítás folyamatától. Ez alól kivétel a középiskolai tanulmányokat záró érettségi vizsga, továbbá az ún. osztályozóvizsga, ahol az évközben elégtelenre teljesítő tanuló esélyt kap, hogy bizonyítsa, pótolta a lemaradást. A kivételek közé számít a magántanulók osztályozóvizsgája is. (Ők azok a diákok, akik valamilyen sajátos okból - pl. egészségi ok, élsport, külföldi tartózkodás, stb. - a rendszeres iskolalátogatás alól felmentést kapnak, egyénileg tanulnak, és a tanév végén vizsgáznak.)

A középiskolai fizikatanítás napi gyakorlatában a számonkérés módja hagyományosan az érettségi vizsga számonkérési formáihoz illeszkedik. A 2005 óta hatályos érettségi vizsga többszörösen összetett vizsga. Írásbeli része feleletválasztós teszt-dolgozatból, feladatmegoldásból és három megadott témakör egyikének szabadon fogalmazott szöveges kifejtéséből (esszé) áll. Az érettségi vizsga szóbeli része is összetett, első része egy témakör rövid szabadelőadás formájában történő összefoglalásából és néhány kapcsolódó kérdés megválaszolásából áll, második része gyakorlati vizsga, ami egy kísérlet/mérés helyszíni elvégzését és értelmezését tartalmazza.
A tanítási folyamatba beépített számonkérés, az egyes évfolyamok és témakörök szerint eltérő arányokban ugyan, de követi az érettségi vizsga számonkérési formáit.

Írásbeli számonkérés a fizikaórán

Fizikában a legelterjedtebb számonkérési forma az írásbeli. Ennek egyik oka az időhiány; dolgozatíratással rövid idő alatt egyszerre több diák, akár az egész osztály, tudása számon kérhető. A másik ok a nagyobb objektivitás, ami abból adódik, hogy dolgozat alapján a diákok teljesítménye ugyanazon kérdések alapján egységesen és így jól összehasonlítható módon minősíthető.

A feleletválasztós teszt-dolgozat

A 2005 óta hatályos érettségi rendje szerint a fizika írásbeli része a 15 kérdésből álló teszt-dolgozat. Általában a központi tudásfelmérők és a nemzetközi reprezentatív vizsgálatok is teszt-dolgozattal történnek. A tudásmérő tesztek íratása az évközi iskolai számonkérésben is egyre gyakoribb. A teszt-dolgozat előnye, hogy gyorsan, minimális írásbeli munkával viszonylag széles spektrumon vizsgálható a tanulók tudás és kompetenciaszintje. A tesztek legelterjedtebb formája az ún. feleletválasztós teszt. A kérdésekre (feladatokra) több felkínált válasz közül kell megjelölnie a diáknak a jó megoldást. A kérdések vonatkozhatnak pl. tanult definíciók felismerésére, adott mennyiséghez tartozó mértékegység kiválasztására, nagyon egyszerű számításos probléma végeredményének kiválasztására, a nagyságrendi becslések képességének vizsgálatára, adott fizikai összefüggést ábrázoló függvény felismerésére, grafikon-olvasási gyakorlat ellenőrzésére, stb.

A feleletválasztós teszt-dolgozatot gyakran a legkönnyebb írásbeli feladatnak tartják, amiben még a véletlen válaszok is pontot hozhatnak. Az érettségi dolgozatok mintegy évtizedes tapasztalata bizonyítja azonban, hogy a teszt-dolgozat nem könnyű, a széles körben feltett különböző stílusú kérdések jó megoldása nem egyszerű, és a gyorsan aktiválható biztos tudás megbízható minősítője. A jó teszt-dolgozat összeállítása nem egyszerű tanári feladat. Hasznos segítség lehet a teszt-dolgozat összeállításához, ha a korábbi (pl. érettségi) tesztek kérdéseit témakörönként csoportosítva összegyűjtjük.

A számonkérés általános alapszabálya, a tesztekre is érvényes, csak hangsúlyosan megtanított és gyakoroltatott ismeretet, kompetencia kérhető számon. A feladatok kitűzése során arra kell törekedni, hogy a nem kizárható véletlenszerű tippelés ne hamisítsa meg számottevően a diák tudásáról kapott képet. Ezt úgy csökkenthetjük, ha megnöveljük a megjelölhető válaszok kínálatát. Amíg három válaszlehetőség közt választ „vakon" a diák, 33% találati esélye van, ha a felkínált válaszok száma 5, a valószínűség 20%. Természetesen, ha a fenti két esetet együtt vizsgáljuk, a két jó válasz véletlenszerű együttes eltalálásának esélye a független valószínűségek szorzatának megfelelően 6,6%. A véletlenül adott helyes válaszok kiszűrésére alkalmas módszer lehet, ha ugyanarra a tényre többféleképpen is rákérdezünk. Ilyenkor a helyes válaszok nem lehetnek függetlenek egymástól, amit az értékeléskor figyelembe lehet venni. Gyakran alkalmazott módszer a tesztek szerkesztésekor, hogy adott kérdésre vonatkozóan a jó megoldás mellé a típus hibáknak megfelelő rossz megoldásokat is felkínálják, így az esetleges rossz válaszok a típushibára is utalnak. A teszt dolgozatot az egyes kérdések előre lerögzített pontozásával értékeljük, majd a részpontszámokat összegezzük.
A teszt-dolgozat megíratható papíralapú feladatlapok hagyományos kitöltésével, de egyre jobban terjednek különböző elektronikus tesztek is. Ezek előnye, hogy a számítógépes program leegyszerűsíti a tanár számára a teszt összeállítását, megtakarítja a papír és a nyomtatás költségeit, és az elektronikusan postázott megoldásokat a számítógép a tanár által hozzáférhető tárhelyen összegyűjti.

Komoly ellenvetés a tesztvizsgákkal szemben, hogy a szóbeli és írásbeli feleltetéssel és a feladatmegoldással szemben gyakorlatilag nincs szerepük a tanulók tudásának fejlesztésében. A teszt szinte kizárólag a tanuló készség szinten alkalmazható tudásáról ad diagnózist a tanár számára, az általában rövid idő alatt megválaszolandó nagyszámú kérdés nem ad időt a kreatív gondolkozás és az elmélyült tudás kibontakozására. Hátrányos az is, hogy az vizsgára készüléskor a tanulók hajlamosak a korábbi vizsgák összegyűjtött tesztfeladatainak felületes megoldására, ami gyakran egyszerűen a teszt elolvasásává és a közölt helyes megoldás megnézésévé fajul. Ez sok időt vesz igénybe, amelynek jó része magyarázat nélkül cáfolt hibás válaszok elolvasásával telik, így keveset segít a tananyag értelmes összefoglaló feldolgozásában.

Egyszerű és mindenki számára hozzáférhető lehetőség elektronikus teszt-dolgozat szerkesztésére.

Részletek >>>

Rövid dolgozat (röpdolgozat)

A középiskolai gyakorlatban elterjedt az egy-egy kérdés írásbeli megoldását tartalmazó rövid dolgozat (röpdolgozat). Ennek célja lehet pl. a házi feladat ellenőrzése, a tanult alapfogalmak biztos elsajátításának vizsgálata feleletválasztós teszt kitöltetésével, grafikon ábrázolási és grafikonolvasási készség felmérése, stb.

Összefoglaló jellegű „témazáró" dolgozat

A diákok értékelésében meghatározó szerepe van az egész órát igénybe vevő ún. „témazáró" dolgozatoknak. A témazáró dolgozat egy-egy nagyobb tanegység elsajátítási szintjének ellenőrzésére szolgál. Általában több részből álló, a témakörhöz tartozó alapismeretek és különböző kompetenciák fejlődését ellenőrzi. A témazáró dolgozatot értékelése hasonló a majdani érettségi dolgozatnál használt „standard" gyakorlathoz. A tanár a részegységeket pontozással értékeli (esetenként megjegyzést is ráírva a dolgozatra). A dolgozat osztályzata az összegzett pontszámon alapul. A témazáró dolgozat összeállítása gondos odafigyelést igényel a tanár részéről. Itt néhány követendő alapszabályra szeretnénk felhívni a figyelmet.

Az összefoglaló dolgozattal szemben alapkövetelmény, hogy a témakör legfontosabb tartalmi és fejlesztési célkitűzéseit vizsgálja. Csak az kérhető számon, amit megtanítottunk és gyakoroltattunk. Olyan feladat, ami tartalmát vagy módszerét tekintve nem, vagy nem hangsúlyosan szerepelt a tanítás során, nem szerepelhet a dolgozatban. Törekednünk kell arra, hogy a legfontosabb szaktárgyi tartalmak ismerete és a feldolgozás során hangsúlyos fejlesztési feladatok (kompetenciák) értékelhetők legyenek. A témazáró dolgozatot összefoglaló órával elő kell készíteni, és megírásának időpontját előre közölni kell a diákokkal.

A dolgozatnak a tartalmi szempontokon túl formai szempontoknak is meg kell felelni. Fontos a dolgozat feladatainak pontos és érthető megfogalmazása és az értékelési egységek tagolása. A feladatok megfogalmazása során utalni kell az elvárt megoldás módjára (pl. előre felkínált válaszok közül az egy jó válasz bejelölése (teszt), néhány mondatban önállóan megfogalmazott válasz leírása, számítások elvégzése, grafikon rajzolása, kísérleti összeállítás vázlata, kapcsolási rajz készítése, stb.) A feladatok megoldásához szükséges információkat, adatokat a feladatban meg kell adni, vagy az esetleges külső segédanyagok használatára (táblázatok, számológép, stb.) utalni kell. A számszerű megoldást kívánó feladatokat a tanárnak előzetesen végig kell számolnia. A dolgozat kiadása előtt át kell gondolni és részletekbe menően érdemes rögzíteni a javítás alapját adó pontozást is.

A jó dolgozat összeállítása nehéz és időigényes tanári munka, ami azonban bőségesen megtérül a javítással töltött idő lerövidülésével, és az értékelés egyszerűsödésével.

A témazáró dolgozat javításakor célszerű az érettségi dolgozatok javításának mintáját követni. A különbség annyi, hogy míg az érettségi célja a személytelen jellegű objektív mérés, a témazáró dolgozat a személyre szóló fejlesztőmunka egyik állomása. Ezért a témazáró dolgozatban a hiba bejelölésén túl helyénvaló a diáknak szóló rövid reflexiók, megjegyzések, biztatás megfogalmazása is.

A témazáró dolgozat szerves része a témakör szintetizáló összefoglalásának. Az írásbeli számonkérés lezáró része a dolgozatok frontális megbeszélése. Ennek során a tanár áttekinti az egyes feladatokat, elemzi a jó megoldásokat, rámutat a típushibákra és a hátterükben meghúzódó lévő hiányosságokra. A tanulóknak lehetőséget kell adni, hogy saját kijavított dolgozatukat átnézzék, és ha valamit nem értenek, megkérdezhessék.

A szóbeli és gyakorlati számonkérés a fizikaórán

A tanórákba beépített számonkérés klasszikus formája a szóbeli *feleltetés.* Szerepe kettős, egyrészt a napi felkészülés ellenőrzésével a folyamatos tanulásra sarkall, másrészt a tantárgy speciális területén fejleszti a tanuló kommunikációs készségét. A fizika terminológiájának használatával szabatos pontos kifejezésmódra ösztönöz. A feleltetés egyszerre jelent intenzív szakmai kommunikációt a tanár és a felelő diák közt, és tanulságos tapasztalatszerzést az egész osztály számára. A frontális szóbeli feleltetés jó lehetőség az elvárt követelmények tudatosítására.

Egy-egy felelet rendszerint nem tart tovább néhány percnél, témája leggyakrabban a közvetlenül megelőző órák anyaga (tanult fogalmak, törvények szabatos megfogalmazása, értelmezése, az elmúlt órán látott kísérletek, mérések és a belőlük levont következtetések összefoglalása, a házi feladat megoldásának bemutatása, stb.). Sajátos változata a felelésnek, amikor a diáknak gyakorlati feladatot kell a helyszínen elvégezni, majd annak eredményét az osztály előtt bemutatni, magyarázni. Ilyen gyakorlati feladat lehet például egy korábbi kísérlet helyszíni megismétlése, egyszerű „rutinmérés" elvégzése, fakultatív otthoni kísérlet vagy számítógépes munka bemutatása, de akár adatok grafikus ábrázolása és a kapott grafikon megadott szempontú ellenőrzése, stb.

A feleletet a tanár indítja a feladat kitűzésével, az alapkérdés megfogalmazásával. A rutinos tanár ezután lehetőséget ad a diáknak, hogy néhány önálló mondattal megkezdje a téma kifejtését. Ha ilyen módon a felelet szerencsésen elindult, a lényegre fókuszáló tanári kérdések a diák megkezdett gondolatmenetéhez kapcsolódnak. Gyakori, hogy a tanár addig kérdez, amíg a diák egyáltalában válaszolni tud. Ez hiba, hiszen a számonkérés célja az, hogy meggyőződjünk arról, mit sajátított el a tanuló, és nem az, hogy mindenképp találjunk valamiféle hiányosságot. Ebből a szempontból a gyenge tanuló feleltetése nehezebb. Itt is célszerű olyan egyszerű kérdéssel indítani, amire elfogadható választ remélhetünk. Ha ez sikerült, a diák már nyugodtabban folytatja a feleletét és próbálkozhatunk a nehezebb kérdéssel, feladattal is. Természetesen a számonkérés során az objektivitás fontos követelmény, ami csak akkor teljesül, ha a gyenge tanulót szembesítjük nehezebb kérdésekkel is.

A felelet értékelése nem korlátozódhat csupán az érdemjegy közlésére. A jó tanár szóban hozzátett összegző minősítésében megdicséri, ami a feleletben jó volt, rámutat a hiányosságokra és kijelöli a diák szempontjából legfontosabb előrelépés irányait.

A tanulói teljesítmény összegző értékelése félévi/évi osztályzattal

A tanulói teljesítmény összegző értékelése a félévi, és az év végi osztályzat. Az év végi osztályzattal szemben társadalmi elvárás, hogy objektív, megbízható és hiteles legyen. Az objektivitás követelménye azt jelenti, hogy a diák fizikából nyújtott teljesítményének megítélése nem függ egyéni szimpátiától, nem függ más területen nyújtott teljesítményétől, nem befolyásolhatja a tanár és a szülő, család, közös ismerősök kapcsolata, de nem tükröződhetnek a jegyben a tanuló esetleges viselkedésbeli hibái sem. Az objektivitás feltételezi, hogy a követelmények minden tanulóval szemben azonosak. A jegy megbízhatósága feltételezi, hogy a diák a minősítés szerinti teljesítményre hosszabb távon is képes, a jelölt teljesítményszint tőle elvárható. A jegy hitelessége azt kívánja, hogy az osztályzat megfeleljen az adott iskolatípusban a korcsoporttól elvárt „standard” követelménynek. Az osztályzattól tehát elvárható, hogy ne (csak) az adott osztályközösséghez viszonyítva értékelje kiválóra vagy közepesre a diák teljesítményét, hanem ez általános érvényű legyen.

A fenti elvárások jogosak, és feltétlen célként kell kitűznünk őket, még akkor is, ha maradéktalan megvalósításuk gyakorlatilag reménytelen. Ennek két alapvető oka van, az egyik, hogy sem a diák sem a tanár nem gépként működő és teljesítő robot, hanem a személyes kapcsolatokban szubjektív személy, akinek teljesítménye (legyen az tanulói felelet, vagy éppen annak tanári értékelése) nagyon sok külső-belső körülménytől függően ingadozó. A másik alapvető ok, hogy az osztályzásnak nem csupán „egzakt” teljesítmény-értékelés a szerepe, de legalább ennyire a teljesítmény növelése is. Ha például egy gyengébb osztályban soha nincs 5-ös osztályzat (ami objektíve lehet igazságos), az szinte biztosan negatív hatású lesz a diákok teljesítményére, hiszen a legjobb jegy elérhetetlennek tűnik, amiért értelmetlen erőlködni. Ezt a negatív hatást a tanár szóbeli bíztatása nehezen tudja kompenzálni.

A fizikában megszokott mérések egzaktságához és pontosságához képest a pedagógiai mérés sokkal esetlegesebb és bizonytalanabb. A pontosság úgy javítható, ha az évközi számonkérés és értékelés gyakori és sokoldalú. (Ez összhangban áll a sokoldalú összetett kompetenciafejlesztési feladatokkal és segíti, ösztönzi az óráról órára történő folyamatos tanulást is.) Természetesen a különböző tevékenységeket értékelő osztályzatok nem egyenértékűek. Egy fakultatív házi kísérlet elvégzéséért és iskolai bemutatásáért jogosan kapott jeles, egy gyakorló feladat megoldása a táblán, a fogalmakat számonkérő teszt-dolgozat eredménye vagy egy nagy fejezet témazáró dolgozatának jegye természetesen nem azonos súlyú, de összességükben mégis jóval reálisabbá teszik a diák évi munkájának értékelését, mintha csupán 1-2 jegy kerül a naplóba. Fontos hangsúlyozni, hogy a *végső jegy nem lehet automatikusan a részosztályzatok számtani közepe!* Az osztályzás úgy lehet átlátható és reális, ha az éves teljesítményt, az egyes részjegyek összegzését a tanár dicsérettel és előre mutató bíztatással társított kritikával szóban is értelmezi. Ezt a háttérértelmezést természetesen az érdeklődő szülők számára is biztosítani kell.

9. Fizika iskolán kívül

Gyakran gondolják diákok, tanárok, szülők egyaránt, hogy a fizikának az iskola falai között, csak tanórán van létjogosultsága. Kétségtelen, hogy a tematikus, szervezett fizikatanulás helyszíne az iskola, a fizika azonban természeti jelenségek, technikai eszközök működésének megértéséről, mindennapi gyakorlati problémáinkról szól. Ez utóbbit azzal hangsúlyozhatjuk igazán, ha a fizika tanulását, gyakorlását nem korlátozzuk kizárólag az iskolára és az otthoni tanulásra, hanem megkeressük a fizikát a köznapi környezetünkben is. A megszokott formáktól való eltérés, nem csak észreveteti a diákokkal a mindennapok fizikáját, de a szokatlan problémafelvetés is érdekessé, sőt izgalmassá teheti a diákok számára kísérletezést, mérést és a hozzájuk kapcsolt fizikai problémamegoldást is.

9.1. Fizikai ismeretterjesztés intézményei

Az egész világon népszerűek a kicsik és nagyok számára interaktív fizikai kísérleteket kínáló bemutatók, játszóházak. Egyre több magyar városban találhatunk ilyen „fizika-show”- t. A legnagyobbak és legismertebbek:

Budapest, *Csodák Palotája*

www.csopa.hu

Győr, *Mobilis*

http://mobilis.gyor.hu

Eger, *Varázstorony*

http://varazstorony.ektf.hu

Különleges helyet foglalnak el a fizikához kapcsolódó ismeretterjesztésben a budapesti és a vidéki planetáriumok, látogatható csillagvizsgáló obszervatóriumok.

Budapest, *TIT Planetárium*

www.planetarium.hu

Bakonybél, *Pannon Csillagda*

http://csillagda.net/

9.2. Fizikaóra és fizikaszakkör az iskolaudvaron

Sportmozgások vizsgálata

Az iskola sportudvara jó lehetőséget kínál kiscsoportos szabadtéri kísérletezésre. A rajz egy kerékpár indulását vizsgáló tanulói mérőkísérletet illusztrál.

7. ábra. Bicikli gyorsulásának iskolaudvaron végezhető mérése.

A diákok a kijelölt egyenes vonalú pálya mentén sorakoznak fel, egymástól egyenlő távolságban, kezükben stopperrel (századmásodperces érzékenységű mérésre alkalmas stopper-funkcióval a legtöbb mobiltelefon rendelkezik). Mindenki egy előre megbeszélt sípjelre indítja a stopperét, és erre indul el a kijelölt startvonalról a kerékpáros is. Neki az a feladata, hogy a lehető legrövidebb idő alatt a maximális sebességre gyorsuljon fel. A pálya mentén felsorakozó diákoknak akkor kell megállítaniuk saját stopperüket, amikor a bicikli eleje velük egy vonalba ért. Mindenki feljegyzi a saját startvonaltól mért távolságát és a mért időtartamot. A mérési adatokat a tanteremben értéktáblázatba érdemes összegyűjteni és grafikusan ábrázolni. Természetesen a kerékpár felgyorsításának vizsgálata helyett/mellett hasonló technikával rendezhetünk 60 m-es futást, lehet a versenyfeladat az, hogy ki tud a leglassabban és a legegyenletesebben kerékpározni, stb.

A mozgásokat megfelelő távolságból videóra is vehetjük és a felvételeket számítógépes mozgáselemző programmal (Videopoint, Tracker) kiértékelhetjük.

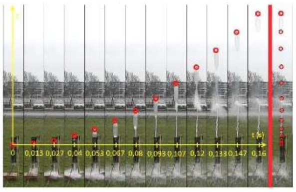
Hasonlóan tanulságos pl. a kosárlabda sikeres büntetődobását (ferde hajítás), vagy pl. a távolugrást videón rögzíteni és a felvételeket utólag számítógéppel kielemezni.

Alkalmi kísérleti bemutató az udvaron

Sok olyan látványos kísérlet van, aminek bemutatására a tanterem nem alkalmas, de az udvaron. némi előkészület jól elvégezhető. Egy rövid udvari kísérlet beilleszthető a tanórába, de jó témája lehet a délutáni szakkörnek is. Az udvari fizikai kísérletek (ha a diákok mutatják be diákoknak) az „iskolanap” egyik programja is lehet. Ez utóbbi sikerének feltétele természetesen az, hogy a vállalkozó diákok szaktanári vezetéssel előre felkészüljenek a bemutatóra. A felkészülés magában foglalja a kísérlet bemutatásának, és magyarázatának gyakorlását, valamint a helyszíni technikai előkészületeket is. Az alábbiakban néhány ötletet sorolunk fel az udvari kísérletezésre.

Házilag készített vizes rakéta kilövése, mozgásának elemzése

Részletek >>>



A hajítások kísérleti vizsgálata vízsugárral

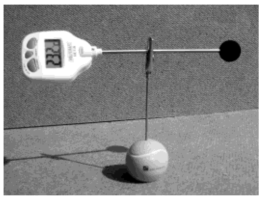
Részletek >>>

Torricelli kísérletének bemutatása vízzel

Részletek >>>

A napállandó iskolai mérése

Részletek >>>



Sütés-főzés napenergiával

Az emberiség az őskortól használja a napsugarakat melegítésre, főzésre. A napsugarakkal történő virsli-sütés igazi közönségsiker lehet az iskolanapon. A virsli sütéséhez parabola profilra hajtott tükröző fémlemezt használhatunk. A virslit nyársra tűzve a parabolatükör fókuszvonalában helyezzük el. Erős napsütésben a virsli néhány perc alatt megsül.

Napenergiás aszaló

Kevésbé látványos, de igen hasznos a kiürült sörösdobozokból készített, levegő felmelegítésére szolgáló napkollektor, aminek egyik lehetséges hasznosítása a gyümölcsök és gyógynövények aszalása, szárítása.

8. ábra. Házi készítésű napenergiás aszaló és a vele szárított gyümölcsök.

A fotón bemutatott aszaló két részből áll, az aszalószekrényből, amiben rácsokon van elhelyezve az aszalandó gyümölcs, és az aszaláshoz felhasznált meleg levegőt előállító lapos napkollektorból. A déli nap állására kb. merőlegesen elhelyezett, felül üveglappal lezárt kollektor 13 párhuzamosan elrendezett, kívül matt-feketére festett fémcsőből áll. A fémcsövek üres sörösdobozokból készülnek. A dobozok, ha zárt aljukat levágjuk, csőszerűen egymásba tolhatók. A bemutatott aszaló minden csöve 12 sörösdobozból áll. A csövek felső vége az aszalószekrénybe vezet. A napsugárzás felmelegíti a csövekben lévő levegőt, a meleg levegő felfelé az aszalószekrénybe áramlik és helyét a csövek alsó végén beáramló hidegebb levegő foglalja el. Napos nyári időben a szekrénybe beáramló levegő hőmérséklete dél körül eléri a 70-80 °C -ot. Az aszaló működésének tanulmányozása igazi interdiszciplináris fizika-projekt.

WWW

Részletes leírás a napenergiás aszaló építéséről és működésének fizikájáról: Szeideman Ákos, Környezetfizika - egy sokoldalú lehetőség a középiskolai fizikatanításban (Doktori disszertáció, ELTE, 2014.)

http://fiztan.phd.elte.hu/nyilt/disszertaciok/sza.pdf

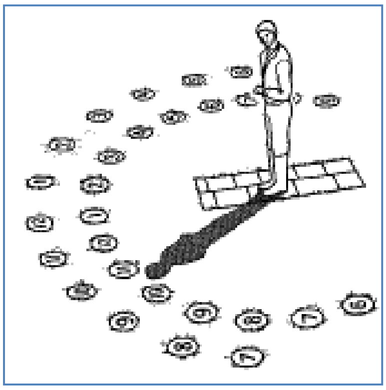
WWW

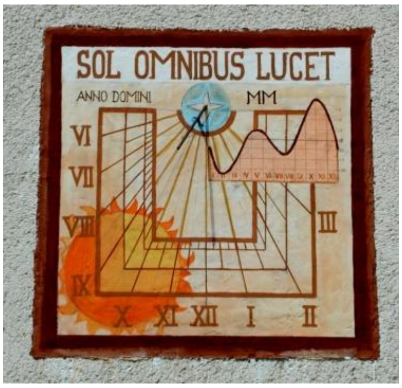
Részletes leírás a sörkollektor építéséről és fizikájáról: Tamaskó Ákos, Sörkollektor főtéskiegészítés célú felhasználása egy családi házban.

http://atomfizika.elte.hu/akos/tezisek/szd/tamaskoakos_bscszd.pdf

Napóra készítése

Az iskola látványos és hasznos dísze lehet a diákok által készített napóra az udvaron, vagy az épület falán. A napóra elkészítése több hónapos projekt. A program a napórák fizikájának alapos megismerésével indul, Ezt követi a leendő napóra helyének és típusának kiválasztása, majd a napóra fizikai szempontú és esztétikai megtervezése, végül a megvalósítás. A napóra-projekthez a számítógépes világhálón találhatunk régi és új napórákat és szakmai segítséget a tervezéshez és a kivitelezéshez.





8. ábra. Kövekből kirakott különleges napóra mutatója a megfigyelő árnyéka (bal). Közel déli tájolású falon készült napóra (jobb).

Földrajzi helymeghatározás az udvaron levert bot árnyéka alapján.

Részletek >>>

9.3. Fizika a játszótéren

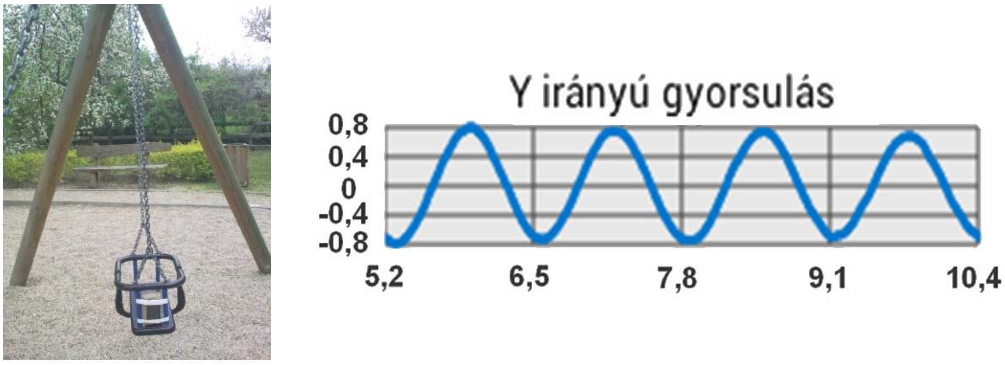
A korszerű, jól felszerelt játszótér nem csak a kicsik számára jelent élményt, de a középiskolás diákok számára is kihívást jelent, ha játékokhoz fizikai kísérleteket, méréseket kapcsolunk. Néhány példa a teljességigénye nélkül:

A *csúszda* – lejtő, amin meghatározhatjuk a súrlódási tényező értékét, megtapasztalhatjuk, hogy mennyivel nehezebb vízszintes irányú erővel feltolni egy testet a lejtőn, mint ha lejtővel párhuzamosan húzzuk, vagy toljuk. A vízszintes kifutású csúszdán legurított labda vízszintes hajítással esik a talajra. A csúszda vízszintes aljának magasságát és a labda földet érési távolságát lemérve határozzuk meg a labda hajítási kezdősebességét. Kísérletezzünk különböző labdákkal!

9. ábra. Vízszintes kifutású csúszdán leguruló labdák földet érési távolságának vizsgálata (bal). Mérleghinta egyensúlya (jobb).

A *mérleghinta* - kétkarú emelő. Egyensúlyozzuk ki a mérleget, úgy hogy az egyik oldalon két diák, a másik oldalon a tanár ül (9. ábra). Mérjük meg mérőszalaggal mindhármuk távolságát a forgástengelytől majd a diákok tömegét megkérdezve számítsuk ki a tanár súlyát! Becsüljük meg a lehetséges hibát, majd ellenőrizzük fürdőszobamérlegen a kapott eredményt!

A *hinta* – tulajdonképpen inga. Igazoljuk okostelefonra telepíthető gyorsulásmérő programmal, hogy a hinta mozgása harmonikus rezgés! (a telefont műanyag ragasztószalaggal rögzítsük a hintára!)



10. ábra. Hinta a rögzített mobiltelefonnal (bal). A lengő hinta gyorsulásának vízszintes komponense (jobb).

Az iskolában tanult fonálinga pontszerű ingatestből és elhanyagolható tömegű fonalból áll. Kis kitérések esetén a lengésidőt az inga hossza (és a nehézségi gyorsulás határozza meg. Mérjük meg a hinta láncának hosszát és a hinta lengésidejét, majd a fonálinga tanult lengésidőképletét használva fejezzük ki g értékét! Az így meghatározott g érték és az irodalmi érték összevetésével értékeljük mennyire tekinthető a játszótéri hinta a fonalingának!

Ismételjük meg a méréseket úgy is, hogy különböző tömegű diákok ülnek, illetve állnak a lengő hintán! Az iskolába visszatérve érdemes egy szakköri foglalkozást szentelni a fizikai inga megismerésének.

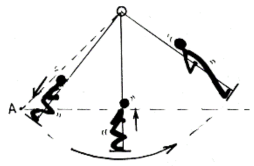
Végezzünk méréseket, hogy miként csillapodik az idő függvényében a hinta kitérése (a maximális kitérésű indítástól a megállásig!

Mutassuk be a két egymás mellett lógó egyforma hintával a rezgések csatolását!

Figyeljük meg miként tudja a hintázó – külső lökés nélkül, csupán törzsének és lábának mozgatásával lengésbe hozni a hintát! Fejtsük meg a folyamat fizikáját!

Hogyan hajtjuk a hintát? (Részlet a mindennapok Fizikája című könyvből)

Részletek >>>



9.4. Fizika kirándulás közben

Gyalogtúrára komolyabb kísérleti felszerelést vinni nem lehet, ez azonban nem jelenti azt, hogy nem lenne alkalom fizikához kapcsolódó programokra. Tájékozódás a terepen és a térképen, távolság és magasságkülönbségek becslése klasszikus és high-tech módszerekkel.

Távolságmérés mobiltelefonnal, tájoló, meredek hegyoldal lejtésének és a csúcs magasságának meghatározása, páratartalom meghatározása, kőzet sűrűségének mérése, távcső nagyításának meghatározása, lépésszámlálás, energia-becslés, stb.

Mérések a havas domboldalon

Részletek >>>

9.5. Fizikai akadályverseny a szabadban

A fiatalok számára vonzó, ha a kirándulást fizikai és szellemi kihívást egyaránt jelentő játékos versennyel, vetélkedővel kötjük össze. Ilyen rendezvények megrendezésére a fizika remek lehetőségeket kínál.

Az ELTE Fizikai Intézete a „Fizika nemzetközi éve” rendezvénysorozathoz kapcsolódva 2005 okt 8.-án kísérleti akadályversenyt rendezett középiskolai diákoknak a budai hegyekben „Eötvös Loránd emléktúra és kísérleti akadályverseny” címmel.

A programra 20 középiskola, iskolánkét 6 diákból álló csapatot nevezett be. Minden csapatban 2-2 fő kis-gimnazista (7-8. évfolyam) 9-10. évfolyamos és 11-12. évfolyamos diák vett részt. A csapatoknak előre meghatározott rend szerint kellett végigmenni a terepen elszórva telepített állomásokon. Minden állomáson a három korcsoportnak külön kísérleteket, méréseket kellett elvégezni és a kísérletekhez kapcsolódó feladatokat megoldani. Az akadályverseny feladatait az interneten elérhetővé tettük, bizakodva abban, hogy ötleteket ad a leendő tanároknak hasonló szabadtéri fizikaversenyek megrendezéséhez.

WWW

Eötvös Loránd emléktúra és kísérleti akadályverseny középiskolásoknak.

http://metal.elte.hu/~dlab/eotvos_tura_2005/eotvos_tura.htm

9.6. Tanulmányi kirándulások

A tanulmányi kirándulások régi hagyományt jelentenek a magyar középiskolában. Egyaránt szolgálták az osztályközösség formálását, a mindennapi iskolai munkából történő kikapcsolódást és az ország természeti, történeti, kulturális értékeivel, meghatározó gazdasági üzemeivel történő élményszerű helyszíni ismerkedést. Az utóbbi évtizedekben ez a komplex pedagógiai feladat leszűkült a kikapcsolódásra és jó estben a közösségépítésre. Fontos lenne a kirándulások „tanulmányi” programját újra életre kelteni. A természettudományok és a technika (aminek gyakorlatilag nincs igazi gazdája a gimnáziumban) számos érdekes és hasznos témával tud hozzájárulni egy tartalmas tanulmányi programhoz. Fontos, hogy a helyszíni látogatás, ne csupán látvány legyen. Tanulói kiselőadásokkal, az élményeket és tapasztalatokat poszteren, az iskola/osztály-honlapon, blogon nyilvánossá tett igényes beszámolókkal, esetleg a látottakra épülő, de azt jelentősen kibővítő projektmunkával tehetjük maradandóvá és hasznossá a látottakat. A publikus anyagokkal kapcsolatban a tanár feladata a lelkesítés, bíztatás és a szakmai szempontú ellenőrzés, szükség esetén pontosítás.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy az élmény nem mennyiségi kategória. Nem az a fontos, hogy a kirándulás minden percét kitöltsük látnivalókkal és információval, sokkal lényegesebb az, hogy amit megnézünk, azt alaposan járjuk körül, készüljünk fel rá a kirándulás előtt, dolgozzunk rajta a kirándulás után, és tegyük dokumentálttá (prezentációkkal, internetes honlapon, projekt-dolgozatban stb.) hogy tanítványaink szülei és majdani unokái is láthassák a munkát.

A következőkben a teljesség igénye nélkül sorolunk fel néhányat a „háromnapos osztálykirándulásokra ajánlható témák közül.

Látogatás a Paksi Atomerőműben

Az ország elektromos energiaszükségletének jelentős hányadát fedezi az atomerőmű. A belátható jövőt tekintve ennek nincs reális alternatívája. A paksi látogatás fontos és élményszerű kiegészítője a fizikából az atomenergiáról tanultaknak. Az erőműben külön részleg foglalkozik a nukleáris ismeretterjesztéssel és az erőmű bemutatásával.

A paksi atomerőmű látogató központja

http://www.atomeromu.hu/tajekoztato-es-latogato-kozpont

A vízienergia hasznosítása

Magyarország vízienergiában szegény ország, néhány kisebb vízierőmű azonban működik, amiket arra járva érdemes meglátogatni csakúgy, mint a száz éve még gyakori, ma már csak idegenforgalmi látványosságként helyreállított vízimalmokat.

Geotermikus energia, szélenergia

Hazánk termálvizekben, geotermikus energiában gazdag. A meleg- és gyógyvízes fürdők élményt adó kipróbálását célszerű összekötni a geotermikus aktivitás megértésével, a gyógyvizek és termálvizek hatásmechanizmusának (balneológia) megismerésével.

Magyarországon egyre több energiatermelő szélkerék működik. Ha lehetőség van rá érdemes közelről is megismerni működésüket.

Energiatudatosság az építészetben

A modern építészet egyik fontos törekvése az energiatakarékosság, Az ún. „nap-házak, passzív-házak, földházak”, a mai életvitelnek megfelelő, de tudományos alapon, minimális energiafelhasználásra tervezett épületek. A „működésük” megértéséhez elegendő szakköri szinten kicsit kell bővíteni a középiskolai hőtan törzsanyagát. Érdemes rácsodálkozni, hogy a hagyományos népi építészet, a vastag vert vályogfal, a kicsi ablakok, a vastag nádtető mennyire megfelel a mai hőgazdálkodási követelményeknek.

Történeti emlékeink, várak, kastélyok, templomok

Műemlékeink nem csupán kulturális múltunk, művészetünk emlékei, hanem egyben régi korok bámulatra méltó technikájának, technológiájának őrzői is. Hogyan sikerült több száz éve beboltozni hatalmas csarnoktemplomokat úgy, hogy a boltozat ma is stabil? Miért építettek az égbenyúló gótikus templomok falai mellé csipkés támpillléreket? Hogyan változott a várépítészet, amikor az ágyú felváltotta a mechanikus ostromgépeket? Miben állt az arab fegyverkovácsok titka, hogy a damaszkuszi kard-penge világhírű lett (rugalmas volt, tartotta az élét, nem csorbult ki, sőt meg sem rozsdásodott?

Osztálykirándulásaink során legalább tegyünk fel hasonló kérdéseket, és az esetleg érdeklődő diákokat bíztassuk a témában önálló „kutatásra”, diákköri munkára, diákpályázatokon való részvételre.

Korszerű ipari üzemek meglátogatás

A modern kor az ipari termelésre épül. Sajátos ellentmondás, hogy a technika tantárgy kimaradásával diákjaink többségének fogalma sincs a korszerű ipari termelésről. Egy modern autógyár, elektronikai üzem, egy vágóhíd, szemétégető vagy éppen egy korszerű szennyvíztisztító telep meglátogatása ugyanúgy szemléletformáló, mint a nagy múltú pécsi Zsolnai Gyár vagy a Herendi porcelán-manufaktúra meglátogatása.

Mindennapok módszertani gyakorlata mellékletek

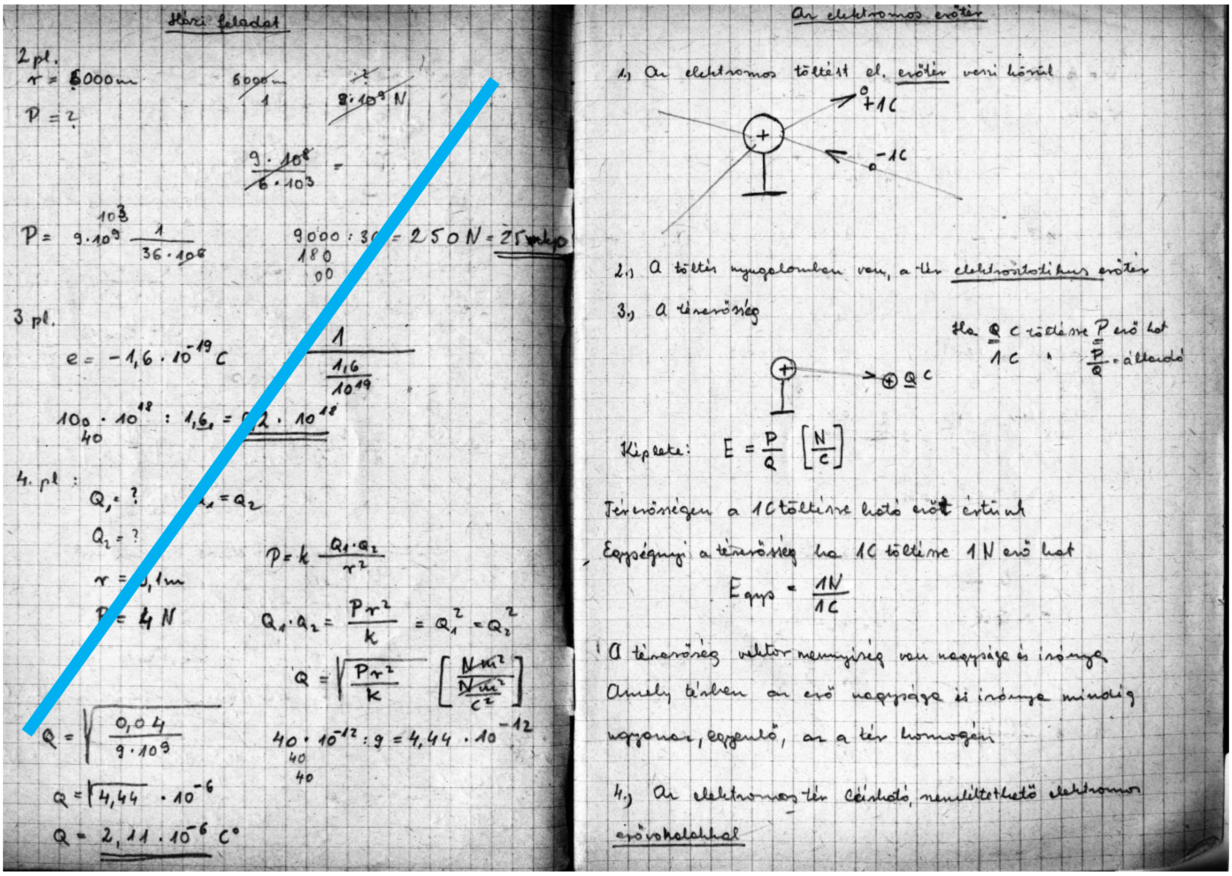
M1. Nyomozás: Mi történt egy félszázada tartott fizikaórán?

Néhány fennmaradt füzetlap alapján idézzük vissza mi történt 1966-ban egy budapesti gimnázium harmadik (11. évfolyam) osztályában!

A kékkel áthúzott füzetlap az előző órához kapcsolódó házi feladatot tartalmazza. A mai szemnek szokatlan jelölések (*P* az erő jele) ellenére jól látszik, hogy kérdéses órára készített házi feladat a Coulomb-törvény egyszerű alkalmazása volt, azaz az elektrosztatika néhány órával előbb kezdődött.

A füzetlap tetején olvasható címe szerint a tanóra témája az elektromos (elektrosztatikus) erőtér volt. Vizsgáljuk milyen megállapítások történtek az elektromos erőtérre vonatkozóan az egyes vázlatpontok szerint!

1) Az erőtér fogalmi bevezetése a korábban tanult Coulomb-törvény alapján. A szigetelő talpon álló pozitív Q töltésű gömb körüli térben az oda helyezett egységnyi (1 coulomb) nagyságú próbatöltésre radiális irányú erő hat, pozitív töltés esetén taszító, negatív töltés esetén vonzó erő.



2) Mivel a tér forrását jelentő Q töltés nyugalomban van – a környező tér sem változik – elektrosztatikus erőtérről beszélünk.

3) A térerősség, mint fizikai mennyiség bevezetése a Coulomb-törvény alapján, arra alapozva, hogy az adott pontba helyezett próbatöltés nagyságával osztva a két töltés

közt ható Coulomb-erőt, az eredmény a próbatöltéstől független állandó, az erőtér jellemzője (E térerősség). Képlettel megadva

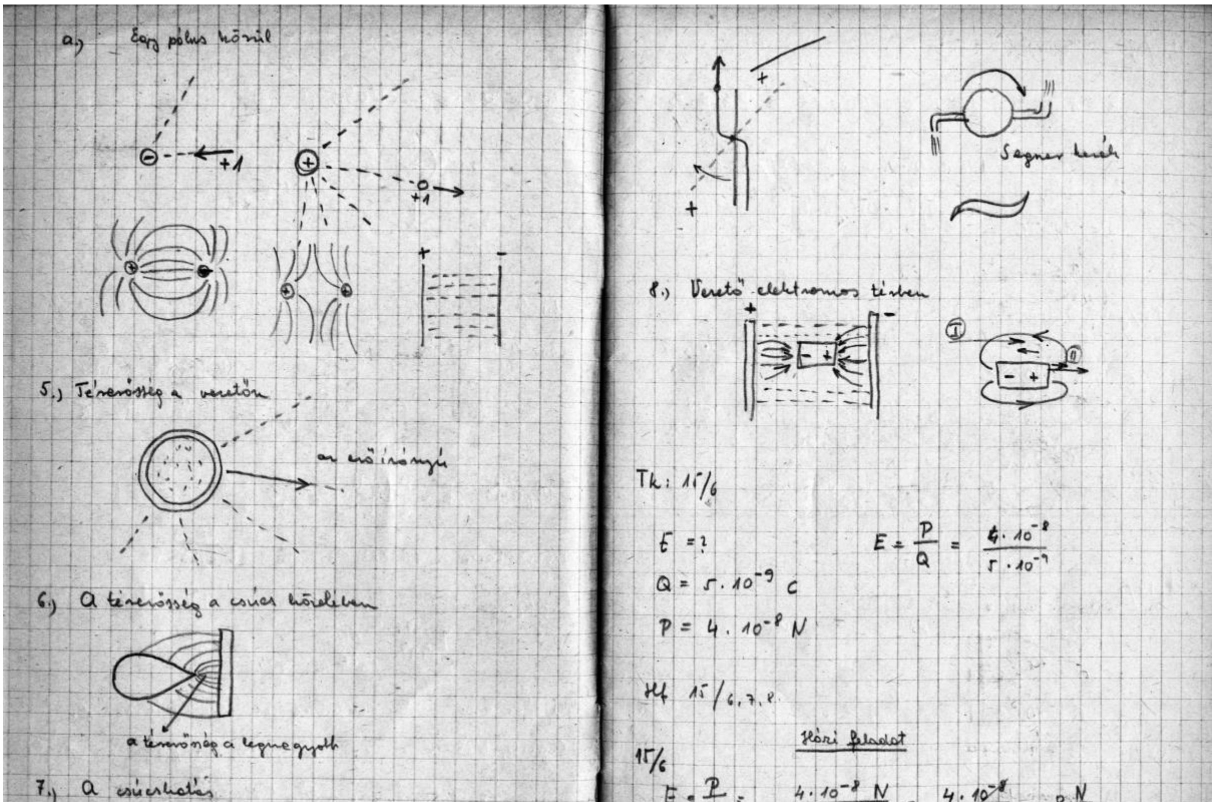
$$E = \frac{P}{q} = \frac{a\ próbatöltésre\ ható\ erő}{a\ próbatöltés\ nagysága},$$

majd szóban is értelmezi a térerősség fogalmát és az egységnyi térerősség nagyságát. Szavakkal leírva teszi egyértelművé, hogy a térerősség vektormennyiség.

Végül definiálja a homogén erőtér fogalmát.

4) Bevezeti az elektromos tér szemléltetésére, leírására alkalmas erővonalak fogalmát. A pontöltés centrális erőterét a Coulomb-törvény alapján tárgyalja. A szaggatottan berajzolt erővonalak minden bizonnyal azt jelzik, hogy az erővonalak képzeletbeli konstrukciók.

A következő erővonalképeket az egykori diák határozott emlékei szerint olajba szórt búzadarás kísérlettel kirajzoltatott erővonalak mintájára rajzolták fel.



5) A töltött fémgyűrű erővonalképét szintén búzadarás kísérlet mutatta, ezt egyértelműen jelzik a gyűrű belsejében rendezetlenül szétszórt daraszemeket jelző pontok. A gyűrűn kívül a szemek sugaras erővonalképet rajzolnak ki.

6) A kísérletben a jellegzetesen csepp-alakú töltött fémtest földelt síkkal áll szemben. A daraszemek által kirajzolt erővonalak a csúcsnál látványosan besűrűsödnek jelezve, hogy a csúcsnál a legnagyobb az elektromos térerősség.

7) A csúcshatást két további kísérlettel szemléltették. A csúccsal ellátott semleges elektroszkóphoz pozitív töltésű üvegrudat közelítve, majd onnan érintkezés nélkül elemelve az elektroszkóp pozitív töltést mutat jelezve, hogy a tű hegyénél az elektromos megosztás miatt fellépő nagy térerősség elektronokat szakított ki a fémből. A másik csúcshatást demonstráló kísérlet az elektromos Segner-kerék, amelynek rakéta-elvű működését a korábbiakban bizonyára már látott vizes Segner-kerékhez hasonlítva értelmezték.

8) Az óra utolsó „búzadarás” kísérlete azt szemlélteti, hogy a fém-testben elektromos tér hatására bekövetkező töltésmegosztás miként változtatja meg a külső tér erővonal szerkezetét. A kísérletileg kirajzolt erővonalképet a kiindulási homogén tér és a megosztás hatására kialakult dipólus erővonal-szerkezetének szuperpozíciójaként értelmezték.

9) Végezetül a 45 perces óra végén még jutott idő egy egyszerű „behelyettesítéses” feladat megkezdésére is. A táblavázlat és az azt másoló füzet azonosítja a feladatot, ami a tankönyv (Tk) 15, oldalán a 6. feladat volt. Mivel a példát az órán már nem sikerült a számszerű végeredményig megoldani, házi feladatként adta fel a tanár a befejezést két másik feladat megoldásával együtt.

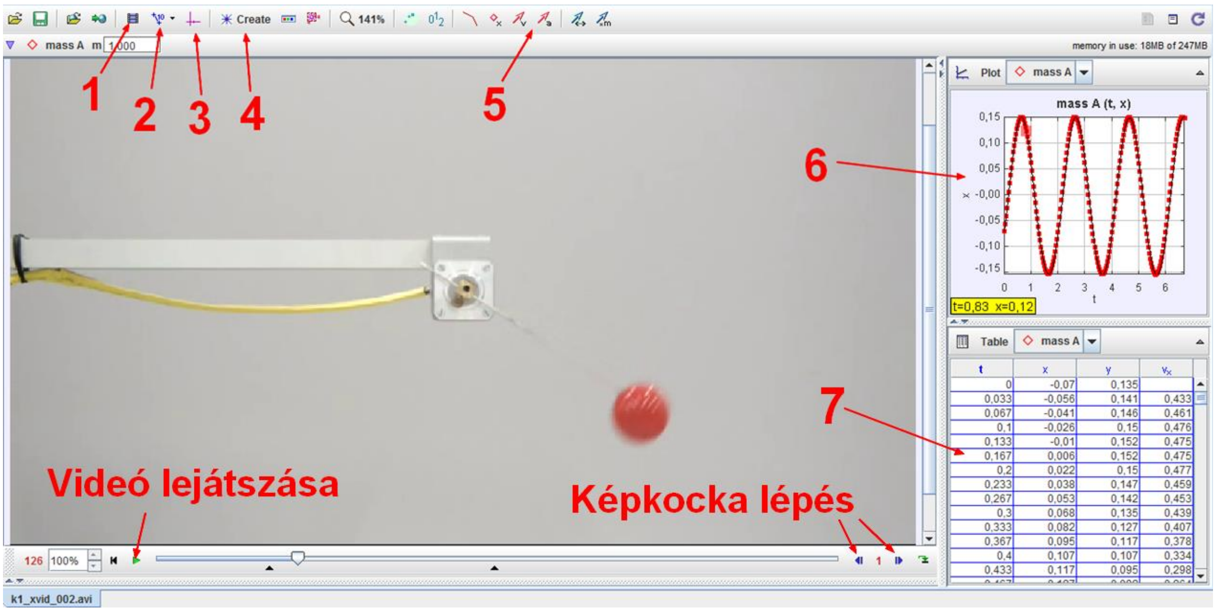
Vissza >>>

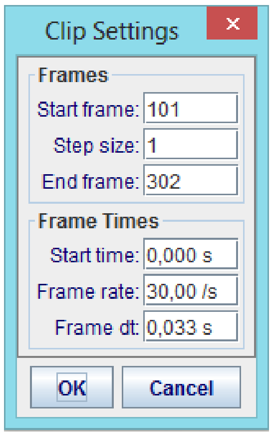
M2. „Tracker” Ingyenesen letölthető mozgáselemző számítógépes program

A Tracker videófelvételeken látható mozgások kinematikai és dinamikai elemzésére szolgál. A program letölthető a https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/ honlapról, sajnos magyar nyelven nem elérhető. Nagy előnye a videopoint-tal szemben, hogy ingyenes. A program a képkockákon jól elkülönülő testeket automatikusan is tudja követni, valamint az elmozdulás – idő függvényük vagy a mozgásegyenletük segítségével mozgásokat modellezni/szimulálni is tud. A program alkalmazásának rengeteg területe lehetséges, amire ötletek és mintavideók találhatóak a már említett honlapon. A következőkben kedvcsinálónak, és az alkalmazást segítendő a program fontosabb funkcióról nyújtunk információkat (közel sem a teljesség igényével).

I) Nyomkövetés

A következő ábrán a Tracker program kezelőfelülete látható. A kiértékelt klipp a piros gömb egyenletes forgását mutatja. A fontosabb funkciógombokat a számok jelzik.





1) Clip Settings: Ennek a gombnak a megnyomásával az oldalt látható panel jelenik meg. Itt a videó beállításokat lehet elvégezni. Meg lehet adni a kiértékelés kezdeti és végső képkockáját (’Start/End frame’), valamint hogy hány képkockánként történjen a kiértékelés (’Step size’). A valós időadatok kinyeréshez nagyon fontos még a videóra jellemző fps érték megadása (frame rate), bár legtöbbször ez automatikusan kitöltődik.

2) Calibration tools: Annak érdekében, hogy valós távolságadatokat mérjünk a képernyőn, kalibrálás szükséges. Ez a funkciógomb megnyomása után egy képen látható ismert méret megadásával

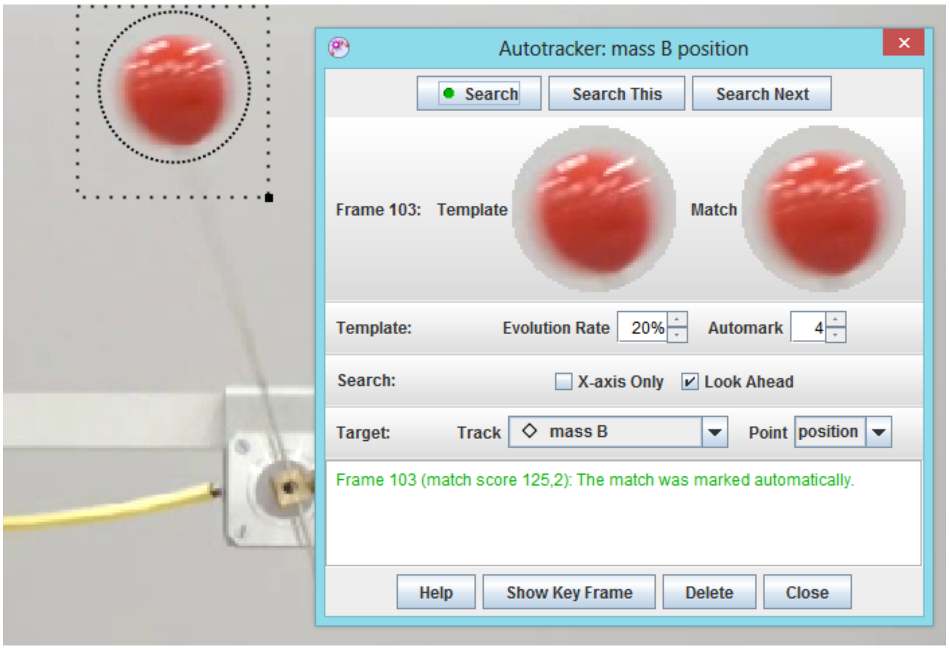
lehetséges, esetünkben ismert volt, hogy a gömb középpontjának tengelytől mért távolsága 15 cm. A program a távolságadatokat minden esetben méter egységben kéri be.

3) Coordinate axis: Az origó helye és a koordináta tengelyek iránya állítható. A program Descartes-féle koordinátarendszert rajzol, de fontos megemlíteni, hogy a testek polárkoordinátáit is tudja számolni és ábrázolni.

4) Create: Erre kattintva lehet elkezdeni a kiértékelést. Amennyiben egy pont mozgását szeretnénk a videóban követni, akkor a legördülő menüben a ’point mass’-re kell kattintani. Két lehetőség van a testek nyomonkövetésére:

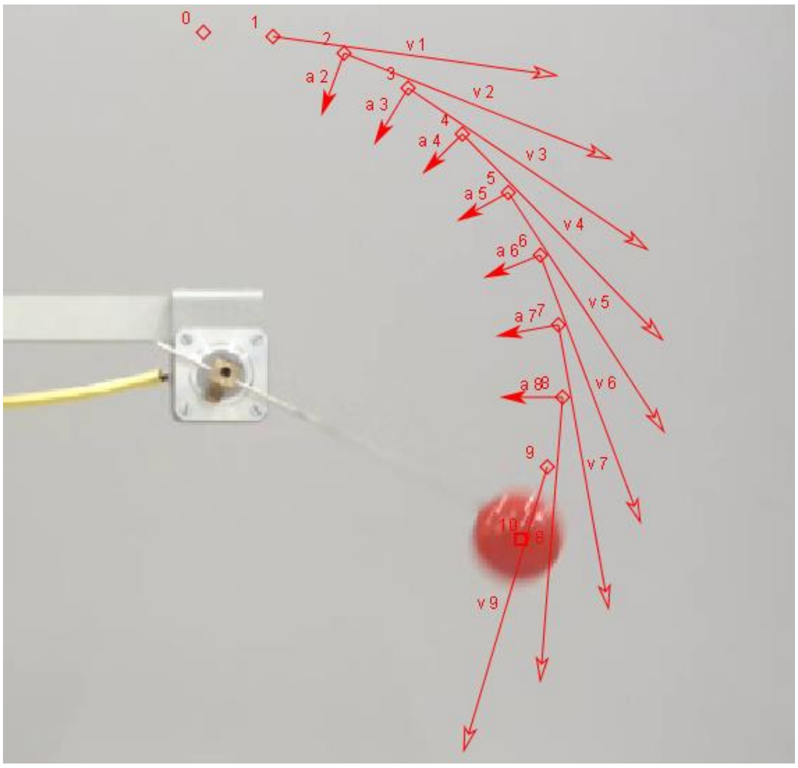
a) Kézi: A billentyűzet shift gombját lenyomva bal egérgombbal a képernyőn kijelöljük a test helyét. A bal egérgomb lenyomását követően a videó a következő (vagy a ’step size’ által meghatározott) kockára ugrik. Az váltást követően lehet folytatni ezt az eljárást, amíg a vizsgálni kívánt mozgás tart

b) Automatikus: Használatához a vizsgálni kívánt test egy pontjára kell kattintani a ctrl-shift billentyű kombinációval. Ekkor megjelenik az alul látható párbeszéd ablak. Itt a legfontosabb egy sablon (’Template’) kiválasztása. Ezt a mintát fogja a program keresni minden képkockán. Nagyon fontos, hogy változatlan formájú és a háttérből kontrasztosan kiváló testet válasszunk. A ’Search Next’ gombot lenyomva a klipp ugrik egy kockát és a program elvégzi a keresést. A találatot kirajzolja a ’Match’, azaz találat szócska mellé. Amennyiben néhány kattintás során meggyőződünk róla, hogy a jó testet követi, akkor a ’Search’ gombra kattintva automatikusan minden képkockára el lehet végeztetni a keresést.



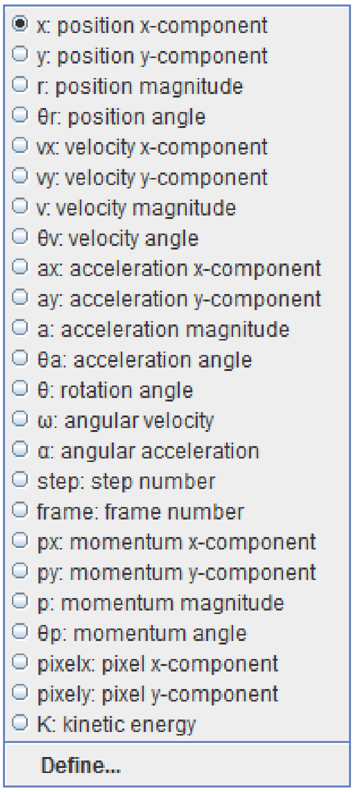
Ugyancsak a ’Create’ funkcióban lehet mozgásokat modellezni, amiről a következő fejezetben részletesebben írunk.

5) Show vectors: A programmal lehetséges a mérési pontokban az aktuális sebesség és gyorsulásvektor kirajzoltatása. A mozgások ilyen vizualizációja rendkívül fontos lehet a fizikaoktatásban. Ezt a következő ábrán körmozgás esetén mutatjuk.

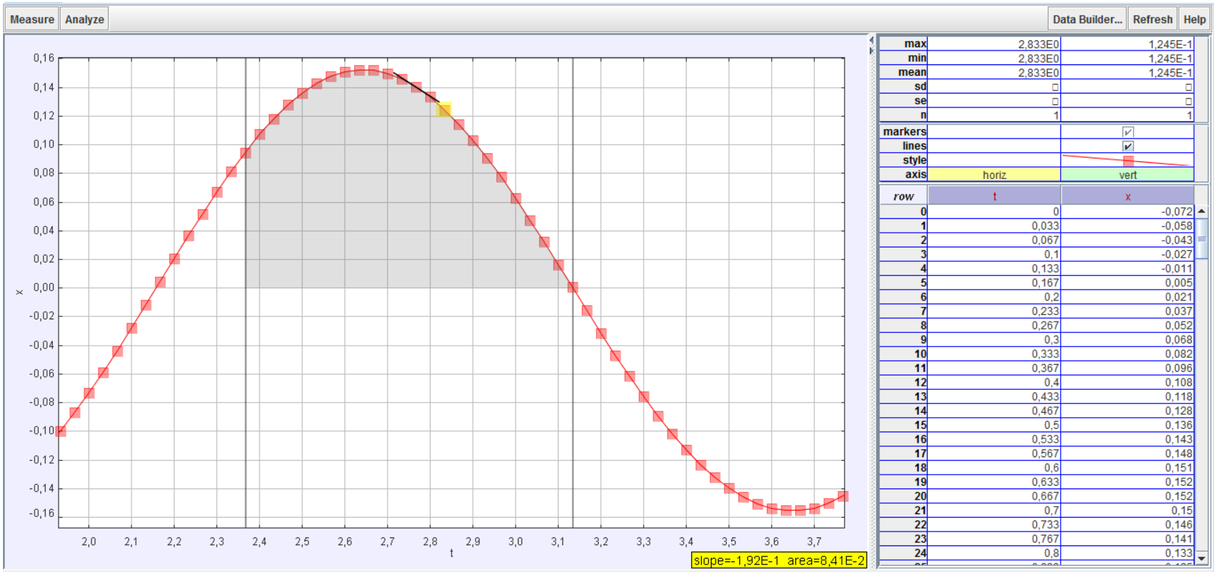


Világosan látható, hogy a sebesség vektor hossza mindvégig állandó, de iránya változik. A változás irányát a gyorsulás vektor mutatja, ami minden időpillanatban a kör középpontja felé mutat.

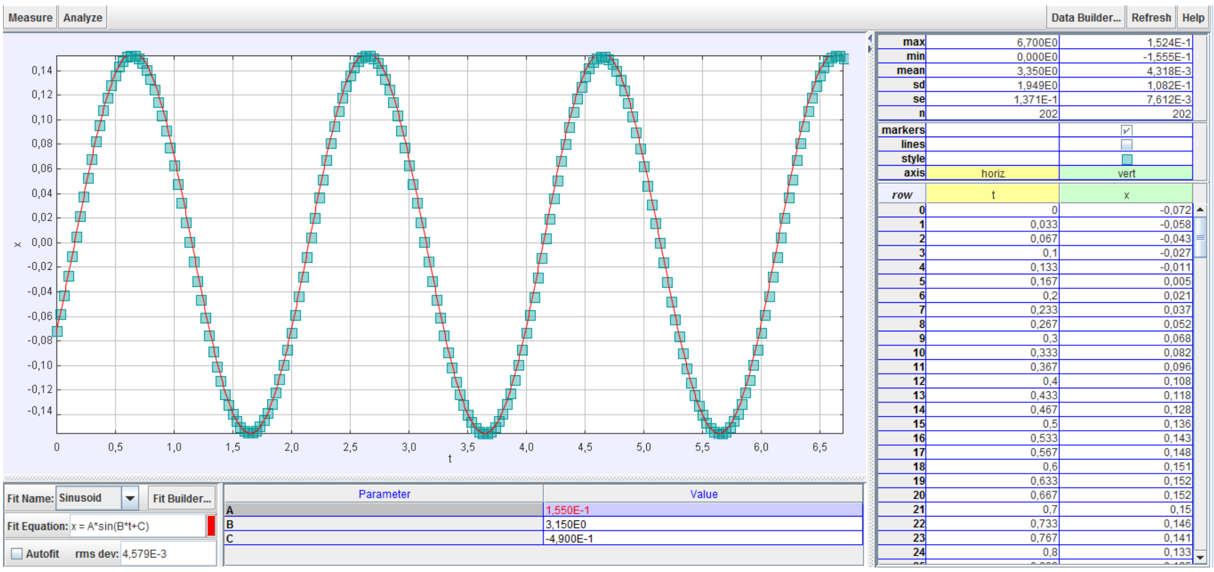
6) Plot: A program talán egyik legfontosabb funkciója a függvényábrázolás. Az oldalsó ábrán látható, hogy milyen fizikai paramétereket lehet kirajzoltatni, emellett bármilyen más belőlük alkotott mennyiség is megadható (’Define’). Nagyon hasznos, hogy bármelyik mutató ábrázolható bármelyiknek a függvényében, így például fázisdiagramok készítése is egyszerűen lehetséges. A görbe tetszőleges pontjára kattintva a videó az adott képkockára ugrik. Ha egy videóban több test mozgását követtük, vagy modelleztünk, akkor a különböző adatsorokat egy ábrára lehet helyezni, az összehasonlítás érdekében (’Compare with’). Az ábra tetszőleges része kinagyítható a jobb egérgomb folyamatos lenyomásával. A program nem csak ábrázolja, elemezni is tudja az adatokat. Ehhez a jobb egérgombbal a grafikonra kell kattintani és az ’Analyze’ menüpontot választani. Ekkor új ablak ugrik elő, melynek bal felső sarkában lehet kiválasztani a kiértékelés módját.



A ’Measure’ funkcióval a pontok koordinátái, tetszőleges pontban a görbe érintőjének meredeksége, valamint két mozgatható marker közötti görbe alatti terület kiíratható (lásd következő ábra).



Az ’Analysis’ statisztikai elemzésre, spektrumanalízisre (Fourier-transzformációra), valamint görbeillesztésre használható. A program néhány egyszerű függvényt tartalmaz (egyenes, parabola, harmadfokú polinom, gauss, exponenciális, szinusz), de tetszőleges definiálására van lehetőség. Az alsó ábra szinusz illesztést mutat, a körmozgás vízszintes irányú elmozdulás – idő grafikonjára.



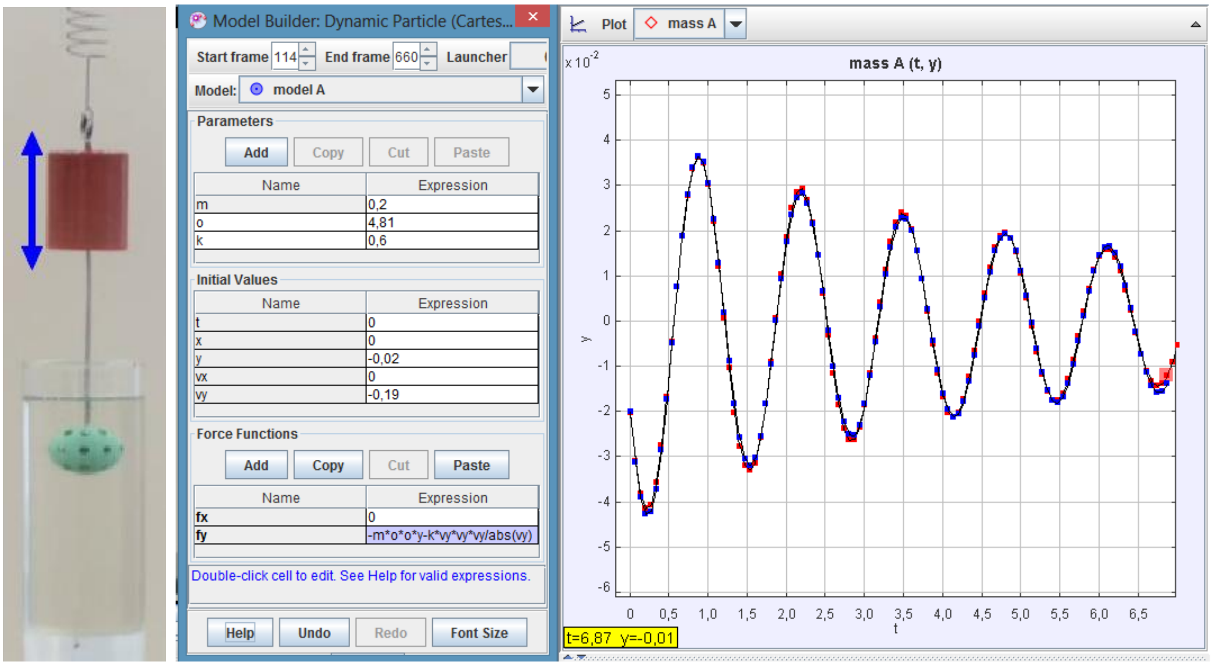
7) Table: A nyomkövetés során az adatokat a program nem csak ábrázolja, hanem táblázatos formában is vezeti. Alapértelmezetten csak az x és y koordinátákat tartalmazza, de bármilyen (grafikon rajzolásnál már említett) ezekből származtatható fizikai mennyiség kiíratható.

II) Modellezés

Ugyancsak a ’Create’ funkcióban lehet mozgásokat modellezni. Fontos kihangsúlyozni, hogy csak pontszerűnek tekinthető testekre tud számításokat végezni. A mozgás két fajta leírásából lehet választani. Lehet dinamikai modellt alkotni: itt meg kell adni a test paramétereit, a kezdőfeltételeket, valamint a testre ható erőket, tehát lényegében a mozgásegyenletet. Készíthető kinematikai modell is: ebben az esetben a test helyét (x, y koordinátáját) kell megadni az idő függvényében, vagyis ezt akkor lehet alkalmazni, ha ismerjük a mozgásegyenlet megoldását. Ennek a funkciónak a használatát egy példával szemléltetjük. A feladat a következő ábrán, bal oldalon látható mérési összeállítás, közegellenállással csillapított rezgőmozgás modellezése. A dinamikus modell megalkotásához a ’Create’-en belül válasszuk a ’Dynamic particle model’ funkciót. Ekkor az ábra közepén megjelenő modell-építő ablak jelenik meg. A mozgás csak függőleges irányú, így a testre ható erők a következők:

$$\boldsymbol{F_y} = -m\omega^2\boldsymbol{y} - k\boldsymbol{v}_y^2\frac{\boldsymbol{v_y}}{|\boldsymbol{v_y}|}.$$

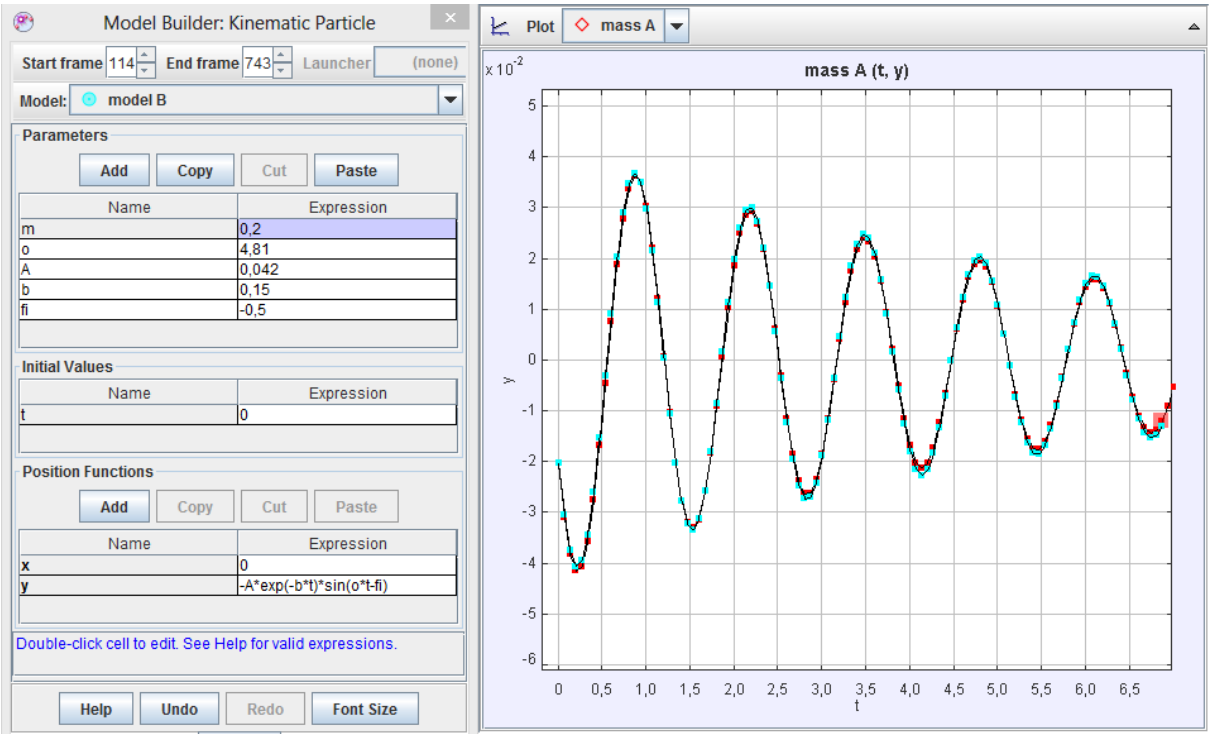
Az első tag a rugó által kifejtett erő, ami a rezgőmozgást biztosítja. A második a közegellenállás hatását fejezi ki, ami mindig a test pillanatnyi sebességével ellentétes irányú és nagysága a sebesség négyzetével arányos. Az egyenlet abban a koordinátarendszerben érvényes, amelynek origója a rugóra függesztett test egyensúlyi helyzetében van. Ekkor a nehézségi erő kitranszformálódik a mozgásegyenletből. A mozgás három paraméter: a tömeg (m), a szögsebesség (ω) és a csillapításra jellemző k szám függvénye. Ezeknek a bevitele után kell megadni a kezdőfeltételeket (t, x, y, v_x, v_y), amik a konkrét mozgást határozzák meg. Az értékek egyszerűen beemelhetők a párbeszéd ablak jobb felső sarkában látható ’Launcher’ funkcióval. Az erők bevitele után el lehet indítani a szimulációt, és a program lépésenként berajzolja modellezett pont helyét a képernyőre, amit közvetlenül össze lehet hasonlítani a mért adatpontokkal. Természeteses a szimulált mozgást jellemző grafikonokat ábrázoltatni is lehet és összevetni a mért görbékkel (grafikon ’Compare with’ funkció).



A ’Create’-en belül a ’Kinematic particle model’-re kattintva lehet kinematikus modelleket készíteni. Ehhez a mozgásegyenlet megoldását kell ismerni, ami a példánkban:

$$y(t) = A \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t - \varphi).$$

A modellezés folyamata nagyon hasonló a dinamikaihoz. A paraméterek megadása után a kezdő időpillanatot és az egyenletet kell bevinni. A szimuláció kiszámolja és in-situ kirajzolja a modellezett pont helyét.



Vissza (K10) >>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

M3. A WebCam Laboratory mérőprogram bemutatása

A számítógép egyre fontosabb szerepet játszik hétköznapjainkban és az iskolai oktatásban egyaránt. A fizika tanulásában a számítógép egyik felhasználási lehetősége, hogy segíti, gyorsítja a kísérletezést, mérést. A „Webcam Laboratory” számítógépes szoftver több területen is jó lehetőséget kínál a számítógépes mérésekre. Emellett biztosíthatja, hogy a diákok önállóan is végezzenek kísérleteket, kreatív módon használhatják a számítógépet mozgások vizsgálatára és természet megfigyelésre az iskolában és az iskolán kívül is.

www A program alkalmazásáról szóló cikkek:

Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan konferenciakötet:

- Szigetlaki Zsolt, Juhász András: WEB-CAM LABORATORY - Új lehetőség a számítógépes kísérletezésben, 242. oldal
- Fodor Erika, Szigetlaki Zsolt: Webcam laboratory - webkamera alapú természetmegfigyelő szoftver, 569. oldal
- Jenei Péter, Enreiter Ádám, Juhász András, Nagy Mária: Kísérletek hullámokkal, 79. oldal

http://fiztan.phd.elte.hu/letolt/konfkotet2011.pdf

A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban konferenciakötet:

- Tóthné Juhász Tünde: Kísérletek a WEBCAM laboratory programmal, 267. oldal
- Juhász András: Oktatási kísérlet a „Web-cam Laboratory webkamerás számítógépes mérőrendszerrel tapasztalatok, tanulságok, tervek, 261. oldal

http://fiztan.phd.elte.hu/letolt/konfkotet2012.pdf

A program alkalmazására a jegyzetben is többször is utaltunk). A következőkben az ábrán látható funkciók részletes bemutatásával igyekszünk felkelteni az érdeklődést és segíteni a későbbi sikeres alkalmazást.

1) Gyorskamera

A gyorskamera funkció a természet lassú folyamatainak megfigyelését segíti. Segítségével a hosszú időskálán zajló jelenségeket lehet bemutatni, mint például a növények fejlődése. A funkció kezelőfelületét az ábra mutatja.

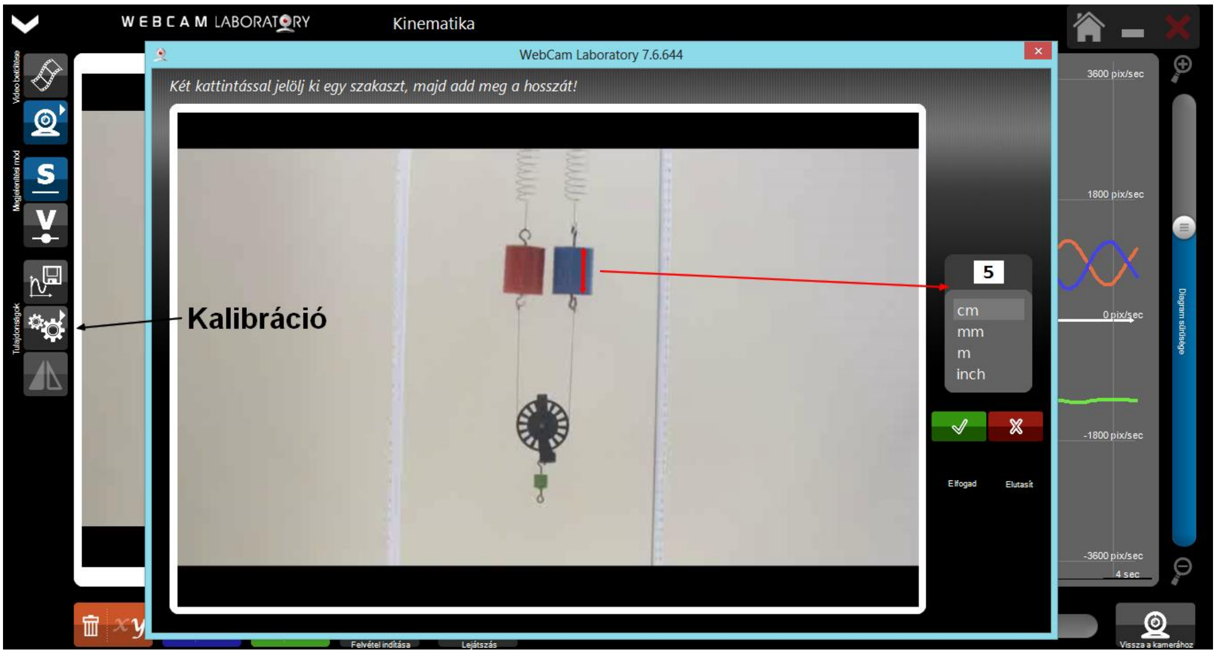
A program nem csinál mást, mint a webkamera képét beállított időközönként rögzíti, majd videóvá összefűzi. A jobb oldali csúszkán a gyorsítás mértékét, a bal felső sarokban pedig a videófelvételen megjelenő adatokat (időpont, felvétel hossza, stb.) lehet beállítani. A funkció segítségével vizsgálható a felhők kialakulása és mozgása, a jég olvadása, egy virág növekedése, ill. kinyílása, fémek korróziója, erjedési folyamatok, diffúziós jelenségek stb.

2) Kinematika

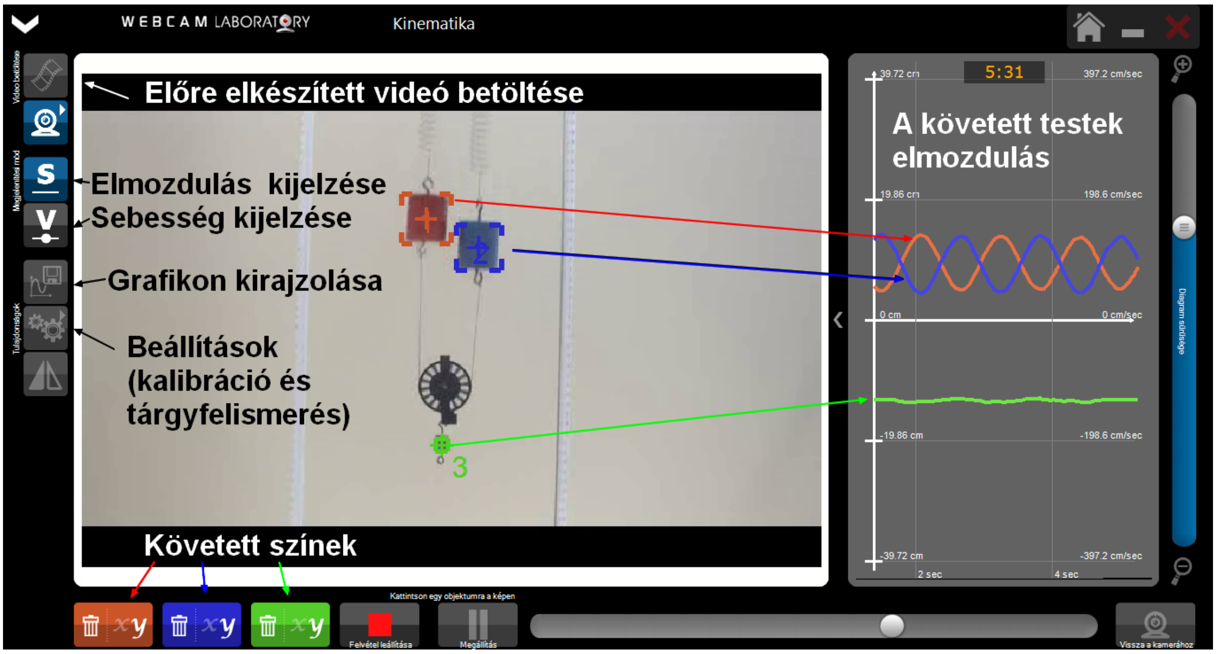
A kinematika funkció segítségével színes, háttértől jól elkülönülő testek mozgása elemezhető. A program felismeri a test színét és követi. Ezáltal (a mérés kalibrációja után) a szoftver kirajzolja a mozgást jellemző elmozdulás – idő, sebesség – idő és gyorsulás – idő grafikont. Egyszerre három különböző színű tárgy is követhető. A mérési eredmények rögzítés után az adatok ábrázolhatóak valamint elmenthetőek további kiértékelés céljából. A mérések gondos előkészítést igényelnek. Mindenképpen kell egy homogén világos háttér, amitől jól elválik a vizsgálandó test. A világítás is fontos, mert megfelelő fényerő hiányában a testek színe nem elég élénk, hogy a program követni tudja. Megfelelő előkészítés esetén rengeteg kísérlet gyorsan és egyszerűen végezhető vele.

Példaként azonos frekvenciájú egyirányú rezgések összetételére mutatunk be egy kiértékelést. A kísérletben két egyforma rugón két azonos tömegű hengeres test függ. A hengerek alján lévő két horoghoz könnyű hajlékony zsineg két vége csatlakozik. A hurokba könnyű mozgó-csiga illeszkedik, aminek állását a tengelyére akasztott kisebb súly stabilizálja! A csiga és a kis súly helyzete a két nagy test elmozdulásától függ, mindkettő saját elmozdulásának felével járul hozzá a kis test elmozdulásához. A zsineg, a csiga és a kis test együttes tömege is sokkal kisebb bármelyik hengeres nagy test tömegénél, így azok mozgását nem befolyásolja. A bal oldali rugóra akasztott nagy test piros, a jobb oldali kék, a csigára akasztott kis test zöld színű, így mozgásukat a WebCam Laboratory Kinematika programja követni tudja.

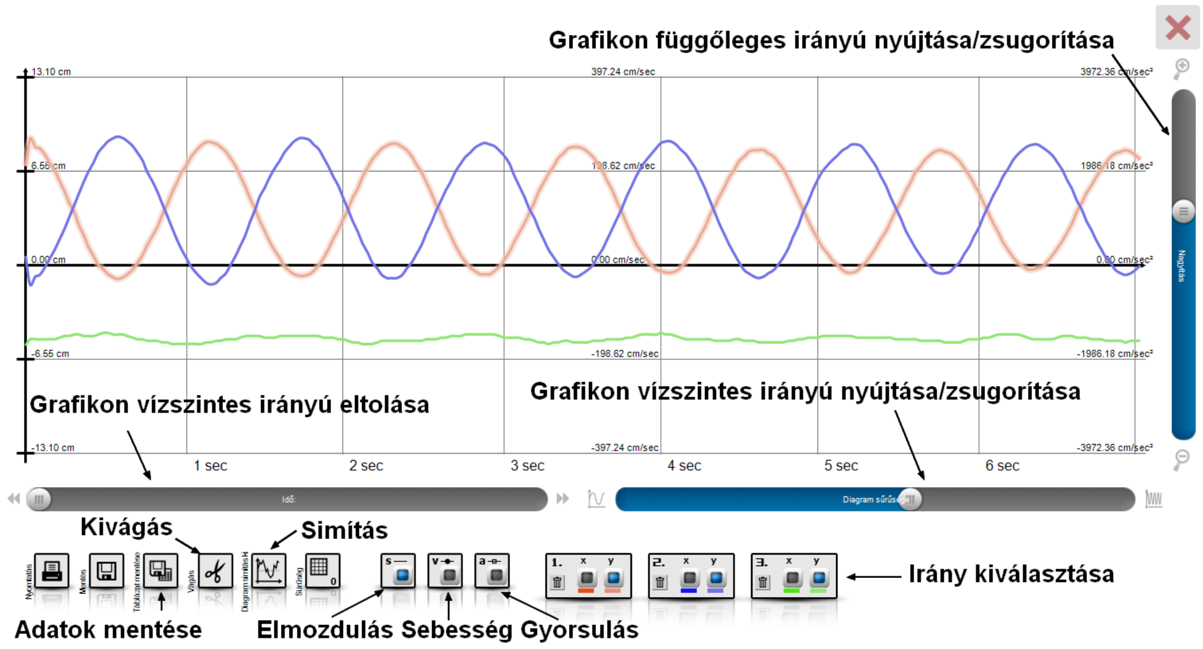
A valós elmozdulás adatok méréséhez kalibrálni kell a felvételt. Erre lehetőséget ad a nagy hengeres test magassága az ábrán látható módon.



A kísérletező a jobb oldali nagy, kék színű testet lefelé, a bal oldali pirosat felfelé mozdítja ki egyensúlyi helyzetéből, miközben a zsinegen lévő csiga helyzete nem változik. A két hengert egyszerre elengedve mindkét test azonos frekvenciájú rezgőmozgást végez. A két henger pillanatról pillanatra megegyező nagyságú, de ellentétes fázisú kitérése miatt a csigára akasztott kis test gyakorlatilag nyugalomban van, a kis csiga egyhelyben forog, ami a követett testek elmozdulásán is látható.

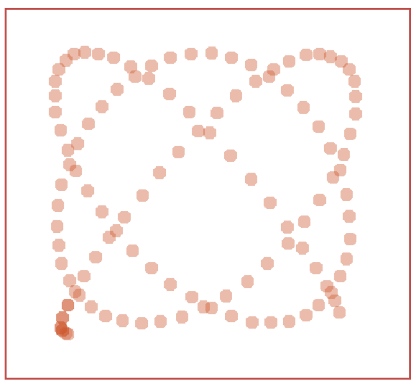


A grafikon kirajzolás funkcióval megjeleníthető a mérés eredmény, valamint ábrázoltatható az elmozdulás, sebesség és gyorsulás – idő grafikon függőleges (y) és vízszintes (x) irányban is. A következő ábrán az y irányú elmozdulások láthatók.



A grafikon függőleges irányban a jobb oldalsó csúszkával nyújtható, ill. zsugorítható. Az alsó csúszkák az időtengely mentén változtatnak. A grafikon felesleges részei levághatók. A vágás funkció az alsó menüsor ollóval jelzett gombjával hívható be. A grafikonon megjelenő vörös keretvonalak mozgatásával választható ki a kivágandó tartomány. A vágáshoz a keret sarkán jelölt ollóra kell kattintani. A kurzort a grafikonra állítva az így bejelölt pont koordinátái leolvashatók. A grafikon kiértékelését változtatható felosztású négyzetháló segíti. Az osztásvonalak egyre sűrűbb berajzoltatása az alsó menüsor rácsozattal jelölt gombjával történik. A grafikon emellett simítható, valamint az adatai kimenthetők további elemzés céljából.

A program egy érdekes lehetősége a követett test nyomvonalának kirajzolása, ami a bal oldali kezelősáv, fentről második gombjával érhető el. Ekkor a test helyét a képernyőn időnként megjelöli és így a test által leírt pálya tanulmányozható. A következő ábrán egy hosszú rugóra függesztett, ferdén lefelé húzva kitérített fémhengert mozgása látható. A test egyszerre végez függőleges és oldalirányú rezgést. A két rezgés eredőjeként a test bonyolult síkbeli pályagörbén mozog (Lissajous-görbe).

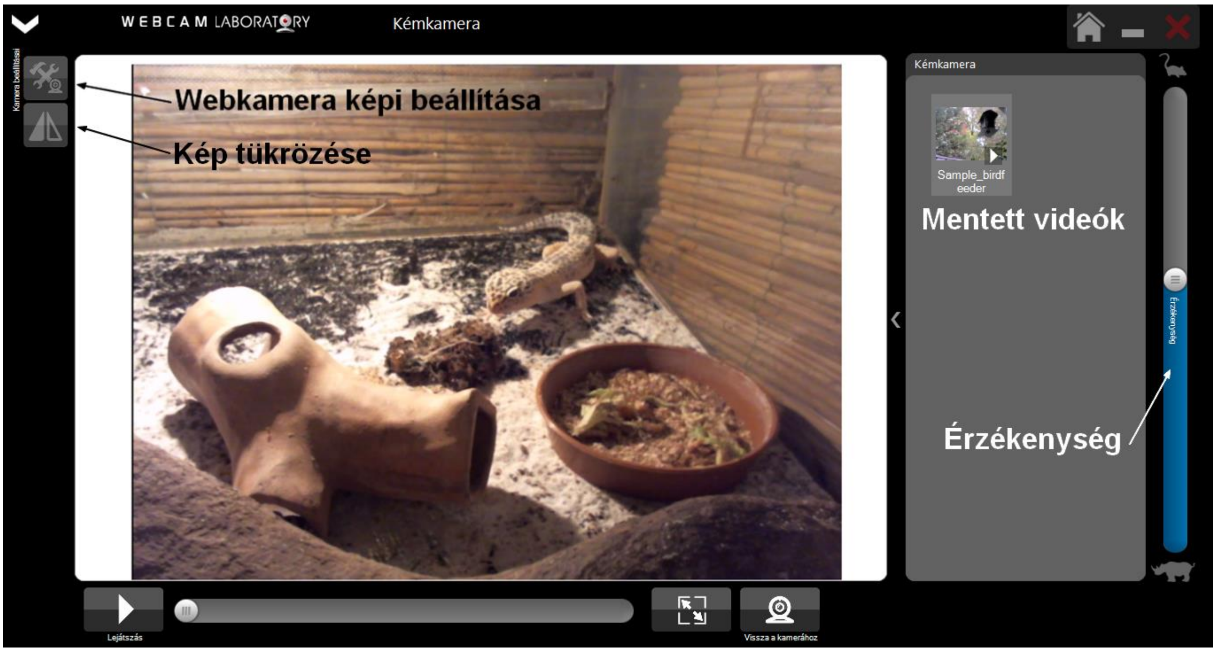


Egyes esetekben fontos, hogy az origó áthelyezhető. Alapértelmezés szerint a képmező középpontján van, de általában célszerű a mozgó test kezdeti pozíciójában rögzíteni. Az origó beállításához kattintsunk a bal oldali, alulról a második, fogaskerekekkel jelzett gombra és azon belül a tárgyfelismerési beállításra. A tárgyfelismerési beállításnál lehet továbbá a színérzékenységet is állítani, ami nagyon fontos lehet a helyszíni kísérleteknél, hiszen ennek a variálásával a kevésbé kontrasztosan megjelenő testeket is követhetővé lehet tenni.

Nagyon fontos funkciója a programnak, hogy előre elkészített videók is beolvashatóak. Így akár a diákok által okostelefonjaikkal felvett mozgások is elemezhetőek, valamint lehetőség van bonyolultabb mérések előzetes felvételére, így kiküszöbölve a helyszíni kísérlet esetleges problémáit.

3) Kémkamera

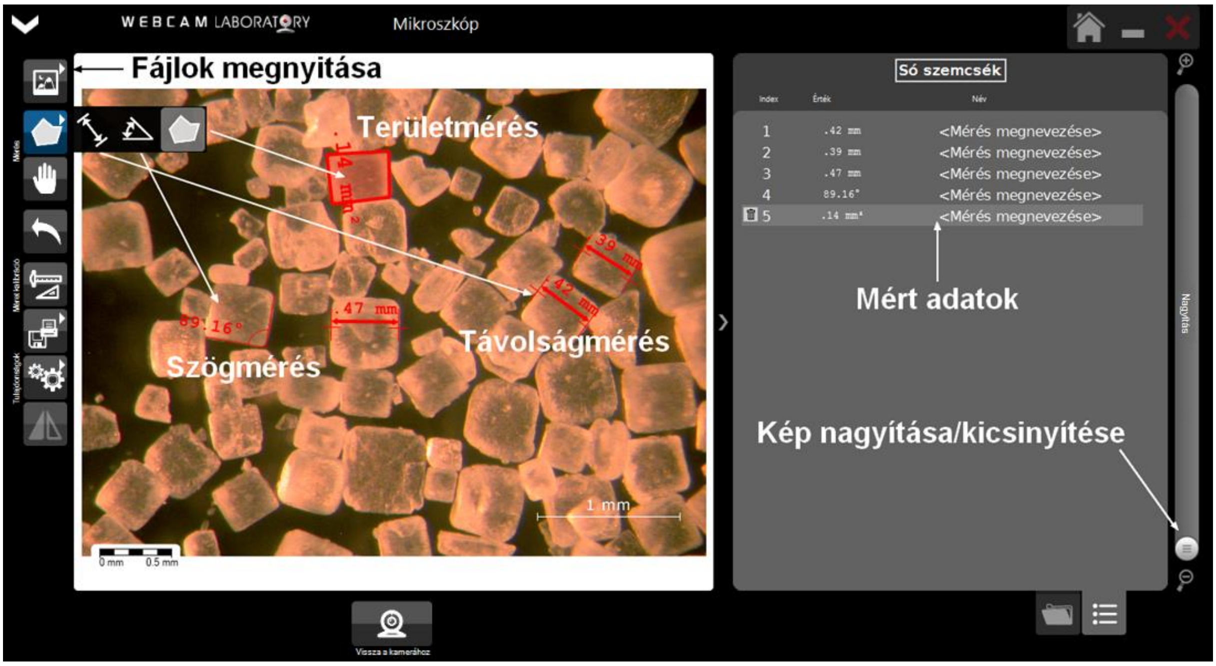
A kémkamera funkció segítségével ritka események filmezhetőek le. A program felvételt készít, ha mozgást érzékel. Beállítható, hogy milyen érzékenység mellett kezdjen el videót rögzíteni (lásd ábra). A szoftver használatával rejtőzködő, vagy ritkán mozgó állatok megfigyelése lehetséges. Követhető, hogy madáretetőnél milyen madarak jelennek meg, madarak hogyan építik a fészküket, stb.



4) Mikroszkóp

A „mikroszkóp” funkció elsődleges célja az, hogy a webkamera segítségével nagy nagyítású digitális fotót készíthessünk apró, nehezen tanulmányozható objektumokról. Kevéssé ismert, de bizonyos webkamerák (melyek manuálisan állítható fókusszal rendelkeznek) alkalmasak ilyen mikroszkópos felvételek készítésére. Megjegyezzük, hogy nem csak saját webkamerával rögzített kép, hanem bármilyen előre elkészített, vagy a világhálóról leszedett felvétel is elemezhető a programmal. A funkció távolság-, szög- és terület mérésére alkalmas. Ennek feltétele, hogy a képet kalibrálni kell a képen látható ismert méret megadásával. Az ábrán látható esetben egy méretvonal volt segítségünkre, saját webkamerás felvétel esetén a kép kalibrálható egy rotring ceruzabél segítségével.

A kalibrációt követően a képen (az alsó ábrán látható módon) valós távolság-, terület- és szögadatok mérhetők. A mért adatokat a program jobb oldalon listázza.



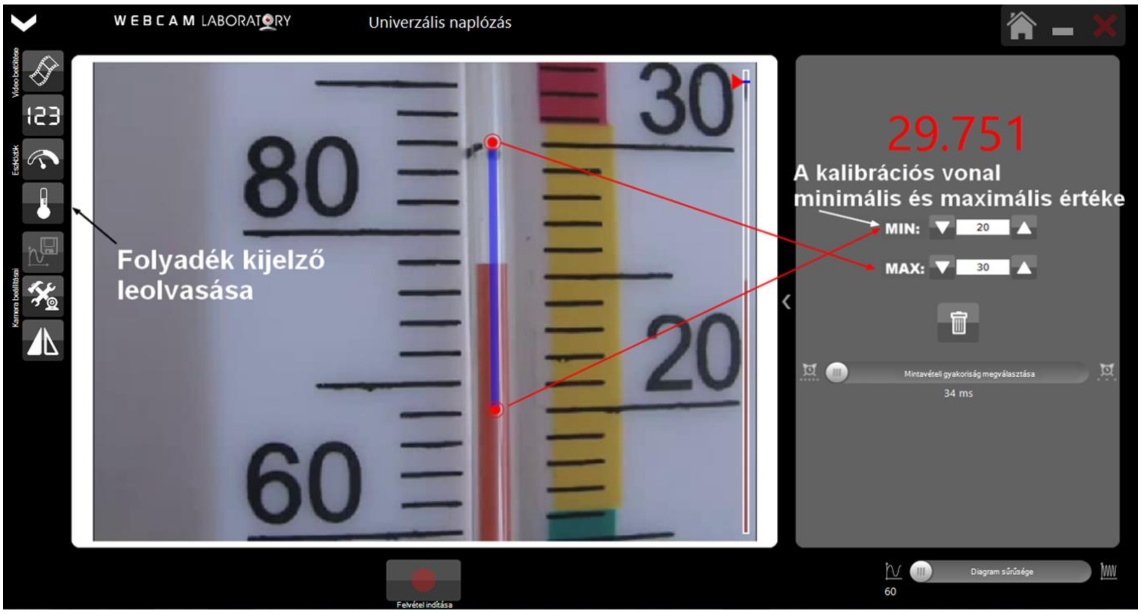
5) Univerzális naplózás

Az univerzális naplózás az egyik legérdekesebb funkció mely digitális, analóg és folyadékos mérőeszközök állását felismeri és rögzíti. Így a mért adatok időbeli alakulását lehet vizsgálni.

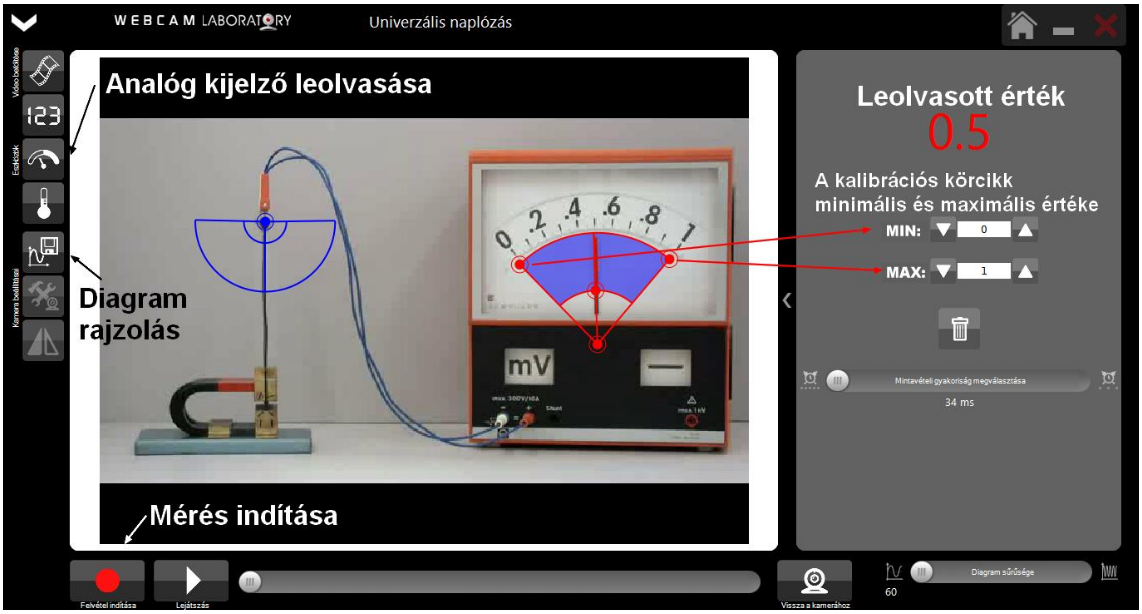
Ez kiválthatja a manapság is nagyon drága számítógépre csatlakoztatható, vagy memóriával rendelkező mérőeszközöket. A webkamerát a mérőműszerre kell irányítani és típusának megfelelően kalibrálni, egyszerre három kijelzőt lehet nyomon követni. A következő ábrákon látható a különböző eszközök kalibrációja.

Digitális kijelző leolvasása:

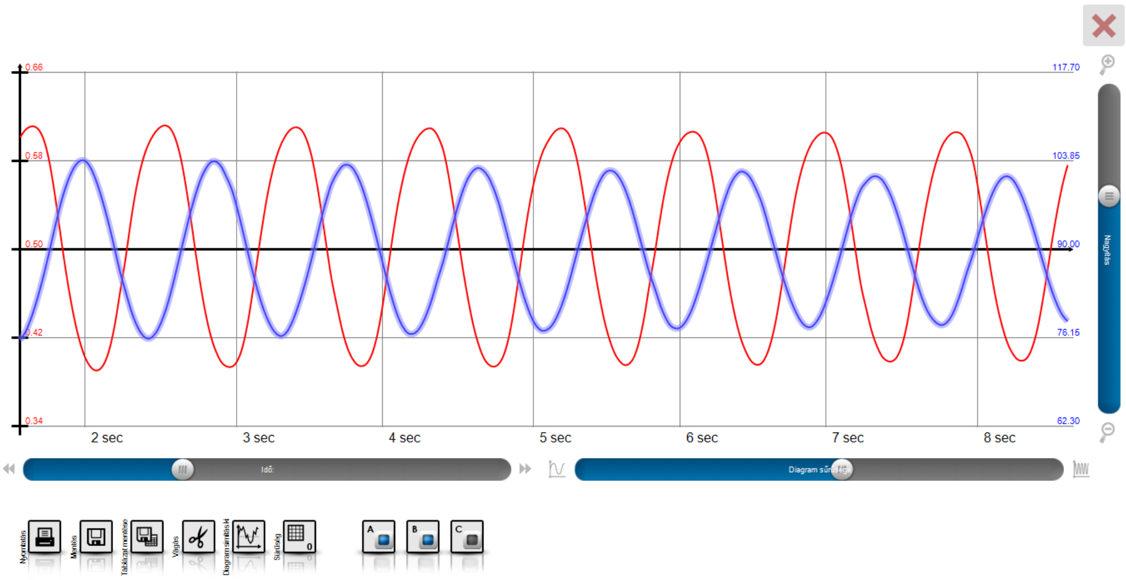
Folyadék kijelző leolvasása:



Analóg kijelző leolvasását mágnespofák között lengő vezető példáján szemléltetjük. Az analóg műszer leolvasó funkció inga lengésének megfigyelésére is alkalmas.



A mérés indítása után az indukált feszültség követhető nyomon az idő függvényében. A mérés bármikor megszakítható és a diagram rajzolási funkcióval az adatok (a kinematika funkcióhoz hasonlóan) megjeleníthetőek.

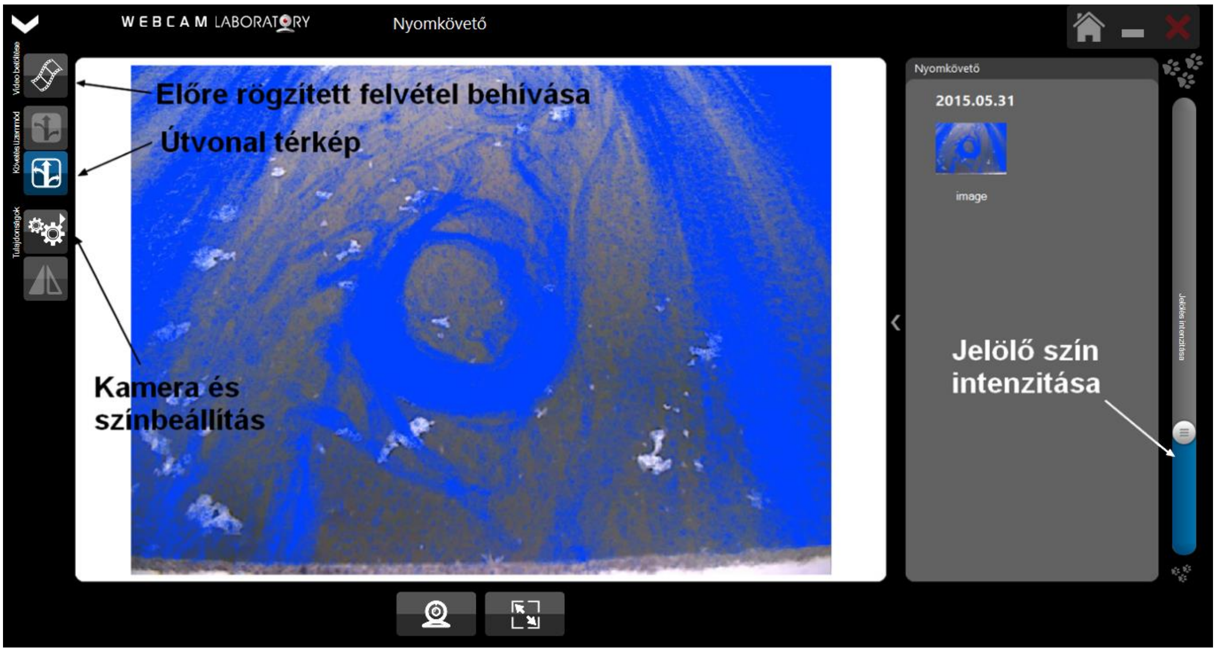


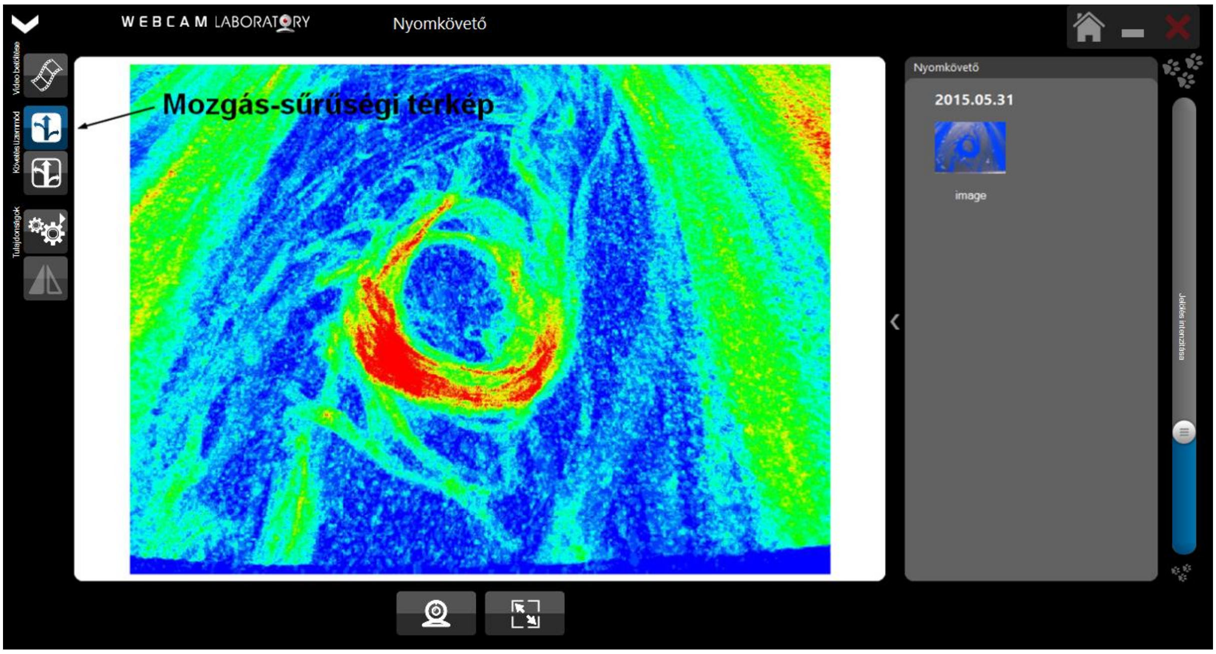
Látható, hogy az inga lengésének periodikussága megmutatkozik az indukált feszültségben. Megjegyezzük, hogy feszültségmérő középállásba van csavarva. Tehát a 0,5 mV a nulla feszültséget jelenti. Elvileg az inga 0 fokos kitérésénél, ahol a sebessége maximális, lenne maximális az indukált feszültség, de a mérőműszer késése miatt a fázisviszonyok nem tökéletesek.

Ennél a funkciónál is lehetőség van előre elkészített videók behívására, így a méréseket, kísérletek nem kell feltétlenül helyszínen végeznünk.

6) Nyomkövető

A nyomkövető funkció segítségével mozgó test/testek útja vizualizálható. A felvétel során a program a jobb oldali csúszkán beállított intenzitású foltot hagy egy elmozduló test mögött. A következő képen híd lába mögött mozgó jégtáblák nyomvonala látható. Jól megfigyelhetőek a kialakuló örvények. Az alsó kép ugyanezen videó mozgás-sűrűség („hő-”) térképét rajzolja ki.





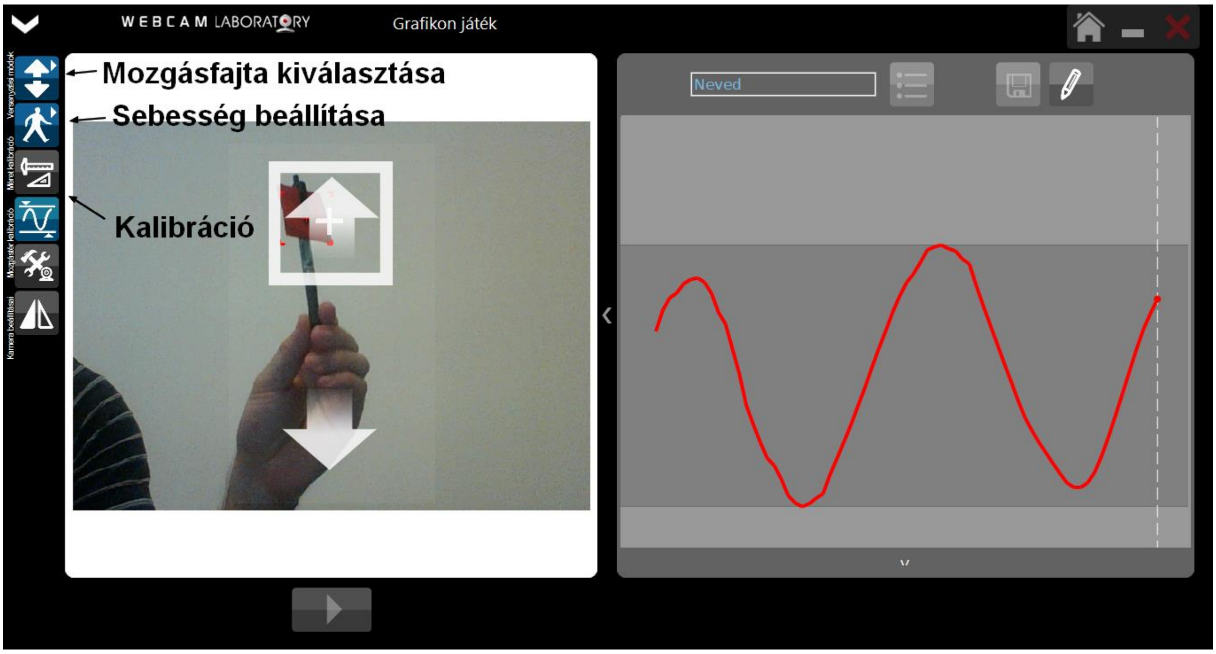
Ferde ütközés is tanulmányozható a nyomvonal alapján, ahogy a következő képen is látható. A kísérlet során a képmező közepén nyugvó korongnak alulról ferdén pöcköltük neki a másik korongot. A korábban álló korong az ütközés hatására felfelé mozgott, míg a nekiütköző, megváltoztatva eredeti sebességét lefelé lökődött.

Az ütközés után a korongok mozgásiránya kb. derékszögű. A nyomkép alapján meghatározhatjuk a korongok sebesség, ill. energiaviszonyait.

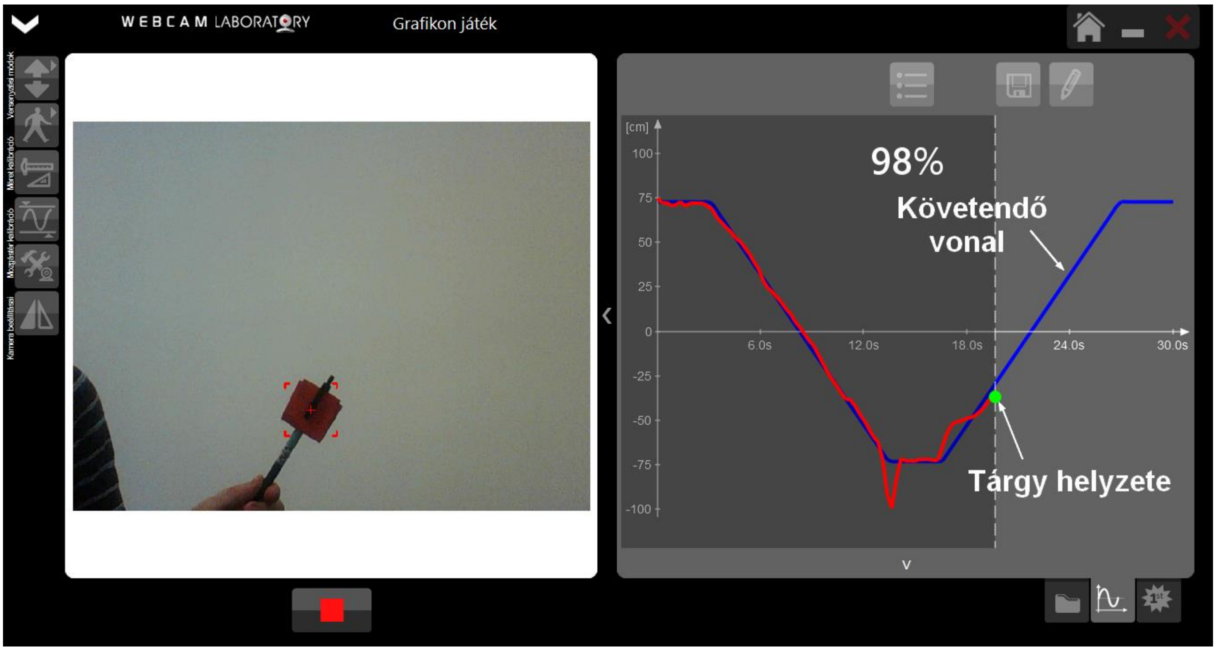
A kinematika és univerzális naplózás funkciókhoz hasonlóan itt is elemezhetünk előre rögzített felvételt, így például mikroszkopikus mozgásokat is elemezhetünk (egysejtű élőlények mozgása, apró részecskék Brown-mozgása, stb.)

7) Grafikon játék

Ez a funkció a szubjektív mozgásérzet és mozgástudat összekapcsolását szolgálja a grafikus megjelenítéssel. A játék kiválóan előkészítheti a kinematika funkció használatát. Lényege, hogy előre meghatározott mozgásokat kell kézzel elvégezni. A program folyamatosan követi a mozgó tárgyat és egyszerre rajzolja az aktuális helyét és a követendő vonalat. A mozgás lehet függőleges, vízszintes, előre-hátra, vagy döntés. Üljünk szembe a webkamerával (ebben az esetben a laptop saját kamerája is megfelelő)! Egy toll végébe csíptessünk kartonlapot, majd ismertessük fel a számítógéppel a színes tárgyat! Mozgassuk lassan oldalra, le és fel – a számítógép követi a mozgást, amit az jelez, hogy a kurzor követi a képernyőn a mozgó testet. A játékhoz kalibráció szükséges, ami a mozgás fajtájától függ. A következő ábra függőleges elmozdulások esetét mutatja. Lényege, hogy a nyilaknak megfelelően mozgatni kell a teljes képtérben a színes tárgyat, így megadva a programnak, hogy milyen keretek között kövesse a testet (ez minden mozgásfajtára hasonló).



Ezt követően kezdődhet a játék. Válasszuk ki a követni kívánt elmozdulás grafikont. A beépített lehetőségek mellett saját rajzolására is van lehetőség.



Mozgassuk a testet a grafikonnak megfelelően. A program folyamatosan jelzi a tárgy helyzetét (felső ábrán a piros vonal) így a görbe követhető. Emellett kiértékeli, hogy a játékos mennyire jól tartotta a vonalat. A játékkal tudatosítható az elmozdulás – idő grafikon és a tényleges mozgás közötti kapcsolat.

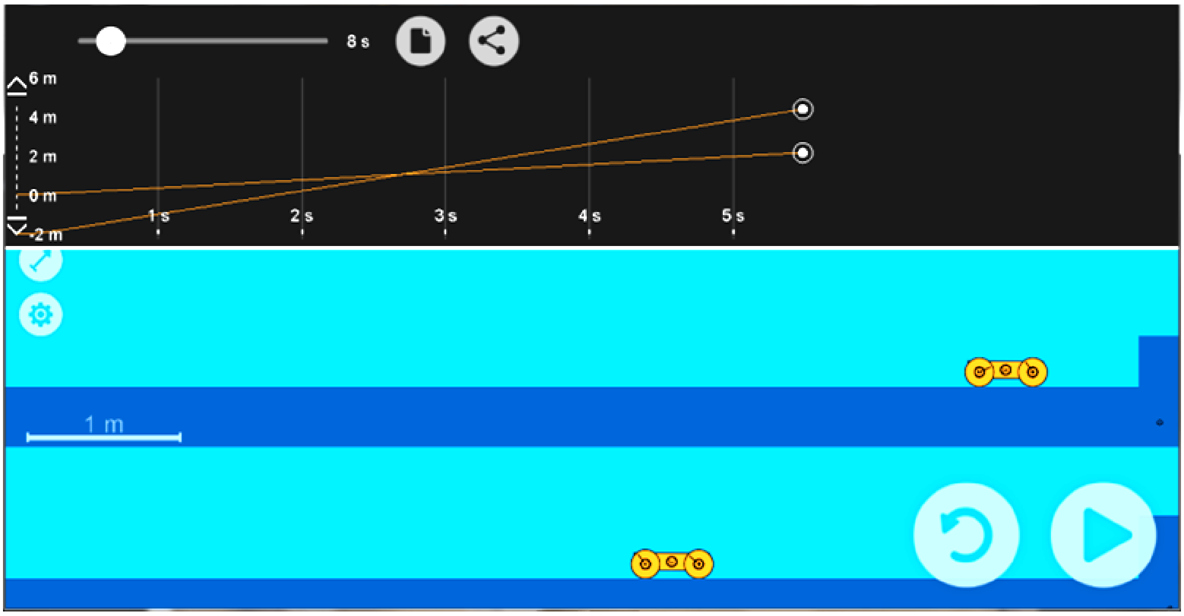
[Vissza >>>]

M4. Fizika - kvantitatív mozgás-szimuláló program

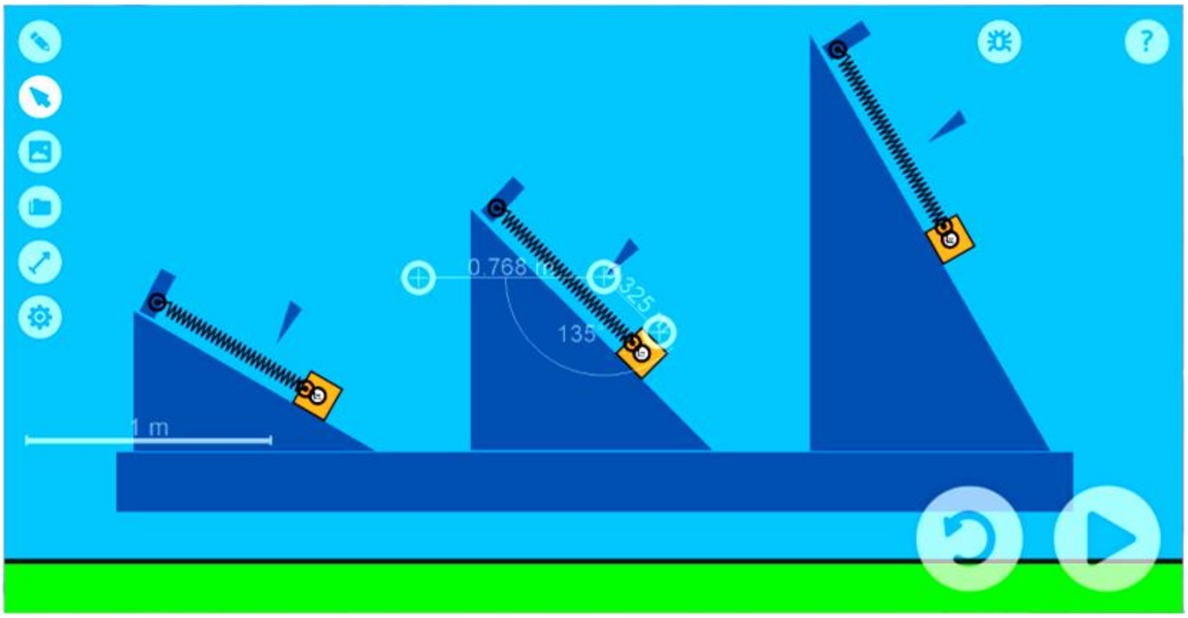
A mozgásszimuláló számítógépes program kétdimenziós mozgások valósághű vizuális megjelenítésére képes, miközben rögzíti a mozgó test kiválasztott pontjának mozgásjellemzőit (azaz az elmozdulás, sebesség- és gyorsulás x és y összetevőjét) az idő függvényében. A vizsgált testek a valóságos testek modelljeiként egyszerű kétdimenziós geometriai alakzatokból (kör, háromszög, négyszög) összeállítva rajzolhatók meg számítógép képernyőjén. Az egyes alakzatokat mereven, vagy elfordulást lehetővé tevő tengelyekkel közvetlenül egymáshoz rögzíthetők, illetve a képernyő tetszőleges pontjához. Az így modellezett testeket ezután össze is kapcsolhatjuk „rugóval", „lánccal", „kötéllel".

A testek a nehézségi erő, rugó, vagy akár „motor" hatására jöhetnek mozgásba, emellett úgy is, ha a program elindítása után a kurzorral megragadva (majd elengedve) kezdő lökést adunk nekik. Beállíthatunk kezdősebességet, illetve egy rakéta elemet a testre helyezve állandó nagyságú és irányú erőt fejthetünk ki a testekre. Tengelyes kapcsolat esetén meghatározhatjuk a tengely-súrlódását, de motorral forgathatjuk is a tengelyt, beállítva a motor fordulatszámát és nyomatékát. A vizsgált test egyes elemeihez kvantitatív fizikai paramétereket rendelhetünk, megadhatjuk a tömeget, a rugalmasságot (ütközési számot), a súrlódási tényezőt. Eldönthetjük, hogy a test mozgását a homogén nehézségi erőtérben, vagy erőtér nélkül akarjuk szimulálni. (Az első esetben a nehézségi erő a képernyő síkjában lefelé hat.) A program az elemekből megrajzolt kétdimenziós testhez hozzárendeli a megadott paramétereket, figyelembe veszi a rajzolt elemek közti kölcsönhatásokat, kényszerfeltételeket.

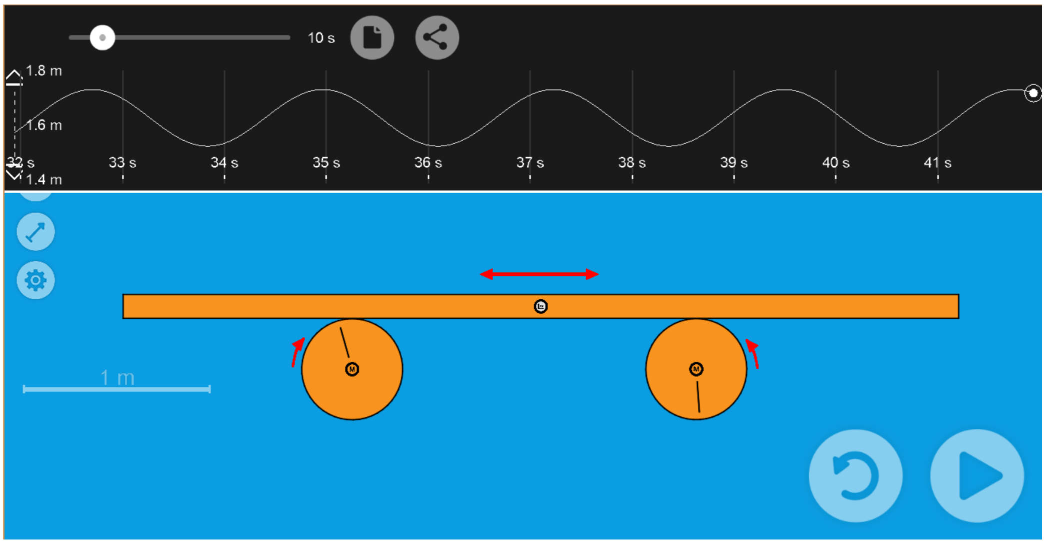
A program elindításakor a kezdőfeltételek figyelembevételével numerikusan megoldja a rendszer mozgásegyenletét és meghatározza a testek pontjainak a helyét Δt időtartam után, és az új helyzetben kirajzolja a testeket a képernyőre, majd újabb számítással határozza meg a következő Δt idő utáni helyzetet, stb. A test számításokon alapuló elmozdulás-sorozatát a képernyőn valósághű mozgásként érzékeljük. A program képes több megrajzolt test mozgását együtt is megmutatni, beleértve a testek esetleges kölcsönhatásait is (pl. ütközés). Ha a testen (testeken) kijelölünk egy-egy pontot, a program megjegyzi a kijelölt pontok mozgásjellemzőinek (elmozdulás, sebesség, gyorsulás) síkbeli x és y irányú összetevőit. Az origó tetszőlegesen áthelyezhető, sőt testekre is rögzíthető, így akár gyorsuló koordináta rendszerben is vizsgálhatók a mozgások. Ezek közül bármelyiket, a mozgással egyidőben, grafikusan is ábrázolja az idő függvényeként. A számítógépes grafikonról az adatok tetszés szerint leolvashatók. A program a képernyőre rajzolt testre ható erőket is meg tudja jeleníteni. A képek különböző szimulációs problémákat illusztrálnak. A következő ábrán két autó szimulált mozgása látható, felső kisautó nagyobb sebességgel haladva megelőzi a kisebb sebességűt:



(A két kerékből és a kocsi-testet jelző hasábból összerakott kisautókat a hátsó tengelyükre helyezett „motor hajtja. A kocsik tömegközéppontjának elmozdulás – idő grafikonja a képernyő felső részén látható. A grafikon függőleges tengelyéről leolvasható, hogy mekkora volt induláskor a két kocsi távolsága, a grafikonok meredekségéből meghatározható a kocsik sebessége a grafikonok metszéspontjának időkoordinátáját leolvasva az előzés időpontja.)



Három egyenlő tömegű testet három egyforma rugó tart egyensúlyban 30°, 45° és 60° -os súrlódás mentes lejtőn. A rugók nyugalmi hosszát a szimulációs rajzon bejelöltük. A rugók megnyúlása a programhoz tartozó hosszúság – és szögmérővel lemérhető (lásd. középső lejtő). A rugó erőtörvényének ismeretében így igazolható, hogy a szimulációban is fennáll Newton II. törvénye.



Felül egy közismerten nehéz példa szimulációjának pillanatképe látható. Az egymással szemben forgó (motorral forgatott) két hengerre helyezett rúd vízszintes irányú harmonikus rezgőmozgást végez (lásd a fenti grafikon). Az álló pillanatképre a szemléletesség miatt utólag piros nyilakkal jelöltük a mozgásirányokat.)

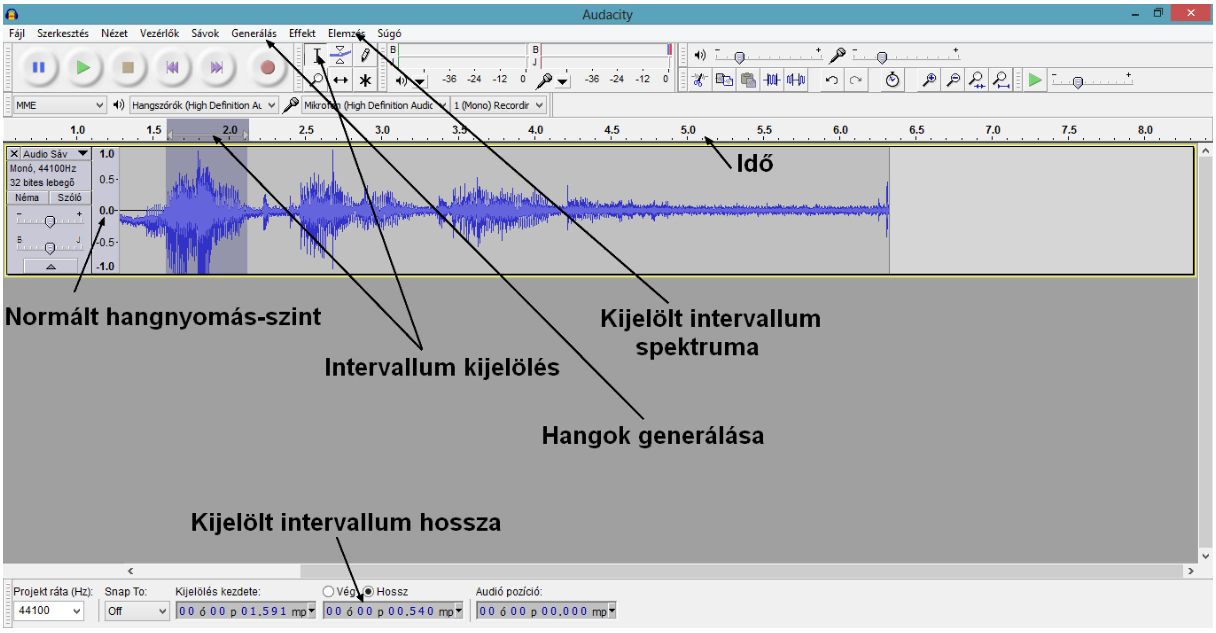
A mozgásszimuláló program az iskolai fizikatanításban sokféleképp használható fel. Alapozó szinten a mozgás és a vele egyidőben kirajzolódó grafikon segíti a diákot a grafikus ábrázolás megértésében, a grafikon-értelmezésben, az adatok leolvasásában. Interaktív módon változtathatja a szimuláció paramétereit és a program lefuttatásával azonnal megfigyelheti a mozgásban bekövetkező változásokat. Haladó szinten a diákok maguk készíthetnek szimulációkat. Így szimulálhatnak iskolai alapkísérleteket, egyszerűsített köznapi szituációkat, de a program akár összetett elméleti feladatok modellezésére is felhasználható. Ez utóbbi akkor különösen értékes, ha a példa számításokkal meghatározott végeredményét a szimuláció grafikonjának adataival igazolni lehet. Emelt szinten a program érzékelteti, hogy a valós problémák iskolai egyszerűsítése „modellezés”, ami számos körülmény figyelmen kívül hagyásával csak közelítő eredményt ad. A szimuláció is modellezés, de a mozgásegyenlet numerikus gépi megoldása jóval több hatást figyelembe vesz, mint a középiskolai szintű feladatmegoldás, így eredménye közelebb áll a valósághoz.

[Vissza (Dinamika) >>>]

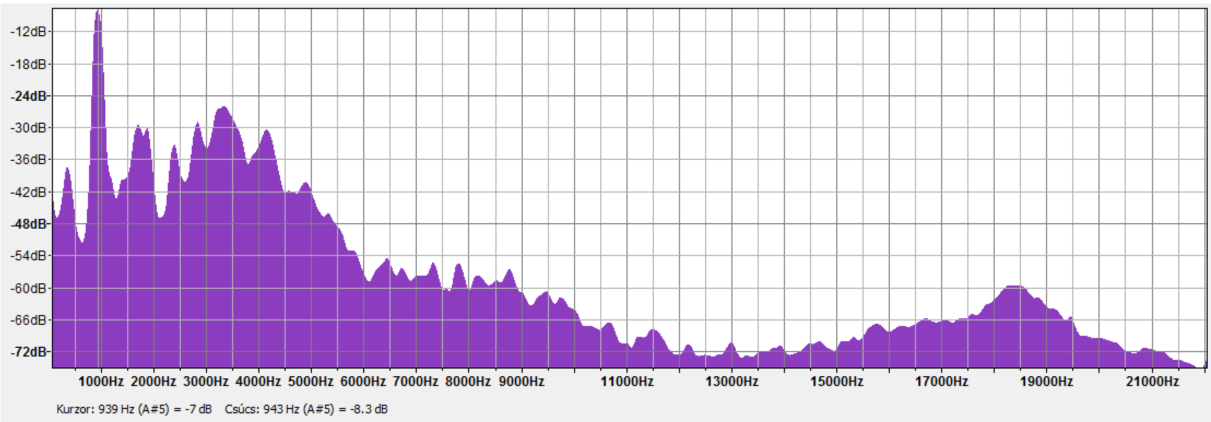
[Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>]

M5. Audacity - akusztikus mérőprogram alkalmazása fizikaórán

Az Audacity program az internetről (http://sourceforge.net/projects/audacity/) ingyenesen letölthető. A szoftver elsődlegesen hangok rögzítésére, hangfelvételek vágására, elemzésére szolgál. Emellett széles körben használható fizikai kísérletekhez. Használatához csupán mikrofon szükséges. Egyes hangtani kísérletekhez külön hangfal is előnyös lehet. A program kezelőfelülete a következő képen látható, a legfontosabb funkciógombok megjelölésével.



A mérés elindításával a program a *hangnyomás-szint*et ábrázolja az idő függvényében. Erről a görbéről ki lehet jelölni tartományokat, le lehet olvasni hosszukat, vagy elemezni lehet a spektrumot. Spektrum ábrázolásával a hangot jellemző frekvenciákat lehet analizálni. Példaként az alsó ábrán egy furulya spektruma látható. A spektrum görbe y tengelyén a hangintenzitás-szint dB-ben mér értéke, az x tengelyén a frekvencia látható. A kurzorral leolvasható, hogy a furulya alaphangja (legmagasabb csúcs helye) 943 Hz. Érdekes játék lehet órán a diákok beszédhang-spektrumának összehasonlítása.



A hangtani kísérleteknél nagyon fontos funkció a generáltatás, amivel monofrekvenciás (adott frekvenciájú tökéletesen szinuszos) hangot lehet generálni.

A hangkártya nagy mintavétetelezési sebessége (44100 Hz) miatt rendkívül pontosan rögzíti a hangok időpontját, így nem csak hangtani kísérletek végezhetők segítségével, két hangjel közötti időkülönbség is nagyon pontosan, ezred másodperc pontossággal mérhető általa. A következőkben példákat mutatunk a program felhasználására a fizika tanítása során.

Időmérésen alapuló kísérletek

Nehézségi gyorsulás meghatározása

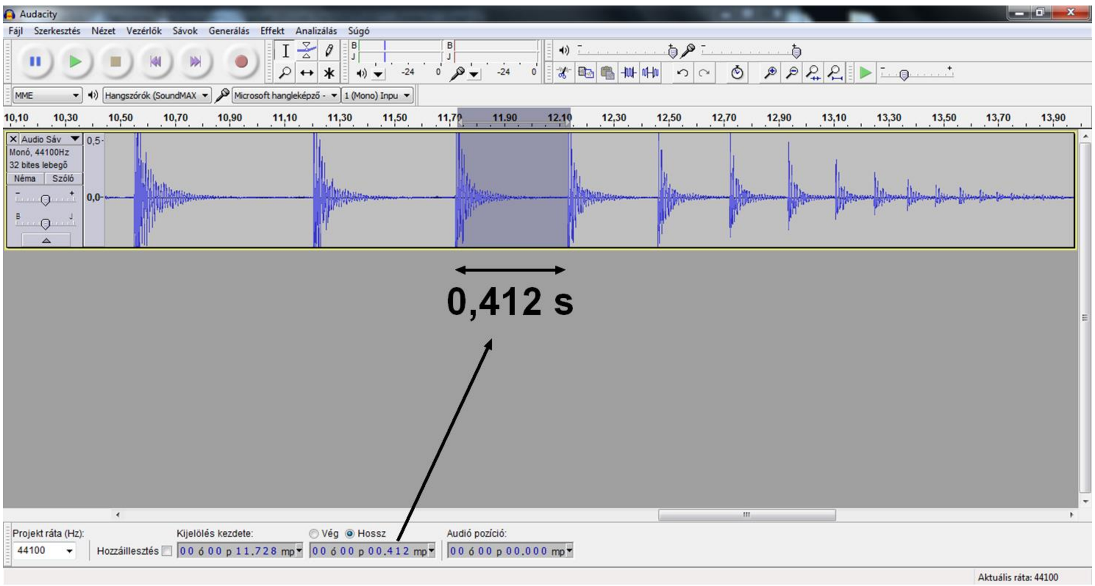
Az program használhatóságát mutatja, hogy 2013-ban az emelt szintű érettségi mérési feladata volt nehézségi gyorsulás értékének meghatározása „Audacity" számítógépes akusztikus mérőprogram segítségével. A pontos feladat a következő volt:

> „Mérje meg különböző magasságokból leeső acélgolyó esési idejét Audacity számítógépes mérőprogrammal! A magasságok és az esési idők alapján határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!"

A megoldás vázlata a K9-es mellékletekben olvasható.

Pattogó labda mozgása

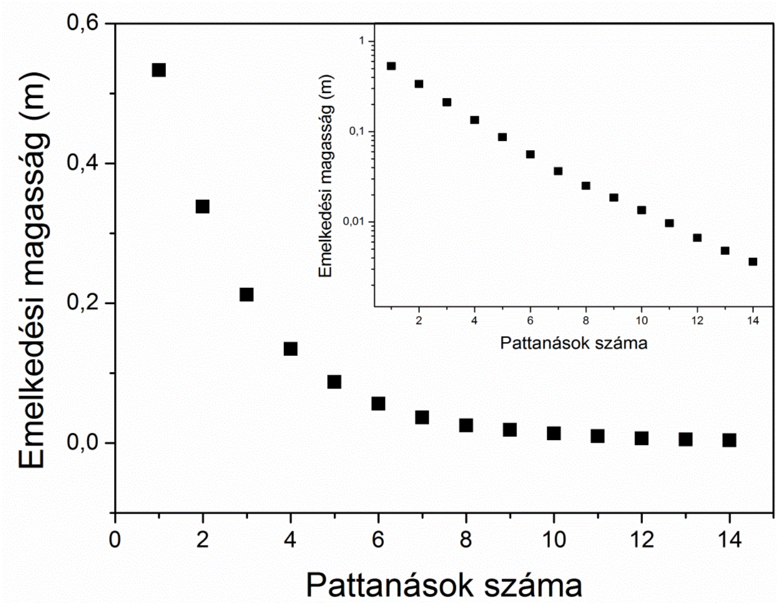
A függőlegesen folyamatosan pattogó labda egyre kisebb magasságba emelkedik. Pontos emelkedési magasságának mérése nehezen kivitelezhető és a pattanások idejét is nehéz pontosan mérni. Mozgásának vizsgálata Audacity programmal könnyen elvégezhető, hiszen a pattanások határozott hangja jól mérhető a szoftverrel. A következő ábra a hangnyomás-intenzitás időfüggését mutatja.



A pattanások között eltelt idő az ábrán látható módon leolvasható. Amiből kiszámolható az emelkedési magasság a következő képlettel:

$$h_n = \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{t_n}{2}\right)^2.$$

Ha ábrázoljuk az emelkedési magasságokat a pattanás sorszámának a függvényében, akkor a következő grafikont kapjuk:



Az egymást követő felpattanásokból a labda rugalmasságára jellemző ütközési szám meghatározható az

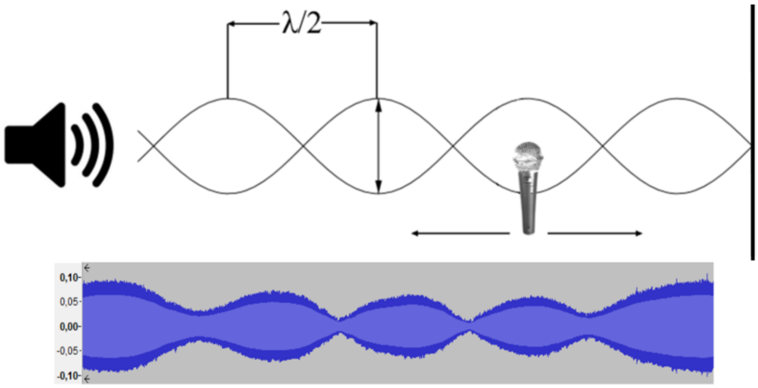
$$\varepsilon = \frac{h_{n+1}}{h_n}$$

összefüggéssel, vagy az előző ábra jobb felső sarkában látható logaritmizált pontsorra illesztett egyenes meredekségéből (a meredekség az ütközési szám logaritmusa). A kísérlet végezhető csoportmunkában, a diákok érdeklődésének és felkészültségének megfelelően a linearizáció is elvégezhető akár egy egyszerű táblázatkezelőben.

Hangtani kísérletek

Hang állóhullámok kialakulása.

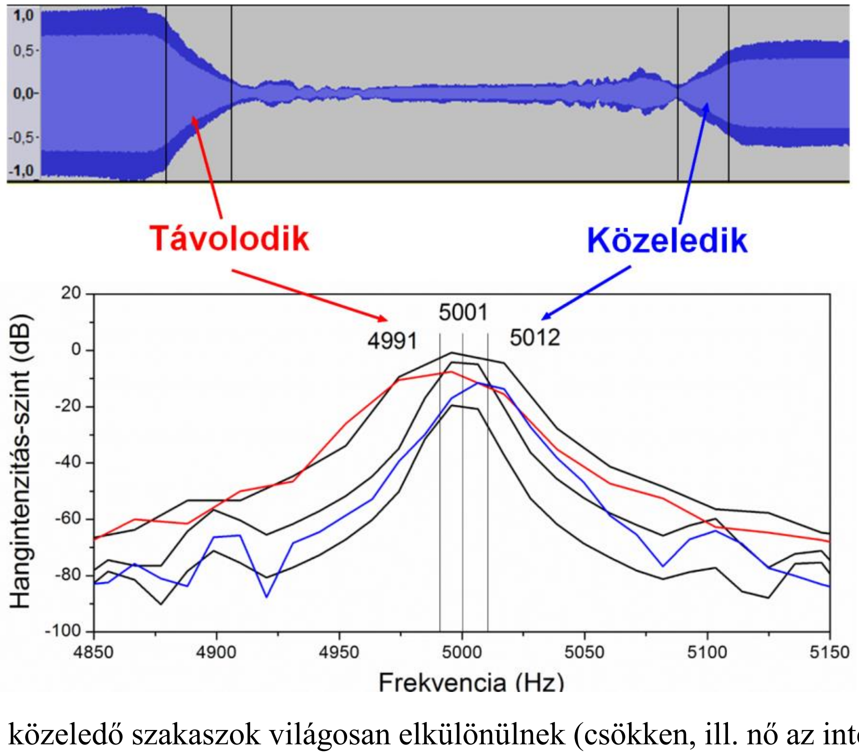
Állóhullámokat gumikötélen a legtöbb iskolában bemutatják. Hanghullámokkal való bemutatása viszonylag ritka. Klasszikus demonstrációs kísérlet erre a Rubens-cső, ami sajnos nem áll minden iskolában rendelkezésre, valamint vezetékes gáz is kell a használatához. Az Audacity programmal ez is egyszerűen kivitelezhető. Fordítsuk egyenes, sima fal felé hangfalunkat, és a programmal generáltassunk monokromatikus hangot (kb. 1000 Hz). A generáltatással párhuzamosan indítsuk el a hangfelvételt is, és a faltól indulva mozgassuk egyenletes sebességgel a mikrofont, ahogyan a sematikus ábrán látszik.



Ekkor a hangnyomás-intenzitásban periodikus csökkenést emelkedést láthatunk (lásd felső ábra, alsó része). Két szomszédos maximum távolságából a hullámhossz fele (λ/2) meghatározható, amiből a hangsebesség számolható. Ez a kísérlet előzetes kipróbálást igényel, hiszen hangolni kell a fal és hangfal közötti távolságot. Szép állóhullámkép csak akkor alakul ki, ha ez a távolság a félhullámhossz egészszámú többszöröse.

Doppler effektus

Mindennapi tapasztalatok hosszú sorát lehet említeni a doppler-effektus témakörében. Tipikus példák a szirénázó mentőautó és a száguldó versenyautó. Audacity programmal a jelenség mérhetővé válik, sőt a távolodási és közeledési sebességek is becsülhetőek segítségével. Generáltassunk monofrekvenciás hangot, lehetőleg 5000 Hz körülit. Fogjuk meg a mikrofont a hangforráshoz közel és indítsuk el a felvételt. Húzzuk el gyorsan a mikrofont és tartsuk, majd közelítsük. Ekkor a hangnyomás intenzitás a következő ábrán látható módon alakul.



A távolodó és közeledő szakaszok világosan elkülönülnek (csökken, ill. nő az intenzitás), így a spektrum az egyes tartományokon külön vizsgálható. Amikor a mikrofon áll, akkor a spektrum csúcs helye a vártnak megfelelően 5001 Hz-en áll. Távolodáskor csökken a frekvencia (nő a hullámhossz), közeledéskor nő. A mozgatás sebessége becsülhető a

$$f = f_0 \cdot \frac{c}{c \pm v}$$

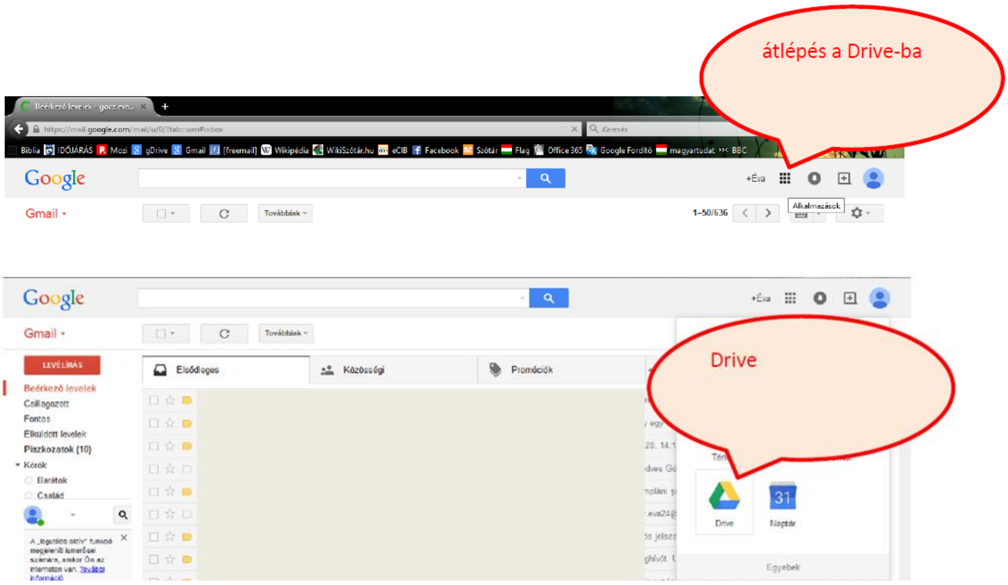
képlet alapján, ahol f az észlelt frekvencia, f_0 a forrás frekvenciája, c a hangsebesség (~340 m/s), v a távolodás (+), illetve közeledés (-) sebessége. Az előző ábrán látható mérés esetén a képlet alapján távolodáskor 0,68 m/s, közeledéskor 0,75 m/s sebesség számolható

Vissza >>>

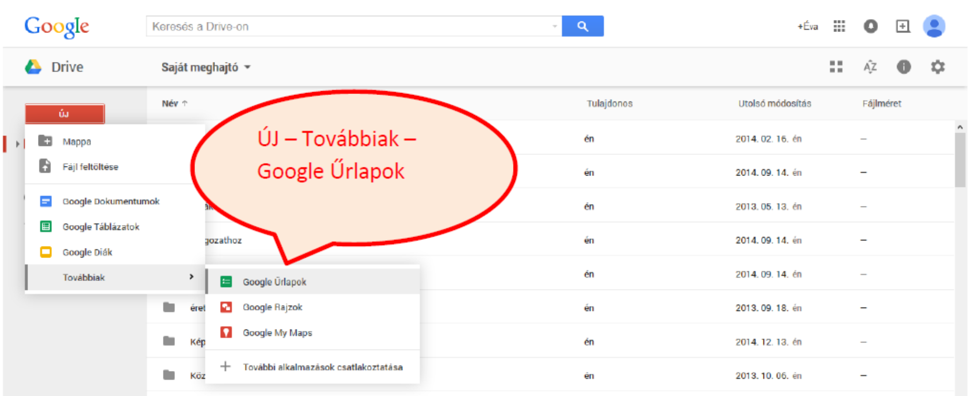
M6. Egyszerű és mindenki számára hozzáférhető lehetőség elektronikus teszt-dolgozat szerkesztésére

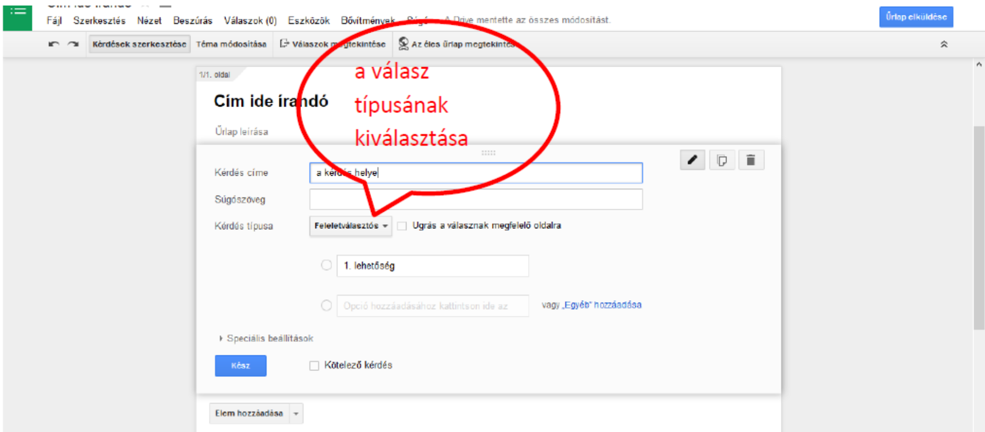
A Google (mint közismert internetes szolgáltató) teszt-kéréseken alapuló kérdőív összeállítására is kínál ingyenes szolgáltatást. A google-teszt készítéséhez a felhasználó tanárnak gmail - fiókkal kell rendelkeznie.

1) A gmail -be belépve át kell lépni a „Drive-ba. Ez a fiókhoz tartozó szolgáltatás, egy virtuális tárhely.

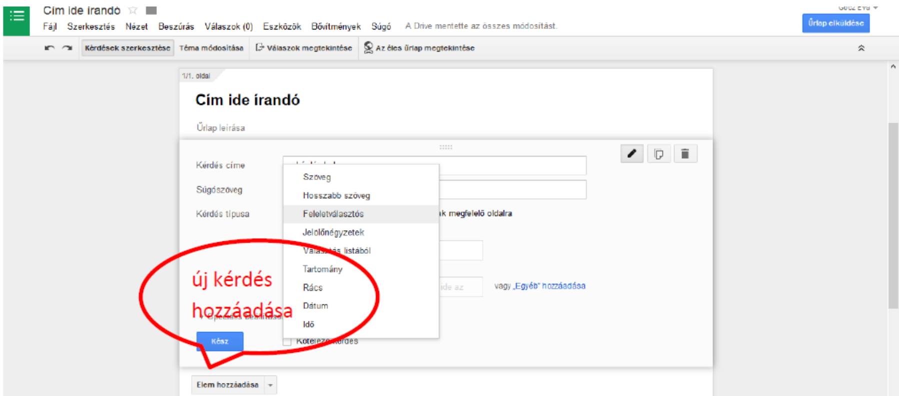


2) Itt az „Új” gombra kattintva többféle dokumentumot készíthetünk, közötte teszt-űrlapot is. A program kilenc féle válaszadási lehetőséget ajánl fel számunkra (szöveg, feleletválasztós, választás listából, stb.). Ezek közt a felhasználó szabadon választhat.

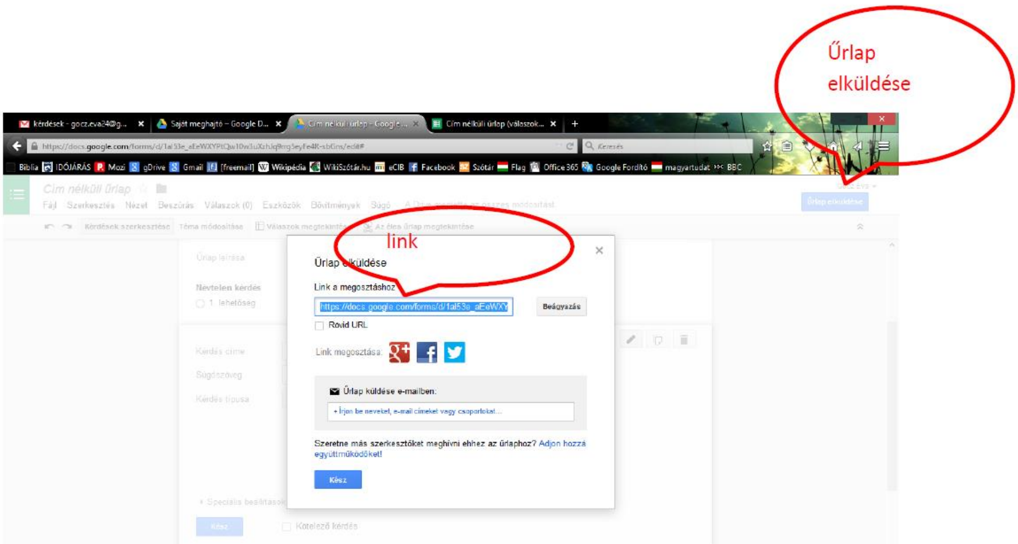




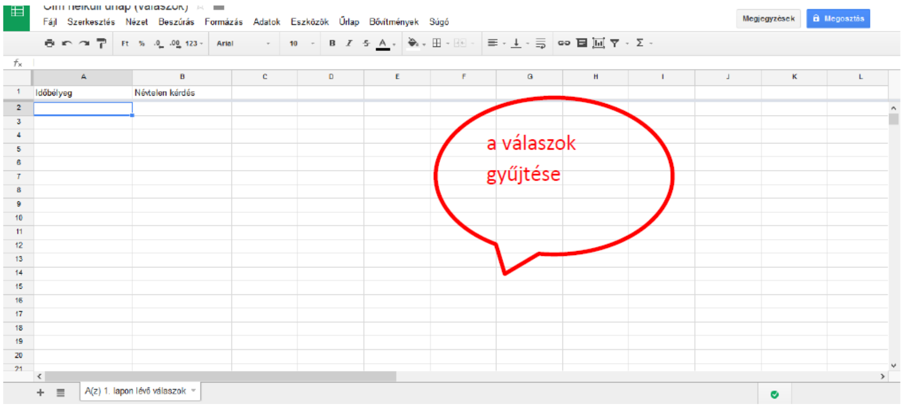
3) Az űrlap értelemszerűen töltendő ki, nem kíván előtanulmányokat. Egyszerre egy kérdés szerkeszthető, további kérdés az „Elem hozzáadása” gombbal lehetséges.



4) A kérdéssor megszerkesztése után a feladatsor megosztható a diákokkal. Az „Űrlap elküldése” gomb megnyomásával kinyílik egy ablak, amiből a megosztáshoz szükséges link megtalálható. Ezt a linket elküldve az érintetteknek (pl. emailben) bárhonnan kitölthető a teszt.



5) A program a teszt kitöltőinek válaszait egy táblázat gyűjti, amit az űrlaphoz hasonlóan a Drive-on tárol automatikusan a rendszer. Az eredménytáblázat letölthető excel-fájl formátumban is.



A Google-teszt hátránya, hogy nem értékeli ki automatikusan a beküldött dolgozatokat. A teszt kiértékelése és az eredmények közlése a diákokkal a szaktanár feladata. Megjegyezzük, hogy nem csak teszt-dolgozat szerkesztésére lehet használni ezt az alkalmazást, hanem a tanári munka egyéb területén is hasznos (versenyjelentkezés automatizálása, szociometriai felmérés, stb.)

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata 7.6) >>>

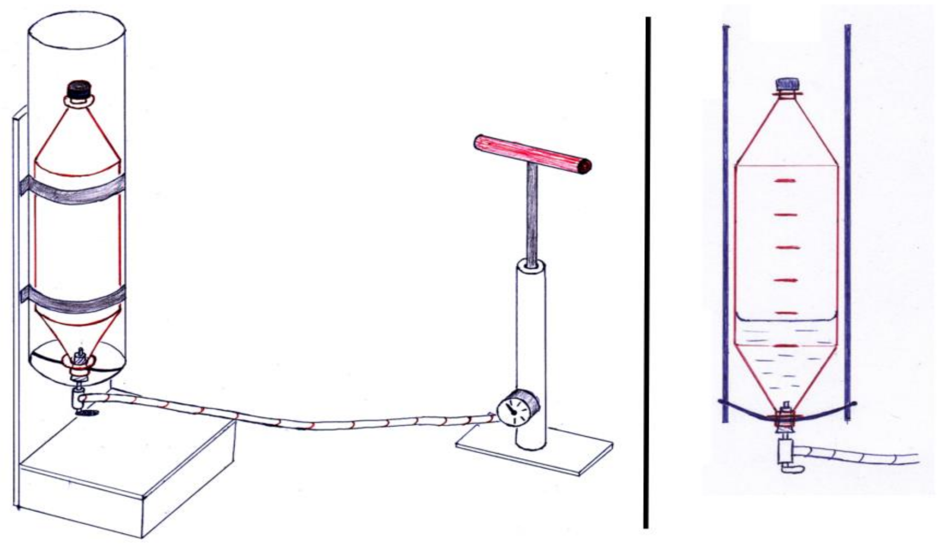
Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata 8.2) >>>

M7. Házilag készített vizes rakéta kilövése, mozgásának elemzése

A dinamikában az impulzusmegmaradás törvényének alkalmazásaként foglalkozunk a rakéta-mozgással. A téma akkor lehet igazi élmény, ha az elméleti tárgyalást kísérleti bemutatóval, ill., mérésekkel is összekapcsoljuk. A látványos udvari kísérlet érdemes a téma lezárásaként bemutatni. A 15-20 méter magasra felemelkedő rakéta még a fizikát nem kedvelő diákok számára is maradandó élményt jelent. Az érdeklődő tanulókkal szakköri foglalkozás keretében tovább vizsgálhatjuk, mérésekkel, számításokkal tehetjük teljessé a kísérletet.

A kísérlet

Rakétaként egy 1,5 literes szénsavas üdítőspalack, ún. PET-palack szolgál. A könnyű műanyagpalack tömege $m \approx 40\,\mathrm{g}$, anyaga 6-7 atmoszféra túlnyomást is álló „polietilén tetraftalát". Az üres palackba 0,5 liter vizet öntünk, majd erősen ledugaszoljuk egy dugóval, amelynek előre elkészített furatába bicikligumi szelep illeszkedik (lásd ábra). A pet palack aljára érdemes egy másik palack keskenyedő, kupakos tetejét ráragasztani a légellenállás csökkentésének érdekében.



Az így előkészített rakétát szájával lefelé fordítva „kilövőállványba" helyezzük.

Az állvány 2 colos deszkából készült (súlya biztosítja stabilitását), függőleges szárára bilinccsel PVC csatornacső-darabot rögzítünk (ábra). A cső alsó végére felerősített, vastagabb drótból hajlított karika biztosítja, hogy a csőbe felülről behelyezett palack lefelé ne essen ki (a palack nyaka lazán átfér a nyíláson, de a szélesebb válla már feltámaszkodik a gyűrűre).

A vízzel feltöltött, ledugaszolt és a kilövőállványba helyezett rakéta szelepét nyomásmérővel ellátott autópumpához csatlakoztatjuk, ezzel a rakéta „kilövésre kész". Kezdjük el egyenletes tempóban pumpálni a levegőt! A nyomásmérő mutatja, hogy a palackban, a víz fölött fokozatosan nő a levegő nyomása. Az egyre növekvő gáznyomásból a dugóra ható erőt a palack nyílásába beszorított rugóra ható súrlódási erő egy határig kompenzálja. Kb. 3 bár túlnyomás fölött a gáz kilöki a dugót és erős sugárban kilövelli a palackban lévő vizet, miközben a palack nagy sebességgel függőlegesen felemelkedik a levegőbe. A palackrakéta 10-15 méter magasba emelkedik. Visszaeséskor az üres palack (rövid gyorsulás után) jól érzékelhetően egyenletesen esik le.

A kísérletet érdemes kétszer bemutatni, hogy a második esetben a diákoknak legyen módjuk a részleteket is megfigyelni! Osszuk ki a feladatokat: legyen aki leolvassa a nyomásmérőn a dugót kilökő kritikus gáznyomást, legyenek akik mobiltelefonjukkal, kamerával lehetőség szerint nagy sebességű videót készítenek a rakéta teljes emelkedéséről, legyenek akik közelebbről filmezik az indulást hogy a felvétel alapján megállapítsák meddig tart a víz kiáramlása a rakétából.

A látványos kísérlet végén, az osztályterembe visszatérve osszuk ki a kérdéseket tartalmazó feladatlapokat a diákoknak, ezzel adva hangsúlyt kísérlet átgondolásának.

Feladatlap:

1. A rakéta vízzel és levegővel működött.

a) Vajon működne-e a rakéta víz nélkül, csak a bepumpált levegővel?

Igen Nem

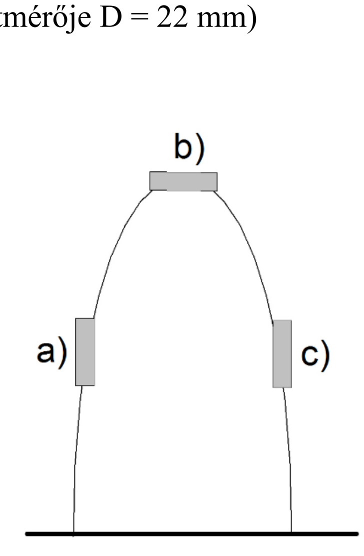
b) Működne-e a rakéta, ha majdnem színültig töltenénk vízzel és úgy pumpálnánk bele levegőt?

Igen Nem

c) Melyik esetben menne magasabbra? *A.)* *B.)*

2. A mért maximális nyomás értékének felhasználásával becsüljétek meg a dugó és a palack közt ható súrlódási erő nagyságát! (a palack szájának belső átmérője D = 22 mm)

3. Az mellékelt rajz a kilőtt rakéta „röptét” szemlélteti.



Rajzoljátok be a rakéta-palackra ható erő-vektorokat

a.) az emelkedés során félmagasságban,
b.) a pálya legmagasabb pontján,
c.) lefelé jövet a földtől 2 m magasságban!

4. A p nyomás és a hatására valamely állandó keresztmetszeten kiömlő folyadék v sebességének összefüggését Torricelli törvénye írja le. Eszerint

$$p = \frac{1}{2}\rho v^2 ,$$

ahol ρ a kiömlő folyadék sűrűsége.

- *Egyszerű számítással adjatok becslést mennyi idő alatt távozott a víz a rakétából? (Gondold meg állandó volt-e a kiömlő víz sebessége?*

Az 1-4 feladat megválaszolási ideje: 15 perc

Max pontszám 20

Megoldás

A feladatlapok beszedése után a megoldást célszerű frontálisan megbeszélni

1. a) A rakéta természetesen csak levegővel is működik, de mivel a sűrített levegő tömege sokkal kisebb, mint a vízé, az így elérhető sebesség kisebb.

b) Mivel csak nagyon kevés levegő sűríthető a vízzel majdnem tele palackba, a dugó kilökése után a levegő csak csekély vízmennyiséget nyom ki, ezért a rakéta nem, vagy alig tud a magasba emelkedni.

c) A

2. Pascal törvénye szerint a sűrített levegő nyomása a vízben minden irányban gyengítetlenül terjed. A víz a saját súlyával ($m_{víz}g$) és a sűrített levegő nyomásából (p_{lev}) származó erővel nehezedik a $D^2\pi/4$ keresztmetszetű dugóra, ezzel tart egyensúlyt a dugó és a palack nyaka közt ható tapadási súrlódási erő.

$$m_{víz}g + p_{lev}\frac{D^2\pi}{4} = F_S$$

A kísérlet adataival számolva $F_S \approx 119$ N.

3. a.) Az emelkedés fél-magasságánál a palackra *lefelé* hat az üres palack súlya és ugyancsak lefelé (a sebességgel ellentétesen) a közegellenállási erő. A közegellenállási erő a nagyobb.

b.) A pálya legfelső pontján a palackra csak a súlya hat. (A sebessége zérus, ezért közegellenállás zérus.)

c.) A földre érkezés előtt 2 m magasan lefelé ható erő a palack súlya, felfelé hat a közegellenállás. A palack mozgása azért egyenletes, mert a közegellenállás nagysága kb. megegyezik a palack súlyával.

4. A vízre ható nyomás a kezdeti pillanatban a nyomásmérőn leolvasott 3 bar ($3 \cdot 10^5$ Pa), a víz kiáramlási sebessége a Torricelli-törvényből számítva:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \approx 24{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A víz kiáramlása közben az összesűrített levegő gyorsan tágul, nyomása rohamosan csökken, így a víz kiáramlási sebessége sem állandó. A levegő gyors tágulása adiabatikus folyamat, amely során a nyomás jobban csökken a térfogat növekedésével, mint a középiskolás gyakorlatban jól ismert izoterm térfogatváltozás során. Mivel az adiabatikus tágulással az iskolában nem foglalkoztunk, a nyomáscsökkenés közelítő meghatározására a Boyle-Mariotte törvényt tudják használni a diákok. Mivel a teljes vízmennyiség 0,5 liter volt, a sűrített levegő eredeti térfogatának (1 liter) 1,5-szeresére nőtt, A folyamat végén az 1,5 literes palackban a kezdeti 1 liter levegőtérfogat másfélszeresére nőtt, miközben a nyomás 2 bar-ra csökkent. Az utolsó vízmennyiség kilökődési sebessége innen $v_v \approx 20\ \mathrm{m/s}$. Tekintsük átlagként a közepes sebességet:

$$\bar{v} = \frac{v_v + v_0}{2} \approx 22\,\frac{m}{s}\ !$$

Ezzel számolva a V = 0,5 liter = 0,5 10^{-3} m^3 vízmennyiség a palack

$$A = \frac{D^2\pi}{4} = 3{,}8\ 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$$

nyílásán

$$t = \frac{V}{vA} = 0{,}06\ \mathrm{s}$$

alatt távozik.

Kiegészítő szakköri feladatok érdeklődő tanulók számára

1) Torricelli törvényét és a lendületmegmaradás törvényét felhasználva becsüld meg a rakéta induló sebességét! (Vedd figyelembe, hogy a palackban változik a gáz nyomása, valamint hogy a még a palackban lévő aktuális vízmennyiség együtt gyorsul a palackkal. Számításaid során alkalmazz egyszerűsítő közelítéseket!)

2) A kiszámított induló sebesség alapján meghatározható-e a rakéta kísérletben is megfigyelt emelkedési magassága? Válaszodat számítással és szóban indokold!

Megoldás:

A rakéta kilövése során a külső erők elhanyagolhatók, a műanyag palack, valamint a kezdetben benne lévő víz és levegő zárt rendszert alkot, összimpulzusa nem változik, azaz:

$$m_{víz}v_{víz} + m_{lev}v_{lev} = M_p v_p$$

Innen a palackrakéta indulási (maximális) sebessége (v_p) kiszámítható. A számítás egyszerűsítésére a kiáramló levegő hatását (a gáz vízhez viszonyított kis tömege miatt) hanyagoljuk el! Ekkor

$$v_p \approx \frac{m_{víz} v_{víz}}{M}$$

A víz tömege ismert ($m_{víz}$ = 0,5 kg), kiömlési középsebességét a 4. feladatban meghatároztuk ($v_{víz} \approx 22$ m/s). A rakéta M tömege a kilövés során változik, kezdetben jelentős vízmennyiség gyorsul a rakétával együtt felfele, majd ez a tömeg a palack önsúlyáig csökken le. Elfogadható közelítés, ha az M tömeget a palack és a fél vízmennyiség össztömegével azonosítjuk, így $M \approx 290$ g.

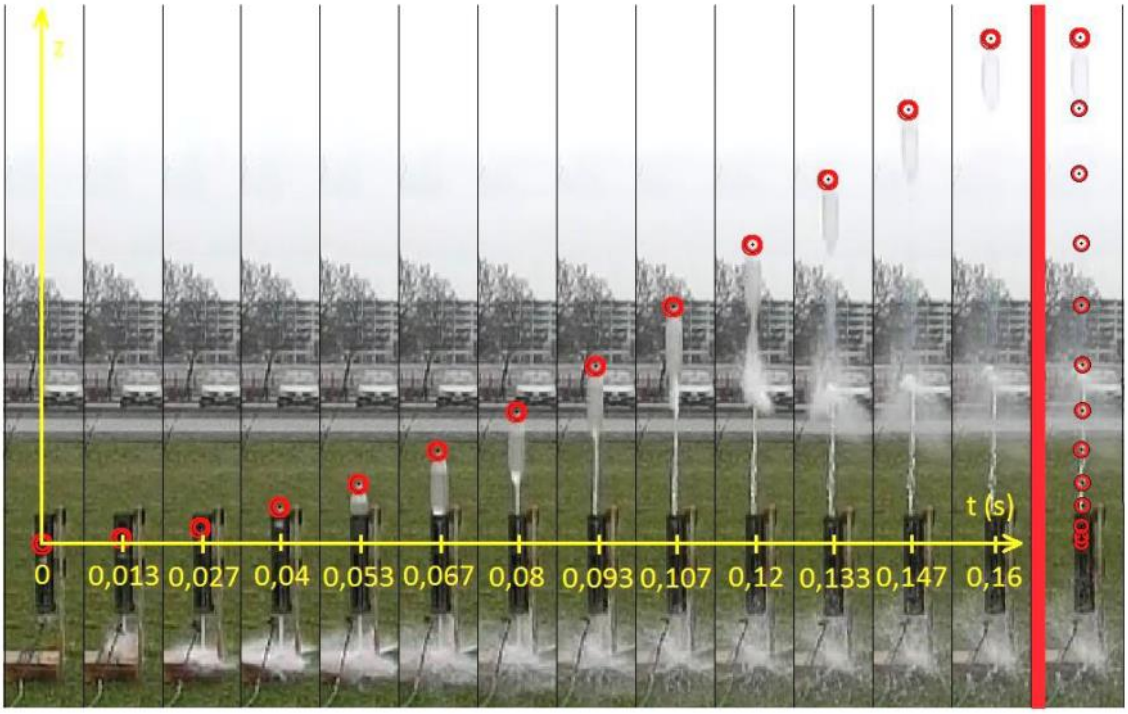
A kilőtt palack-rakéta így becsült induló sebessége $v_p \approx 36{,}6$ m/s.

Az emelkedési magasság kiszámítsa nem könnyű feladat, mert a könnyű és nagy sebességű palack-rakétát erősen fékezi a közegellenállás, aminek értéke a pillanatnyi sebesség négyzetével arányosan folyamatosan változik.

Ha nem hatna a közegellenállás, rakétánk a kiszámított sebességgel indulva közel 70 m magasra emelkedhetne. A kísérletben megfigyelt magasság ennek tört része.

Megjegyzés:

- Ha a vizesrakéta-kísérletet videóra vettük, a felvétel segítségével (utólag az iskolában) ellenőrizhetők fenti közelítő számításaink. A videót kockánként vetítve, a felvételi sebesség ismeretében mérhető a víz kiömlési ideje, becsülhető a rakéta emelkedési magassága ez idő alatt, Az egymást követő kockákon mérhető elmozdulásból meghatározható a rakéta maximális sebessége is.



- A rakéta emelkedési magasságának meghatározását a paralaxis-hiba nehezíti.
- A rakéta valódi emelkedési magassága numerikus módszerrel meghatározható. A számítás egyszerű kalkulátorral, szerkesztéssel és számítógép programozásával egyaránt elvégezhető. A számítás alapját adó algoritmus megtalálható Dede Miklós – Isza Sándor Fizika II. gimnáziumi tankönyvének 78. oldalán (Tankönyvkiadó Bp. 1984).

Vissza >>>

M8. A hajítások kísérleti vizsgálata vízsugárral

Udvari locsoló-csőből kifolyó vízsugár „kirajzolja” a víz kilépési sebességének megfelelő kezdősebességű hajítás pályagörbéjét. A kezdősebesség nagysága a vízcsappal, iránya a cső irányításával változtatható. A vízcsap adott állásánál mérjük le egy vödör víz kifolyásának idejét, majd állítsuk a locsolófejet különböző irányokba és a diákok saját mobiltelefonjukkal készítsenek fotókat a vízsugár által kirajzolt hajítási pályagörbékről! (A fotók készítésénél figyeljünk rá, hogy oldalról, a hajítás síkjára merőleges irányból készüljenek a felvételek, és a vízsugár jól megkülönböztethető legyen a háttértől. (A bemutatott minta-fotókon a vízsugár napfényben van, így az árnyékos háttér jó kontrasztot ad.)

Mérjük le a locsolófej hosszát és a kilépő nyílásának átmérőjét a helyszínen, majd a diákok önálló otthoni feladatként értékeljék ki az általuk készített felvételeket!

- Határozzák meg a pályagörbék alapján a víz kifolyási sebességének nagyságát, és hasonlítsák össze az adott vízmennyiség kifolyási idejéből számítható értékkel!
- Igazoljuk, hogy a hajítás pályagörbéje parabola!

A kiértékelés során a fotón végzett távolságméréseket a locsolófej ismert hosszával lehet kalibrálni.

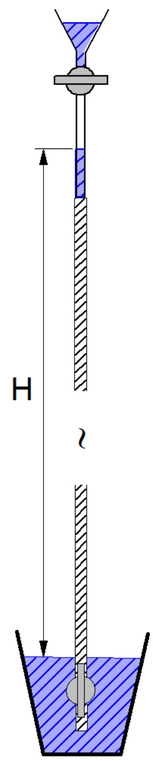



Vissza >>>

M9. Torricelli kísérletének bemutatása vízzel

Torricelli kb. 1 m hosszú zárt üvegcsőben higannyal végezte el történelmi kísérletét, amivel igazolta a légnyomás létezését és egyúttal meghatározta annak nagyságát is. A higanygőzök mérgező tulajdonsága miatt a híres kísérletet az osztályteremben nem szabad higannyal elvégezni, de ha az iskola épülete elég magas, az egyik emeleti ablakból kilógatva egy kb. 10 m hosszú vízzel töltött locsolótömlőt, a kísérlet látványosan bemutatható.

A több mint 10 m magasan lévő emeleti ablakból kilógatott tömlő felső végéhez bilinccsel kb. 1m hosszú nyomásálló átlátszó plexicsövet csatlakoztatunk, és légmentesen záró csappal lezárjuk. A csövet az ablakban biztosan rögzítjük, alsó végét is csappal látjuk el és vízzel félig feltöltött vödörbe merítjük. A kísérlet kezdetekor az alsó csapot elzárjuk, majd a felső csapon keresztül színültig, feltöltjük a csövet vízzel. A feltöltés közben a locsolócső finom mozgatásával, kocogtatásával biztosítjuk, hogy ne maradjanak légbuborékok a csőben. A vizet a felső zárócsapon túl töltve, a csapot elzárjuk. Ezzel a kísérlet előkészítése megtörtént.



A kísérlet bemutatásakor a cső alsó vízbe merített alsó végét elzáró csapot a víz alatt kinyitjuk. A csap kinyitásakor a cső felső, átlátszó szakaszán hirtelen, de mégis jól láthatóan lecsökken a víz szintje. A vízszint felett üresen maradt zárt tér csak némi vízpárát tartalmaz, nyomása gyakorlatilag elhanyagolható. A csőben a vízszint magasságát a külső légnyomás nagysága határozza meg. Mérjük le a cső felső, átlátszó részén megfigyelhető vízszint és az alsó vödörben álló vízszint távolságát! (A távolság meghatározható lézeres távolságmérő műszer segítségével, de akár egy ablakból a cső mellé kilógatott, súllyal terhelt zsinór segítségével is.) Mivel a vödör vízszintje nyugalomban van, a csőben álló H magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása egyensúlyt tart a vödörben lévő vízre ható légnyomás p_0 értékével:

$$H\rho g = p_0 \,,$$

ahol ρ a víz sűrűsége.

Megjegyzés:

A kísérleti összeállításban szükséges locsolócső és a felső végéhez csatlakozó átlátszó műanyagcső hosszát, továbbá a szükséges rögzítés terhelését a fenti egyenletből előzetes számítással határozzuk meg. A légnyomás 10^5 Pa értékét és a víz sűrűségének $\rho = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ értékét alapul véve a vízszintek várható különbsége: $H \approx 10$ m. Ez azt jelenti, hogy 1 m hosszú átlátszó felső toldatot feltételezve 10 m nyomásálló műanyag locsolócsővel nekikezdhetünk a kísérletnek. A cső rögzítését úgy kell megtervezni, hogy az a kiindulási állapotban bírja a cső és a 10 m magas vízoszlop teljes súlyát. Minél kisebb a cső belső keresztmetszete, annál kisebb a rögzítések terhelése.

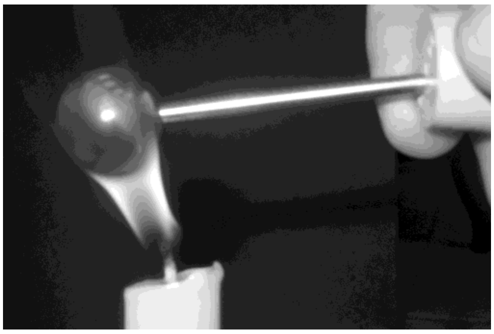
Vissza (Folyadékék és gázok mechanikája) >>>

Vissza (Mindennapok módszertani gyakorlata) >>>

M10. Napállandó mérése az iskolaudvaron

Nap által kisugárzott energiából a Föld távolságában, a sugárzásra merőleges minden négyzetméterre másodpercenként 1370 Joule energia jut. Ez az érték az ún. „napállandó”. Ebből az energiából valamivel kevesebb ér el a Föld felszínére, mert a légkör visszaver, ill. elnyel valamennyi energiát. Az elnyelés mértéke függ a napsugárzás légkörön át megtett útjától, minél laposabban süt a nap, annál több az elnyelődő energia. Függ az elnyelés a légköri viszonyoktól, páratartalomtól, felhőzettől is, minél több a felhő annál többet kevesebb sugárzás ér el ténylegesen a felszínre. A napállandó értékét egyszerű iskolai mérőkísérlettel magunk is megbecsülhetjük.

Szükséges eszközök



A kísérlethez szükség van egy kb. 3 cm átmérőjű fémgolyóra, egy tizedfok érzékenységű digitális hőmérőre és egy állványra. Mérjük le a golyó átmérőjét (D) és a tömegét (M)! A golyóba fúrjunk be (kb. középig) a hőmérő vastagságának megfelelő furatot. A lyukba illesszük be a hőmérőt, majd a golyót gyertya lángjába tartva kormozzuk be! A kormozás akkor jó, ha a golyót mindenütt fekete bársonyos bevonat fedi. Ez akkor sikerül, ha a golyót a láng felső harmadában forgatjuk, mozgatjuk, figyelve arra is, nehogy a hőmérő méréshatára fölé hevüljön a golyó.

A bekormozott meleg golyót a hőmérővel együtt rögzítsük állványra és hosszabb időre tegyük félre árnyékos helyre, hogy kihűlve felvegye a környezet hőmérsékletét. Ha az egyensúlyi hőmérséklet beállt, kezdődhet a mérés:

Olvassuk le a kezdeti egyensúlyi hőmérsékletet az árnyékban (T_0), helyezzük az eszközt a napra és kezdjük mérni az időt. A hőmérőt az első 4-5 percben félpercenként olvassuk le, majd a változástól függően ritkíthatjuk a méréseket. A mért idő – hőmérséklet adatpárokat jegyezzük fel! Ha a napon lévő golyó hőmérséklete állandósult, árnyékoljuk le a golyót a direkt napsugárzástól és ismét fél perces leolvasással folytassuk a gyorsan hűlő golyó hőmérsékletének mérését! 5-6 perc után a leolvasásokat ritkíthatjuk. A mérés addig tart, amíg a leárnyékolt golyó új egyensúlyi hőmérséklete beáll.

A kiértékelés első lépéseként rajzoljuk meg a hőmérséklet – idő diagramot! A grafikon meredeken indul, majd fokozatosan laposodik, amíg beáll az új egyensúlyi hőmérséklet. A napállandó értékét kétféle módon is meghatározhatjuk. Az első esetben a golyó kezdeti melegedéséből számolunk. Feltételezzük, hogy Nap golyóra eső sugárzását a kormozott felület maradéktalanul elnyeli és az a golyót melegíti. A beeső napsugárzás energiája Δt idő alatt, ahol figyelembe vettük, hogy a golyó sugárzásra merőleges felülete a gömb főkörének területe, N a napállandót jelöli. Az M tömegű fémgolyó hőmérséklete ennek az energiának köszönhetően melegszik Δt idő alatt ΔT fokot. Azaz

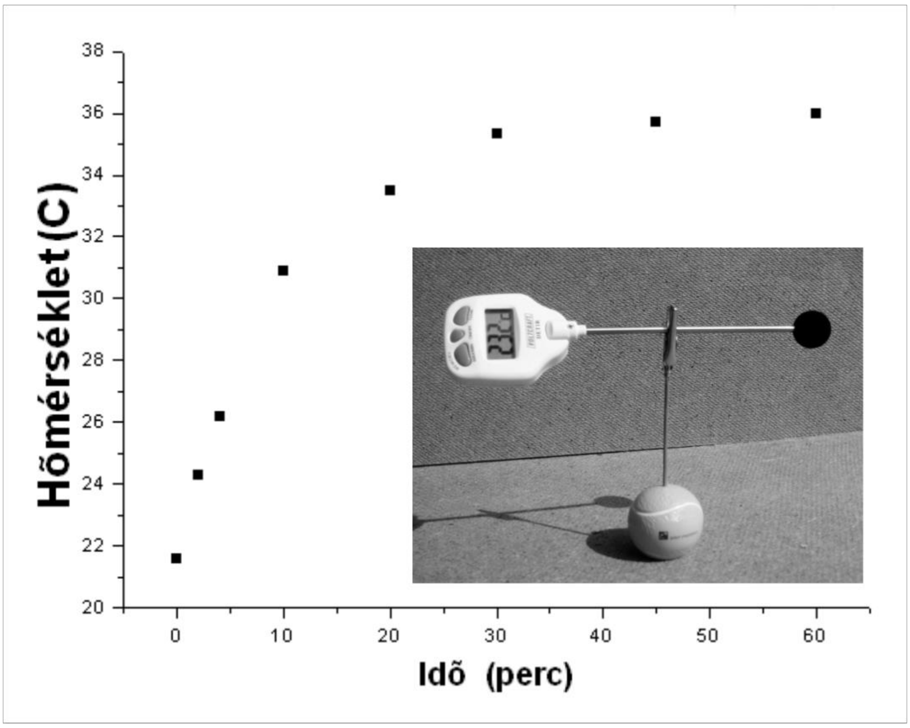
$$\frac{D^2\pi}{4}N\Delta t = Mc\Delta T,$$

Ahol c a fémgolyó anyagának fajhője (táblázatból kikeresendő). Az egyenletet az N napállandóra rendezve kapjuk:

$$N = 4\frac{Mc}{D^2\pi}\frac{\Delta T}{\Delta t}.$$

A golyó kifejezésben szereplő adatai ismertek, $\Delta T/\Delta t$ a grafikon induló meredeksége.

A bemutatott hőmérséklet – idő diagram a fotón is látható, 15,5 g tömegű, 15 mm átmérőjű kormozott sárgaréz golyóval (fajhő: 0,38 J/g) végzett mérést mutatja.



A mérési adatokból, a fenti számítással a napállandóra kapott érték

$$N \approx 465\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

A napállandó meghatározásának második módszere azon alapszik, hogy kellő várakozási idő után a napon lévő golyó hőmérséklete annak ellenére állandóvá válik, hogy a Nap sugárzása folytonosan melegíti. A jelenség magyarázatát a hőmérsékleti sugárzás adja. Eszerint a testek a hőmérsékletüktől függő mértékben folyamatosan energiát sugároznak magukból. Az abszolút fekete testek (a kormozott golyó ilyennek tekinthető) egységnyi felülete időegység alatt

$$E = \sigma T^4$$

energiát sugároz ki, ahol σ az ún. „Stefan-Boltzmann állandó”, értéke

$$\sigma = 5{,}67 \cdot \frac{10^{-8}\,\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}.$$

A fekete golyó a mérés megkezdése előtt sugárzási egyensúlyban állt környezetével, így folyamatosan a kezdeti hőmérsékletének (T_0) megfelelően egész felületén energiát sugárzott. A kisugárzott energia $E = 4R^2\pi\sigma T_0^4$. A napon a golyó felmelegedett T_e egyensúlyi hőmérsékletre. Az egyensúly azáltal áll be, hogy a golyó hőmérsékleti sugárzásának növekménye megegyezik a napsugárzás által átadott energiának.

$$R^2\pi N = 4R^2\pi\sigma T_e^4 - 4R^2\pi\sigma T_0^4 = 4R^2\pi\sigma(T_e^4 - T_0^4)$$

Innen a napállandó értéke

$$N = 4\sigma(T_e^4 - T_0^4).$$

Az elvégzett kísérletünkben a golyó kezdeti hőmérséklete 21,6 °C, azaz $T_0 = 294{,}6$ K *a* végső hőmérséklete a napon 37,7 °C, azaz $T_e = 310{,}7$ K.

A napállandó így számított értéke:

$$N \approx 405\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}.$$

A napállandó értékére kétféle módszerrel kapott eredmény elfogadhatóan egyezik.

A napra helyezett golyó melegedéséből számított érték :

$$N_1 \approx 465\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}.$$

A felmelegített golyó termikus egyensúlya esetén a hőmérsékleti sugárzásából becsült érték:

$$N_2 \approx 405\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}.$$

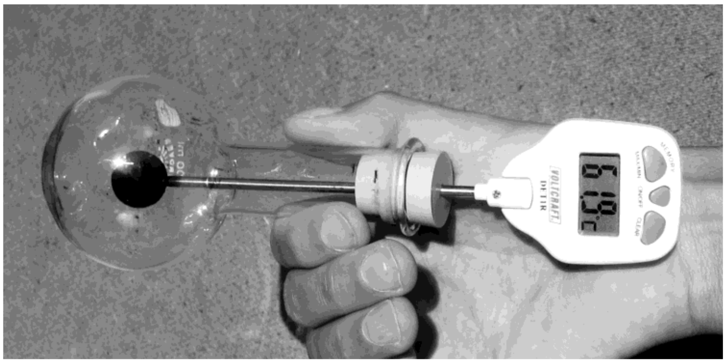
Légkörfizikai mérések szerint a Földre eső napsugárzásnak csak kb. 40 %-a éri el a felszínt, a többi energia a légkörről visszaverődik, illetve a légkörben nyelődik el. Az utóbbi figyelembevételével az elméleti napállandó alapján várható mérési eredmény mintegy 540 W/m^2. Egyszerű mérésünk eredménye ezt a referencia-értéket elfogadhatóan közelíti.

Kiegészítő kísérlet: Az üvegház-hatás bemutatása!

A fent leírt kísérletben a napra kitett kormozott golyó a szabad levegőn kb. 36 °C egyensúlyi hőmérsékletre melegedett fel.

Húzzunk rá a golyóra egy széles szájú gömblombikot! És vizsgáljuk milyen hőmérsékletre melegszik a napon az üvegbúra alatt a golyó! (a kísérleti összeállítást a fotó mutatja)

A képen jól leolvasható az üvegbúra alatt kialakuló egyensúlyi hőmérséklet (T = 61,9 °C).



Megjegyzés:

A napállandó értékének közelítő értékének meghatározására más módszerek is ismertek. A legtöbb ilyen mérés esetén fontos, hogy a besugárzott felület merőleges legyen a napsugárzás irányára. Az általunk ismertetett mérés előnye, hogy a kormozott fémgolyó melegedése nem függ a Nap állásától, a sugárzást mindig a gömb főkörének változatlan területére számíthatjuk.

További mérési leírások:

- Molnár László: A napállandó meghatározása egyszerű pirheliométerrel (Fizikai kísérletek gyűjteménye 3. szerk.: Juhász A. Arkhimédész Bt – Typotex Kiadó, Budapest, 1996.)

- B.G. Eaton, Richard DeGeer, and Phyllis Freier: The solar constant: a take home lab. (http://www.df.uba.ar/users/sgil/physics_paper_doc/papers_phys/termo/solarconstant97.pdf)

- Jarosievitz Beáta: A napállandó mérése Európában – beszámoló (Fizikai Szemle 2003/7. 257.o.) http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0307/beata0307.html

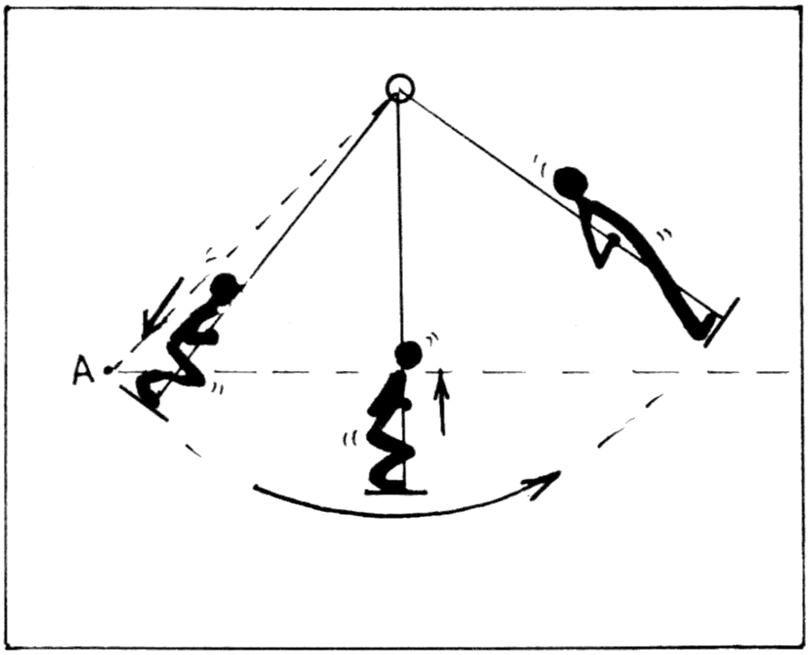
Vissza >>>

III.5. Forgás és lendület

A középiskolai fizikaórákon a forgómozgás, a forgási rezgés, a síkmozgás jelenségeit speciális kísérletek alapján ismerjük meg. Tudva, hogy a törvények alkalmazása általában csak „steril” fizikapéldákon történik, a következőkben néhány, a tanórai fizikától látszólag távolinak tűnő jelenséget elemzünk. Megmutatjuk, hogy az iskolában tanult törvények segítségével a játszótéri hintázás és a cirkuszi légtornászok mutatványai éppúgy megmagyarázhatók, mint az a közismert tény, hogy a macska mindig a talpára esik.

III.5.1. Hogyan hajtjuk a hintát?

A bölcsődés kisgyermeket az édesanyja beülteti a játszótéri hintába, majd finom lökésekkel biztosítja, hogy a lengés fennmaradjon. Óvodás korára a legtöbb gyerek megtanulja egyedül „hajtani” a hintát, külső segítőre nincs már szüksége. A törzs és láb ritmusos előre-hátra mozgatásával a hinta nemhogy nem csillapodik, hanem kilengése még nő is.

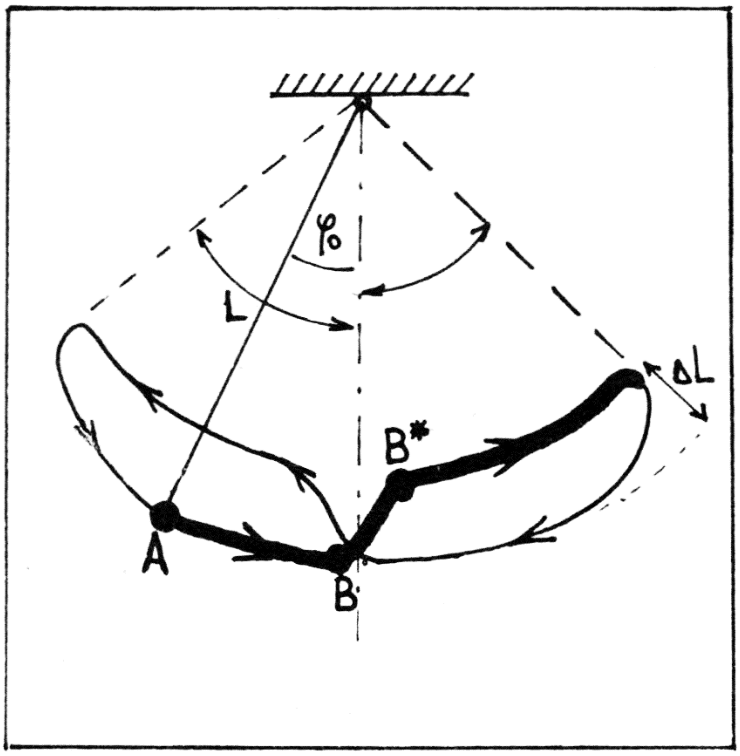


III.5.1. ábra

Nagyobb gyerekek szívesen hintáznak állva. Alkalmas pillanatban leguggolva, majd kiegyenesedve a lengési amplitúdó gyorsabb ütemben növelhető, mint ülve. Régebben a városligeti Vurstli kedvelt játékszere volt a „hajóhinta”. A hinta ülőkéjét itt fémlemezből készült kétszemélyes gondola helyettesítette, amit a hinta állványzatára csapágyazott vasrudak függesztettek fel. Ha két ügyes és bátor legény állt be a hajócskába, úgy meg tudta hajtani, hogy az teljesen átfordult, sőt függőleges síkban folyamatosan forgott. Az ilyen átfordulás nem teljesen veszélytelen, így ez a fajta hinta a Vidámparkból átkerült a cirkuszba, ahol profi artisták ejtik vele ámulatba a közönséget.

Az elmondottak alapján sok olyan érdekes kérdés vethető fel, amely a középiskolai fizika segítségével megválaszolható. A következőkben ezek közül választottunk ki egyet; arra keressük a választ, hogy hogyan tudja a hintázó külső segítség nélkül egyre magasabbra hajtani a hintát?

Tegyük fel, hogy a játszótéri hinta már lengésben van és a rajta állva hintázó gyerek éppen a III.5.1. ábrán bemutatott módon a szélső A pontból most indul visszafelé. Mit kell tennie, hogy a hinta a túloldalon magasabbra emelkedjék? Tapasztalatból tudjuk, hogy ez akkor sikerül, ha a gyerek, miközben a hinta egyensúlyi helyzetéhez közeledve lefelé halad, térdeit behajlítva leguggol, majd amikor a hinta újból emelkedni kezd, ismét feláll. Ha a lengés minden fél periódusában megismétli a guggolást és felállást, a hinta kitérései nőnek.



III.5.2. ábra

A jelenség fizikájának értelmezéséhez tekintsük a hintát és a gyereket egyetlen tömegpontnak (tömegközéppont). A lengő hinta így matematikai ingaként tárgyalható. Amikor a hintát hajtó gyerek leguggol, illetve feláll, a tömegközéppont süllyed, illetve emelkedik, a hintát modellező matematikai inga hossza tehát negyed periódusonként változik (III.5.2. ábra).

A szélső helyzetből visszafelé lendülő inga hosszát jelöljük $L+\Delta L$-lel, helyzetét a φ_0 kitérési szöggel. A szélső holtpontban az inga szögsebessége $\omega_0 = 0$. Az alsó B pontban az inga ω_B szögsebességgel rendelkezik, amelynek értéke az energiamegmaradás törvénye alapján kiszámítható

$$\frac{1}{2}mg(L+\Delta L)(1-\cos\varphi_0) = \\ = \frac{1}{2}m\Big[(L+\Delta L)\omega_B\Big]^2.$$

A közel függőleges $B - B^*$ szakaszon az inga hossza lecsökken (a hintázó tömegközéppontja felemelkedik). Mivel azonban a külső erő hatásvonala jó közelítéssel a tengelyen megy át, az impulzusmomentum ennek során nem változhat meg, azaz

$$m(L+\Delta L)^2\omega_B = mL^2\omega_B^*,$$

amiből következik, hogy az inga szögsebességének növekednie kell.

Az inga ω_B^* megnövelt szögsebességgel, azaz megnövelt mozgási energiával lendül át a túlsó oldalra. Ezután már érvényes az mechanikai energia megmaradásának törvénye, s ennek értelmében az inga szélső helyzetét jelző φ_1 nagyobb lesz, mint φ_0. A számításokat elvégezve a szögek szinuszára a

$$\sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1+\frac{\Delta L}{L}\right)^{\frac{3}{2}}$$

összefüggést kapjuk.

Teljesen azonos gondolatmenet alapján határozható meg a hinta φ_2 kitérése az indulási oldalon egy teljes lengés után, illetve rekurzív módon tetszőleges N lengés megtétele után. Egy teljes lengés esetén

$$\sin\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)\left(1+\frac{\Delta L}{L}\right)^{\frac{3}{2}} = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1+\frac{\Delta L}{L}\right)^{3},$$

N teljes lengés után

$$\sin\left(\frac{\varphi_{2N}}{2}\right) = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)\left(1+\frac{\Delta L}{L}\right)^{3N}.$$

A fenti egyszerű gondolatmenet segítségével kiszámítottuk a kitérési szög változását, a jelenség fizikai magyarázatával azonban még adósak vagyunk. E kérdés megválaszolásakor nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a hinta és a gyerek nem egyetlen tömegpont, hanem valójában pontrendszer. A pontrendszerre vonatkozó munkatétel szerint a rendszer energiáját mind a külső, mind a belső erők munkája megváltoztathatja. A hinta és a hintázó energianövekedését az a „belső" munkavégzés okozza, amelyet a hintázó gyerek végez, amikor a B pontban felemeli a rendszer tömegközéppontját. Számítsuk ki ezt a munkát és gondolatmenetünk helyességének igazolására vessük össze a kinetikus energia változásával! Ezt a változást most az impulzusmomentum-megmaradás alapján számított ω_B^*-gal és ω_B-vel írhatjuk fel. A mozgási energia növekedése

$$\Delta E = \frac{1}{2}mL^2\omega_B^* - \frac{1}{2}m(L+\Delta L)^2\omega_B^2.$$

Beírva ide ω_B^* értékét, a

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(L+\Delta L)^2\omega_B^2\left[\left(\frac{L+\Delta L}{L}\right)^2 - 1\right]$$

összefüggés adódik. A munkatétel értelmében ezt az energianövekményt a testre ható összes erők munkája fedezi. (Ebbe természetesen a belső erők munkája is beleértendő.) A belső erők munkájának meghatározásához a hintázó gyerek tömegét gondolatban egyesítsük a tömegközéppontban. Ekkor a tömegközéppont energianövekménye a lábak által kifejtett K erő és az mg nehézségi erő eredőjének munkájával egyenlő. Mivel K megegyezik a hintától kifejtett kényszererővel, a mozgásegyenlet szerint:

$$K - mg = m\frac{v^2}{l}.$$

Tehát a munkavégzés:

$$W = \int_{L+\Delta L}^{L} (K-mg)dl = \int_{L+\Delta L}^{L} m\frac{v^2}{l}dl.$$

Tudjuk azonban, hogy a szögsebesség az impulzusmomentum megmaradása miatt az

$$\omega = \left(\frac{L+\Delta L}{L}\right)^2\omega_B$$

összefüggés szerint változik. Ennek felhasználásával a munkavégzésre

$$W = \frac{1}{2}m(L+\Delta L)^2\omega_B^2\left[\left(\frac{L+\Delta L}{L}\right)^2 - 1\right]$$

adódik.

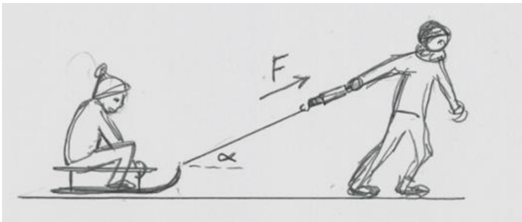
Vissza >>>

M12. Mérések a havas domboldalon

A szánkózás remek téli szórakozása kicsiknek, nagyoknak. De a szánkózás remek lehetőséget kínál az iskolai lejtővel kapcsolatos fizikai ismeretek gyakorlati alkalmazására is.

Néhány egyszerű mérés és számolás:

1) Húzzuk a szánkót a rajta ülő, m tömegű diákkal együtt, vízszintesen talajon egyenletes sebességgel! A szánkó húzókötelébe akasztott rugós erőmérővel mérjük az erő nagyságát, és jegyezzük fel a húzó kötél meredekségének szögét! Út és idő mérésével határozzuk meg a húzás sebességét.



Végezzük el a kísérletet különböző minőségű havon, különböző sebességgel, szánkóterheléssel, húzási iránnyal!

A mért adatok alapján utólag az osztályteremben értelmezzük a kísérletet! Határozzuk meg a szánkó és a hó/jég közti súrlódást jellemző, csúszási súrlódási együttható értékét!

Megoldás:

A kísérletet a fenti ábra szemlélteti. A szánkó egyenes vonalú egyenletes mozgása esetén a vízszintes irányú erők összege 0, tehát

$$F \cdot cos\alpha \;\; - \mu(Mg - Fsin\alpha) = 0$$

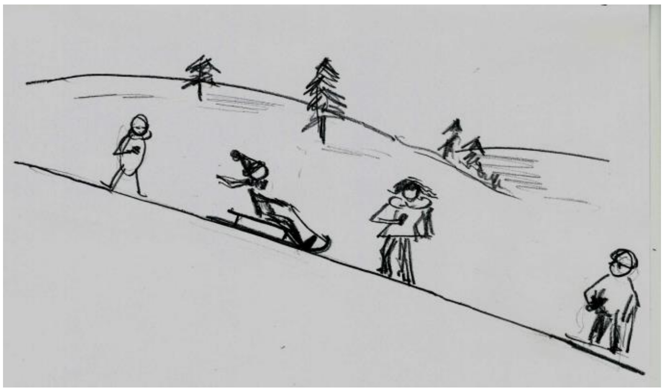
Ez alapján a csúszási súrlódási együttható számolható:

$$\mu = \frac{F \cdot cos\alpha}{Mg - F \cdot sin\alpha}.$$

2) Szánkózás a lejtőn. Válasszunk ki hosszabb közel egyenletes és nem túl meredek lejtőt! Határozzuk meg a lejtő egy közbülső szakaszán a pálya meredekségét, majd mérjük meg a szánkó átlagsebességét!

A lejtő meredekség megbecsülhető például oldalnézeti fotó alapján (ábra). A képen látható személy meghatározza a függőleges irányt és így teszi mérhetővé a szöget.

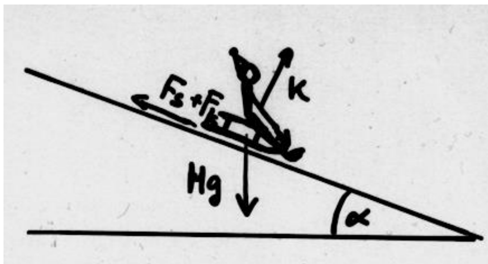
A sebesség meghatározásához mérésnél először a hagyományos út – idő mérés módszerét alkalmazzuk.



A lejtő mentén egyenlő távolságban elrendezve helyezkednek el az időmérők. A stoppert mindenki egyszerre indítja el akkor, amikor a szánkó eleje eléri az első diákot. Ő nem mér, feladata, hogy megbeszélt hanggal jelezze, hogy a szánkó mikor érte el a mérési szakasz elejét. A stoppert mindenki akkor állítja le, amikor a szánkó eleje eléri az ő vonalát. Az időmérők egymástól mért távolságát és a mért időtartamokat ismerve az osztályteremben elkészítjük a szánkó út – idő grafikonját, amiről az átlagsebesség egyszerűen leolvasható. A méréshez egy alkalmas oldalsó nézőpontból készített videofelvétel is jól használható, amit számítógépes mozgáselemző programmal értékelhetünk ki, majd matematikai levezetést is adhatunk hozzá.

Az egyenletes csúszás dinamikai feltétele:

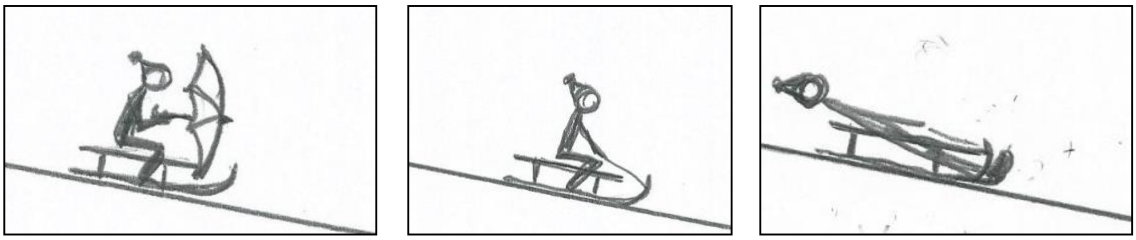
$$mg \cdot sin\alpha - \frac{1}{2}kA\rho v^2 + \mu mg \cdot cos\alpha = 0\,,$$



így a beállt állandó sebesség a következő képlet alapján számolható:

$$v^2 = \frac{2mg(sin\alpha - \mu cos\alpha)}{kA\rho}$$

3) Vizsgáljuk meg mennyire befolyásolja a közegellenállás a szánkó sebességét! Ehhez ismételjük meg többször a kísérletet a szánkózó diák helyzetének változtatásával (egyenesen ül a szánkón, hátradől, hasal, esetleg egy kinyitott esernyőt maga elé tartva csúszik a lejtőn)!



4) Vizsgáljuk az induló szánkó gyorsulásának folyamatát! A méréseket érdemes közepes meredekségű, lehetőleg homogén felületű lejtőn végezni. Az előző bekezdésben írt mérési módszerek itt is használhatók. A változás a grafikusan ábrázolt adatok kiértékelésében van. A lejtőn gyorsuló szánkó mozgását érdemes okos-telefonra telepített gyorsulásmérő programmal (lásd K9 melléklet) is vizsgálni. A mérés során a szánkózó lehetőleg változatlan pozícióban az ölében tartja a telefont.

Vissza >>>

Irodalomjegyzék

Összefoglaló fizika könyvek

Fizika (szerk. Holics László). Akadémiai Kiadó, Budapest, 2009

Tasnádi Péter, Bérces György, Skrapits Lajos: **Mechanika I**. Dialog Campus Kiadó, Budapest-Pécs, 2004

Tasnádi Péter, Bérces György, Skrapits Lajos, Litz József: **Mechanika II. – Hőtan**. Dialog Campus Kiadó, Budapest-Pécs, 2004

A fizika alapjai (szerk. Erostyák János és Litz József). Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2003

R. P. Feynman: R. B. Leihton, M. Sands: **Mai Fizika 1-9. kötet**. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970

Art Hobson: **Physics- Concepts & Connections** (Fifth Edtion). Addisons-Wesley, Boston, 2010

Joanne Baker: **50 Physics Ideas You Really Need to Know.** Book Sales, Inc. 2009

Tasnádi Péter, Juhász András, Horváth Gábor: **Fizika körülöttünk**. Múzsák Könyvkiadó, Budapest, 1994

Juhász András, Tasnádi Péter: **Érdekes anyagok, anyagi érdekességek**. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1992

Alvin Hudson, Rex Nelson: **University Physics.** College & University Press, Orlando, 1990

Budó Á.: **Kísérleti Fizika I-II.** Tankönyvkiadó, Budapest, 1968 (egyetemi tankönyv)

Budó Á.: **Mechanika.** Tankönyvkiadó, Budapest, 1964

Landau, L. D. és Lifsic E. M.: **Elméleti Fizika I (Mechanika).** Tankönyvkiadó, Budapest, 1974

Nagy K.: **Elméleti Fizika I-IV**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1989

Kittel, C., Knight, W. D. and Ruderman, M. A. Mechnics: **Berkeley Physics Course**, McGraw-Hill, 1963

Halliday, D. Resnick, R. and Walker: **Fundamentals of Physics**, J. Wiley, New York, 1993

Strelkov, S. P.: **Mechanics**, Mir Moscow, 1974

Papalexi, N. D.: **Fizika**, Tankönyvkiadó, Budapest, 1951

Fizikatörténeti könyvek

Simonyi Károly: **A fizika kultúrtörténete,** Budapest, Akadémiai Kiadó, 2011

Simonyi Károly, **A magyarországi fizika kultúrtörténete XIX. század,** A Természet Világa, 2000, Különszám: http://www.termeszetvilaga.hu/kulonsz/k011/tartalom.htm

Báró Eötvös Loránd emlékkönyv (szerk. Fröhlich Izidor) Budapest, Magyar Tudományos Akadémia, 1930

Kudrjavcev, P. Sz.: **A fizika története**, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954

Gamow, G: **A fizika története**, Gondolat, Budapest 1965

Bernal, J. D.: **A fizika fejlődése Einsteinig**, Gondolat Kiadó, Budapest, 1979

Dugas, R. A.: **History of Mechanics**, Routledge, London, 1955

Szakmódszertani könyvek

A fizikatanítás pedagógiája (szerk. Radnóti Katalin, Nahalka István). Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002

A kritikai gondolkodás fejlesztése (szerk. Kovács Zoltán) Kolozsvári Egyetemi Kiadó, Kolozsvár, 2009

Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikai értékeléséhez (szerk. Csapó Benő és Szabó Gábor) Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2012

Az iskolai tudás (szerk. Csapó Benő) Osiris Kiadó, Budapest, 1998 (http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/iskolai-tudas-eloszo/adatok.html)

W. Bleichroth, H. Dahnke, W. Jung, W. Kuhn, G.Merzyn, K. Weltner: **Fachdidaktik Physik**, Aulis Verlag, Köln, 1999

E. Kircher, R. Girwidz, P. Haussler: **Physikdidaktik**, Springer, Berlin, 2006

H. Wiesner, H. Schecker, M. Hopf: **Physikdidaktik *kompakt*,** Aulis Verlag, Köln, 2013

R. Müller, R. Wodzinski, M. Hopf: **Schülerforstellungen in Physik,** Köln, Aulis Verlag, Köln, 2007

Isabel Redgrave: **Modern Teaching of Physics**, Global Media, Delhi, 2009

Arons, Arnold B.: **Teaching Introductory Physics**, John Wiley, New York, 1997

Arons, Arnold B.: **Development of concepts of Physics**, Addison Wesley, London, 1965

50 Years on Teaching Physics (Reprints of Journal Articles from the First Half Century of AAPT) ede: Philips M., AAPT Stony Books, New York, 1979

Gibilisco Stan: **Physics Demystified**, McGraw-Hill Education, New York, 2010

Konferencia kiadványok

Fejezetek a mechanikából - Pedagógiai Nyári Egyetem, Zsámbék 1981. (szerk: Kovács István, Skrapits Lajos, Tasnádi Péter), ELTE TTK, Budapest, 1981

Második főtétel a középiskolában (nemzetközi cikkgyűjtemény fizikatanároknak) szerk. Radnóti Katalin, ATOM, Budapest, 1983

A fizika tanítása tartalmasan és érdekesen, Magyarul Tanító Fizikatanárok Nemzetközi Konferenciája, 2009. – előadások (szerk: Juhász A. Tél T.) ELTE Fizika Doktori Iskola, Budapest, 2010

Természettudomány tanítása korszerűen és vonzóan, Nemzetközi Szeminárium Magyarul Tanító Tanárok Számára, 2011, - előadások, (szerk: Tasnádi P.) ELTE TTK TTOMC, Budapest, 2011

A fizika, matematika és művészet találkozása az oktatásban, kutatásban – Nemzetközi konferencia magyarul tanító tanárok számára, 2013. Marosvásárhely, előadáskivonatok (szerk: Juhász A. Tél T.) ELTE Fizika Doktori Iskola, Budapest, 2013

Kísérletgyűjtemények

Fizikai kísérletek gyűjteménye I-III. kötet (szerk. Juhász András). Typotex_Arkchimédész Bt. Budapest, 1996

Bérces György, Főzy István, Juhász András, Tasnádi Péter: **Versenyfeladatok kísérleti fizikából 1973-1993**., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1993

Juhász András, Görbe László: **A 2010 évi Emelt szintű fizika érettségi vizsga kísérleti feladatai 2005,** Öveges könyvek 4, Öveges József Tanáregylet, Budapest, 2004

Juhász András, Görbe László: **A 2006 évi emelt szintű fizika érettségi kísérleti feladatai,** Öveges könyvek 5. Öveges József Tanáregylet, Budapest, 2005

Juhász András: **A 2010 évi emelt szintű fizika érettségi vizsga mérési feladatai,** Öveges könyvek 8. Öveges József Tanáregylet, Budapest, 2010

Great Experiments in Physics (Ed: Morris H. Shamos). Dover Publictions, New York, 1987

M. Hopf, **Problemorientierte Schülerexperiente.** Logos, Berlin, 2007

Csada I. Csekő Á. Jeges K. Öveges J.: **Fizikai Kísérletek és eszközök**, Tankönyvkiadó, Budapest, 1954

Csekő Á., Koczkás Gy., Huszka E., Léviusz E., Madas L., Simonfai I., és Vermes M: **Fizikai Kísérletek Gyűjteménye I- II.** Tankönyvkiadó, Budapest, 1955

Feladatgyűjtemények

Dér János, Radnai Gyula, Soós Károly: **Fizikai feladatok I-II. kötet**, Holnap Kiadó, Budapest, 2011

Baranyi Károly: **A fizikai gondolkodás iskolája I-III**, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1992 (http://mek.oszk.hu/12100/12187/)

Gnädig Péter, Honyek Gyula, Vigh Máté: **333 furfangos feladat fizikából**, Typotex Kiadó, Budapest, 2014

Juhász András, Szegeczky Tibor: **Kinematikai feladatok grafikus értelmezése és megoldása,** Öveges könyvek 1., Öveges József Tanáregylet, Budapest, 2001

Holics László: **A fizika OKTV feladatai és megoldásai** (1961–2003), Typotex Kiadó, Budapest, 2013

Vermes Miklós: **Az Eötvös-versenyek feladatai 1. (1959-1988)**. Typotex Kiadó, Budapest, 1998

Károly Ireneusz Fizika Tanulmányi Verseny 1993-2003 (szerk. Juhász András) Öveges könyvek 3. Öveges Tanáregylet, Budapest, 2003

John Harte, **Consider a SphericalCow – A Course in Environmental Problem Solving**, University Science Books, Sausalito, California, 1988

Párkányi L.: **Fizika példatár középiskolásoknak Mechanika I-III**, Tankönyvkiadó, Budapest, 1972

Párkányi L és Tasnádi P: **Fizika példatár középiskolásoknak Mechanika IV.**, Tankönyvkiadó Budapest, 1974

Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény I. II. (Gyakorló Feladatok) (szerk: Medgyes S. és Tasnádi P.) Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2013

Egységes Érettségi Feladatgyűjtemény I. II. (Megoldások) (szerk: Medgyes S. és Tasnádi P.) Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2013

Jearl Walker: **The Flying Circus of Physics**, John Wiley, New York, 1977

Középiskolai és általános iskolai tankönyvek

Csákány A. és Károlyházi F.: **Fizika 6**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1990

Csákány A. Károlyházi F. és Sebestyén Z: **Fizika 7**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1990

Csákány A. és Károlyházi F.: **Fizika 8**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1990

Kövesdi P., Bor P., Halász T., Kovács L. Szántó L.: **Fizika 7**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1985

Kövesdi P., Bonifert D., Halász T., Miskolczi J. és Szántó L.: **Fizika 8**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1980

Rajkovits Zs., Tasnádi P., Tasnádi E. és Kotek L.: **Fizika 7. osztály**. Dinasztia, Budapest, 2001

Rajkovits Zs., Tasnádi P., Tasnádi E. és Illy J.: **Fizika 8. osztály**. Dinasztia, Budapest, 2001

Párkányi L.: **Fizika a gimnázium fizika szakosított tantervű II. osztálya számára**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1968

Párkányi L. és Soós K.: **Fizika a gimnázium fizika szakosított tantervű III. osztálya számára I–II**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1969

Jánossy L. és Holics L.: **Fizika a gimnázium fizika szakosított tantervű IV. osztálya számára I–II**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1978

Jánossy L., Főzy I. és Kulin Gy.: **Fizika a gimnázium fizika szakosított tantervű IV. osztálya számára III**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1974

Bakányi L., Fodor E., Marx Gy., Tóth E. és Ujj J.: **Fizika I**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1983

Dede M. és Isza S.: **Fizika II**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1989

Holics L.: **Fizika III**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1984

Tóth E.: **Fizika IV**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1984

Gulyás J., Honyek Gy., Markovics T., Szalóki D., Varga A.: **Mechanika**. Műszaki Kiadó, Budapest, 1995

Gulyás J., Honyek Gy., Markovics T., Szalóki D., Varga A.: **Optika, Hőtan**. Műszaki Kiadó, Budapest, 1995

Vermes M.: **Fizika I-IV**. Tankönyvkiadó, Budapest, 1986-87